

Computación y Estructuras Discretas I

Andrés A. Aristizábal P.
aaaristizabal@icesi.edu.co

Departamento de Computación y Sistemas Inteligentes



2024-2

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Introducción

¿Cuándo fueron presentadas las ideas básicas sobre grafos?

Introducción

¿Cuándo fueron presentadas las ideas básicas sobre grafos?

- Las ideas básicas fueron presentadas por el matemático suizo Leonhard Euler en el siglo XVIII.

Introducción

¿Cuándo fueron presentadas las ideas básicas sobre grafos?

- Las ideas básicas fueron presentadas por el matemático suizo Leonhard Euler en el siglo XVIII.

¿Para qué utilizo Euler la noción de grafo

Introducción

¿Cuándo fueron presentadas las ideas básicas sobre grafos?

- Las ideas básicas fueron presentadas por el matemático suizo Leonhard Euler en el siglo XVIII.

¿Para qué utilizo Euler la noción de grafo

- Para resolver el famoso problema de los puentes de Königsberg.

Introducción

¿Para qué se emplean los grafos?

Introducción

¿Para qué se emplean los grafos?

Introducción

¿Para qué se emplean los grafos?

- Diferenciar dos compuestos químicos con la misma fórmula molecular, pero diferente estructura.

Introducción

¿Para qué se emplean los grafos?

- Diferenciar dos compuestos químicos con la misma fórmula molecular, pero diferente estructura.
- Estudiar la estructura de la Red de Internet.

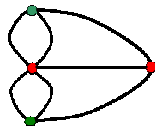
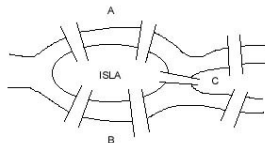
Introducción

¿Cuál es el problema de los puentes de Könisberg?

Introducción

¿Cuál es el problema de los puentes de Könisberg?

- Es un célebre problema matemático que fue resuelto por Leonhard Euler en 1736 y dio origen a la teoría de grafos.
- Dos islas en el río Pregel que cruza Könisberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes.
 - ¿Es posible dar un paseo empezando por cualquier de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?
 - Euler, replanteando el problema utilizando teoría de grafos, descubrió que no tiene solución.



Introducción

¿Qué son los vértices?

Introducción

¿Qué son los vértices?

- Constituyen uno de los elementos que forman un grafo.
- Como ocurre con el resto de las ramas de las matemáticas, a la teoría de grafos no le interesa qué son los vértices.
- Pueden verse simplemente como objetos.
- Diferentes situaciones en las que pueden identificarse objetos y relaciones que satisfacen la definición de grafo pueden verse como tales y así aplicar la teoría en mención.

Introducción

¿Qué es un grafo?

Introducción

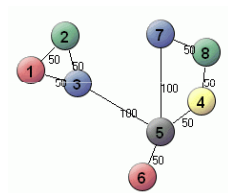
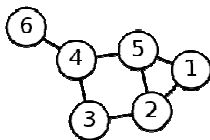
¿Qué es un grafo?

- Es una estructura discreta que consta de vértices y aristas que conectan entre sí esos vértices.

Introducción

¿Qué es un grafo?

- Es una estructura discreta que consta de vértices y aristas que conectan entre sí esos vértices.



Introducción

¿Cómo se diferencian los grafos?

Introducción

¿Cómo se diferencian los grafos?

- Se diferencian entre sí por el tipo y número de aristas que pueden conectar cada par de vértices.

Introducción

¿Cuáles sería algunos ejemplos de grafos?

Introducción

¿Cuáles sería algunos ejemplos de grafos?

- Muchas redes de uso cotidiano pueden ser representadas por un grafo:
 - Una red de carreteras que conecta ciudades
 - Una red eléctrica
 - El sistema de drenaje de una ciudad
 - Una red de transferencia de datos digitales

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Tipos de grafos

¿Cuáles son los tipos de grafos?

Tipos de grafos

¿Cuáles son los tipos de grafos?

