Computación y Estructuras Discretas I

Andrés A. Aristizábal P.
aaaristizabal@icesi.edu.co

Departamento de Computación y Sistemas Inteligentes

UNIVERSIDAD ICESI

2024-2

Agenda del día

1. **Teoría de Conjuntos**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios
   - Presentación del siguiente tema

Agenda del día

1. **Teoría de Conjuntos**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios
   - Presentación del siguiente tema

Preguntas de interés

- ¿Qué es un conjunto?

Preguntas de interés

- ¿Qué es un conjunto?

Definición

Es una colección desordenada de objetos.

Preguntas de interés

- ¿Qué es un conjunto?

Definición

Es una colección desordenada de objetos.

Ejemplo

$V = \{a, e, i, o, u\}$, *el conjuntos de las vocales*

Preguntas de interés

- ¿Qué es un conjunto?

Definición

Es una colección desordenada de objetos.

Ejemplo

$V = \{a, e, i, o, u\}$, *el conjuntos de las vocales*
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, *el conjunto de los números naturales*

Preguntas de interés

- ¿Qué es un conjunto?

Definición

Es una colección desordenada de objetos.

Ejemplo

$V = \{a, e, i, o, u\}$, *el conjuntos de las vocales*
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$, *el conjunto de los números naturales*
$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$, *el conjunto de los números enteros*

Preguntas de interés

- ¿Qué es un elemento de un conjunto?

- ¿Qué es un elemento de un conjunto?

Definición

Los objetos de un conjunto se llaman también elementos o miembros del conjunto. Se dice que un conjunto contiene a sus elementos. Cuando objeto es un elemento de un conjunto, se dice que pertenece a dicho conjunto.

- ¿Qué es un elemento de un conjunto?

Definición

Los objetos de un conjunto se llaman también elementos o miembros del conjunto. Se dice que un conjunto contiene a sus elementos. Cuando objeto es un elemento de un conjunto, se dice que pertenece a dicho conjunto.

Ejemplo

$a \in \{a, e, i, o, u\}$,

Preguntas de interés

- ¿Qué es un elemento de un conjunto?

Definición

Los objetos de un conjunto se llaman también elementos o miembros del conjunto. Se dice que un conjunto contiene a sus elementos. Cuando objeto es un elemento de un conjunto, se dice que pertenece a dicho conjunto.

Ejemplo

$a \in \{a, e, i, o, u\}$,
$-1 \notin \mathbb{N}$,

Preguntas de interés

- ¿Qué es un elemento de un conjunto?

Definición

Los objetos de un conjunto se llaman también elementos o miembros del conjunto. Se dice que un conjunto contiene a sus elementos. Cuando objeto es un elemento de un conjunto, se dice que pertenece a dicho conjunto.

Ejemplo

$a \in \{a, e, i, o, u\}$,
$-1 \notin \mathbb{N}$,
$0 \in \mathbb{Z}$,

Preguntas de interés

- ¿Cómo se puede definir un conjunto?

Preguntas de interés

- ¿Cómo se puede definir un conjunto?
  Por extensión y por comprensión.

- ¿Cómo se puede definir un conjunto?
  Por extensión y por comprensión.

Ejemplo

Por extensión $a \in \{a, e, i, o, u\}$

Preguntas de interés

- ¿Cómo se puede definir un conjunto?
  Por extensión y por comprensión.

Ejemplo

Por extensión $a \in \{a, e, i, o, u\}$
y por comprensión {x | x es una vocal }

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Definición

Dos conjuntos son iguales si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Definición

Dos conjuntos son iguales si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

Axioma de extensión

Si todo elemento de A pertenece a B y todo elemento de B pertenece al conjunto A, entonces los conjuntos son iguales. Escribimos $A = B$.

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Definición

Dos conjuntos son iguales si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

Axioma de extensión

Si todo elemento de A pertenece a B y todo elemento de B pertenece al conjunto A, entonces los conjuntos son iguales. Escribimos $A = B$.

Ejemplo

$\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Definición

Dos conjuntos son iguales si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

Axioma de extensión

Si todo elemento de A pertenece a B y todo elemento de B pertenece al conjunto A, entonces los conjuntos son iguales. Escribimos $A = B$.

Ejemplo

$\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$
$\{1, 2, 3\} = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3\}$

Preguntas de interés

- ¿Cuándo son iguales dos conjuntos?

Definición

Dos conjuntos son iguales si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

Axioma de extensión

Si todo elemento de A pertenece a B y todo elemento de B pertenece al conjunto A, entonces los conjuntos son iguales. Escribimos $A = B$.

Ejemplo

$\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$
$\{1, 2, 3\} = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3\}$

Para probar que dos conjuntos son iguales, se debe probar que $A \subseteq B$ y que $B \subseteq A$.

Preguntas de interés

- ¿Qué es un diagrama de Venn?

Preguntas de interés

- ¿Qué es un diagrama de Venn?

Definición

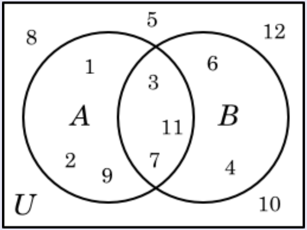
Representación gráfica de conjuntos.

- ¿Qué es un diagrama de Venn?

Definición

Representación gráfica de conjuntos.

Ejemplo



Preguntas de interés

- ¿Qué es la relación de inclusión?

- ¿Qué es la relación de inclusión?

Definición

Se dice que el conjunto A es subconjunto de B, denotado por $A \subseteq B$, si todo elemento de A es elemento de B.

- ¿Qué es la relación de inclusión?

Definición

Se dice que el conjunto A es subconjunto de B, denotado por $A \subseteq B$, si todo elemento de A es elemento de B.

Ejemplo

$\{e, u\} \subseteq \{a, e, i, o, u\}$

- ¿Qué es la relación de inclusión?

Definición

Se dice que el conjunto A es subconjunto de B, denotado por $A \subseteq B$, si todo elemento de A es elemento de B.

Ejemplo

$\{e, u\} \subseteq \{a, e, i, o, u\}$
$\{-1, 0, 1\} \subseteq \mathbb{Z}$

Conjunto vacío

En ocasiones, existen en matemáticas, conjuntos que carecen de elementos.

Conjunto vacío

En ocasiones, existen en matemáticas, conjuntos que carecen de elementos. A este conjunto que carece de elementos se le denomina **Conjunto vacío**. Se puede simbolizar como $\{\}$ o $\emptyset$.

Conjunto vacío

En ocasiones, existen en matemáticas, conjuntos que carecen de elementos. A este conjunto que carece de elementos se le denomina **Conjunto vacío**. Se puede simbolizar como $\{\}$ o $\emptyset$.

La existencia de este conjunto se da como un axioma.

En ocasiones, existen en matemáticas, conjuntos que carecen de elementos. A este conjunto que carece de elementos se le denomina **Conjunto vacío**. Se puede simbolizar como $\{\}$ o $\emptyset$.

La existencia de este conjunto se da como un axioma.

Axioma del conjunto vacío

Existe un conjunto que no tiene elementos

Subconjuntos

Teorema

Para cualquier conjunto S

(I) $\emptyset \subseteq S$

(II) $S \subseteq S$

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Definición

El número de elementos distintos de un conjunto A se denomina ***Cardinalidad*** *de A. Se simboliza como* $\#(A)$ *o* $Car(A)$ *o* $|A|$.

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Definición

El número de elementos distintos de un conjunto A se denomina ***Cardinalidad*** *de A. Se simboliza como* $\#(A)$ *o* $Car(A)$ *o* $|A|$.

Ejemplo

$|\{a, e, i, o, u\}| = 5$

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Definición

El número de elementos distintos de un conjunto A se denomina ***Cardinalidad*** *de A. Se simboliza como* $\#(A)$ *o* $Car(A)$ *o* $|A|$.

Ejemplo

$|\{a, e, i, o, u\}| = 5$
$|\{x \mid x \text{ es un dígito}\}| = 10$

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Definición

El número de elementos distintos de un conjunto A se denomina ***Cardinalidad*** *de A. Se simboliza como* $\#(A)$ *o* $Car(A)$ *o* $|A|$.

Ejemplo

$|\{a, e, i, o, u\}| = 5$
$|\{x \mid x \text{ es un dígito}\}| = 10$
$|\emptyset| = 0$

Tamaño o número de elementos

Si A es un conjunto, ¿cómo se denomina el número de elementos de un conjunto?

Definición

El número de elementos distintos de un conjunto A se denomina ***Cardinalidad*** *de A. Se simboliza como* $\#(A)$ *o* $Car(A)$ *o* $|A|$.

Ejemplo

$|\{a, e, i, o, u\}| = 5$
$|\{x \mid x \text{ es un dígito}\}| = 10$
$|\emptyset| = 0$

Definición

Un conjunto finito es un conjunto con una cantidad finita de elementos. De lo contrario se denomina conjunto infinito.

Agenda del día

1. **Teoría de Conjuntos**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios
   - Presentación del siguiente tema

Agenda del día

1. **Teoría de Conjuntos**
   - Presentación del tema
   - Ejercicios
   - Presentación del siguiente tema

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *es la colección ordenada en la que* a_1 *es su primer elemento* a_2 *el segundo ... y* a_n *el elemento enésimo.*

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *es la colección ordenada en la que* a_1 *es su primer elemento* a_2 *el segundo ... y* a_n *el elemento enésimo.*

¿Cuándo son dos *n*-tuplas ordenadas iguales?

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *es la colección ordenada en la que* a_1 *es su primer elemento* a_2 *el segundo ... y* a_n *el elemento enésimo.*

¿Cuándo son dos *n*-tuplas ordenadas iguales?

Decimos que dos *n*-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada par correspondiente de sus elementos es igual.

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *es la colección ordenada en la que* a_1 *es su primer elemento* a_2 *el segundo ... y* a_n *el elemento enésimo.*

¿Cuándo son dos *n*-tuplas ordenadas iguales?

Decimos que dos *n*-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada par correspondiente de sus elementos es igual.

Ejemplo

$(1, 2) \neq (2, 1)$

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ es la colección ordenada en la que a_1 es su primer elemento a_2 el segundo ... y a_n el elemento enésimo.

¿Cuándo son dos n-tuplas ordenadas iguales?

Decimos que dos n-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada par correspondiente de sus elementos es igual.

Ejemplo

$(1,2) \neq (2,1)$
$(1,2) = (1,2)$

Definición

La n-tupla ordenada $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *es la colección ordenada en la que* a_1 *es su primer elemento* a_2 *el segundo ... y* a_n *el elemento enésimo.*

¿Cuándo son dos *n*-tuplas ordenadas iguales?

Decimos que dos *n*-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada par correspondiente de sus elementos es igual.

Ejemplo

$(1, 2) \neq (2, 1)$
$(1, 2) = (1, 2)$

A las 2-tuplas las llamamos pares ordenados.

Definición

Sean A y B conjuntos. El producto cartesiano de A y B, denotado por $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$, Por tanto $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

Definición

Sean A y B conjuntos. El producto cartesiano de A y B, denotado por $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$, Por tanto $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

Ejemplo

¿Cuál es el producto cartesiano de $A = \{1, 2\}$ y $B = \{a, b, c\}$?

Definición

Sean A y B conjuntos. El producto cartesiano de A y B, denotado por $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$, Por tanto $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

Ejemplo

¿Cuál es el producto cartesiano de $A = \{1, 2\}$ y $B = \{a, b, c\}$?
$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

Operaciones con conjuntos

¿Qué es la unión de conjuntos?

¿Qué es la unión de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La unión de los conjuntos A y B, denotada por $A \cup B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están o bien en A o bien en B, o en ambos. Es decir
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

¿Qué es la unión de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La unión de los conjuntos A y B, denotada por $A \cup B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están o bien en A o bien en B, o en ambos. Es decir
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{2, 4, 6\}$ *y* $B = \{1, 3, 5\}$

¿Qué es la unión de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La unión de los conjuntos A y B, denotada por $A \cup B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están o bien en A o bien en B, o en ambos. Es decir
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{2, 4, 6\}$ *y* $B = \{1, 3, 5\}$ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

¿Qué es la intersección de conjuntos?

¿Qué es la intersección de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A \cap B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están tanto en A como en B. Es decir

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

¿Qué es la intersección de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A \cap B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están tanto en A como en B. Es decir
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y* $B = \{0, 2, 4, 6\}$

¿Qué es la intersección de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A \cap B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están tanto en A como en B. Es decir
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y* $B = \{0, 2, 4, 6\}$ $A \cap B = \{2, 4\}$

¿Qué es la intersección de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A \cap B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están tanto en A como en B. Es decir
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y* $B = \{0, 2, 4, 6\}$ $A \cap B = \{2, 4\}$

Se dice que dos conjuntos son disjuntos si su intersección es el conjunto vacío.

Operaciones con conjuntos

¿Qué es la diferencia de conjuntos?

¿Qué es la diferencia de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A - B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están en A pero no en B. La diferencia de A y B se llama también el complemento de B con respecto a A. Es decir

$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

¿Qué es la diferencia de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A - B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están en A pero no en B. La diferencia de A y B se llama también el complemento de B con respecto a A. Es decir
$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y* $B = \{0, 2, 4, 6\}$

¿Qué es la diferencia de conjuntos?

Definición

Sean A y B conjuntos. La intersección de los conjuntos A y B, denotada por $A - B$, es el conjunto que contiene aquellos elementos que están en A pero no en B. La diferencia de A y B se llama también el complemento de B con respecto a A. Es decir
$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *y* $B = \{0, 2, 4, 6\}$ $A - B = \{1, 3\}$

¿Qué es es el conjunto universal U?

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Ejemplo

Sea $U = \{x \mid x \text{ es dígito}\}$ y $A = \{3, 4, 9\}$

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Ejemplo

Sea $U = \{x \mid x \text{ es dígito}\}$ y $A = \{3, 4, 9\}$ $\overline{A} = \{0, 1, 2, 5, 6, 7, 8\}$

¿Qué es es el conjunto universal U?

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

Operaciones con conjuntos

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Ejemplo

Sea $U = \{x \mid x \text{ es dígito}\}$ y $A = \{3, 4, 9\}$

Operaciones con conjuntos

¿Qué es es el conjunto universal U?

Definición

El conjunto universal, denotado por U, es el conjunto formado por todos los elementos en un contexto dado.

¿Qué es es el conjunto complemento de A?

Definición

El complemento de A denotado por $\overline{A}$, es el complemento de A con respecto a U. Es decir $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Ejemplo

Sea $U = \{x \mid x \text{ es dígito}\}$ y $A = \{3, 4, 9\}$ $\overline{A} = \{0, 1, 2, 5, 6, 7, 8\}$