

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Анализ, моделирование и оптимизация систем»
Тема: Моделирование и исследование случайных величин и
последовательностей

Студентка гр. 6373

Чудновская А. А.

Преподаватель

Филатов А. Ю.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы

Целью работы является напоминание свойств и способа построения случайной величины, освоение ее моделирования.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

- 1) Рассмотреть способ построения функции над заданной случайной величиной, для получения заданной случайной величины;
- 2) Смоделировать этот процесс;
- 3) Оценить результаты.

Задание

Пользуясь датчиками, генерирующими последовательность случайных чисел, распределенных по равномерному закону, смоделировать:

1. Случайную величину, распределенную по равномерному случайному закону на интервале $[0; \alpha]$, где α — заданный параметр

Вариант №12: $\alpha = 110$

Равномерный случайный закон:

$$\text{Функция распределения: } F_x(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

$$\text{Математическое ожидание: } M(x) = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{СКО: } \sigma(x) = \frac{(b-a)\sqrt{3}}{6}$$

В GPSS равномерное распределение генерирует случайные величины на диапазоне $[0, 999]$, $F_x(x) = \frac{x}{999}$ По заданию нужно генерировать случайные величины в диапазоне $[0, 110]$, $F_y(y) = \frac{y}{110}$. Для того, чтобы получить требуемое распределение, найдем обратную функцию:

$$\frac{x}{999} = \frac{y}{110} \Rightarrow y = \frac{110x}{999}$$

Код GPSS:

```
SIMULATE
GENERATE 1
E1 FVARIABLE (RN1#110/999)
TAB1 TABLE V$E1,10,10,15
TABULATE TAB1
TERMINATE 1
START 100
```

Для оценки полученного распределения, проведем моделирования, изменяя число прогонов модели в операторе START. Данные сведены в табл. 1.

Табл. 1. Оценка мат. ожидания и СКО равномерного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
M(y)	55	55.623	55.032	55.047
σ(y)	31,75	30.354	32.868	31.949

Гистограммы смоделированных распределений приведены на рис 1.1 – 1.3.

