Numerik Blatt 2 Gruppe 2 Mi 12-14

Christopher Schmidt
Marc Goedecke

Aufgabe 2:

Messpunkte: $(x_1,y_1)^t, \dots, (x_m,y_m)^t \in \mathbb{R}^2$

Messwerte: $z_1, \dots, z_m \in \mathbb{R}$

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $\forall i \in \{1,\dots,m\}: f(x_i,y_i) = z_i$

$g(r) = r^2 \cdot \log(r)$

$$f(x,y) := \sum_{j=1}^{m} \omega_j \cdot g\left(\left\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} \right\|_2\right)$$

$\omega \in \mathbb{R}^m$

$A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ mit $a_{i,j} = g\left(\left\| \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} \right\|_2\right)$

z.z. $A \cdot \omega = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix} \iff \forall i \in \{1,\dots,m\}: f(x_i,y_i) = z_i$

Beweis:

$$A \cdot \omega = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix} \iff \forall i \in \{1,\dots,m\}: \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \cdot \omega_j = z_i$$

$$\iff \forall i \in \{1,\dots,m\}: \sum_{j=1}^{m} g\left(\left\| \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} \right\|_2\right) \omega_j = z_i$$

$$\iff \forall i \in \{1,\dots,m\}: f(x_i,y_i) = z_i$$

✓ 4/4

A	1	2	3	Σ
P	/	4	/	4