Computación y Estructuras Discretas I

Andrés A. Aristizábal P.
aaaristizabal@icesi.edu.co

Departamento de Computación y Sistemas Inteligentes

UNIVERSIDAD ICESI

2024-2

Agenda del día

1. **Conjuntos**
   - Interface Set en Java
2. **Funciones**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios

Agenda del día

1. **Conjuntos**
   - Interface Set en Java
2. **Funciones**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios

¿Qué es la interface Set en Java?

¿Qué es la interface Set en Java?

- Es una interface disponible en el paquete `java.util`

¿Qué es la interface Set en Java?

- Es una interface disponible en el paquete `java.util`
- Extiende la interface `Collection`

Interface Set en Java

¿Qué es la interface Set en Java?

- Es una interface disponible en el paquete `java.util`
- Extiende la interface `Collection`
- Se utiliza para crear un conjunto matemático

Interface Set en Java

¿Qué es la interface Set en Java?

- Es una interface disponible en el paquete `java.util`
- Extiende la interface `Collection`
- Se utiliza para crear un conjunto matemático
- Utiliza métodos de la interface `Collection` para impedir la inserción de mismos elementos

¿Qué es la interface Set en Java?

- Es una interface disponible en el paquete `java.util`
- Extiende la interface `Collection`
- Se utiliza para crear un conjunto matemático
- Utiliza métodos de la interface `Collection` para impedir la inserción de mismos elementos
- Existen dos interfaces que extienden a `Set`: `SortedSet` y `NavigableSet`

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.
- Se hace necesario una clase que la implemente, entre ellas están:

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.
- Se hace necesario una clase que la implemente, entre ellas están:
  - `HashSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura `Hash` (es la más habitual)

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.
- Se hace necesario una clase que la implemente, entre ellas están:
  - `HashSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura `Hash` (es la más habitual)
  - `TreeSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura de Árbol . Este conjunto se utiliza en casos en los cuales se necesita un orden especifico de los elementos.

Interface Set en Java

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.
- Se hace necesario una clase que la implemente, entre ellas están:
  - `HashSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura `Hash` (es la más habitual)
  - `TreeSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura de Árbol . Este conjunto se utiliza en casos en los cuales se necesita un orden especifico de los elementos.
  - `LinkedHashSet`: define el concepto de conjunto añadiendo una lista doblemente enlazada en la ecuación, lo que asegura que los elementos siempre se recorren de la misma forma.

Interface Set en Java

¿Cómo se crean objetos de tipo Set?

- Como `Set` es una interface, no se pueden crear objetos de este tipo de manera explícita.
- Se hace necesario una clase que la implemente, entre ellas están:
  - `HashSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura `Hash` (es la más habitual)
  - `TreeSet`: define el concepto de conjunto a través de una estructura de Árbol . Este conjunto se utiliza en casos en los cuales se necesita un orden especifico de los elementos.
  - `LinkedHashSet`: define el concepto de conjunto añadiendo una lista doblemente enlazada en la ecuación, lo que asegura que los elementos siempre se recorren de la misma forma.
- `Set<Obj> set = new HashSet<Obj> ();`

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

Interface Set en Java

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)`: se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)`: se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.
- `addAll(collection)`: adiciona todo los elementos de la colección al conjunto existente si no están presentes.

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)` : se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.
- `addAll(collection)` : adiciona todo los elementos de la colección al conjunto existente si no están presentes.
- `clear()` : quita todos los elementos del conjunto sin eliminar el conjunto

Interface Set en Java

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)` : se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.
- `addAll(collection)` : adiciona todo los elementos de la colección al conjunto existente si no están presentes.
- `clear()` : quita todos los elementos del conjunto sin eliminar el conjunto
- `contains(element)` : verifica si un elemento se encuentra presente o no en el conjunto

Interface Set en Java

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)`: se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.
- `addAll(collection)`: adiciona todo los elementos de la colección al conjunto existente si no están presentes.
- `clear()`: quita todos los elementos del conjunto sin eliminar el conjunto
- `contains(element)`: verifica si un elemento se encuentra presente o no en el conjunto
- `containsAll(collection)`: verifica si el conjunto contiene todos los elementos presentes en la colección

¿Cuáles son algunas de las operaciones básicas de esta interface?