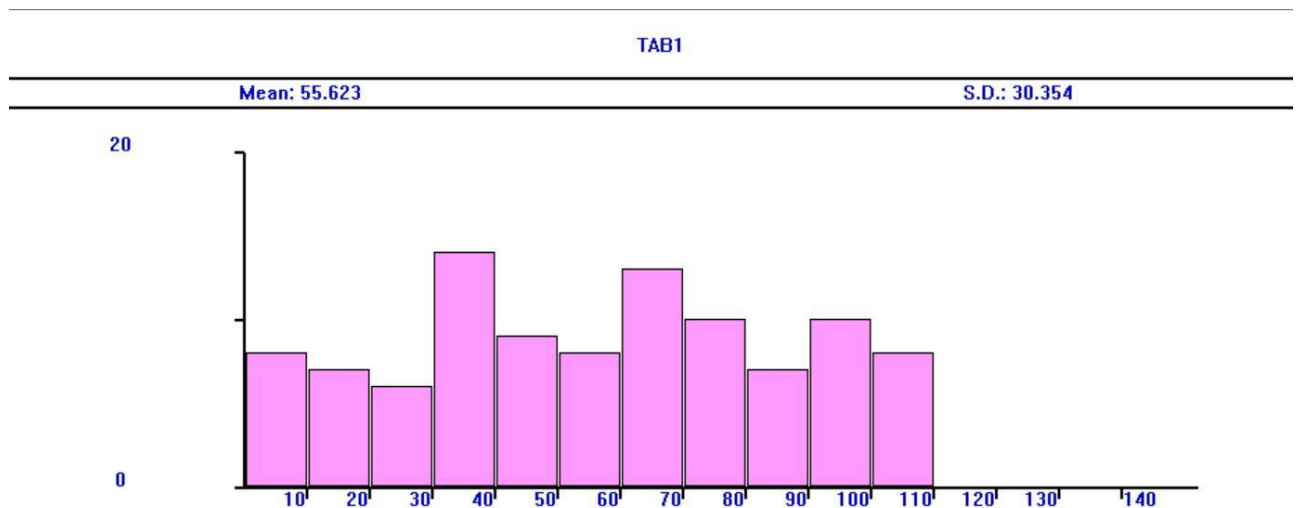


Рис. 1.1. Гистограмма модели со 100 прогонами

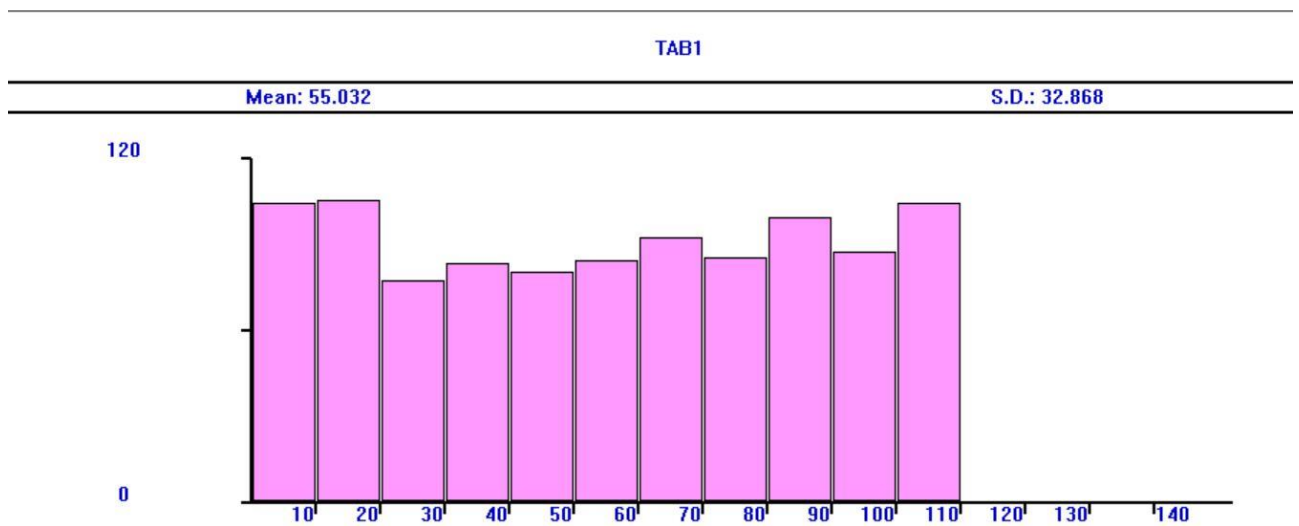


Рис. 1.2. Гистограмма модели с 1000 прогонов

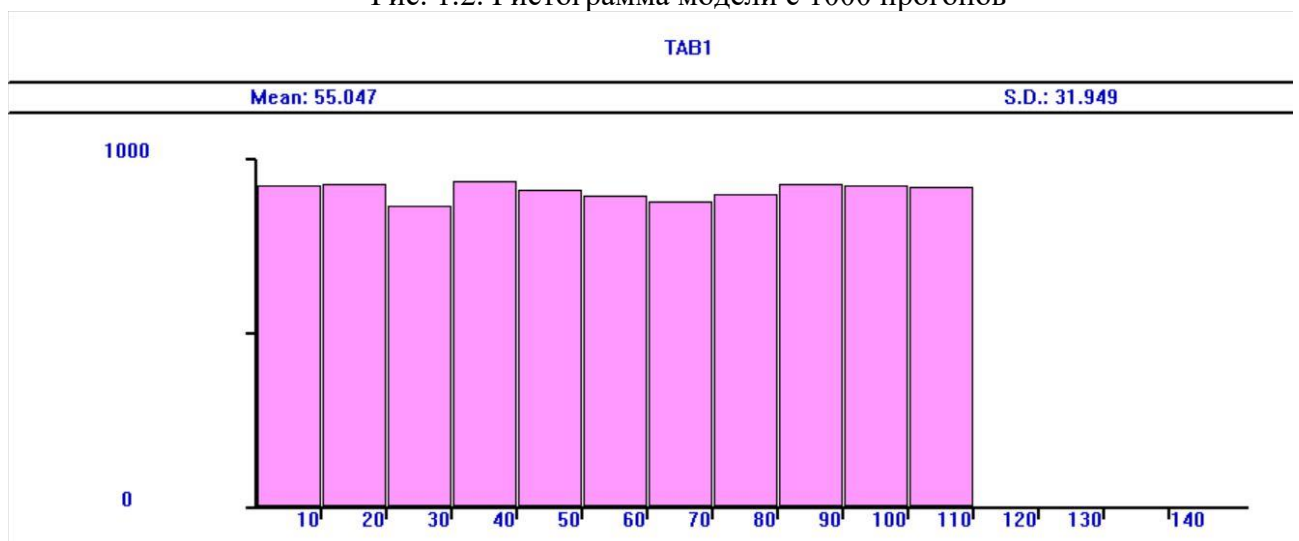


Рис. 1.3. Гистограмма модели с 10000 прогонов

2. Случайную величину, распределенную по показательному закону с параметром λ .

Вариант №12: $\lambda = 1/130$

Показательный закон:

$$\text{Функция распределения: } F_x(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Математическое ожидание: λ^{-1}

СКО: λ^{-1}

Для того, чтобы получить требуемое распределение, найдем обратную

функцию: $\frac{x}{999} = 1 - e^{-\frac{1}{130}\lambda y} \Rightarrow y = 130 \ln\left(\frac{-999}{x-999}\right)$

Код GPSS

```
SIMULATE
GENERATE 1
E1 FVARIABLE 130#LOG(-999/((RN1-1)-999))
TAB1 TABLE V$E1,50,50,20
TABULATE TAB1
TERMINATE 1
START 100
```

Комментарий: из RN1 вычитается 1 для того, чтобы при предельном значении RN1 = 999 не происходило деление на 0. Прибавлять 1 в данном случае нельзя, так как тогда при предельном значении будет вычисляться логарифм отрицательного числа, что приведет к ошибке.

Для оценки полученного распределения, проведем моделирования, изменяя число прогонов модели в операторе START. Данные сведены в табл. 2.

Табл. 2. Оценка мат. ожидания и СКО показательного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
M(y)	130	132.126	131.661	129.953
σ(y)	130	143.212	131.244	129.216

Гистограммы смоделированных распределений приведены на рис 2.1 – 2.3.

