



数学之桥：从初等数学到微积分

习题答案

作者：Siliconet

时间：始于 2023 年

版本：1.0

模板：ElegantBook

你站在桥上看风景，看风景人在楼上看你。明月装饰了你的窗子，你装饰了别人的梦。

目录

第一章 集合论初步

1

第一章 集合论初步

练习 1.1 $\in \notin \in \notin$.

练习 1.2 无限集; 有限集; 无限集。

练习 1.3 $\{2, -2\}$; $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$; $\{1\}$.

练习 1.4 (1) $\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$; (2) $\{\text{矩形}\}$; (3) $\{x \mid x = 5^n, 0 \leq n \leq 4, n \in \mathbb{N}\}$.

练习 1.5 $\{(2, 1, 3)\}$.

练习 1.6 -1 或 -8 。

练习 1.7 (1) 线段 AB 的垂直平分线; (2) 以 O 为圆心, 3cm 为半径的圆; (3) 以 O 为圆心, 内半径为 2, 外半径为 3 的圆环。

练习 1.8 (1) $\{y \mid y \geq 0\}$ 或 $[0, +\infty)$; (2) $\{y \mid y \neq 0\}$; (3) $\{y\text{轴上的点}\}$

练习 1.9 $m \geq 2$ 或 $m = 1$.

练习 1.10 略。

练习 1.11 略。

练习 1.12 不相等. $\emptyset \subseteq \{0\}$.

练习 1.13 略。

练习 1.14 m 的值为 $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ 或 0 .

练习 1.15 $\{4\}$; $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; $\{3\}$; $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; \emptyset ; $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

练习 1.16 $[4, +\infty)$.

练习 1.17 略。

练习 1.18 $\{-3, -1, 1, 5\}$.

练习 1.19 (1) 设 $s = m_1^2 + n_1^2, t = m_2^2 + n_2^2$, 其中 m_1, m_2, n_1, n_2 均为整数。由此可得

$$\begin{aligned} st &= (m_1^2 + n_1^2)(m_2^2 + n_2^2) \\ &= m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2 + m_1^2 n_2^2 + m_2^2 n_1^2 \\ &= (m_1 m_2 + n_1 n_2)^2 + (m_1 n_2 - m_2 n_1)^2 \end{aligned}$$

因此 $st \in A$, 得证。(2) 由 (1) 知 $st \in A$, 设 $st = m^2 + n^2$, 其中 m, n 都是整数。由于 $t \neq 0$, 可得

$$\frac{s}{t} = \frac{st}{t^2} = \frac{m^2 + n^2}{t^2} = \left(\frac{m}{t}\right)^2 + \left(\frac{n}{t}\right)^2$$

得证。