- `add(element)`: se utiliza para adicionar un elemento específico al conjunto. Lo hace siempre y cuando dicho elemento no este presente en el conjunto.
- `addAll(collection)`: adiciona todo los elementos de la colección al conjunto existente si no están presentes.
- `clear()`: quita todos los elementos del conjunto sin eliminar el conjunto
- `contains(element)`: verifica si un elemento se encuentra presente o no en el conjunto
- `containsAll(collection)`: verifica si el conjunto contiene todos los elementos presentes en la colección
- `hashCode()`: obtiene el `hashCode` para la instancia del conjunto

¿Otras más?

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto
- `remove(element)`: elimina el elemento dado del conjunto

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto
- `remove(element)`: elimina el elemento dado del conjunto
- `removeAll(collection)`: elimina del conjunto todos los elementos presentes en la colección

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto
- `remove(element)`: elimina el elemento dado del conjunto
- `removeAll(collection)`: elimina del conjunto todos los elementos presentes en la colección
- `retainAll(collection)`: retiene en el conjunto todos los elementos presentes en la colección

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto
- `remove(element)`: elimina el elemento dado del conjunto
- `removeAll(collection)`: elimina del conjunto todos los elementos presentes en la colección
- `retainAll(collection)`: retiene en el conjunto todos los elementos presentes en la colección
- `size()`: obtiene la cantidad de elementos en el conjunto

¿Otras más?

- `isEmpty()`: verifica si el conjunto está vacío
- `iterator()`: retorna un iterador del conjunto
- `remove(element)`: elimina el elemento dado del conjunto
- `removeAll(collection)`: elimina del conjunto todos los elementos presentes en la colección
- `retainAll(collection)`: retiene en el conjunto todos los elementos presentes en la colección
- `size()`: obtiene la cantidad de elementos en el conjunto
- `toArray()`: construye un arreglo a partir de los elementos del conjunto

```java
import java.util.*;

public class SetExample {

   public static void main(String args[]) {

      Set<Integer> a = new HashSet<Integer>();
      a.addAll(Arrays.asList(new Integer[] { 1, 3, 2, 4,
          8, 9, 0 }));
      Set<Integer> b = new HashSet<Integer>();
      b.addAll(Arrays.asList(new Integer[] { 1, 3, 7, 5,
          4, 0, 7, 5 }));

      Set<Integer> union = new HashSet<Integer>(a);
      union.addAll(b);
      System.out.print("Union of the two Sets");
      System.out.println(union);
   }
}
```

Agenda del día

Funciones

¿Qué es una función?

¿Qué es una función?

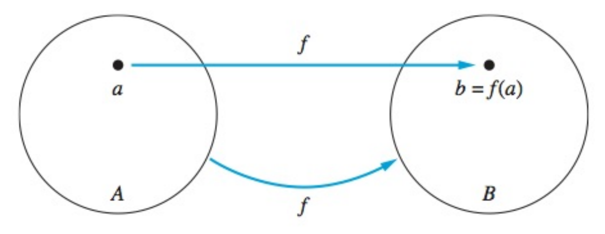
Definición

Sean A y B conjuntos. Una función f de A en B es una asignación de exactamente un elemento de B a cada elemento de A. Escribimos $f(a) = f(b)$ si b es el único elemento de B asignado por la función f al elemento a de A. Si f es una función de A en B, escribimos $f : A \to B$.

¿Qué es una función?

Definición

Sean A y B conjuntos. Una función f de A en B es una asignación de exactamente un elemento de B a cada elemento de A. Escribimos $f(a) = f(b)$ *si b es el único elemento de B asignado por la función f al elemento a de A. Si f es una función de A en B, escribimos* $f : A \to B$.



¿Qué es el dominio de una función? ¿Qué es el codominio de una función?

Funciones

¿Qué es el dominio de una función? ¿Qué es el codominio de una función?

Definición

Si f es una función de A en B, decimos que A es el domino de f y B es el codominio de f.

¿Qué es el dominio de una función? ¿Qué es el codominio de una función?

