

Zadanie 3.

3.1 Opis problemu:

Rozwiązywanie układu równań podanego w formie macierzowej: $Ax=b$, gdzie A – to macierz współczynników, b - wektor prawych stron.

- 1) Wygenerować A jako macierz Hilberta odpowiedniego stopnia,
- 2) Wygenerować A jako macierz losową z zadaniem wskaźnikiem uwarunkowania.

Wektor b zadany jest w następujący sposób $b=Ax$, gdzie $x=(1 \dots 1)^T$

Rozwiązać układ równań na dwa sposoby.

3.2 Rozwiązanie:

1. Wygeneruj zadaną macierz A .
2. Oblicz macierz b .
3. Obliczenie wektora x dla zadanych macierzy.
4. Obliczanie błędów względnych.

Podczas generowania macierzy korzystamy z udostępnionych przez wykładowcę funkcji `hilb()` oraz `matcond()`. Obie znajdują się w pliku źródłowym `zad3.jl`.

3.3 Wyniki:

Dla macierzy Hilberta:

Rozmiar	Stopień	Uwarunkowanie	Błąd metody Gaussa	Błąd metody inwersji
1	1	1	0.0	0.0
2	2	19.28147006790397	1.570092458683775e-16	4.710277376051325e-16
3	3	524.0567775860644	6.409875621278547e-16	0.0
4	4	15513.738738928138	4.218847493575595e-15	4.618527782440651e-14
5	5	476607.25024172297	3.574849180676073e-15	4.001646452302344e-12
.
10	10	1.602528535225018e13	1.3811064294126044e-8	6.937113494935423e-5

.
15	12	1.1054293255916022e18	2.1020788594263076	3.7446980654345543
.
20	13	5.7627595781335616e17	6.839704396990693	27.74354008437625

Dla macierzy losowej:

Rozmiar	Uwarunkowanie	Błąd metody Gaussa	Błąd metody inwersji
5	1.0	0.0	0.0
5	10.0	1.9860273225978183e-16	3.9720546451956367e-16
5	1000.0	2.7804382516369457e-15	2.5818355193771637e-15
5	1.0*10 ⁷	3.2001295175029616e-10	3.376043873629386e-10
5	1.0*10 ¹²	6.80338217338417e-6	2.4366343240237922e-5
5	1.0*10 ¹⁶	0.22396703051016958	0.25136644063599517
10	1.0	0.0	1.4043333874306804e-16
10	10.0	1.4043333874306804e-16	1.4043333874306804e-16
10	1000.0	2.134586748894634e-14	2.1486300827689408e-14
10	1.0*10 ⁷	2.037961590172466e-10	1.4370009906890928e-10
10	1.0*10 ¹²	3.6356677944590476e-5	3.449918297602533e-5
10	1.0*10 ¹⁶	0.2856062754591731	0.38983474737106777
20	1.0	0.0	0.0
20	10.0	1.9860273225978183e-16	0.0
20	1000.0	4.567862841974982e-15	3.574849180676073e-15
20	1.0*10 ⁷	1.8731216693081323e-10	3.357855835409035e-10
20	1.0*10 ¹²	5.825266692272276e-6	9.536784545926307e-7
20	1.0*10 ¹⁶	0.5432749416413706	0.49925874832651673

3.4 Wnioski:

Macierz Hilberta jest przykładem macierzy źle uwarunkowanej. Wraz ze wzrostem stopnia rośnie wskaźnik uwarunkowania co przekłada się na błędy względne w obliczeniach. Dla macierzy losowej sami podawaliśmy wskaźnik uwarunkowania, co w tym przypadku również przekłada się na wyniki.

Dla wskaźnika uwarunkowania równego 1 błąd względny jest bardzo mały lub wynosi 0.0. Wraz ze wzrostem wskaźnika uwarunkowania błąd rośnie.