



## MÉTODOS NUMÉRICOS

- SEMEC0140 –  
Período: 2023.1

Prof. João Alves de Lima  
DEER/CEAR/UFPB & PPGEM/CT/UFPB

### LISTA 4

- 1) Derive a equação modificada para os métodos de Lax e de Euler Implícito aplicados à equação da onda. Retenha termos até e inclusive  $u_{xxxx}$ .
- 2) Determine os erros na amplitude e na fase para  $\beta = 90^\circ$  se os esquemas de Lax e MacCormack forem aplicados na equação da onda, para 10 passos no tempo para  $\nu = 0.25$  e  $\nu = 0.75$ .
- 3) Derive os fatores de amplificação dos métodos Leap Frog e Upwind de 2ª Ordem aplicados à equação da onda e determine o critério de estabilidade para este esquema.

- 4) Aplique o esquema Windward para a equação bidimensional da onda:

$$u_t + c(u_x + u_y) = 0$$

E determine a estabilidade do esquema resultante.

- 5) Resolva, numericamente, a equação da onda:

$$u_t + u_x = 0, \quad 0 \leq x \leq L$$

Submetida à condição inicial:  $u(x, 0) = \sin\left(2n\pi \frac{x}{L}\right)$

e à *condições de contorno periódicas*, utilizando os seguintes esquemas de diferenças finitas:

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| a) Upstream                 | b) Lax                                  |
| c) Leap Frog                | d) Lax-Wendroff                         |
| e) Lax-Wendroff de 2 passos | f) MacCormack                           |
| g) Upwind de 2ª Ordem       | h) Trapezoidal (Time Centered Implicit) |
| i) Rusanov ( $\omega = 3$ ) | j) Warming-Kutler-Lomax                 |
| k) Euler Explícito          |   |

Escolha uma malha com 41 pontos e  $\Delta x = 1$  (logo,  $L = 40$ ) e calcule para  $t = 18$ . Resolva este problema para  $n = 3$  e  $\nu = 1$ ,  $\nu = 0.6$  e  $\nu = 0.3$  e compare graficamente com a solução exata. Determine  $\beta$  para  $n = 3$  e calcule os erros na amplitude e na fase para esquema com  $\nu = 0.6$ . Compare estes erros com os que aparecem nos gráficos.

6) Resolva, numericamente, a equação da onda:

$$u_t + u_x = 0 \quad , \quad 0 \leq x \leq L$$

Submetida à condição inicial: 
$$u(x,0) = \begin{cases} 1, & x \leq 10 \\ 0, & x > 10 \end{cases}$$

e às **condições de contorno Dirichlets**, utilizando os seguintes esquemas de diferenças finitas:

- |   |                             |
|---|-----------------------------|
| a) Upstream                             | b) Lax                      |
| c) <b>Euler Implícito</b>               | d) Leap Frog                |
| e) Lax-Wendroff                         | f) Lax-Wendroff de 2 Passos |
| g) MacCormack                           | h) Upwind de 2ª Ordem       |
| i) Trapezoidal (Time Centered Implicit) | j) Rusanov ( $\omega=3$ )   |
| k) Warming-Kutler-Lomax                 | l) Euler Explícito          |

Escolha uma malha com 41 pontos e  $\Delta x = 1$  (logo,  $L = 40$ ) e calcule para  $t = 18$ . Resolva este problema para  $v = 1$ ,  $v = 0.6$  e  $v = 0.3$  e compare graficamente com a solução exata.

#### Referências:

- 1) Tannehill J.C., Anderson D.A. & Pletcher R.H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**, 2<sup>nd</sup> Edition, Taylor & Francis, 1997.