

SEMINARUL 12

Transformări geometrice în spațiu

Problema 12.1. Determinați matricea unei rotații de unghi $\pi/6$, în jurul axei Oy , urmate de translația Trans(1, -1, 2).

Problema 12.2. Determinați matricea rotației de unghi $\pi/4$ în jurul dreptei determinate de punctele $P(2, 1, 5)$ și $Q(4, 7, 2)$.

Problema 12.3. Determinați matricea reflexiei față de planul $2x - y + 2z - 2 = 0$. Determinați imaginea prin reflexie a tetraedrului $ABCD$, cu vârfurile $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$ și $D(0, 0, 1)$.

Problema 12.4. Fie $A(1, 2, 2)$, $B(2, 4, 3)$ și $C(4, 3, 2)$. Determinați imaginea triunghiului ABC prin rotirea de unghi 30° , relativ la planul $x - y - z - 1 = 0$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, 1, 0)$.

În problemele care urmează, ABC este triunghiul de vârfuri $A(1, 2, 2)$, $B(2, 4, 3)$, $C(4, 3, 2)$.

Problema 12.5. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 45° în jurul dreptei care trece prin punctele $P(2, 2, 1)$ și $Q(1, 1, 1)$.

Problema 12.6. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 30° în jurul dreptei

$$(\Delta) : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-2}{2}.$$

Problema 12.7. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 60° în jurul dreptei

$$(\Delta) : \begin{cases} x - y + z - 1 = 0, \\ 2x + y = 0. \end{cases}$$

Problema 12.8. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare simplă neuniformă, relativ la punctul $Q(2, 5, 3)$, de factori de scală $(2, 1, 3)$.

Problema 12.9. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare neuniformă generală, relativ la punctul $Q(2, 5, 3)$, de factor de scală $s = 1$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, 3, 2)$.

Problema 12.10. Determinați imaginea triunghiului ABC prin reflexia față de planul $x - y + 2z - 1 = 0$.

Problema 12.11. Determinați imaginea triunghiului ABC prin reflexia față de planul care trece prin punctele $O(0, 0, 0)$, $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 3, 2)$.

Problema 12.12. Determinați imaginea triunghiului ABC prin forfecarea de unghi 30° , relativ la planul care trece prin punctele $O(0, 0, 0)$, $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 3, 2)$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, -1, 0)$.

Problema 12.13. Fie $A(1, 2, 2)$, $B(2, 4, 3)$ și $C(4, 3, 2)$. Determinați imaginea triunghiului ABC prin forfecarea de unghi 30° , relativ la planul $x - y - z - 1 = 0$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, 1, 0)$.

În problemele care urmează, ABC este triunghiul de vârfuri $A(1, 2, 2)$, $B(2, 4, 3)$, $C(4, 3, 2)$.

Problema 12.14. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 45° în jurul dreptei care trece prin punctele $P(2, 2, 1)$ și $Q(1, 1, 1)$.

Problema 12.15. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 30° în jurul dreptei

$$(\Delta) : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-2}{2}.$$

Problema 12.16. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de 60° în jurul dreptei

$$(\Delta) : \begin{cases} x - y + z - 1 = 0, \\ 2x + y = 0. \end{cases}$$

Problema 12.17. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare simplă neuniformă, relativ la punctul $Q(2, 5, 3)$, de factori de scală $(2, 1, 3)$.

Problema 12.18. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare neuniformă generală, relativ la punctul $Q(2, 5, 3)$, de factor de scală $s = 1$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, 3, 2)$.

Problema 12.19. Determinați imaginea triunghiului ABC prin reflexia față de planul $x - y + 2z - 1 = 0$.

Problema 12.20. Determinați imaginea triunghiului ABC prin reflexia față de planul care trece prin punctele $O(0, 0, 0)$, $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 3, 2)$.

Problema 12.21. Determinați imaginea triunghiului ABC prin forfecarea de unghi 30° , relativ la planul care trece prin punctele $O(0, 0, 0)$, $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 3, 2)$, în direcția vectorului $\mathbf{v}(1, -1, 0)$.