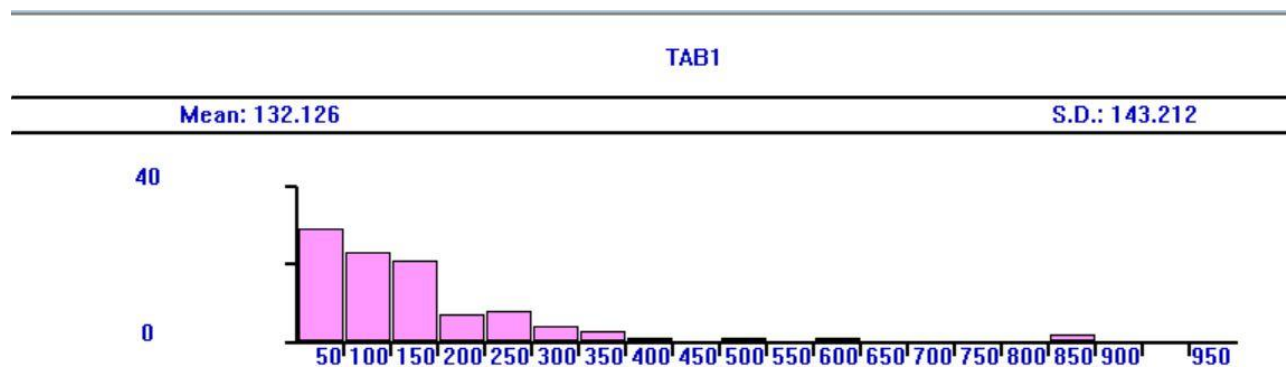


Рис. 2.1 Гистограмма модели со 100 прогонами

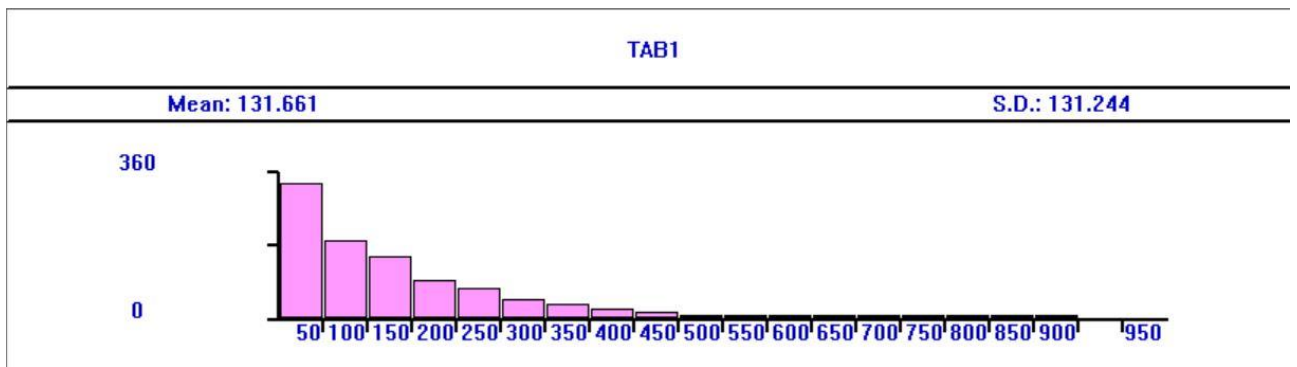


Рис. 2.2. Гистограмма модели с 1000 прогонов

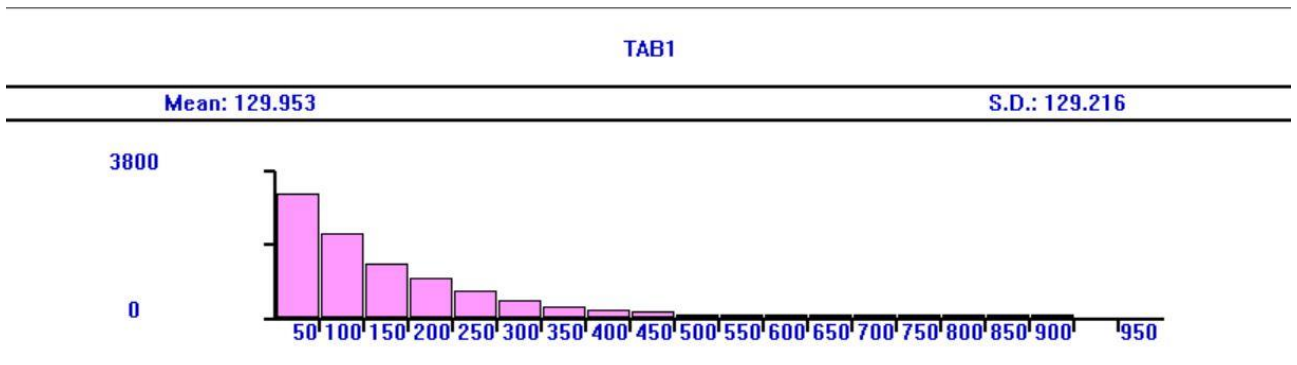


Рис. 2.3. Гистограмма модели с 10000 прогонов

3. Случайную величину, распределенную по треугольному закону с параметрами ($a = 0$; $b = 0$; $c = a$), где a — заданный параметр

