

Aufgabe 3:

Christopher Schmidt, Marc Goedecke
Gruppe 2; Mi 12-14; Christoph Paepens

$$\sum_{i=1}^m \min_{t_i \in \mathbb{R}} \|v_i + t_i u_i - x\|_2^2 \rightarrow \min \Leftrightarrow \|(A \ C) \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} - b\|_2^2 \rightarrow \min$$

Beweis:

$$\|(A \ C) \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} - b\|_2^2 \rightarrow \min$$

$$\text{wobei } t = \begin{pmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$$

$$\Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} -I & u_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -I & 0 & u_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} \right\|_2^2 \rightarrow \min$$

$$\forall i: u_i \in \mathbb{R}^d \setminus \{0\}$$

$$\forall i: v_i \in \mathbb{R}^d$$

$$\Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} -Ix + t_1 u_1 \\ \vdots \\ -Ix + t_m u_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} \right\|_2^2 \rightarrow \min$$

$$\Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} -x + t_1 u_1 \\ \vdots \\ -x + t_m u_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} \right\|_2^2 \rightarrow \min$$

$$\text{Bem: } \|v\|_2^2 = \sum_{i=1}^m |v_i|^2 \quad v \in \mathbb{R}^m$$

Wurzel wird nicht beachtet,
nur jede Zeile quadriert

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \|-x + t_i u_i + v_i\|_2^2 \rightarrow \min$$

Wir wählen t_i immer so, dass $\|-x + t_i u_i + v_i\|_2^2$ minimal wird

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \min_{t_i \in \mathbb{R}} \|-x + t_i u_i + v_i\|_2^2 \rightarrow \min$$

✓

Theorie
4/4

Praxis
1/2 | 4
4/4 | 4/4 | ✓

4/4