- Grafo simple
- Multigrafo
- Pseudografo
- Grafo dirigido
- Multigrafo dirigido

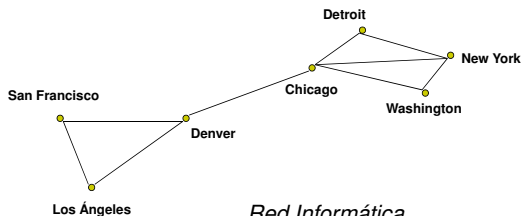
Tipos de grafos

¿Qué es un grafo simple?

Tipos de grafos

¿Qué es un grafo simple?

Un grafo simple $G = (V, E)$ consta de V , un conjunto no vacío de vértices, y de E , un conjunto de pares no ordenados de elementos distintos de V . A estos pares se les llama aristas.



Red Informática

Tipos de grafos

¿Qué es un multigrafo?

Tipos de grafos

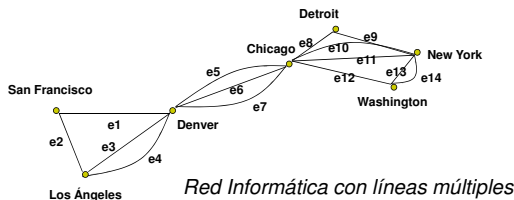
¿Qué es un multigrafo?

Un multigrafo $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V, u \neq v\}$. Se dice que las aristas e_1 y e_2 son aristas múltiples o paralelas si $f(e_1) = f(e_2)$.

Tipos de grafos

¿Qué es un multigrafo?

Un multigrafo $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V, u \neq v\}$. Se dice que las aristas e_1 y e_2 son aristas múltiples o paralelas si $f(e_1) = f(e_2)$.



Tipos de grafos

¿Qué es un pseudografo?

Tipos de grafos

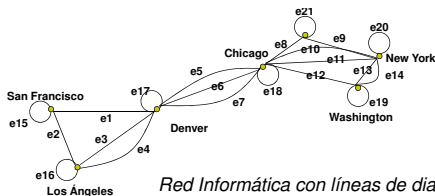
¿Qué es un pseudografo?

Un pseudografo $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Una arista e es un bucle, o lazo, si $f(e) = \{u, u\} = \{u\}$ para algún $u \in V$.

Tipos de grafos

¿Qué es un pseudografo?

Un pseudografo $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Una arista e es un bucle, o lazo, si $f(e) = \{u, u\} = \{u\}$ para algún $u \in V$.



Red Informática con líneas de diagnóstico

Tipos de grafos

¿Qué es un grafo dirigido?

Tipos de grafos

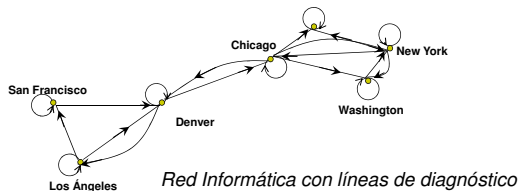
¿Qué es un grafo dirigido?

Un grafo dirigido (V, E) consta de un conjunto V de vértices y de un conjunto E de aristas, que son pares ordenados de elementos de V .

Tipos de grafos

¿Qué es un grafo dirigido?

Un grafo dirigido (V, E) consta de un conjunto V de vértices y de un conjunto E de aristas, que son pares ordenados de elementos de V .



Tipos de grafos

¿Qué es un multigrafo dirigido?

Tipos de grafos

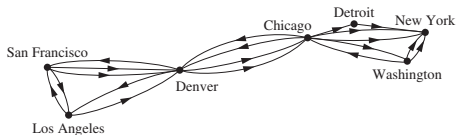
¿Qué es un multigrafo dirigido?

Un multigrafo dirigido $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Se dice que las aristas e_1 y e_2 son aristas múltiples si $f(e_1) = f(e_2)$.

Tipos de grafos

¿Qué es un multigrafo dirigido?

