

Computación y Estructuras Discretas I

Andrés A. Aristizábal P.
aaaristizabal@icesi.edu.co

Departamento de Computación y Sistemas Inteligentes



2024-2

1 **Presentación**

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2 **Métodos de Demostración**

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

- Código asignatura: 09781
- Programas: Ingeniería de Sistemas e Ingeniería Telemática
- Intensidad semanal: 4 horas
- Créditos: 3
- Días de clase: Lunes 2:00PM - 4:30PM y Miércoles 2:00PM - 4:00PM.
- Salones: Lunes 303E / Zoom. Miércoles 202C / Zoom

1

Presentación

- Información del curso
- **Objetivos**
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Objetivo General

Resolver problemas clásicos de la computación desarrollando programas de computador que hagan uso de algoritmos y estructuras de datos; partiendo de la identificación y posterior diseño e implementación de dichas estructuras, aplicando la teoría subyacente a las matemáticas discretas y el análisis de algoritmos, siguiendo un proceso sistemático y disciplinado en la construcción de la solución.

- Aplicar conceptos fundamentales de las matemáticas discretas (lógica formal, teoría de conjuntos, funciones y estructuras de datos clásicas) en el análisis y diseño de la solución de problemas computacionales que lo requieran.
- Evaluar algoritmos y estructuras de datos utilizados en la solución de problemas, teniendo en cuenta criterios de eficiencia computacional.
- Desarrollar estructuras de datos desacopladas y reutilizables.
- Construir programas que utilicen las estructuras de datos clásicas fundamentales, incorporando conceptos de codificación segura.

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Enfoque

En concordancia con la misión de la Universidad, el aprendizaje de los temas de este curso será el resultado del proceso de construcción del conocimiento, adelantado por el estudiante y guiado por el profesor. Parte fundamental de este proceso es el aprovechamiento del estudio previo hecho por los estudiantes, como elemento generador de preguntas, discusiones y conclusiones.

E-learning

La herramienta de E-learning (moodle) es el medio que contiene la información oficial del curso y es responsabilidad del estudiante consultar en ella todo lo referente al curso, especialmente las actualizaciones del material, actividades y calificaciones.

Discusión

Discusión

- La discusión, orientada por el profesor es el elemento central en la metodología del curso. Se fundamenta en el estudio preliminar de las secciones asignadas, en las preguntas de los estudiantes y en sus respuestas a sus preguntas y a las del profesor, que alimenten el proceso de aprendizaje activo.

Discusión

- La discusión, orientada por el profesor es el elemento central en la metodología del curso. Se fundamenta en el estudio preliminar de las secciones asignadas, en las preguntas de los estudiantes y en sus respuestas a sus preguntas y a las del profesor, que alimenten el proceso de aprendizaje activo.
- El profesor interviene esencialmente como guía y moderador de las discusiones, y se encarga de hacer la síntesis final para socializar el conocimiento consolidado en clase y de indicar al estudiante la labor que debe realizar como preparación para la clase siguiente.

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- **Desarrollo del curso**
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Este curso cuenta semanalmente con dos momentos (teórico y práctico) que son utilizados de la siguiente forma:

Este curso cuenta semanalmente con dos momentos (teórico y práctico) que son utilizados de la siguiente forma:

- Teórico: los estudiantes y el profesor se encontrarán en este espacio, en dos sesiones de dos horas en las cuales se llevará a cabo la discusión de los diferentes temas y la realización de ejercicios que permitan ponerlos en práctica.

Este curso cuenta semanalmente con dos momentos (teórico y práctico) que son utilizados de la siguiente forma:

- Teórico: los estudiantes y el profesor se encontrarán en este espacio, en dos sesiones de dos horas en las cuales se llevará a cabo la discusión de los diferentes temas y la realización de ejercicios que permitan ponerlos en práctica.
- Práctico: los estudiantes, el profesor y el monitor comparten este momento para llevar a cabo los seguimientos de evaluación, la solución de problemas propuestos y su implementación en Coq y el lenguaje Java. Para este componente se han destinado dos horas cada 15 días.

Estructura de la sesión:

Estructura de la sesión:

- Control de lectura

Estructura de la sesión:

- Control de lectura
- Introducción al tema

Estructura de la sesión:

- Control de lectura
- Introducción al tema
- Resolución de ejercicios

Estructura de la sesión:

- Control de lectura
- Introducción al tema
- Resolución de ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Estructura de la sesión:

Estructura de la sesión:

- Seguimiento de aprendizaje

Estructura de la sesión:

- Seguimiento de aprendizaje
- Presentación y discusión de la solución

Estructura de la sesión:

- Seguimiento de aprendizaje
- Presentación y discusión de la solución
- Resolución de dudas tarea integradora

Este curso utilizará Coq como verificador de teoremas, Java como lenguaje de programación y Eclipse como entorno de desarrollo. No obstante los objetivos de aprendizaje son independientes del lenguaje y el entorno de programación seleccionado.

