

Übungsblatt 1

Lytris-Aufgabe 1 (Aussagenlogik)

Seien A und B Aussagen.

- a) Angenommen, $A \Rightarrow B$ ist wahr. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen immer wahr sind. Begründen Sie kurz.
- (i) Wenn A falsch ist, so ist es B auch.
 - (ii) Wenn B falsch ist, so ist es A auch.
 - (iii) Wenn A wahr ist, so ist es B auch.
 - (iv) Wenn B wahr ist, so ist es A auch.

Hinweis: Geben Sie gegebenenfalls ein Gegenbeispiel an.

- b) Beweisen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel die Tautologie:

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A).$$

Hinweis: Erarbeiten Sie die Wahrheitstafel spaltenweise. Zum Beispiel können Sie die erste Spalte durch A : w, w, f, f angeben.

- c) Schreiben Sie die folgende Aussage mit Quantoren und negieren Sie anschließend: In allen Häusern gibt es eine Etage, in welcher mindestens ein Fenster geöffnet ist.

Hinweis: Im Formeleditor von Lytris können Sie `forall` und `exists` für die Quantoren verwenden.

Hausaufgabe 1 (Beweisprinzipien)

2+3+3=8 Punkte

- a) Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie durch einen direkten Beweis: Die Summe $n + (n + 1) + (n + 2)$ ist durch 3 teilbar.
- b) Seien $a, b \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie unter Verwendung der Kontraposition: Ist die Summe $a + b$ ungerade, so folgt, dass $a^2 \neq 2b^2$.
- c) Zeigen Sie durch einen Widerspruchsbeweis: Für $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b > 0$ gilt: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.

Tutoriumsaufgabe (mündlich) 1 (Beweisen oder widerlegen)

Seien A, B und C Aussagen. Beweisen oder widerlegen Sie:

$$(\neg(C \Rightarrow A)) \Rightarrow ((A \wedge B) \dot{\vee} \neg C) \text{ ist eine Tautologie.}$$

-
- Lytris-Aufgaben können mit dem KI-Tool [Lytris \(https://www.lytris.com/\)](https://www.lytris.com/) bearbeitet werden. Loggen Sie sich dazu mit Ihrem KIT-Account ein.
 - Es müssen jeweils mindestens 50% der Punkte auf den ersten sieben sowie den letzten acht Blättern erreicht werden, um den Übungsschein zu erhalten.
 - Laden Sie Ihre Lösung bis **Montag, den 03.11.2025, um 09:30 Uhr** digital im [ILIAS](#) als **einzelne PDF-Datei** mit **maximal 10MB** hoch.
 - Schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen sowie Ihre Matrikelnummer.