Un multigrafo dirigido $G = (V, E)$ consta de un conjunto V de vértices, un conjunto E de aristas y una función f de E en $\{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$. Se dice que las aristas e_1 y e_2 son aristas múltiples si $f(e_1) = f(e_2)$.



Tipos de grafos

¿Cuál es la terminología en teoría de grafos?

Tipos de grafos

¿Cuál es la terminología en teoría de grafos?

Terminología en teoría de grafos			
<i>Tipos</i>	<i>Aristas</i>	<i>¿Se admiten aristas múltiples?</i>	<i>¿Se admiten bucles?</i>
Grafo simple	No dirigidas	No	No
Multigrafo	No dirigidas	Sí	No
Pseudografo	No dirigidas	Sí	Sí
Grafo dirigido	Dirigidas	No	Sí
Multigrafo dirigido	Dirigidas	Sí	Sí

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- **Modelos con grafos**
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Modelos con grafos

¿Cuáles son algunos modelos con grafos?

Modelos con grafos

¿Cuáles son algunos modelos con grafos?

- Grafos de solapamiento de nichos en Ecología.
- Grafos de conocidos.
- Grafos de influencia.
- Grafo de Hollywood.
- Torneos de todos contra todos.
- Grafos de colaboración.
- Grafos de llamadas.
- Grafo de la web.
- Grafos de precedencia y procesamiento concurrente.

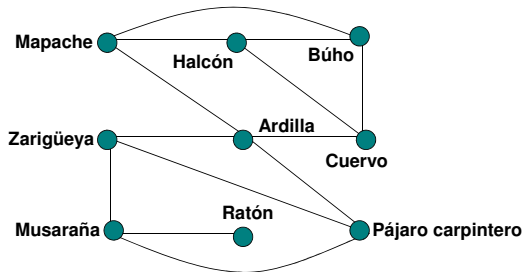
Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de solapamiento de nichos en Ecología?

Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de solapamiento de nichos en Ecología?

Una arista no dirigida conecta dos vértices si las dos especies representadas por esos vértices compiten entre sí.



Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de conocidos?

Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de conocidos?

Se utilizan para representar relaciones entre personas. Cada vértice representa una persona y las aristas conectan las personas que se conocen.



Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de influencia?

Modelos con grafos

¿Cuáles son los grafos de influencia?

Representa influencias de unas personas sobre otras.

¿Cuál es el grafo de Hollywood?

Actores y si han trabajado juntos en películas.

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Equipos y quien le ha ganado a quien.

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Equipos y quien le ha ganado a quien.

¿Cuáles son los grafos de colaboración?

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Equipos y quien le ha ganado a quien.

¿Cuáles son los grafos de colaboración?

Personas y colaboración en artículos de investigación.

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Equipos y quien le ha ganado a quien.

¿Cuáles son los grafos de colaboración?

Personas y colaboración en artículos de investigación.

¿Cuáles son los grafos de llamadas?

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de torneos de todos contra todos?

Equipos y quien le ha ganado a quien.

¿Cuáles son los grafos de colaboración?

Personas y colaboración en artículos de investigación.

¿Cuáles son los grafos de llamadas?

Representan las llamadas telefónicas en una red.

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de la Web?

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de la Web?

La Web se puede representar como un grafo donde cada vértice es un recurso que se puede obtener a través de una url. Y existe una arista de un vértice a otro si existe un enlace de una página a la otra.

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de la Web?

La Web se puede representar como un grafo donde cada vértice es un recurso que se puede obtener a través de una url. Y existe una arista de un vértice a otro si existe un enlace de una página a la otra.

¿Cuáles son los grafos de precedencia y procesamiento concurrente?

Modelos con grafos

¿Cuál es el grafo de la Web?

La Web se puede representar como un grafo donde cada vértice es un recurso que se puede obtener a través de una url. Y existe una arista de un vértice a otro si existe un enlace de una página a la otra.

¿Cuáles son los grafos de precedencia y procesamiento concurrente?

Puede representar la dependencia de ejecución de sentencias con respecto a otras previas.