Definición

Si f es una función de A en B, decimos que A es el domino de f y B es el codominio de f.

¿Qué es la imagen de una función? ¿Qué es la preimagen de una función?

¿Qué es el dominio de una función? ¿Qué es el codominio de una función?

Definición

Si f es una función de A en B, decimos que A es el domino de f y B es el codominio de f.

¿Qué es la imagen de una función? ¿Qué es la preimagen de una función?

Definición

Si $f(a) = b$, decimos que b es la imagen de a y a es una preimagen de b.

Funciones

¿Qué es el rango o imagen de f?

Funciones

¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.

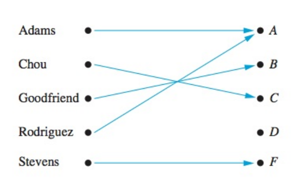
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



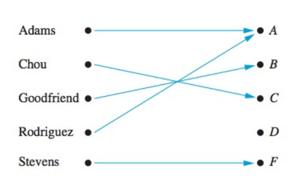
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es

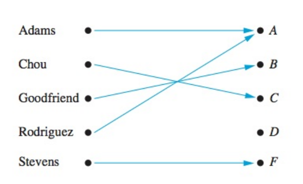
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es el conjunto $\{Adams, Chou, Goodfriend, Rodríguez, Stevens\}$

Funciones

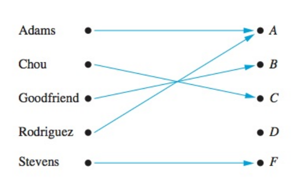
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es el conjunto $\{Adams, Chou, Goodfriend, Rodríguez, Stevens\}$
El codominio de G es

Funciones

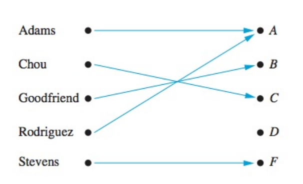
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es el conjunto $\{Adams, Chou, Goodfriend, Rodríguez, Stevens\}$
El codominio de G es el conjunto $\{A, B, C, D, F\}$

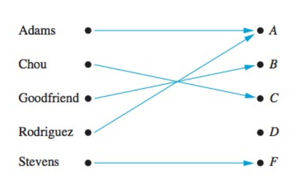
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es el conjunto $\{Adams, Chou, Goodfriend, Rodríguez, Stevens\}$
El codominio de G es el conjunto $\{A, B, C, D, F\}$
La imagen de G es

Funciones

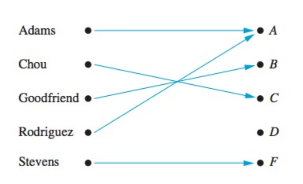
¿Qué es el rango o imagen de f?

Definición

El rango o imagen de f es el conjunto de todas las imágenes de elementos de A.

Ejemplo

Sea G la función que asigna una letra a una persona.



El dominio de G es el conjunto $\{Adams, Chou, Goodfriend, Rodríguez, Stevens\}$
El codominio de G es el conjunto $\{A, B, C, D, F\}$
La imagen de G es el conjunto $\{A, B, C, F\}$

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Definición

Sean f_1 y f_2 funciones de A en $\mathbb{R}$. Entonces $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$ son también funciones de A en $\mathbb{R}$ definidas por

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Definición

Sean f_1 y f_2 funciones de A en $\mathbb{R}$. Entonces $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$ son también funciones de A en $\mathbb{R}$ definidas por

$$(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x),$$

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Definición

Sean f_1 y f_2 funciones de A en $\mathbb{R}$. Entonces $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$ son también funciones de A en $\mathbb{R}$ definidas por

$$(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x),$$
$$(f_1 f_2)(x) = f_1(x) f_2(x).$$

Funciones

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Ejemplo

Sean f_1 y f_2 funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ tales que $f_1(x) = x^2$ y $f_2(x) = x - x^2$. ¿Cuáles son las funciones $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$?

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Ejemplo

Sean f_1 y f_2 funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ tales que $f_1(x) = x^2$ y $f_2(x) = x - x^2$. ¿Cuáles son las funciones $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$?

