МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №3
по дисциплине «Анализ, моделирование и оптимизация систем»
Тема: Моделирование центра массового обслуживания с ограниченной очередью
Вариант №2

Студентка гр. 6373	__________________	Чудновская А. А.
Преподаватель	__________________	Филатов А. Ю.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы

Целью работы является изучение модели обслуживания заявок с ограниченной очередью.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1) Изучить модель обслуживания заявок со схожими законами распределения потока заявок и обслуживания;

2) Изучить модель обслуживания заявок с различными законами распределения потока заявок и обслуживания;

3) Запрограммировать модель;

4) Сравнить практические результаты с теоретическими.

Задание

1. Модифицировать программу моделирования ЦМО, введя ограниченное число мест в очереди и предусмотрев возможность подсчета числа не обслуженных заявок. Количество мест в очереди выбрать в соответствии со значением средней длины очереди, полученного в результате выполнения практического задания №2.

2. Провести исследование характеристик СМО с ограниченным числом мест в очереди (для одного из вариантов практического задания №2), вычислить теоретические значения основных характеристик СМО, в том числе вероятности отказа, и сравнить теоретические и экспериментальные результаты, рассчитав доверительные интервалы для исследуемых характеристик СМО.

Вариант №2: ρ_i = 0,55; 0,90, N = 1500; 40000

M = 4

Равномерный закон

1. p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.55} = 0.036$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по равномерному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1} = \frac{1-0.55}{1-0.55^{4+2}}0.55^{4+1} = 0.023$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{t_{об}} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{6}}{\frac{x}{2}}\frac{1}{\sqrt{3}}$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 0.34$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 17.14$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	0.300	724	15.872	31.194	0.522	27.590	27	0.018
40000	3	0.346	18509	17.644	33.442	0.539	27.496	819	0.02
Теория		0.34		17.14			27.8		0.023

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) и вероятности отказа (M/N) близки к значениям, полученным в результате моделирования.

2. **p_2 = 0.90, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по равномерному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк}=\frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1}=\frac{1-0.9}{1-0.9^{4+2}}0.9^{4+1}=0.13$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta=\frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}}=\frac{\frac{x\sqrt{3}}{6}}{\frac{x}{2}}\frac{1}{\sqrt{3}}$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r}=\frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)}=\frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)}=0.94$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}}=\frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)}=\frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)}=46.94$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	0.898	346	53.071	71.361	0.769	45.457	151	0.1
40000	3	0.995	8310	56.642	74.124	0.792	45.103	4769	0.12
Теория		0.94		46.94			45.45		0.13

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) и вероятности отказа (M/N) близки к значениям, полученным в результате моделирования, но QT достаточно далеко от теоретического значения, что говорит о низкой точности моделирования.

Экспоненциальный закон

1. **p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda=\frac{1}{50}$, тогда $\mu=\frac{\lambda}{\rho}=\frac{\frac{1}{50}}{0.55}=0.036$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1} = \frac{1-0.55}{1-0.55^{4+2}}0.55^{4+1} = 0.023$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{x^{-1}}{x^{-1}} = 1$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+1^2\right)}{2\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 0.51 \text{ (QA)}$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+1^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 25.7 \text{ (QT)}$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	0.487	650	25.790	47.282	0.545	28.847	71	0.047
40000	3	0.432	18924	22.497	44.442	0.525	27.368	1679	0.042
Теория		0.51		25.7			27.8		0.023

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Экспериментальное значение вероятности отказа почти в два раза отличается от теоретического.

2. **p_2 = 0.90, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1} = \frac{1-0.9}{1-0.9^{4+2}}0.9^{4+1} = 0.13$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{x^{-1}}{x^{-1}} = 1$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+1^2\right)}{2\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)} = 1.4 \text{ (QA)}$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+1^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)} = 70.41 \text{ (QT)}$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	1.123	334	68.876	94.783	0.778	47.845	282	0.18
40000	3	1.036	9722	61.138	85.864	0.759	44.808	6243	0.15
Теория		1.4		70.41			45.45		0.022

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) и вероятности отказа (M/N) близки к значениям, полученным в результате моделирования.