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- **Ejercicios**
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Ejercicios

- a) El grafo de intersección de una colección de conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n es el grafo que tiene un vértice por cada conjunto y que tiene una arista entre los vértices que representan a dos conjuntos si estos dos conjuntos tienen intersección no vacía. Construya el grafo de intersección de los siguientes conjuntos:
- $A_1 = \{0, 2, 4, 6, 8\}, A_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}, A_3 = \{1, 3, 5, 7, 9\}, A_4 = \{5, 6, 7, 8, 9\}, A_5 = \{0, 1, 8, 9\}$
- b) Construya un grafo de precedencia para el siguiente programa:

$$S_1: x := 0$$
$$S_2: x := x + 1$$
$$S_3: y := 2$$
$$S_4: z := y$$
$$S_5: x := x + 2$$
$$S_6: y := x + z$$
$$S_7: z := 4$$

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- **Adyacencia**
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Adyacencia

¿Cuándo son dos vertices adyacentes en un grafo no dirigido?

Adyacencia

¿Cuándo son dos vertices adyacentes en un grafo no dirigido?

Se dice que dos vértices u y v de un grafo no dirigido G son adyacentes (vecinos) en G si $\{u, v\}$ es una arista de G .

Adyacencia

¿Cuándo son dos vertices adyacentes en un grafo no dirigido?

Se dice que dos vértices u y v de un grafo no dirigido G son adyacentes (vecinos) en G si $\{u, v\}$ es una arista de G .

¿Qué más se puede decir a partir de la definición anterior?

Adyacencia

¿Cuándo son dos vertices adyacentes en un grafo no dirigido?

Se dice que dos vértices u y v de un grafo no dirigido G son adyacentes (vecinos) en G si $\{u, v\}$ es una arista de G .

¿Qué más se puede decir a partir de la definición anterior?

Si $e = \{u, v\}$, se dice que la arista e es incidente con los vertices u y v . También se dice que la arista e conecta u y v . Se dice que los vértices u y v son extremos de la arista e .

Adyacencia

¿Cuál es el grado de un vértice en un grafo no dirigido?

Adyacencia

¿Cuál es el grado de un vértice en un grafo no dirigido?

El grado de un vértice de un grafo no dirigido es el número de aristas incidentes con él, exceptuando los bucles, cada uno de los cuales contribuye con dos unidades al grado del vértice. El grado del vértice se denota por $\delta(v)$.

Adyacencia

¿Cuáles son los vértices aislados?

Adyacencia

¿Cuáles son los vértices aislados?

A los vértices de grado cero se les llama aislados. Claramente, un vértice aislado no es adyacente a ningún vértice.

Adyacencia

¿Cuáles son los vértices aislados?

A los vértices de grado cero se les llama aislados. Claramente, un vértice aislado no es adyacente a ningún vértice.

¿Qué es un vértice colgante?

Adyacencia

¿Cuáles son los vértices aislados?

A los vértices de grado cero se les llama aislados. Claramente, un vértice aislado no es adyacente a ningún vértice.

¿Qué es un vértice colgante?

Se dice que un vértice es colgante, o que es una hoja, si y sólo si, tiene grado uno.

Adyacencia

¿Qué se puede decir si (u, v) es una arista del grafo dirigido G ?

Adyacencia

¿Qué se puede decir si (u, v) es una arista del grafo dirigido G ?

Si (u, v) es una arista del grafo dirigido G , se dice que u es adyacente a v y que v es adyacente desde u . Al vértice u se le llama vértice inicial de (u, v) y a v se le llama vértice final o terminal de (u, v) . Los vértices inicial y final de un bucle coinciden.

Adyacencia

¿Cuál es el teorema del apretón de manos?

Adyacencia

¿Cuál es el teorema del apretón de manos?

Teorema

Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido con e aristas. Entonces:

$$2e = \sum_{v \in V} \delta(v)$$

- Lo anterior es cierto incluso cuando hay aristas múltiples y bucles en el grafo.
- ¿Cuántas aristas hay en un grafo con diez vértices, cada uno de los cuales tiene grado seis?