1 **Presentación**

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- **Reglas de juego**
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2 **Métodos de Demostración**

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Reglas de juego

Normas esperadas de comportamiento y conducta en la relación profesor-estudiante

Valores de la formación de la Universidad ICESI

- Invitación para asumir y mantener la actitud activa del estudiante y su responsabilidad y compromiso con su propio proceso de aprendizaje.
- Inculcar la preocupación permanente de su compromiso con el bienestar de la sociedad, de su responsabilidad social en el ejercicio de su profesión.
- El papel del profesor es ser un guía para que el estudiante construya su conocimiento, y no el responsable del aprendizaje del estudiante.

Reglas de juego

Normas esperadas de comportamiento y conducta en la relación profesor-estudiante

Asistencia

- La lista de asistencia se utilizará como mecanismo de familiarización con los nombres de los estudiantes.
- La asistencia al curso se deja al criterio del estudiante, por lo que no se llevará control de asistencia con fines de pérdida del curso por esta causa.
- Todo estudiante que opte por no asistir a una o más sesiones de clase es responsable de ponerse al día en los temas programados y de cumplir con cualquier tipo de trabajo o tarea que se asigne.
- Las pruebas de cualquier tipo que se realicen en dichas sesiones de clase no se repetirán, y la nota respectiva para los estudiantes que no hayan asistido a las mismas, será de 0.0

Ejercicios

- Los ejercicios prácticos se desarrollan y evalúan en Java, bajo el ambiente de desarrollo indicado en el programa del curso.
- Los enunciados de los ejercicios se publican a través de la herramienta de e-learning Moodle junto con sus instrucciones particulares.
- Todo ejercicio práctico que sea entregado no debe tener errores de compilación; es decir, el ejercicio debe ser ejecutable para que sea apto para revisión.
- Las tareas integradoras se realizarán en grupos de mínimo 2 estudiantes y máximo 3 estudiantes y se entregarán utilizando GitHub classroom.
- Las tareas se evaluarán teniendo en cuenta la participación de los integrantes a partir de los commits (cantidad y relevancia).

Reglas de juego

Normas esperadas de comportamiento y conducta en la relación profesor-estudiante

Horas de entrega

- Cada ejercicio práctico tiene explícitamente el día y hora de entrega a través de la herramienta de e-learning Moodle.
- No se admiten entregas posteriores a esta hora, por lo cual los estudiantes deben prever el tiempo suficiente para colocar su trabajo con anticipación a la hora indicada.
- Es responsabilidad del estudiante prever posible congestión de Moodle o de los sistemas de comunicaciones y estar al tanto de las condiciones de su ejercicio.
- Así mismo, es responsabilidad del estudiante verificar con la suficiente anticipación que la entrega corresponde al trabajo que realizó.
- No se admiten trabajos entregados por algún otro medio o en algún otro horario.

Reglas de juego

Normas esperadas de comportamiento y conducta en la relación profesor-estudiante

Otras

- La forma de evaluación del curso es la presentada en el primer día de clases y no es modificable.
- Además de lo expuesto en este documento, se deberá tener en cuenta lo establecido en el documento del Proyecto Educativo Institucional y del Reglamento Estudiantil.
- Las notas se entregan con una sola cifra decimal.

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- **Contenido temático**
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

1 **Lógica formal** [4 sesiones]

- ▶ Método de demostración directa
- ▶ Métodos de demostración indirecta
- ▶ Introducción a Coq
- ▶ Uso de tácticas en Coq para realizar demostraciones

2 **Introducción a la Teoría de Conjuntos y Funciones** [4 sesiones]

- ▶ Noción de conjunto y elemento
- ▶ Relación de pertenencia e inclusión
- ▶ Operaciones entre conjuntos
- ▶ Propiedades de las operaciones entre conjuntos
- ▶ Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas
- ▶ Álgebra de funciones
- ▶ Función inversa
- ▶ Funciones especiales

3 Estructuras Discretas no recursivas y análisis de algoritmos [7 sesiones]

- ▶ Análisis de Complejidad Temporal de Algoritmos
- ▶ Notación asintótica
- ▶ Análisis de complejidad espacial
- ▶ Generics
- ▶ Desacoplamiento
- ▶ Diseño de Tipos Abstractos de Datos
- ▶ Hash tables
- ▶ Pilas y colas
- ▶ Montículos y colas de prioridad

4 Algoritmos y estructuras discretas recursivas [3 sesiones]

- ▶ Árboles N-Arios.
- ▶ Árboles de Búsqueda Binaria
- ▶ Árboles AVL

5 **Grafos** [6 sesiones]

- ▶ Introducción a la teoría de grafos
- ▶ Recorridos BFS y DFS
- ▶ Caminos mínimos
- ▶ Árboles de expansión mínima

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Evaluaciones individuales

El curso cuenta con 2 momentos de evaluación individual en el salón de clase:

- Controles de lectura y quices: corresponde a todas las comprobaciones de lectura y de aprendizaje que se hagan durante el curso. Estas comprobaciones pueden realizarse con o sin previo aviso por parte del profesor.
- Seguimiento de Aprendizaje: evaluación corta durante los 30 - 60 primeros minutos del horario de la sesión práctica. Problema relacionado con lo trabajado en clase durante la semana. Se calificarán los seguimientos pares.