Solución

$$(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x) = x^2 + (x - x^2) = x$$

Dos funciones con valores reales con el mismo dominio se pueden sumar y multiplicar.

Ejemplo

Sean f_1 y f_2 funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ tales que $f_1(x) = x^2$ y $f_2(x) = x - x^2$. ¿Cuáles son las funciones $f_1 + f_2$ y $f_1 f_2$?

Solución

$$(f_1 + f_2)(x) = f_1(x) + f_2(x) = x^2 + (x - x^2) = x$$
$$(f_1 f_2)(x) = f_1(x) f_2(x) = x^2(x - x^2) = x^3 - x^4.$$

Cuando f es una función de un conjunto A en un conjunto B, también se puede definir la imagen de un subconjunto de A.

Cuando f es una función de un conjunto A en un conjunto B, también se puede definir la imagen de un subconjunto de A.

Definición

Sean f una función de un conjunto A en un conjunto B y sea S un subconjunto de A. La imagen de S es el subconjunto de B formado por todas las imágenes de los elementos de S. Denotamos por $f(S)$ a la imagen de S de tal forma que

Cuando f es una función de un conjunto A en un conjunto B, también se puede definir la imagen de un subconjunto de A.

Definición

Sean f una función de un conjunto A en un conjunto B y sea S un subconjunto de A. La imagen de S es el subconjunto de B formado por todas las imágenes de los elementos de S. Denotamos por $f(S)$ a la imagen de S de tal forma que

$$f(S) = \{f(s) \mid s \in S\}.$$

Ejemplo

Sean $A = \{a, b, c, d, e\}$ *y* $B = \{1, 2, 3, 4\}$ *con* $f(a) = 2,\ f(b) = 1,\ f(c) = 4,\ f(d) = 1$ *y* $f(e) = 1$. *¿Cuál es la imagen del subconjunto* $S = \{b, c, d\}$

Ejemplo

Sean $A = \{a, b, c, d, e\}$ *y* $B = \{1, 2, 3, 4\}$ *con* $f(a) = 2,\ f(b) = 1,\ f(c) = 4,\ f(d) = 1$ *y* $f(e) = 1$. *¿Cuál es la imagen del subconjunto* $S = \{b, c, d\}$

Solución

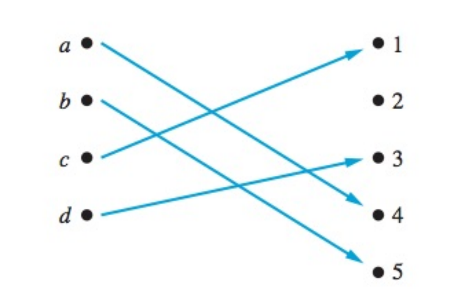
$$f(S) = \{1, 4\}.$$

¿Qué es una función inyectiva?

¿Qué es una función inyectiva?

Definición

Se dice que una función f es inyectiva si, y sólo si, $f(x) = f(y)$ implica que $x = y$ para x e y en el dominio de f. Una función se dice que es una inyección si es inyectiva. $\forall x \forall y\, ((f(x) = f(y)) \rightarrow (x = y))$.



Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*
Suponemos que $f(x) = f(y)$, *luego* $x + 1 = y + 1 = x = y$ *y probamos que es inyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*
Suponemos que $f(x) = f(y)$, *luego* $x + 1 = y + 1 = x = y$ *y probamos que es inyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x^2$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*
Suponemos que $f(x) = f(y)$, *luego* $x + 1 = y + 1 = x = y$ *y probamos que es inyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x^2$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es inyectiva.*
La función $f(x) = x^2$ *no es inyectiva pues, por ejemplo,* $f(1) = f(-1)$ *pero* $1 \neq -1$.

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente creciente?

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente creciente?

Definición

Una función f cuyo dominio y codominio son subconjuntos del conjunto de los números reales se denomina estrictamente creciente si $f(x) < f(y)$ siempre que $x < y$ y tanto x como y estén en el dominio de f.

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente creciente?

Definición

Una función f cuyo dominio y codominio son subconjuntos del conjunto de los números reales se denomina estrictamente creciente si $f(x) < f(y)$ siempre que $x < y$ y tanto x como y estén en el dominio de f. Una función es estrictamente creciente si $\forall x \, \forall y \, ((x < y) \rightarrow (f(x) < f(y)))$.