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Todo grafo no dirigido tiene un número par de vértices de grado impar.

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Todo grafo no dirigido tiene un número par de vértices de grado impar.

¿Cuál es el grado de entrada de un grafo dirigido?

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Todo grafo no dirigido tiene un número par de vértices de grado impar.

¿Cuál es el grado de entrada de un grafo dirigido?

En un grafo dirigido, el grado de entrada de un vértice v , denotado por $\delta^-(v)$, es el número de aristas que tienen a v como vértice final.

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Todo grafo no dirigido tiene un número par de vértices de grado impar.

¿Cuál es el grado de entrada de un grafo dirigido?

En un grafo dirigido, el grado de entrada de un vértice v , denotado por $\delta^-(v)$, es el número de aristas que tienen a v como vértice final.

¿Cuál es el grado de salida de un grafo dirigido?

Adyacencia

¿Qué característica especial tienen los vertices de un grafo no dirigido?

Todo grafo no dirigido tiene un número par de vértices de grado impar.

¿Cuál es el grado de entrada de un grafo dirigido?

En un grafo dirigido, el grado de entrada de un vértice v , denotado por $\delta^-(v)$, es el número de aristas que tienen a v como vértice final.

¿Cuál es el grado de salida de un grafo dirigido?

En un grafo dirigido, el grado de salida de un vértice v , denotado por $\delta^+(v)$, es el número de aristas que tienen a v como vértice inicial.

Adyacencia

¿Cuál es la relación existente entre la sumatoria de los grados de salida y entrada de los vértices en un grafo dirigido?

Adyacencia

¿Cuál es la relación existente entre la sumatoria de los grados de salida y entrada de los vértices en un grafo dirigido?

Sea $G = (V, E)$ un grafo dirigido. Entonces,

$$\sum_{v \in V} \delta(v)^- = \sum_{v \in V} \delta(v)^+ = |E|$$

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- **Tipos de grafos simples**
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los tipos de grafos simples?

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los tipos de grafos simples?

- Grafos completos
- Ciclos
- Ruedas
- n-Cubos

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los grafos completos?

Tipos de grafos simples

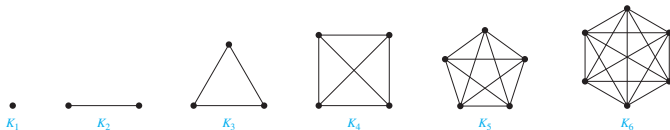
¿Cuáles son los grafos completos?

Un grafo completo de n vértices, que se denota por K_n , es el grafo simple que contiene exactamente una arista entre cada par de vértices distintos.

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los grafos completos?

Un grafo completo de n vértices, que se denota por K_n , es el grafo simple que contiene exactamente una arista entre cada par de vértices distintos.



Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los ciclos?

Tipos de grafos simples

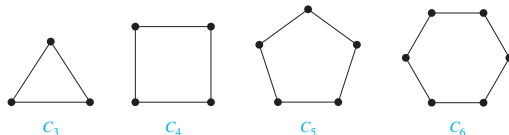
¿Cuáles son los ciclos?

El ciclo C_n , $n \geq 3$, consta de n vértices v_1, v_2, \dots, v_n y aristas $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}$ y $\{v_n, v_1\}$.

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los ciclos?

El ciclo C_n , $n \geq 3$, consta de n vértices v_1, v_2, \dots, v_n y aristas $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}$ y $\{v_n, v_1\}$.



Tipos de grafos simples

¿Cuáles son las ruedas?

Tipos de grafos simples

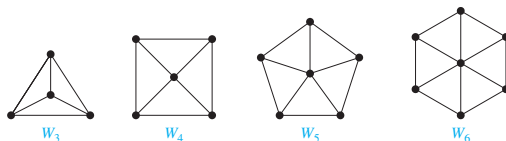
¿Cuáles son las ruedas?

Obtenemos la rueda W_n cuando añadimos un vértice adicional al ciclo C_n , para $n \geq 3$, y conectamos este nuevo vértice con cada uno de los n vértices de C_n mediante una nueva arista.