Вариант № 12: $a = 110$

Треугольный закон:

$$\text{Функция распределения: } F_x(X) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & x \in [a, c) \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & x \in [c, b] \\ 1, & x > b \end{cases}$$

$$\text{Математическое ожидание: } M(x) = \frac{a+b+c}{3}$$

$$\text{СКО: } \sigma(x) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}}$$

Для того, чтобы получить требуемое распределение, найдем обратную

функцию: $\frac{x}{999} = 1 - \frac{(110 - y)^2}{110^2} \Rightarrow y = 110 \left(1 - \sqrt{\frac{x}{999}} \right)$

Код GPSS:

```
SIMULATE
GENERATE 1
E1 FVARIABLE 110#(1-SQR(RN1/999))
TAB1 TABLE V$E1,10,10,15
TABULATE TAB1
TERMINATE 1
START 100
```

Для оценки полученного распределения, проведем моделирования, изменяя число прогонов модели в операторе **START**. Данные сведены в табл. 3.

Табл. 3. Оценка мат. ожидания и СКО треугольного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
M(y)	36,7	35.701	37.154	36.727
σ(y)	25,9	24.583	27.345	26.197

Гистограммы смоделированных распределений приведены на рис 3.1 – 3.3.

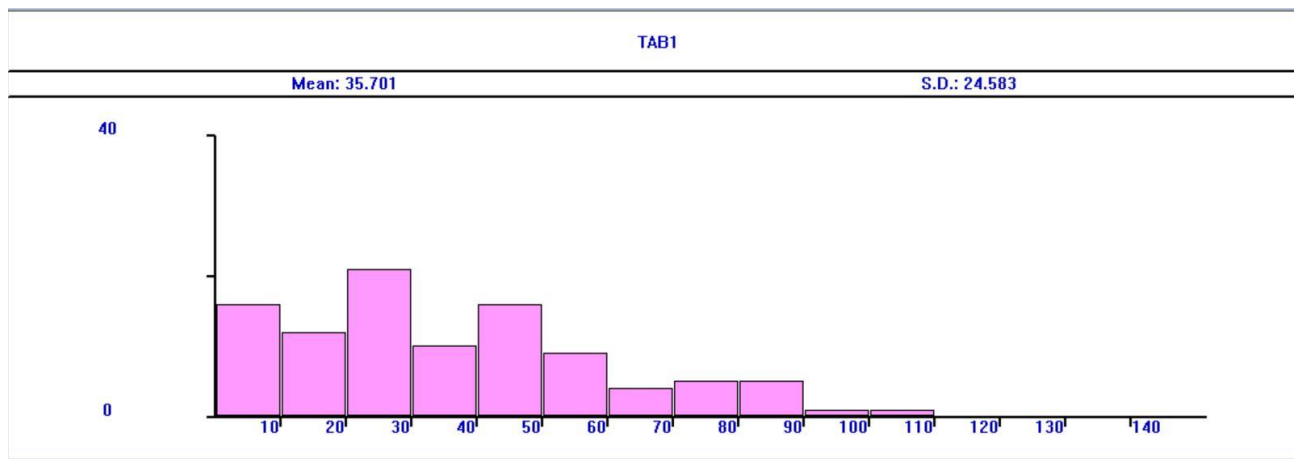


Рис 3.1. Гистограмма модели со 100 прогонами

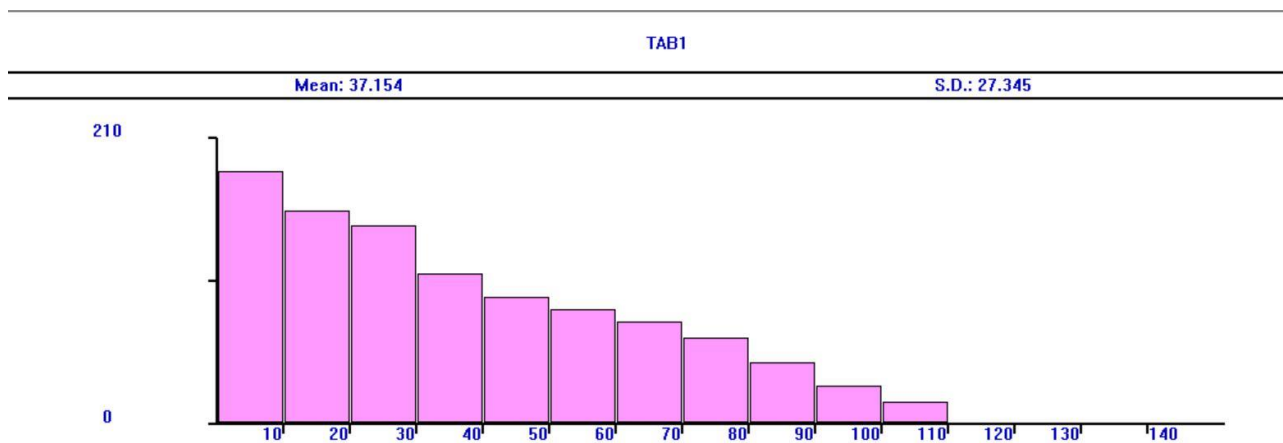


Рис. 3.2. Гистограмма модели с 1000 прогонов

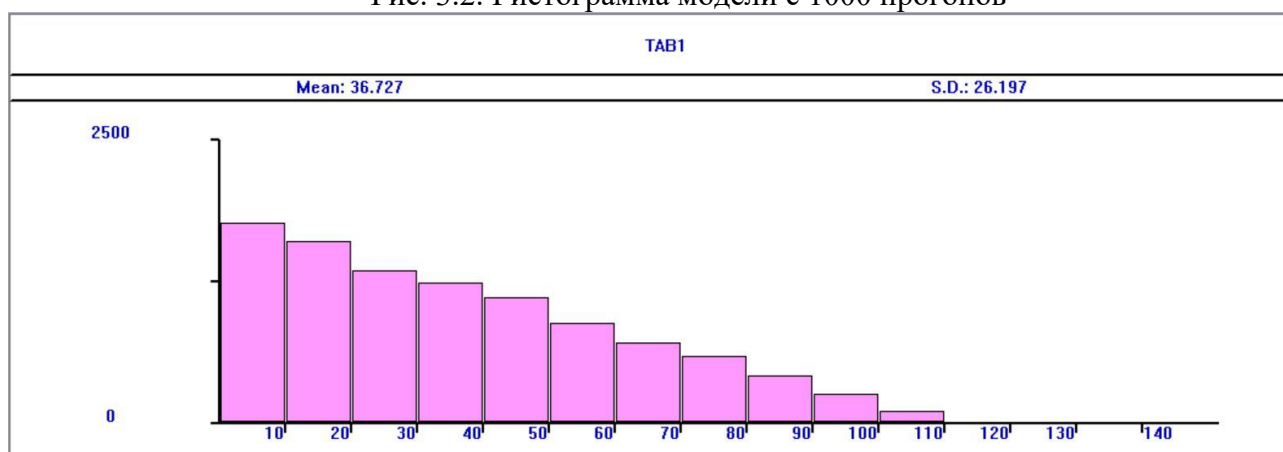


Рис. 3.3. Гистограмма модели с 10000 прогонов

Вывод: с помощью генератора последовательности случайных чисел, распределенных по равномерному закону, можно смоделировать последовательность случайных чисел, распределенных по другим законам. Полученные в результате моделирования математическое ожидание и СКО случайных величин, а также качественная оценка плотности распределения (гистограмма) близки к теоретическим. При этом с увеличением числа случайных чисел в последовательности (т.е. числа прогонов модели в данной работе), точность моделирования повышается.