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente decreciente?

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente decreciente?

Definición

Una función f cuyo dominio y codominio son subconjuntos del conjunto de los números reales se denomina estrictamente decreciente si $f(x) > f(y)$ siempre que $x < y$ y tanto x como y estén en el dominio de f.

¿Cuándo decimos que una función es estrictamente decreciente?

Definición

Una función f cuyo dominio y codominio son subconjuntos del conjunto de los números reales se denomina estrictamente decreciente si $f(x) > f(y)$ siempre que $x < y$ y tanto x como y estén en el dominio de f. Una función es estrictamente decreciente si $\forall x \, \forall y \, ((x < y) \rightarrow (f(x) > f(y)))$.

Funciones

¿Qué es una función sobreyectiva?

¿Qué es una función sobreyectiva?

Definición

Se dice que una función f es sobreyectiva o sobre si, y sólo si, para todo elemento $b \in B$ hay un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$.

¿Qué es una función sobreyectiva?

Definición

Se dice que una función f es sobreyectiva o sobre si, y sólo si, para todo elemento $b \in B$ hay un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$. Una función se dice que es una sobreyección si es sobreyectiva.

Funciones

¿Qué es una función sobreyectiva?

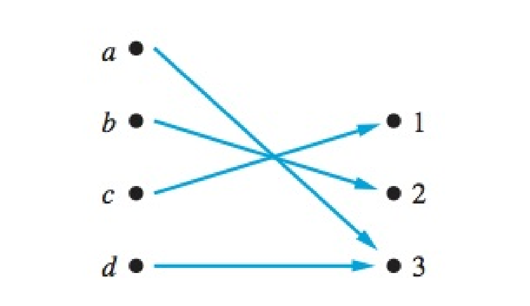
Definición

Se dice que una función f es sobreyectiva o sobre si, y sólo si, para todo elemento $b \in B$ hay un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$. Una función se dice que es una sobreyección si es sobreyectiva.
$\forall b \, \exists a \, f(a) = b$.

¿Qué es una función sobreyectiva?

Definición

Se dice que una función f es sobreyectiva o sobre si, y sólo si, para todo elemento $b \in B$ hay un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$. Una función se dice que es una sobreyección si es sobreyectiva.
$\forall b \exists a\, f(a) = b$.



Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*
Debemos mostrar que para todo y *existe un* x *tal que* $f(x) = y$. *Como* $f(x) = y$ *entonces* $x + 1 = y$ *y* $x = y - 1$, *que cumple* $f(x) = y$ *ya que* $f(y - 1) = y - 1 + 1 = y$.

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*
Debemos mostrar que para todo y *existe un* x *tal que* $f(x) = y$*. Como* $f(x) = y$ *entonces* $x + 1 = y$ *y* $x = y - 1$, *que cumple* $f(x) = y$ *ya que* $f(y - 1) = y - 1 + 1 = y$.

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x^2$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*
Debemos mostrar que para todo y *existe un* x *tal que* $f(x) = y$. *Como* $f(x) = y$ *entonces* $x + 1 = y$ *y* $x = y - 1$, *que cumple* $f(x) = y$ *ya que* $f(y - 1) = y - 1 + 1 = y$.

Ejemplo

Determine si la función $f(x) = x^2$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros es sobreyectiva.*
La función $f(x) = x^2$ *no es sobreyectiva porque, por ejemplo, no hay ningún entero* x *tal que* $x^2 = -1$.

¿Qué es una función biyectiva?

Funciones

¿Qué es una función biyectiva?

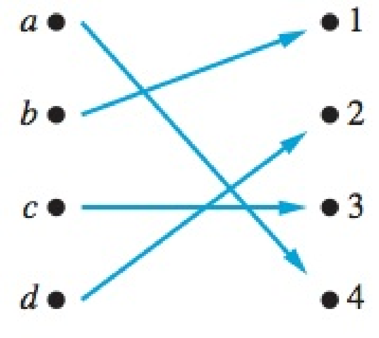
Definición

La función f es una biyección o función biyectiva si es tanto inyectiva como sobreyectiva.