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son las ruedas?

Obtenemos la rueda W_n cuando añadimos un vértice adicional al ciclo C_n , para $n \geq 3$, y conectamos este nuevo vértice con cada uno de los n vértices de C_n mediante una nueva arista.



Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los n-Cubos?

Tipos de grafos simples

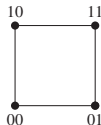
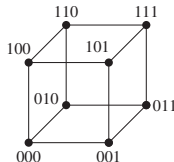
¿Cuáles son los n-Cubos?

El cubo n -dimensional, o n -cubo, denotado por Q_n , es el grafo cuyos vértices representan las 2^n cadenas de bits de longitud n . Dos vértices son adyacentes si, y solo si, las cadenas de bits a las que representan difieren exactamente en un bit.

Tipos de grafos simples

¿Cuáles son los n-Cubos?

El cubo n-dimensional, o n-cubo, denotado por Q_n , es el grafo cuyos vértices representan las 2^n cadenas de bits de longitud n . Dos vértices son adyacentes si, y solo si, las cadenas de bits a las que representan difieren exactamente en un bit.

 Q_1  Q_2  Q_3

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- **Grafos bipartitos**
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Grafos bipartitos

¿Qué es un grafo bipartito?

Grafos bipartitos

¿Qué es un grafo bipartito?

- Se dice que un grafo simple G es bipartito si su conjunto de vértices V se puede dividir en dos conjuntos disjuntos V_1 y V_2 tales que cada arista del grafo conecta un vértice de V_1 con un vértice de V_2 , de manera que no haya ninguna arista que conecte entre sí dos vértices de V_1 ni tampoco dos vértices de V_2 .

Grafos bipartitos

- Un grafo es bipartito si, y solo si, se pueden colorear los vértices del grafo con dos colores de modo que ningún par de vértices adyacentes sean del mismo color.

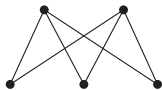
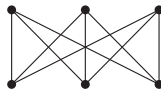
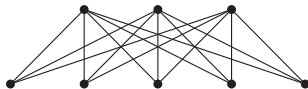
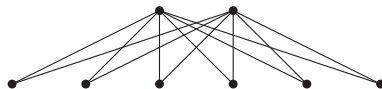
Grafos bipartitos

- Un grafo es bipartito si, y solo si, se pueden colorear los vértices del grafo con dos colores de modo que ningún par de vértices adyacentes sean del mismo color.
- También se considera grafo bipartito si cumple con la condición de que no sea posible empezar en un vértice y regresar a ese mismo vértice después de recorrer un número impar de aristas distintas.

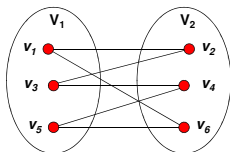
Grafos bipartitos

- Un grafo es bipartito si, y solo si, se pueden colorear los vértices del grafo con dos colores de modo que ningún par de vértices adyacentes sean del mismo color.
- También se considera grafo bipartito si cumple con la condición de que no sea posible empezar en un vértice y regresar a ese mismo vértice después de recorrer un número impar de aristas distintas.
- El grafo bipartito completo $K_{m,n}$ es el grafo cuyo conjunto de vértices está formado por dos subconjuntos con m y n vértices, respectivamente, y hay una arista entre dos vértices si, y sólo si, un vértice está en el primer subconjunto y el otro en el segundo.

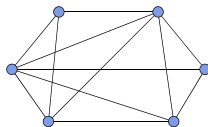
Grafos bipartitos

 $K_{2,3}$  $K_{3,3}$  $K_{3,5}$  $K_{2,6}$

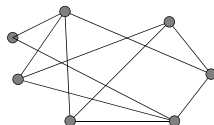
Grafos bipartitos



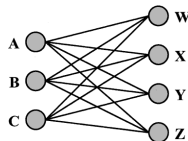
¿es bipartito? ¿es un ciclo?