Evaluaciones grupales

El curso cuenta con 1 momento de evaluación grupal en el salón de clase:

- Tareas Integradoras: durante el semestre se llevarán a cabo 2 Tareas Integradoras que los estudiantes deben entregar utilizando GitHub classroom.

Porcentaje de evaluaciones

Tarea Integradora 1	20 %
Tarea Integradora 2	20 %
Seguimientos de Aprendizaje	45 %
Controles de lectura y quices	15 %

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

- Thomas Cormen. Charles Leiserson. Ronald Rivest. Clifford Stein. Introduction to Algorithms. Third Edition. The MIT Press. 2009.
- Sally A. Goldman and Kenneth J. Goldman. A Practical Guide to Data Structures and Algorithms Using Java. Boca Raton : Chapman Hall/CRC, 2009. <http://goldman.cse.wustl.edu/>.
- Mark A. Weiss. Data Structures and Problem Solving Using Java, 4/E . Addison-Wesley. 2010.
- Steven Skiena. The Algorithm Design Manual Springer. 1997
- V. Anton Spraul. Think like a Programmer. No starch press. 2012.
- Jorge Villalobos. Diseño y manejo de Estructuras de Datos en C. McGraw-Hill/ Interamericana Editores. 2006.
- Texto de referencia (Algoritmos 1): Jorge Villalobos y Ruby Casallas. Fundamentos de Programación: Aprendizaje Activo basado en Casos. Editorial Prentice-Hall, 2006.
- Texto de referencia (Algoritmos 2): Jorge Villalobos. Introducción a las estructuras de datos: Aprendizaje activo basado en casos. Editorial Prentice-Hall, 2008.
- Kenneth H. Rosen. Matemática Discreta y Sus Aplicaciones. Quinta edición. McGraw-Hill.
- Lecturas complementarias disponibles en la herramienta de E-learning (Moodle) para los estudiantes de la materia.

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Reglas de Inferencia

Regla de inferencia	Tautologia	Nombre
$\frac{p}{\therefore p \vee q}$	$p \rightarrow (p \vee q)$	Adición
$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	Simplificación
$\frac{p}{q} \quad \frac{q}{\therefore p \wedge q}$	$((p) \wedge (q)) \rightarrow (p \wedge q)$	Conjunción
$\frac{p}{p \rightarrow q} \quad \frac{p \rightarrow q}{\therefore q}$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$	Modus ponens

Reglas de Inferencia

Regla de inferencia	Tautologia	Nombre
$\frac{\neg q \quad p \rightarrow q}{\therefore \neg p}$	$[\neg q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg p$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$	Silogismo hipotético
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \vee q \quad \neg p \vee r}{\therefore q \vee r}$	$[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow (q \vee r)$	Ley de resolución

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Reglas de Inferencia para sentencias cuantificadas

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{\forall x P(x)}{\therefore P(c)}$	Particularización universal
$\frac{P(c) \text{ para un } c \text{ arbitrario}}{\therefore \forall x P(x)}$	Generalización universal
$\frac{\exists x P(x)}{\therefore P(c) \text{ para algún elemento } c}$	Particularización existencial
$\frac{P(c) \text{ para algún elemento } c}{\therefore \exists x P(x)}$	Generalización existencial

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- a) *Alicia estudia matemáticas. Por tanto Alicia estudia bien matemáticas o bien ingeniería informática.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- a)** *Alicia estudia matemáticas. Por tanto Alicia estudia bien matemáticas o bien ingeniería informática.*

R:/ p = Alicia estudia matemáticas,

q = Alicia estudia ingeniería informática.

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- a) *Alicia estudia matemáticas. Por tanto Alicia estudia bien matemáticas o bien ingeniería informática.*

R:/ p = Alicia estudia matemáticas,

q = Alicia estudia ingeniería informática.

Tenemos p como premisa y $p \vee q$ como conclusión, entonces

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- a) Alicia estudia matemáticas. Por tanto Alicia estudia bien matemáticas o bien ingeniería informática.

R: p = Alicia estudia matemáticas,

q = Alicia estudia ingeniería informática.

