



# 数学之桥：从初等数学到微积分

## 习题答案

作者：Siliconet

时间：始于 2023 年

版本：1.0

模板：ElegantBook

你站在桥上看风景，看风景人在楼上看你。明月装饰了你的窗子，你装饰了别人的梦。

# 目录

第一章 集合论初步

1

## 第一章 集合论初步

练习 1.1  $\in \notin \in \notin$ .

练习 1.2 无限集; 有限集; 无限集。

练习 1.3  $\{2, -2\}$ ;  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ;  $\{1\}$ .

练习 1.4 (1)  $\{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ ; (2)  $\{\text{矩形}\}$ ; (3)  $\{x \mid x = 5^n, 0 \leq n \leq 4, n \in \mathbb{N}\}$ .

练习 1.5  $\{(2, 1, 3)\}$ .

练习 1.6  $-1$  或  $-8$ 。

练习 1.7 (1) 线段  $AB$  的垂直平分线; (2) 以  $O$  为圆心,  $3\text{cm}$  为半径的圆; (3) 以  $O$  为圆心, 内半径为 2, 外半径为 3 的圆环。

练习 1.8 (1)  $\{y \mid y \geq 0\}$  或  $[0, +\infty)$ ; (2)  $\{y \mid y \neq 0\}$ ; (3)  $\{y\text{轴上的点}\}$

练习 1.9  $m \geq 2$  或  $m = 1$ .

练习 1.10 983.

练习 1.11 略。

练习 1.12 略。

练习 1.13 不相等.  $\emptyset \subseteq \{0\}$ .

练习 1.14 略。

练习 1.15  $\bar{A} = \{4, 5\}$ ;  $\bar{A} \cap B = \{3\}$ ;  $A \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ .

练习 1.16  $m$  的值为  $\sqrt{3}$  或  $-\sqrt{3}$  或 0.

练习 1.17  $\{4\}$ ;  $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ;  $\{3\}$ ;  $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ;  $\emptyset$ ;  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

练习 1.18  $[4, +\infty)$ .

练习 1.19 略。

练习 1.20 略。

练习 1.21  $\{-3, -1, 1, 5\}$ .

练习 1.22 (1) 设  $s = m_1^2 + n_1^2, t = m_2^2 + n_2^2$ , 其中  $m_1, m_2, n_1, n_2$  均为整数。由此可得

$$\begin{aligned} st &= (m_1^2 + n_1^2)(m_2^2 + n_2^2) \\ &= m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2 + m_1^2 n_2^2 + m_2^2 n_1^2 \\ &= (m_1 m_2 + n_1 n_2)^2 + (m_1 n_2 - m_2 n_1)^2 \end{aligned}$$

因此  $st \in A$ , 得证。

(2) 由 (1) 知  $st \in A$ , 设  $st = m^2 + n^2$ , 其中  $m, n$  都是整数。由于  $t \neq 0$ , 可得

$$\frac{s}{t} = \frac{st}{t^2} = \frac{m^2 + n^2}{t^2} = \left(\frac{m}{t}\right)^2 + \left(\frac{n}{t}\right)^2$$

得证。