Grafo H



Grafo G



¿es bipartito completo?

Agenda del día

1 Introducción a grafos

- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Operaciones entre grafos

¿Qué es un subgrafo?

Operaciones entre grafos

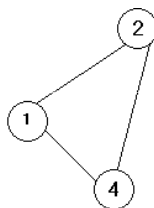
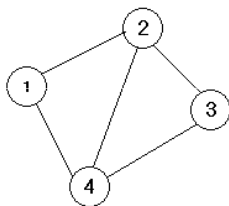
¿Qué es un subgrafo?

Un subgrafo de un grafo $G = (V, E)$ es un grafo $H = (W, F)$ con $W \subseteq V$ y $F \subseteq E$.

Operaciones entre grafos

¿Qué es un subgrafo?

Un subgrafo de un grafo $G = (V, E)$ es un grafo $H = (W, F)$ con $W \subseteq V$ y $F \subseteq E$.



Operaciones entre grafos

¿Cómo es la unión entre grafos?

Operaciones entre grafos

¿Cómo es la unión entre grafos?

La unión de dos grafos simples $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ es el grafo simple cuyo conjunto de vértices es $V_1 \cup V_2$ y cuyo conjunto de aristas es $E_1 \cup E_2$. La unión de G_1 y G_2 se denota por $G_1 \cup G_2$.

Operaciones entre grafos

¿Cómo es el grafo complementario?

Operaciones entre grafos

¿Cómo es el grafo complementario?

El grafo complementario \overline{G} de un grafo simple G tiene los mismos vértices que G y dos vértices son adyacentes en \overline{G} si, y sólo si, no son adyacentes en G .

Operaciones entre grafos

¿Cómo es el grafo complementario?

El grafo complementario \overline{G} de un grafo simple G tiene los mismos vértices que G y dos vértices son adyacentes en \overline{G} si, y sólo si, no son adyacentes en G .

¿Cómo es el grafo recíproco?

Operaciones entre grafos

¿Cómo es el grafo complementario?

El grafo complementario \overline{G} de un grafo simple G tiene los mismos vértices que G y dos vértices son adyacentes en \overline{G} si, y sólo si, no son adyacentes en G .

¿Cómo es el grafo recíproco?

El recíproco de un grafo dirigido $G = (V, E)$, que se denota G^c , es el grafo dirigido $G = (V, F)$ tal que $(u, v) \in F$ si, y solo si, $(v, u) \in E$.

Agenda del día

1 Introducción a grafos

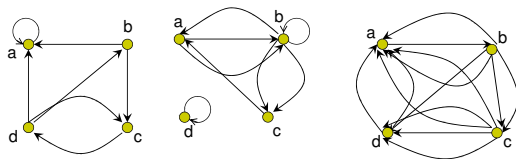
- Introducción
- Tipos de grafos
- Modelos con grafos
- Ejercicios
- Adyacencia
- Tipos de grafos simples
- Grafos bipartitos
- Operaciones entre grafos
- Ejercicios

Ejercicios

- ¿Puede existir un grafo con 15 vértices, cada uno de ellos de grado 5?
- Dibuje los siguientes grafos:
 - a) K_7
 - b) $K_{1,8}$
 - c) $K_{4,4}$
 - d) C_7
 - e) W_7

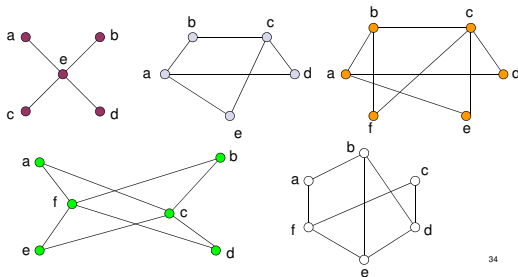
Ejercicios

Determinar el número de vértices y de aristas, y hallar los grados de entrada y salida de cada uno de los vértices del multigrafo dirigido correspondiente:



Ejercicios

Determinar si cada uno de los siguientes grafos es bipartito:



34