МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по дисциплине «Анализ, моделирование и оптимизация систем»

Тема: Моделирование центра массового обслуживания

Вариант №2

Студентка гр. 6373	____________________	Чудновская А. А.
Преподаватель	____________________	Филатов А. Ю.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы

Целью работы является изучение модели обслуживания заявок с неограниченной очередью.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1) изучить модель обслуживания заявок со схожими законами распределения потока заявок и обслуживания;

2) изучить модель обслуживания заявок с различными законами распределения потока заявок и обслуживания;

3) запрограммировать модель;

4) сравнить практические результаты с теоретическими.

Задание

Необходимо смоделировать систему обслуживания заявок с неограниченной очередью с пуассоновским потоком заявок (время отправки сообщения — случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону) и тремя различными потоками обслуживания (время обслуживания — случайная величина, распределенная по равномерному, показательному или треугольному закону).

Провести эксперимент и выяснить практические характеристики модели.

Провести теоретический расчет этих параметров.

Оценить результаты.

Вариант №2: ρ_i = 0,55; 0,90, N = 1500; 40000

Равномерный закон

1. **p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.55} = 0.036$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по равномерному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{6}}{\frac{x}{2}} \frac{1}{\sqrt{3}}$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2 * \left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.55\right)} = 0.45$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2 * \frac{1}{50}\left(1-0.55\right)} = 22.4 \text{ (QT)}$$

Результаты моделирования:

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	7	0.379	707	20.154	38.122	0.522	27.725
40000	11	0.436	18121	21.826	39.901	0.551	27.546
50000	11	0.442	22620	22.139	40.429	0.551	27.580
60000	11	0.445	27189	22.301	40.780	0.550	27.568
70000	11	0.444	31789	22.283	40.820	0.549	27.546
80000	11	0.443	36283	22.216	40.654	0.550	27.550
Теория		0.45		22.4			27.8

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Для оценки времени переходного процесса найдено значение N, при котором QT перестает увеличиваться – 80000.

2. $p_2 = 0.90$, N = 1500, N = 40000

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по равномерному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{6}}{\frac{x}{2}} \frac{1}{\sqrt{3}}$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2(1-\rho)} = \frac{0.90^2 * \left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2(1-0.90)} = 5.4$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda(1-\rho)} = \frac{0.90^2\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}(1-0.90)} = 270 \text{ (QT)}$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	14	2.483	222	134.465	157.695	0.851	46.250
40000	40	5.201	4053	260.264	289.599	0.900	45.058
80000	48	5.227	8073	261.335	290.666	0.900	44.976
160000	48	5.106	16005	255.220	283.588	0.900	45.005
1000000	84	5.452	98918	271.745	301.576	0.902	44.956
3000000	84	5.588	293364	278.231	308.387	0.903	44.983
Теория		5.4		270			45.45

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Время переходного процесса оценить не удалось, так как не удалось обнаружить значение N, при котором QT перестает расти (максимально было проверено N = 3000000).

Экспоненциальный закон

1. **p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.55} = 0.036$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону.

Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{x^{-1}}{x^{-1}} = 1$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2(1-\rho)} = \frac{0.55^2 * \left(1+1^2\right)}{2(1-0.55)} = 0.67$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди: $\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda(1-\rho)} = \frac{0.55^2\left(1+1^2\right)}{2 * \frac{1}{50}(1-0.55)} = 33.6$ (QT)

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	10	0.623	683	32.553	59.767	0.529	27.614
40000	15	0.634	18147	31.729	58.076	0.546	27.305
80000	15	0.638	36275	32.001	58.549	0.545	27.332
160000	15	0.651	72251	32.573	59.392	0.547	27.370
1000000	24	0.660	450234	32.927	59.893	0.550	27.425
2000000	24	0.661	901045	32.923	59.916	0.550	27.408

Теория		0.67		33.6			27.8

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Для оценки времени переходного процесса найдено значение N, при котором QT перестает увеличиваться – 2000000.

2. p2 = 0.90, N = 1500, N = 40000

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону.

Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{\overline{t_{об}}}} = \frac{x^{-1}}{x^{-1}} = 1$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2(1-\rho)} = \frac{0.90^2 * \left(1+1^2\right)}{2(1-0.90)} = 8.1$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди: $\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda(1-\rho)} = \frac{0.90^2\left(1+1^2\right)}{2 * \frac{1}{50}(1-0.90)} = 405$ (QT)

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	44	14.990	61	741.168	772.370	0.958	47.664
40000	63	7.500	3836	372.462	411.970	0.906	44.996
80000	63	7.458	8235	372.703	415.454	0.898	44.896
160000	79	8.214	16231	410.011	456.297	0.899	44.893
320000	79	8.187	32467	408.518	454.646	0.899	44.860

Теория		8.1		405			45.45

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Для оценки времени переходного процесса найдено значение N, при котором QT перестает увеличиваться – 320000.