Tenemos p como premisa y $p \vee q$ como conclusión, entonces

$$\frac{p}{\therefore p \vee q} \text{ (adición)}$$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- b)** *Jerry estudia matemáticas e ingeniería informática. Por tanto Jerry estudia matemáticas.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- b)** *Jerry estudia matemáticas e ingeniería informática. Por tanto Jerry estudia matemáticas.*

*R:/ p = Jerry estudia matemáticas,
 q = Jerry estudia ingeniería informática.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- b)** *Jerry estudia matemáticas e ingeniería informática. Por tanto Jerry estudia matemáticas.*

R:/ p = Jerry estudia matemáticas,

q = Jerry estudia ingeniería informática.

Tenemos $p \wedge q$ como premisa y p como conclusión, entonces

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- b) Jerry estudia matemáticas e ingeniería informática. Por tanto Jerry estudia matemáticas.

R: p = Jerry estudia matemáticas,

q = Jerry estudia ingeniería informática.

Tenemos $p \wedge q$ como premisa y p como conclusión, entonces

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p} \text{ (simplificación)}$$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- c)** *Si llueve se cierra la piscina. Llueve; por tanto, está cerrada.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- c) Si llueve se cierra la piscina. Llueve; por tanto, está cerrada.

$R: p = \text{llueve},$

$q = \text{se cierra la piscina}$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- c) Si llueve se cierra la piscina. Llueve; por tanto, está cerrada.

R: $p = \text{llueve}$,

$q = \text{se cierra la piscina}$

*Tenemos $p \rightarrow q$ y p como premisas y q como conclusión,
entonces*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- c) Si llueve se cierra la piscina. Llueve; por tanto, está cerrada.

R: $p = \text{llueve}$,

$q = \text{se cierra la piscina}$

*Tenemos $p \rightarrow q$ y p como premisas y q como conclusión,
entonces*

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array} \quad (\text{modus ponens})$$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- d) *Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto no nieva hoy.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- d) Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto no nieva hoy.

R: $p = \text{nieva hoy}$,

$q = \text{hoy se cierra la universidad}$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- d) Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto no nieva hoy.

R:/ p = nieva hoy,

q = hoy se cierra la universidad

*Tenemos $p \rightarrow q$ y $\neg q$ como premisas y $\neg p$ como conclusión,
entonces*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- d) Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto no nieva hoy.

R:/ p = nieva hoy,

q = hoy se cierra la universidad

*Tenemos $p \rightarrow q$ y $\neg q$ como premisas y $\neg p$ como conclusión,
entonces*

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array} \quad (\text{modus tollens})$$

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- e) *Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- e) *Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.*

*R: / p = voy a nadar,
 q = estoy al sol demasiado tiempo,
 r = me quemo*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- e) *Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.*

R: / p = voy a nadar,

q = estoy al sol demasiado tiempo,

r = me quemo

*Tenemos $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow r$ como premisas y $p \rightarrow r$
como conclusión, entonces*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- e) Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.

R: p = voy a nadar,

q = estoy al sol demasiado tiempo,

r = me quemo

Tenemos $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow r$ como premisas y $p \rightarrow r$ como conclusión, entonces

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$ (silogismo hipotético)

$\therefore p \rightarrow r$

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis “Si no llueve o si no hace niebla, entonces se celebrará la competición de barcos y se hará una demostración de los salvavidas”, “Si se celebra la competición de barcos, se entregará un trofeo” y “El trofeo no se ha entregado” implican la conclusión “Llovió”.

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis “Si no llueve o si no hace niebla, entonces se celebrará la competición de barcos y se hará una demostración de los salvavidas”, “Si se celebra la competición de barcos, se entregará un trofeo” y “El trofeo no se ha entregado” implican la conclusión “Llovió”.

R :/ p = llueve, q = hace niebla, r = se celebra la competición de barcos, s = se hace una demostración de barcos, t = se entrega un trofeo

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis “Si no llueve o si no hace niebla, entonces se celebrará la competición de barcos y se hará una demostración de los salvavidas”, “Si se celebra la competición de barcos, se entregará un trofeo” y “El trofeo no se ha entregado” implican la conclusión “Llovió”.

*R :/ p = llueve, q = hace niebla, r = se celebra la competición de barcos, s = se hace una demostración de barcos,
 t = se entrega un trofeo
Tenemos $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s)$, $r \rightarrow t$, $\neg t$*

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$

Razonamiento

Hipótesis

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$

2. $r \rightarrow t$

Razonamiento

Hipótesis

Hipótesis

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$
2. $r \rightarrow t$
3. $\neg r$

Razonamiento

Hipótesis

Hipótesis

Modus tollens usando paso 1 y 2

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$

2. $r \rightarrow t$

3. $\neg r$

4. $\neg r \vee \neg s$

Razonamiento

Hipótesis

Hipótesis

Modus tollens usando paso 1 y 2

Adición usando el paso 3

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$
2. $r \rightarrow t$
3. $\neg r$
4. $\neg r \vee \neg s$
5. $\neg(r \wedge s)$

Razonamiento

Hipótesis
Hipótesis
Modus tollens usando paso 1 y 2
Adición usando el paso 3
Ley de De Morgan usando el paso 4

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$

2. $r \rightarrow t$

3. $\neg r$

4. $\neg r \vee \neg s$

5. $\neg(r \wedge s)$

6. $\neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$

Razonamiento

Hipótesis

Hipótesis

Modus tollens usando paso 1 y 2

Adición usando el paso 3

Ley de De Morgan usando el paso 4

Hipótesis

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$

2. $r \rightarrow t$

3. $\neg r$

4. $\neg r \vee \neg s$

5. $\neg(r \wedge s)$

6. $\neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$

7. $\neg(\neg p \vee \neg q)$

Razonamiento

Hipótesis

Hipótesis

Modus tollens usando paso 1 y 2

Adición usando el paso 3

Ley de De Morgan usando el paso 4

Hipótesis

Modus tollens usando el paso 5 y 6

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$
2. $r \rightarrow t$
3. $\neg r$
4. $\neg r \vee \neg s$
5. $\neg(r \wedge s)$
6. $\neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$
7. $\neg(\neg p \vee \neg q)$
8. $p \wedge q$

Razonamiento

Hipótesis
Hipótesis
Modus tollens usando paso 1 y 2
Adición usando el paso 3
Ley de De Morgan usando el paso 4
Hipótesis
Modus tollens usando el paso 5 y 6
Ley de De Morgan usando el paso 7

Ejercicio

Paso

1. $\neg t$
2. $r \rightarrow t$
3. $\neg r$
4. $\neg r \vee \neg s$
5. $\neg(r \wedge s)$
6. $\neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$
7. $\neg(\neg p \vee \neg q)$
8. $p \wedge q$
9. p

Razonamiento

Hipótesis
Hipótesis
Modus tollens usando paso 1 y 2
Adición usando el paso 3
Ley de De Morgan usando el paso 4
Hipótesis
Modus tollens usando el paso 5 y 6
Ley de De Morgan usando el paso 7
Simplificación del paso 8

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Paso

1. $Q(\text{Manhattan})$

Razonamiento

Hipótesis

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Paso

1. $Q(\text{Manhattan})$
2. $\neg\neg Q(\text{Manhattan})$

Razonamiento

Hipótesis

Doble negación usando 1

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Paso

1. $Q(\text{Manhattan})$
2. $\neg\neg Q(\text{Manhattan})$
3. $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$

Razonamiento

Hipótesis

Doble negación usando 1

Hipótesis

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Paso

1. $Q(\text{Manhattan})$
2. $\neg\neg Q(\text{Manhattan})$
3. $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$
4. $P(\text{Manhattan}) \rightarrow \neg Q(\text{Manhattan})$

Razonamiento

Hipótesis

Doble negación usando 1

Hipótesis

Particularización universal usando 3

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que “Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto Manhattan no es un hombre”.

R: $P(x)$ = x es un hombre, $Q(x)$ = x es una isla

Tenemos como premisas $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$, $Q(\text{Manhattan})$

y como conclusión $\neg P(\text{Manhattan})$

Paso

1. $Q(\text{Manhattan})$
2. $\neg\neg Q(\text{Manhattan})$
3. $\forall x P(x) \rightarrow \neg Q(x)$
4. $P(\text{Manhattan}) \rightarrow \neg Q(\text{Manhattan})$
5. $\neg P(\text{Manhattan})$

Razonamiento

Hipótesis

Doble negación usando 1

Hipótesis

Particularización universal usando 3

Modus tollens usando 2 y 4

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- a) *Los canguros viven en Australia y son marsupiales. Por tanto, los canguros son marsupiales.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- b)** *Estamos a más de 40 °C hoy o la polución es peligrosa. Estamos a menos de 40 °C hoy. Por tanto, la polución es peligrosa.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- c) Linda es una excelente nadadora. Si Linda es una excelente nadadora, entonces puede trabajar como salvavidas. Por tanto, Linda puede trabajar como salvavidas.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- d)** *Susana trabajará en una compañía de informática en verano. Por tanto, este verano Susana trabajará en una compañía de informática o deambulará por la playa.*

Ejercicio

¿Qué regla de inferencia se usa en el siguiente argumento?

- e) Si trabajo toda la noche, podré resolver todos los problemas. Si puedo resolver todos los problemas, entenderé la asignatura. Por tanto, si trabajo toda la noche, entonces entenderé la asignatura.*

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis “Randy trabaja duro”, “Si Randy trabaja duro, será un chico soso”. “Si Randy es un chico soso, no conseguirá el trabajo” implican la conclusión “Randy no conseguirá el trabajo”.

Ejercicio

Construya un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis “Todos los hombres son mortales”, “Sócrates es un hombre”, implican que, “Sócrates es mortal”.

1

Presentación

- Información del curso
- Objetivos
- Estrategias Pedagógicas
- Desarrollo del curso
- Reglas de juego
- Contenido temático
- Evaluación
- Bibliografía

2

Métodos de Demostración

- Reglas de inferencia
- Reglas de inferencia para sentencias cuantificadas
- Ejercicios
- Presentación del siguiente tema

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración?

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido?

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido? *Cuando las premisas o hipótesis verdaderas dan como resultado la conclusión verdadera.*

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido? *Cuando las premisas o hipótesis verdaderas dan como resultado la conclusión verdadera.*
- 3 ¿Qué forma tiene un teorema?

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido? *Cuando las premisas o hipótesis verdaderas dan como resultado la conclusión verdadera.*
- 3 ¿Qué forma tiene un teorema? $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido? *Cuando las premisas o hipótesis verdaderas dan como resultado la conclusión verdadera.*
- 3 ¿Qué forma tiene un teorema? $p \rightarrow q$
- 4 ¿Qué tipo de demostraciones existen?

Preguntas de interés

- 1 ¿Qué es una demostración? *Es un argumento en que se ha empleado un razonamiento lógico para demostrar la veracidad de algo.*
- 2 ¿Cuándo un argumento es válido? *Cuando las premisas o hipótesis verdaderas dan como resultado la conclusión verdadera.*
- 3 ¿Qué forma tiene un teorema? **$p \rightarrow q$**
- 4 ¿Qué tipo de demostraciones existen? *Directas e Indirectas ...*

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par.

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par. Escribimos este enunciado en la forma $p \rightarrow q$

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par. Escribimos este enunciado en la forma $p \rightarrow q$

Si n es par y m es par, entonces $n + m$ es par

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par. Escribimos este enunciado en la forma $p \rightarrow q$

Si n es par y m es par, entonces $n + m$ es par

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ y $m = 2l$ donde k y l son enteros.

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par. Escribimos este enunciado en la forma $p \rightarrow q$

Si n es par y m es par, entonces $n + m$ es par

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ y $m = 2l$ donde k y l son enteros. Se sigue que $n + m = 2k + 2l = 2(k + l)$ y sabemos que $k + l$ es un entero.

Se supone la(s) hipótesis y se emplea un proceso lógico deductivo para demostrar de manera directa la conclusión.

Ejemplo

La suma de enteros pares es par. Escribimos este enunciado en la forma $p \rightarrow q$

Si n es par y m es par, entonces $n + m$ es par

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ y $m = 2l$ donde k y l son enteros. Se sigue que $n + m = 2k + 2l = 2(k + l)$ y sabemos que $k + l$ es un entero. Por tanto $n + m$ es par.

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

- ¿Por qué es válido el método de la contrareciproca?

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

- ¿Por qué es válido el método de la contrareciproca?
 $p \rightarrow q$ es lógicamente equivalente a $(\neg q \rightarrow \neg p)$.

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

- ¿Por qué es válido el método de la contrareciproca?
 $p \rightarrow q$ es lógicamente equivalente a $(\neg q \rightarrow \neg p)$.
- ¿Qué significa que dos fórmulas sean lógicamente equivalentes?

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

- ¿Por qué es válido el método de la contrareciproca?
 $p \rightarrow q$ es lógicamente equivalente a $(\neg q \rightarrow \neg p)$.
- ¿Qué significa que dos fórmulas sean lógicamente equivalentes?
Los valores de verdad de ambas fórmulas siempre son iguales .

Para mostrar $p \rightarrow q$ se muestra $\neg q \rightarrow \neg p$.

- ¿Por qué es válido el método de la contrarecíproca?
 $p \rightarrow q$ es lógicamente equivalente a $(\neg q \rightarrow \neg p)$.
- ¿Qué significa que dos fórmulas sean lógicamente equivalentes?
Los valores de verdad de ambas fórmulas siempre son iguales .
- En ocasiones es más fácil demostrar su contrarecíproca que la implicación inicial

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero. Se sigue que $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero. Se sigue que $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$. Por tanto n^2 se puede representar como $2m$ donde $m = 2k^2$ y concluimos que n^2 es par.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero. Se sigue que $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$. Por tanto n^2 se puede representar como $2m$ donde $m = 2k^2$ y concluimos que n^2 es par.

¿Porqué es necesario la contrarrecíproca para probar esta propiedad?

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero. Se sigue que $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$. Por tanto n^2 se puede representar como $2m$ donde $m = 2k^2$ y concluimos que n^2 es par.

¿Porqué es necesario la contrarrecíproca para probar esta propiedad?
En este caso la demostración directa no nos muestra un camino muy obvio.

Ejemplo

Para todo entero n , si n^2 es impar entonces n es impar.

Como $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ lo anterior es equivalente a decir que para todo entero n , si n es par, n^2 es par.

Suponemos que la hipótesis de esta implicación es verdadera, es decir $n = 2k$ donde k es un entero. Se sigue que $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$. Por tanto n^2 se puede representar como $2m$ donde $m = 2k^2$ y concluimos que n^2 es par.

¿Porqué es necesario la contrarrecíproca para probar esta propiedad? En este caso la demostración directa no nos muestra un camino muy obvio.

Si suponemos que $n^2 = 2k + 1$ tenemos que $n = \pm\sqrt{2k+1}$ lo cual no es muy útil.

Para probar que p es verdadero,

Para probar que p es verdadero,

- Suponemos que podemos encontrar una contradicción q tal que $\neg p \rightarrow q$ es verdadera.

Para probar que p es verdadero,

- Suponemos que podemos encontrar una contradicción q tal que $\neg p \rightarrow q$ es verdadera.
- Como $\neg p \rightarrow q \equiv \neg p \rightarrow F$ $\neg p$ debe ser falsa y por tal p es verdadera.

Para probar que p es verdadero,

- Suponemos que podemos encontrar una contradicción q tal que $\neg p \rightarrow q$ es verdadera.
- Como $\neg p \rightarrow q \equiv \neg p \rightarrow F$ $\neg p$ debe ser falsa y por tal p es verdadera.
- Esta técnica se utiliza cuando podemos encontrar una contradicción.

Para probar que p es verdadero,

- Suponemos que podemos encontrar una contradicción q tal que $\neg p \rightarrow q$ es verdadera.
- Como $\neg p \rightarrow q \equiv \neg p \rightarrow F$ $\neg p$ debe ser falsa y por tal p es verdadera.
- Esta técnica se utiliza cuando podemos encontrar una contradicción.
- Consecuentemente para probar $p \rightarrow q$ debemos probar que $(p \wedge \neg q) \rightarrow C$, tal que C es una contradicción.

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$).

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$). Por lo tanto existe un entero k tal que $n = 2k + 1$

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$). Por lo tanto existe un entero k tal que $n = 2k + 1$ ahora,

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$). Por lo tanto existe un entero k tal que $n = 2k + 1$ ahora,

$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ por tal $n^2 = 2l + 1$ donde $l = 2k^2 + 2k$

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$). Por lo tanto existe un entero k tal que $n = 2k + 1$ ahora,

$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ por tal $n^2 = 2l + 1$ donde $l = 2k^2 + 2k$ entonces n^2 es impar.

Ejemplo

Si n^2 es par entonces n es par ($p \rightarrow q$)

Suponemos que n^2 es par y n es impar ($p \wedge \neg q$). Por lo tanto existe un entero k tal que $n = 2k + 1$ ahora,

$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ por tal $n^2 = 2l + 1$ donde $l = 2k^2 + 2k$ entonces n^2 es impar. Hemos llegado a una contradicción pues n^2 es par y n^2 es impar

Para demostrar una implicación de la forma,

$$p = p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n \rightarrow q.$$

Para demostrar una implicación de la forma,

$$p = p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n \rightarrow q.$$

- Se demuestra que $p_1 \rightarrow q \wedge p_2 \rightarrow q \wedge p_3 \rightarrow q \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$

Ejemplo

$\forall x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x||y|$, donde x e y son números reales

Ejemplo

$\forall x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x||y|$, donde x e y son números reales

Tenemos $p = x$ e y son números reales, $q = |xy| = |x||y|$

Ejemplo

$\forall x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x||y|$, donde x e y son números reales

Tenemos $p = x$ e y son números reales, $q = |xy| = |x||y|$

Sabemos que $p \equiv p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4$ donde $p_1 = x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
 $p_2 = x \geq 0 \wedge y < 0$, $p_3 = x < 0 \wedge y \geq 0$, $p_4 = x < 0 \wedge y < 0$

Ejemplo

$\forall x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x||y|$, donde x e y son números reales

Tenemos $p = x$ e y son números reales, $q = |xy| = |x||y|$

Sabemos que $p \equiv p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4$ donde $p_1 = x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
 $p_2 = x \geq 0 \wedge y < 0$, $p_3 = x < 0 \wedge y \geq 0$, $p_4 = x < 0 \wedge y < 0$

Por tanto para demostrar $p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4 \rightarrow q$ probamos

$p_1 \rightarrow q \wedge p_2 \rightarrow q \wedge p_3 \rightarrow q \wedge p_4 \rightarrow q$

Ejemplo

$p_1 \rightarrow q$: suponemos p_1 , lo cual nos dice que $x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
entonces $xy \geq 0$ por lo que $|xy| = xy = |x||y|$

Ejemplo

$p_1 \rightarrow q$: suponemos p_1 , lo cual nos dice que $x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
entonces $xy \geq 0$ por lo que $|xy| = xy = |x||y|$

$p_2 \rightarrow q$: suponemos p_2 , lo cual nos indica que $x \geq 0 \wedge y < 0$,
entonces $xy \leq 0$ por lo que $|xy| = -xy = x(-y) = |x||y|$

Ejemplo

$p_1 \rightarrow q$: suponemos p_1 , lo cual nos dice que $x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
entonces $xy \geq 0$ por lo que $|xy| = xy = |x||y|$

$p_2 \rightarrow q$: suponemos p_2 , lo cual nos indica que $x \geq 0 \wedge y < 0$,
entonces $xy \leq 0$ por lo que $|xy| = -xy = x(-y) = |x||y|$

$p_3 \rightarrow q$: suponemos p_3 , lo cual nos lleva a $x < 0 \wedge y \geq 0$, entonces
 $xy \leq 0$ por lo que $|xy| = -xy = (-x)y = |x||y|$

Ejemplo

$p_1 \rightarrow q$: suponemos p_1 , lo cual nos dice que $x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
entonces $xy \geq 0$ por lo que $|xy| = xy = |x||y|$

$p_2 \rightarrow q$: suponemos p_2 , lo cual nos indica que $x \geq 0 \wedge y < 0$,
entonces $xy \leq 0$ por lo que $|xy| = -xy = x(-y) = |x||y|$

$p_3 \rightarrow q$: suponemos p_3 , lo cual nos lleva a $x < 0 \wedge y \geq 0$, entonces
 $xy \leq 0$ por lo que $|xy| = -xy = (-x)y = |x||y|$

$p_4 \rightarrow q$: suponemos p_4 , lo cual nos dice que $x < 0 \wedge y < 0$,
entonces $xy > 0$ por lo que $|xy| = (-x)(-y) = |x||y|$

Hemos completado la demostración.

Un teorema que tenga la forma $\forall x P(x)$ y del cual tengamos duda que sea verdadero o que no se pueda encontrar una demostración, se halla un elemento $x' \in D$, en donde $P(x')$ sea falso.

Ejemplo

“Todos los números primos son impares”

Un teorema que tenga la forma $\forall xP(x)$ y del cual tengamos duda que sea verdadero o que no se pueda encontrar una demostración, se halla un elemento $x' \in D$, en donde $P(x')$ sea falso.

Ejemplo

“Todos los números primos son impares”

Podemos demostrar que esta sentencia es falsa si encontramos un contraejemplo. Es decir, si encontramos un número primo que sea par.

Un teorema que tenga la forma $\forall xP(x)$ y del cual tengamos duda que sea verdadero o que no se pueda encontrar una demostración, se halla un elemento $x' \in D$, en donde $P(x')$ sea falso.

Ejemplo

“Todos los números primos son impares”

Podemos demostrar que esta sentencia es falsa si encontramos un contraejemplo. Es decir, si encontramos un número primo que sea par. 2 es un número par y es un número primo. Hemos probado que la sentencia “Todos los números primos son impares” es falsa.

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Debemos probar $p_1 \leftrightarrow p_2$

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Debemos probar $p_1 \leftrightarrow p_2$

$p_1 \rightarrow p_2$: Suponemos p_1 lo cual nos dice que $n = 2k$ siendo k un entero.

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Debemos probar $p_1 \leftrightarrow p_2$

$p_1 \rightarrow p_2$: Suponemos p_1 lo cual nos dice que $n = 2k$ siendo k un entero.

Se sigue que $n + 1 = 2k + 1$ luego $n + 1$ es un entero impar.

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Debemos probar $p_1 \leftrightarrow p_2$

$p_1 \rightarrow p_2$: Suponemos p_1 lo cual nos dice que $n = 2k$ siendo k un entero.

Se sigue que $n + 1 = 2k + 1$ luego $n + 1$ es un entero impar.

$p_2 \rightarrow p_1$: Suponemos p_2 . Esto nos indica que $n + 1 = 2k + 1$ siendo k un entero.

Demostración por equivalencia

Un teorema que tenga la forma $p \leftrightarrow q$, siendo p, q proposiciones, se demuestra empleando la tautología $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$. Cada implicación se demuestra de forma independiente, empleando métodos no necesariamente iguales. En ocasiones la doble implicación se demuestra de forma similar de ida y vuelta.

Ejemplo

Si $p_1 = n$ es un entero par y $p_2 = n + 1$ es un entero impar, $p_1 \equiv p_2$

Debemos probar $p_1 \leftrightarrow p_2$

$p_1 \rightarrow p_2$: Suponemos p_1 lo cual nos dice que $n = 2k$ siendo k un entero.

Se sigue que $n + 1 = 2k + 1$ luego $n + 1$ es un entero impar.

$p_2 \rightarrow p_1$: Suponemos p_2 . Esto nos indica que $n + 1 = 2k + 1$ siendo k un entero.

Se sigue que $n = 2k$ luego n es un entero par.