Korrek~~tur~~ - Blatt 8 - Numerik

1

a) z: $\ddot{y}(t) = C \cdot (y(t) - y(0))$

$$(C \cdot (y(t) - y(0)))_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot (y(t) - y(0))_j$$

$$= \frac{1}{m_i} \left(\sum_{j=1}^{n} DA_{ij} \cdot (y(t) - y(0))_j - \sum_{j=1}^{n} S_{ij} (y(t) - y(0))_j \right)$$

$$= \frac{1}{m_i} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} DA_{ij} \cdot (y(t) - y(0))_j - \sum_{j=1}^{n} D \cdot A_{ij} \cdot (y(t) - y(0))_i \right)$$

$$= \frac{1}{m_i} \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} DA_{ij} \cdot (y_i(0) - y_j(0) - (y_i(t) - y_j(1))) \right)$$

$$= \frac{1}{m_i} \left(\sum_{j=1}^{n} F_{ij}(t) \right) = \frac{1}{m_i} \cdot F_i(t) = \ddot{y}_i(t)$$

b) z: $\ddot{f}(t) = a\,(f(t) + b)$

$\rightarrow f(t) = c \cdot \sin(\sqrt{-a} \cdot t) - b$

$$f'(t) = \sqrt{-a} \cdot c \cdot \cos(\sqrt{-a} \cdot t)$$

$$f''(t) = -\underbrace{\sqrt{-a}\,\sqrt{-a}}_{-a} \cdot c \cdot \sin(\sqrt{-a} \cdot t)$$

$$= a \cdot c \cdot \sin(\sqrt{-a}\, t) \overset{!}{=} a \cdot (c \cdot \sin(\sqrt{-a} \cdot t) \cancel{-b} \cancel{+b})$$

✓

$$f(t) = c_1 \cdot \sin(\sqrt{-a}\, t) + c_2 \cdot \cos(\sqrt{-a}\, t) - b$$

$$f'(t) = \sqrt{-a}\, c_1 \cos(\sqrt{-a}\, t) - \sqrt{-a}\, c_2 \sin(\sqrt{-a}\, t)$$

$$f''(t) = a c_1 \sin(\sqrt{-a}\, t) + a c_2 \cos(\sqrt{-a}\, t)$$

$$\overset{!}{=} a\,(c_1 \sin(\sqrt{-a}\, t) + c_2 \cos(\sqrt{-a}\, t) \cancel{-b} \cancel{+b})$$

$$= a c_1 \sin(\sqrt{-a}\, t) + a c_2 \cos(\sqrt{-a}\, t)$$

c) Es gilt: $\ddot{y}(t) = C\,(y(t) - y(0))$

$\Leftrightarrow \ddot{y}(t) = V \Lambda V^{-1}\,(y(t) - y(0))$

$\Leftrightarrow V^{-1}\ddot{y}(t) = \Lambda V^{-1}\,(y(t) - y(0))$

$\Leftrightarrow \ddot{\tilde{y}}(t) = \Lambda\,(\tilde{y}(t) + b)$

d) ~~Der~~ $\tilde{y}$ aus b): $\tilde{y}_j(t) = l_j \cdot \sin(\sqrt{-\lambda_j}\, t) - b_j$

$l_j = l \cdot \delta_{ij}$

$\Rightarrow \tilde{y}(t) = l \sin(\sqrt{-\lambda}\, t)\, e_i - b$

$\Rightarrow y(t) = l \sin(\sqrt{-\lambda}\, t)\, V e_i - Vb$

$\Rightarrow y(t) = l \sin(\sqrt{-\lambda} \cdot t)\, v_i + y(0)$

e) k^3 Zellen $\quad n = (k+1)^3$ Masse punkte

$\frac{l \cdot n}{2} = \frac{l\,((k+1)^3}{2}$ Federn

$n^2 = ((k+1)^3)^2 = (k+1)^6$ Einträge

$n + 2 \cdot \frac{ln}{2} = n + l \cdot n = (1+l) \cdot n$

$= (1+l)\,(k+1)^3$ Einträge ungleich 0