¿Qué es una función biyectiva?

Definición

La función f es una biyección o función biyectiva si es tanto inyectiva como sobreyectiva.



¿Qué es una función inversa?

Funciones

¿Qué es una función inversa?

Definición

Sea f una función biyectiva del conjunto A en el conjunto B. La función inversa de f es la función que asigna a un elemento b que pertenece a B el único elemento a de A tal que $f(a) = b$. La función inversa de f se denota por f^{-1}. Así, $f^{-1}(b) = a$ cuando $f(a) = b$.

Funciones

¿Qué es una función inversa?

Definición

Sea f una función biyectiva del conjunto A en el conjunto B. La función inversa de f es la función que asigna a un elemento b que pertenece a B el único elemento a de A tal que $f(a) = b$. La función inversa de f se denota por f^{-1}. Así, $f^{-1}(b) = a$ cuando $f(a) = b$.

¿Cuándo se puede obtener la inversa de una función?

Funciones

¿Qué es una función inversa?

Definición

Sea f una función biyectiva del conjunto A en el conjunto B. La función inversa de f es la función que asigna a un elemento b que pertenece a B el único elemento a de A tal que $f(a) = b$. La función inversa de f se denota por f^{-1}. Así, $f^{-1}(b) = a$ cuando $f(a) = b$.

¿Cuándo se puede obtener la inversa de una función?

Cuando dicha función es biyectiva

¿Qué es una función inversa?

Definición

Sea f una función biyectiva del conjunto A en el conjunto B. La función inversa de f es la función que asigna a un elemento b que pertenece a B el único elemento a de A tal que $f(a) = b$. La función inversa de f se denota por f^{-1}. Así, $f^{-1}(b) = a$ cuando $f(a) = b$.

¿Cuándo se puede obtener la inversa de una función?

Cuando dicha función es biyectiva

¿Por qué no se puede invertir una función que no es biyectiva?

Funciones

¿Qué es una función inversa?

Definición

Sea f una función biyectiva del conjunto A en el conjunto B. La función inversa de f es la función que asigna a un elemento b que pertenece a B el único elemento a de A tal que $f(a) = b$. La función inversa de f se denota por f^{-1}. Así, $f^{-1}(b) = a$ cuando $f(a) = b$.

¿Cuándo se puede obtener la inversa de una función?

Cuando dicha función es biyectiva

¿Por qué no se puede invertir una función que no es biyectiva?

Si la función no es una biyección, no podemos asignar a cada elemento b del codominio un único elemento a del dominio tal que $f(a) = b$, ya que para algún b hay o bien más de un elemento a o ninguno.

Funciones

¿Qué es una función invertible?

¿Qué es una función invertible?

Es una función biyectiva. Se le denomina invertible ya que se puede definir su inversa.

Funciones

¿Qué es una función invertible?

Es una función biyectiva. Se le denomina invertible ya que se puede definir su inversa.

¿Cuándo una función es no invertible?

Funciones

¿Qué es una función invertible?

Es una función biyectiva. Se le denomina invertible ya que se puede definir su inversa.

¿Cuándo una función es no invertible?

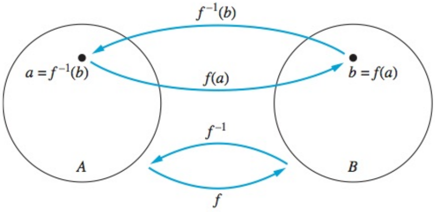
Cuando dicha función no es biyectiva, ya que la inversa de tal función no existe.

¿Qué es una función invertible?

Es una función biyectiva. Se le denomina invertible ya que se puede definir su inversa.

¿Cuándo una función es no invertible?

Cuando dicha función no es biyectiva, ya que la inversa de tal función no existe.



Ejemplo

Sea f *la función de* $\{a, b, c\}$ *en* $\{1, 2, 3\}$ *definida por* $f(a) = 2$, $f(b) = 3$ *y* $f(c) = 1$. *¿Es* f *invertible? Si lo es, ¿cuál es su inversa?*

Ejemplo

Sea f la función de $\{a, b, c\}$ en $\{1, 2, 3\}$ definida por $f(a) = 2$, $f(b) = 3$ y $f(c) = 1$. ¿Es f invertible? Si lo es, ¿cuál es su inversa?