Треугольный закон

1. **p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.55} = 0.036$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по треугольному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1} = \frac{1-0.55}{1-0.55^{4+2}}0.55^{4+1} = 0.023$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\sqrt{\frac{x^2}{18}}}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 0.39$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1-0.55^4\left(4-4*0.55+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.55^{4+2}\right)\left(1-0.55\right)} = 19.28$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	0.333	722	17.998	35.347	0.506	27.338	29	0.019
40000	3	0.374	18603	19.213	36.794	0.536	27.489	1067	0.027
Теория		0.39		19.28			27.8		0.023

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) и вероятности отказа (M/N) близки к значениям, полученным в результате моделирования.

2. **p_2 = 0.90, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Вероятность отказа: $p_{отк} = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}\rho^{m+1} = \frac{1-0.9}{1-0.9^{4+2}}0.9^{4+1} = 0.13$

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\sqrt{\frac{x^2}{18}}}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)} = 1.06$$

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1-\rho^m\left(m-m\rho+1\right)\right)\left(1+\vartheta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho^{m+2}\right)\left(1-\rho\right)} = \frac{0.9^2\left(1-0.9^4\left(4-4*0.9+1\right)\right)\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.9^{4+2}\right)\left(1-0.9\right)} = 52.8$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT	M	M/N
1500	3	0.974	331	57.836	77.430	0.763	45.304	193	0.13
40000	3	1.025	8624	58.705	78.064	0.786	45.049	5228	0.13
Теория		1.06		52.8			45.45		0.13

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), среднего времени ожидания (QT) и вероятности отказа (M/N) близки к значениям, полученным в результате моделирования.

10 экспериментов

p_2 = 0.90, N = 40000, распределение потока заявок и обслуживания – экспоненциальное

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QT	61.138	59.854	62.539	60.834	60.090	60.958	61.150	60.461	60.396	61.857
M	6243	6268	6626	6389	6178	6496	6368	6125	6198	6481

M/N	0.156	0.157	0.166	0.16	0.154	0.162	0.16	0.153	0.155	0.162

Среднее время ожидания:

$$M\left(X\right)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i=60.928$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=0.759$$

Найдем доверительный интервал на уровне 0.95, критическое значение: 1.96:

$$\bar{X}\pm Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=60.928\pm 1.96*\frac{0.759}{\sqrt{10}}=60.928\pm 0.47$$

Теоретическое значение: 70.41

Вероятность отказа:

$$M\left(X\right)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i=0.159$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=0.004$$

Найдем доверительный интервал на уровне 0.95, критическое значение: 1.96:

$$\bar{X}\pm Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=0.159\pm 1.96*\frac{0.004}{\sqrt{10}}=0.159\pm 0.002$$

Теоретическое значение: 0.13

Вывод: теоретическое значение вероятности отказа попало в рассчитанный интервал, а теоретическое значение времени моделирования — нет, что говорит о недостаточной точности моделирования.

Код

```
SIMULATE
P_1 FVARIABLE 0.55
; P_1 FVARIABLE 0.9
IN FVARIABLE -50#LOG((RN1+1)/1000)
OUT FVARIABLE V$P_1#100#RN1/999
; OUT FVARIABLE -50#V$P_1#LOG((RN1+1)/1000)
; OUT FVARIABLE 150#V$P_1#(1-SQR(RN1/999))
```

```
STOR STORAGE 4
GENERATE V$IN
GATE SNF STOR,L1
ENTER STOR,1
QUEUE 1
SEIZE 1
DEPART 1
ADVANCE V$OUT
LEAVE STOR,1
RELEASE 1
TRANSFER ,L2
L1 SAVEVALUE 1+,1
L2 TERMINATE 1
START 1500
; START 40000
SHOW QM1
SHOW QA1
SHOW QZ1
SHOW QT1
SHOW QX1
SHOW FR1
SHOW FT1
```