Треугольный закон

1. **p_1 = 0.55, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.55} = 0.036$

Поток заявок распределен по экспоненциальному закону, поток обслуживания — по треугольному. Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.036} = 27.8$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\sqrt{\frac{x^2}{18}}}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2 * \left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2\left(1-0.55\right)} = 0.50$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho\right)} = \frac{0.55^2\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.55\right)} = 25.2 \text{ (QT)}$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	8	0.399	734	21.372	41.850	0.507	27.104
10000	11	0.496	4561	24.924	45.813	0.544	27.353
20000	12	0.517	9068	26.059	47.670	0.546	27.486
30000	12	0.510	13596	25.488	46.613	0.549	27.427
40000	12	0.508	18057	25.386	46.276	0.549	27.475
Теория		0.50		25.2			27.8

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Для оценки времени переходного процесса найдено значение N, при котором QT перестает увеличиваться – 30000.

2. **p_2 = 0.90, N = 1500, N = 40000**

Пусть интенсивность потока заявок $\lambda = \frac{1}{50}$, тогда $\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{\frac{1}{50}}{0.90} = 0.022$

Потоки заявок и обслуживания распределены по экспоненциальному закону.

Рассчитаем теоретические значения:

Среднее время обслуживания: $\overline{t_{об}} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0.022} = 45.45$ (FT)

Коэффициент вариации времени обслуживания: $\vartheta = \frac{\sigma_{t_{об}}}{\overline{t_{об}}} = \frac{\sqrt{\frac{x^2}{18}}}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Среднее число заявок в очереди: $\bar{r} = \frac{\rho^2\left(1+\vartheta^2\right)}{2(1-\rho)} = \frac{0.90^2 * \left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2(1-0.90)} = 6.08$ (QA)

Среднее время ожидания в очереди:

$$\overline{t_{ож}} = \frac{\rho^2\left(1+\theta^2\right)}{2\lambda\left(1-\rho\right)} = \frac{0.90^2\left(1+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)}{2*\frac{1}{50}\left(1-0.90\right)} = 303.75 \text{ (QT)}$$

N	QM	QA	QZ	QT	QX	FR	FT
1500	18	3.499	208	181.346	210.228	0.863	45.097
30000	35	5.361	3138	267.514	298.741	0.899	44.892
35000	53	5.813	3625	290.041	323.547	0.900	44.892
40000	53	6.171	4010	307.833	342.127	0.902	44.983
45000	53	6.052	4607	302.337	336.819	0.900	44.945
Теория		6.08		303.75			45.45

Вывод: теоретические значения среднего времени обслуживания (FT), среднего числа заявок (QA), и среднего времени ожидания (QT) близки к значениям, полученным в результате моделирования. Для оценки времени переходного процесса найдено значение N, при котором QT перестает увеличиваться – 45000.

10 экспериментов

$p_2 = 0.90$, N = 40000

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QT	372.462	446.635	399.040	381.051	420.479	430.889	362.868	298.613	328.885	344.828

$$M\left(X\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 378.575$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = 44.537$$

Найдем доверительный интервал на уровне 0.95, критическое значение: 1.96:

$$\bar{X} \pm Z\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 378.575 \pm 1.96 * \frac{44.537}{\sqrt{10}} = 378.575 \pm 27.6$$

Теоретическое значение: 405

Вывод: теоретическое значение попадает в вычисленный доверительный интервал

Код

```
SIMULATE
P_1 FVARIABLE 0.55
; P_1 FVARIABLE 0.9
IN FVARIABLE -50#LOG((RN1+1)/1000)
OUT FVARIABLE V$P_1#100#RN1/999
; OUT FVARIABLE -50#V$P_1#LOG((RN1+1)/1000)
; OUT FVARIABLE 150#V$P_1#(1-SQR(RN1/999))
GENERATE V$IN
QUEUE 1
SEIZE 1
DEPART 1
ADVANCE V$OUT
RELEASE 1
TERMINATE 1
START 1500
; START 40000
SHOW QM1
SHOW QA1
SHOW QZ1
SHOW QT1
SHOW QX1
SHOW FR1
SHOW FT1
```