Solución

La función f es invertible puesto que es una biyección.

Ejemplo

Sea f la función de $\{a, b, c\}$ en $\{1, 2, 3\}$ definida por $f(a) = 2$, $f(b) = 3$ y $f(c) = 1$. ¿Es f invertible? Si lo es, ¿cuál es su inversa?

Solución

La función f es invertible puesto que es una biyección. La función inversa f^{-1} invierte la correspondencia dada por f, de tal forma que $f^{-1}(1) = c$, $f^{-1}(2) = a$ y $f^{-1}(3) = b$.

Ejemplo

Sea f la función de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$, ¿Es f invertible?

Ejemplo

Sea f la función de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ dada por $f(x) = x^2$, ¿Es f invertible?

Solución

Como $f(-1) = f(1) = 1$, f no es inyectiva. Si se definiese una función inversa, a 1 se le asignarían dos elementos. Por tanto f no es invertible.

Funciones

¿Qué es una composición de funciones?

¿Qué es una composición de funciones?

Definición

Sea g una función del conjunto A al conjunto B y sea f una función del conjunto B al conjunto C. La composición de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define por

$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$

¿Qué es una composición de funciones?

Definición

Sea g una función del conjunto A al conjunto B y sea f una función del conjunto B al conjunto C. La composición de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define por

$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$

$f \circ g$ es la función que asigna al elemento a de A el elemento asignado por f a $g(a)$.

¿Qué es una composición de funciones?

Definición

Sea g una función del conjunto A al conjunto B y sea f una función del conjunto B al conjunto C. La composición de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define por

$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$

$f \circ g$ es la función que asigna al elemento a de A el elemento asignado por f a $g(a)$.

¿Cuándo se pueden componer dos funciones?

Funciones

¿Qué es una composición de funciones?

Definición

Sea g una función del conjunto A al conjunto B y sea f una función del conjunto B al conjunto C. La composición de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define por

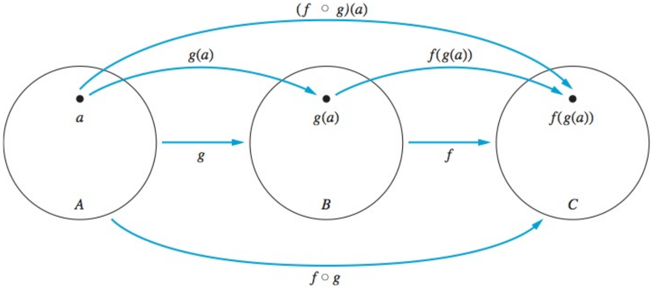
$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$

$f \circ g$ es la función que asigna al elemento a de A el elemento asignado por f a $g(a)$.

¿Cuándo se pueden componer dos funciones?

La composición de dos funciones $f \circ g$ se puede definir, si, y sólo si, la imagen de g es un subconjunto del dominio de f.

Funciones



Ejemplo

Sea g la función del conjunto $\{a, b, c\}$ *en sí mismo, definida por* $g(a) = b$, $g(b) = c$ *y* $g(c) = a$. *Sea f la función del conjunto* $\{a, b, c\}$ *en* $\{1, 2, 3\}$ *tal que* $f(a) = 3$, $f(b) = 2$ *y* $f(c) = 1$. *¿Cuál es la composición de f y g? ¿Y la composición de g y f?*

Ejemplo

Sea g la función del conjunto $\{a, b, c\}$ *en sí mismo, definida por* $g(a) = b$, $g(b) = c$ *y* $g(c) = a$. *Sea* f *la función del conjunto* $\{a, b, c\}$ *en* $\{1, 2, 3\}$ *tal que* $f(a) = 3$, $f(b) = 2$ *y* $f(c) = 1$. *¿Cuál es la composición de f y g? ¿Y la composición de g y f?*

Solución

La composición $f \circ g$ *se define como*
$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$, $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ *y*
$(f \circ g)(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$.

Ejemplo

Sea g la función del conjunto $\{a, b, c\}$ *en sí mismo, definida por* $g(a) = b$, $g(b) = c$ *y* $g(c) = a$. *Sea* f *la función del conjunto* $\{a, b, c\}$ *en* $\{1, 2, 3\}$ *tal que* $f(a) = 3$, $f(b) = 2$ *y* $f(c) = 1$. *¿Cuál es la composición de* f *y* g*? ¿Y la composición de* g *y* f*?*

Solución

La composición $f \circ g$ *se define como*
$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$, $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ *y*
$(f \circ g)(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$.
En cuanto a $g \circ f$, *no se puede definir ya que la imagen de* f *no es subconjunto del dominio de* g.

Funciones

¿Qué es la gráfica de una función?

¿Qué es la gráfica de una función?

Definición

Sea f una función del conjunto A al conjunto B. La gráfica de una función f es el conjunto de pares ordenados $\{(a,b) \mid a \in A \wedge f(a) = b\}$.

Funciones

¿Qué es la gráfica de una función?

Definición

Sea f una función del conjunto A al conjunto B. La gráfica de una función f es el conjunto de pares ordenados $\{(a, b) \mid a \in A \land f(a) = b\}$. La gráfica de una función f de A en B es el subconjunto de $A \times B$ que contiene los pares ordenados con la segunda entrada igual al elemento de B asignado por f a la primera entrada.

Funciones

Ejemplo

Dibuje la gráfica de la función $f(n) = 2n + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros.*

Funciones

Ejemplo

Dibuje la gráfica de la función $f(n) = 2n + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros.*

Solución

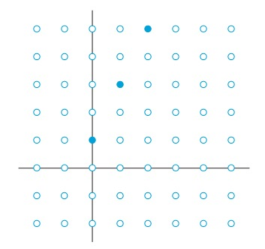
La gráfica de f *es el conjunto de pares ordenados* $(n, 2n + 1)$, *donde* n *es un entero.*

Ejemplo

Dibuje la gráfica de la función $f(n) = 2n + 1$ *del conjunto de los enteros al conjunto de los enteros.*

Solución

La gráfica de f *es el conjunto de pares ordenados* $(n, 2n+1)$, *donde* n *es un entero.*



Funciones

¿Qué es la función parte entera?

¿Qué es la función parte entera?

Definición

La función parte entera o función piso, asigna a un número real x el mayor entero que es menor o igual que x.

¿Qué es la función parte entera?

Definición

La función parte entera o función piso, asigna a un número real x el mayor entero que es menor o igual que x. El valor de la función parte entera se denota por $\lfloor x \rfloor$.

¿Qué es la función parte entera por exceso?

¿Qué es la función parte entera por exceso?

Definición

La función parte entera por exceso o función techo, asigna a un número real x el menor entero que es mayor o igual que x.

¿Qué es la función parte entera por exceso?

Definición

La función parte entera por exceso o función techo, asigna a un número real x el menor entero que es mayor o igual que x. El valor de la función parte entera por exceso se denota por $\lceil x \rceil$.

Ejemplo

Estos son algunos valores de las funciones parte entera y parte entera por exceso:

Ejemplo

Estos son algunos valores de las funciones parte entera y parte entera por exceso:

$$\lfloor \tfrac{1}{2} \rfloor = 0, \qquad \lceil \tfrac{1}{2} \rceil = 1, \qquad \lfloor -\tfrac{1}{2} \rfloor = -1, \quad \lceil -\tfrac{1}{2} \rceil = 0,$$

$$\lfloor\ 3.1\ \rfloor = 3, \quad \lceil\ 3.1\ \rceil = 4, \quad \lfloor 7 \rfloor = 7, \qquad \lceil 7 \rceil = 7.$$

¿Cómo se define un número real?

¿Cómo se define un número real?

Definición

Sea x un número real, $x = n + \epsilon$ tal que $x \in \mathbb{Z}$ y $\epsilon \in \mathbb{R}$ y $0 < \epsilon < 1$

Agenda del día

1. **Conjuntos**
   - Interface Set en Java
2. **Funciones**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios