

《运筹优化与最优决策》Project 期末报告

——基于整数规划的高速列车运行路径优化问题

第 5 组 小组成员：张思成 赵子涵 王文杰

一、选题背景与意义

在我国，高速铁路是指设计时速不低于 250km/h，初期运营时速不低于 200km/h 的铁路线路。随着我国高速铁路网络的快速发展和完善，高速动车组已经成为了国民出行的重要方式。2021 年底，京港高铁安九段的开通标志着我国高速铁路运营里程正式突破 4 万千米，而随着“八纵八横”的路网趋于完善和区域性城际铁路的大面积通车，路网中从某一起点到目的地往往存在着多条可通达的路径，满足不同的出行需求。例如，以北京-南昌作为出发地和目的地，目前路网中共有 3 种运行经由，分别是经由京广高速-沪昆高速的 G485 次列车，经由京广高速-武九客专-昌九城际的 G487 次列车和经由京沪高速-宁杭高速-沪昆高速的 G169 次列车。在这些列车的跨线运行决策中，往往涉及车站跨线作业条件，线路负荷，区间客流等多种因素的权衡，在实际操作中具有一定挑战性。

结合以上实际情况，探究高速列车在多个目的地之间跨线运行的最优方案对综合安排列车运行线，优化列车运行图，满足乘客多样化出行需求，最大化路局运营收益等方面有重要价值，是值得探究的优化问题。

二、数据处理及变量说明

在本报告中，若无特殊说明，“城市”和“车站”的含义相同，即城市内部枢纽的跨线运行在本报告的情形中进行简化考虑中，城市内部枢纽的“跨线禁止”和“换向”约束均已纳入线路基本信息考虑。例如沈阳前往北京的京哈高速线进入北京朝阳站，而北京前往天津的京津城际、京沪高速列车在北京南站始发，二者暂时不能贯通运行，体现为“沈阳无法经过北京前往天津”。

2.1 符号规则说明

$T_{i,j}$: 单线路中列车由城市 i 运行到城市 j 的最快用时

$p_{i,j}$: 城市 i 到城市 j 直接连接的线路的列车对数

$B_{i,j}$: 城市 i 到城市 j 直接连接的线路的区段影响指数，用标准分 0-100 表示，计算公式为

$$100 \times \frac{\min(p_{i,j}) - p_{i,j}}{\max(p_{i,j}) - \min(p_{i,j})}$$

式中 $\max(p_{i,j})$ 和 $\min(p_{i,j})$ 为所有线路运行列车数量的最大值和最小值。

$F_{i,j}$: 有线路直接连接的城市 i 到城市 j 的客流指数, 估算规则见后

$D_{i,j}$: 有线路直接连接的城市 i 到城市 j 的客运距离

$x_{i,j}^{o \rightarrow d}$: 0-1 变量, 始发站为 o , 终点站为 d 的列车的路径中是否包括从车站 i 运行到相邻的车站 j

$\gamma_j^{i \rightarrow k}$: 0-1 变量, 从车站 j 的相邻车站 i 是否能跨线运行到车站 j 的相邻车站 k

$h_j^{i \rightarrow k}$: 0-1 变量, 从车站 j 的相邻车站 i 运行到车站 j 的相邻车站 k 是否需要换向

$c_j^{i \rightarrow k}$: 0-1 变量, 从车站 i 运行到车站 k 是否选择经过与其均相邻的车站 j

$t_j^{i \rightarrow k}$: 从车站 j 的相邻车站 i 运行到相邻车站时在车站 j 的停靠时间

S : 给定的路网中的车站集合

$A(i)$: 与车站 i 直接相连的车站集合

$z_1(i, j)$: 从车站 i 运行到车站 j 的总距离, 为优化目标

$z_2(i, j)$: 从车站 i 运行到车站 j 的总时间, 为优化目标

$z_3(i, j)$: 从车站 i 运行到车站 j 的区段影响值总和, 为优化目标

$z_4(i, j)$: 从车站 i 运行到车站 j 的区间客流指数总和, 为优化目标

2.2 变量说明

2.2.1 基本路线信息

为简化问题规模, 本报告的问题求解中, 采用国家“八纵八横”高速铁路通道中已建成运营的线路集合和所途径的重要车站(城市)和部分重要区域连接线路, 保留跨线运行的枢纽车站或终点城市; 最终选择 44 个城市节点和 71 条连接两两节点的线路(边); 将车站一一对应到城市, 综合枢纽内多个车站的影响(如北京市有北京南、北京朝阳等多个高铁站)。

为求解该优化问题, 本报告收集的线路(变量)信息包括: 线路区间起点、终点、线路名称、区间限速、里程、区间最快运行时间、区段车次数、客流等。例如上海-南京线路经由京沪高速线, 里程为 295km(上海虹桥-南京南)、最高允许运行速度为 350km/h, 最短运行时间为 59 分钟(G10 次列车等)、区间最大车次数 132 对。

2.2.2 里程、最快运行时间及区段速度限制

本报告中, 线路里程、运行时间参考 12306 等官方渠道发布的运行日常线路的信息, 最快运行时间为铁路网中实际排图的最短时间, 并非简单通过速度和里程折算。区段速度限制参考发改委环评批准的数据, 考虑实际采用为当前实际运行最高速度而非设计最高时速, 例如京广高铁设计时速为 350km/h, 目前最高运行速度为 310km/h。

2.2.3 区段车次数

区段车次数量是区段繁忙程度的直接反映，在本报告中对路径规划起到约束作用。本报告中，为尽量避免 2022 年全国性疫情因素对客运列车开行数量的干扰，本变量采用 2021 年 7 月的全路网运行图中**日常开行**的车次对数；对 2021 年 7 月后开通的新线路，则采用线路通车后实际开行的列车对数。此外，受选择枢纽节点影响，部分运行区间被合并考虑。若运行区间中不同子区间的车次数存在差异，取该区间中最繁忙区段的运行车次数量作为该区段繁忙程度的代表。该变量在进行 0-1 标准化后，转化为 100 满分的标准分，作为区段运行影响指数影响约束条件。

2.2.4 换向约束及跨线约束信息

换向运行是指两条线路同方向引入该枢纽车站，因此跨线需要调转车头再开出。例如太原经石家庄前往郑州、武汉方向，需要在石家庄站台换向（参考 G694 次列车）。列车实际运行中，该操作需要占用枢纽站台较长时间，因此应在运行线路中尽量避免。本报告中，统一规定涉及换向运行的车站停靠时间为 20 分钟，不涉及换向运行的停靠时间为 2 分钟。

此外，由于线网和枢纽车站设计因素，部分车站的线路之间无法跨线运行（如合肥南站沪汉蓉场与合福场独立，来自南京上海方向的列车无法通过合肥前往福州方向）。此数据根据跨线枢纽实际条件确定，数据来自车站平面布置示意图等公开信息。

最后，本变量中涉及跨线和换向均为双向约束。例如因北京地区枢纽条件限制，沈阳经北京前往天津不通，天津经北京前往沈阳也不通。

2.2.5 客流信息估算

由于铁路点对点的客流运行数据并非公开，而客流又是路径优化中需要重点考虑的因素，因此需对客流数据进行一定估算。本报告中考虑如下因素和规则进行估算：

- ①目的地影响力 $Inf(j)$ ：考虑城市综合竞争力，综合考虑文化地位、宜居、品牌、投资活力等因素，取 2021 年中国社会科学院战略研究院发布的《中国城市品牌影响力报告（2021）》中城市的影响力数值（0-1）；
- ②出发地人口 $Pop(i)$ ：出发地人口越多，则相对来说由该地前往目的地的客流量越大；
- ③同区域指数 $SameArea(i,j)$ ：将全国划分为东北、华北、华东、华中、华南、西南、西北 7 个区域，同区域之间的交流更密切，给予奖励系数 1.2，否则该系数设置为 1；
- ④同省份指数 $SameProv(i,j)$ ：铁路客运的省内客流通常为主要客流，出发地和目的地在同一省份内的，在区域基础上额外给予奖励系数 1.25，否则该系数设置为 1；
- ⑤距离 $Dist(i,j)$ ：两地距离越远，则交流相对越少，通过飞机等途径的出行也可能替代高铁出行。

考虑到城市影响力带来的效应与上述其他因素的综合影响，本例的区间客流估算模型如下：

$$Flow_{i,j} \propto \frac{(Pop(i) \times SameArea(i,j) \times SameProv(i,j))^{Inf(j)}}{Dist(i,j)}$$

将上述计算的 $Flow(i,j)$ 指数 0-1 标准化后，计算满分为 100 的标准分，得到客流指数 $F_{i,j}$ ：

$$F_{i,j} = 100 \times \frac{Flow_{i,j} - \min(Flow_{i,j})}{\max(Flow_{i,j}) - \min(Flow_{i,j})}$$

客流指数将作为优化目标中的一个因素进行考虑。

三、 优化目标与约束条件

3.1 优化目标

考虑到上述提到的跨线运行列车的多种因素约束，单纯考虑最短路径未必是列车运行最优、最符合实际条件的路径，而需要考虑综合考虑列车运行时间，距离，运行区段承载能力，因此该问题将是一个多目标线性优化问题。

通过文献阅读、专家调研等方式，我们最终选择了**列车运行总里程最短，运行总时间最小，跨线运行时对区段线路承载能力最小和区间客流最大**四个目标作为最终的优化目标。

(1) 优化目标一：运行最里程最小化

$$\min_{i,j} z_1(o,d) = \sum_{i,j \in A(i)} D_{i,j} x_{i,j}^{o \rightarrow d}$$

(2) 优化目标二：运行总时间最小化

$$\min_{i,j} z_2(o,d) = \sum_{i,j,k \in S, j \in A(i), k \in A(j)} T_{i,j} x_{i,j}^{o \rightarrow d} + t_j^{i \rightarrow k}$$

为引入枢纽跨线中换向的影响，运行时间由两部分组成，即运行时间和停靠时间。

(3) 优化目标三：区段影响指数最小化

$$\min_{i,j} z_3(o,d) = \sum_{i,j \in A(i)} B_{i,j} x_{i,j}^{o \rightarrow d}$$

区段中车次数越多，代表区段繁忙指数高，新增车次空间小，此目标代表尽量避免通过繁忙区段。

(4) 优化目标四：区间客流总和最大化

$$\max_{i,j} z_4(o,d) = \sum_{i,j \in S, j \in A(i)} F_{i,j} x_{i,j}^{o \rightarrow d}$$

也即

$$\min_{i,j} -z_4(o,d) = \sum_{i,j \in S, j \in A(i)} -F_{i,j} x_{i,j}^{o \rightarrow d}$$

注意到四个优化的目标量纲不同，直接加权计算没有可比性，为此做以下归一化：

$$X_i = \frac{100(z_i - \min z_i)}{\max z_i - \min z_i}, i = 1,2,3,4$$

其中 $\max z_i, \min z_i$ 为全路径中可能的里程、时间、区段影响指数、客流指数和的最大值和最

小值，对本例有 $\max z_1 = 4656, \min z_1 = 85, \max z_2 = 1561, \min z_2 = 29, \max z_3 = 565.21, \max z_4 = 161.15, \min z_3 = \min z_4 = 0$ 。最终优化函数为：

$$\min X = \sum_{i=1}^4 \lambda_i X_i$$

式中， λ_i 分别为各个目标的影响权重，可由层次分析法确定。在咨询铁路相关的专家与文献调研的基础上，确定四个标准的相对重要性权重的矩阵为（权重矩阵相对重要性值非整数，因为对多位相关人士的打分进行了平均）：

| | 总里程 | 总时间 | 线路拥挤程度 | 客流 |
|--------|-----|------|--------|-----|
| 总里程 | 1 | 0.75 | 3 | 2 |
| 总时间 | 4/3 | 1 | 3.5 | 2.5 |
| 线路拥挤程度 | 1/3 | 2/7 | 1 | 2 |
| 客流 | 1/2 | 2/5 | 1/2 | 1 |

得到以上矩阵的主特征向量为 $[0.3199, 0.4033, 0.1507, 0.1261]$ ，最大特征值为 $\lambda_{\max} = 4.146$ ，一致性指标 $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = 0.0488$ ，一致性比率 $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.0488}{0.96} = 0.0507 < 0.1$ ，因此可以认为以上矩阵是可以接受的，因此最终确定的四个权重为

$$\lambda_i = 0.32, \lambda_2 = 0.40, \lambda_3 = 0.15, \lambda_4 = 0.13$$

同样，可通过一定的敏感性分析确定上述权重发生变化时最优路径的变化情况。

3.2 约束条件

3.2.1 约束类型一：途径路线的网络流约束

$$\begin{aligned} \sum_{i \in A(o)} x_{o,i}^{o \rightarrow d} &= \sum_{i \in A(d)} x_{i,d}^{o \rightarrow d} = 1 \quad \textcircled{1} \\ \sum_{j \in A(o)} x_{j,o}^{o \rightarrow d} &= \sum_{j \in A(d)} x_{d,j}^{o \rightarrow d} = 0 \quad \textcircled{2} \end{aligned}$$

式①代表对运行路径的起点其路径总流出为 1，对终点路径流入为 1；

式②代表对运行路径的起点其路径总流入为 0，对终点路径流入为 0。

$$\sum_{j \in A(i), j \neq o, d} x_{i,j}^{o \rightarrow d} = \sum_{k \in A(j), j \neq o, d} x_{j,k}^{o \rightarrow d} \quad \textcircled{3}$$

式③代表对运行路径的其他节点，其路径流入等于路径流出（网络流平衡）。

3.2.2 约束类型二：防止运行折返和环路的约束

$$x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,i}^{o \rightarrow d} \leq 1 \quad \textcircled{4}$$

式④为减少迭代进入循环，避免列车在某站折返运行。在实际案例中，由于某条较短线路中可能由于客流较大而导致增加无关路径却使得目标函数减少（负环），这一限制避免了路线中引入无谓的天津-北京-天津的折返运行。

$$\begin{cases} \sum_{j \in A(i), j \neq o, d} x_{i,j}^{o \rightarrow d} \leq 1 \\ \sum_{k \in A(j), j \neq o, d} x_{j,k}^{o \rightarrow d} \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

式⑤代表对运行路径的所有节点，其路径流入和流出次数最多为 1，避免重复经由。

3.2.3 约束类型三：跨线和换向约束

$$x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} \leq 1 + \gamma_j^{i \rightarrow k} \quad (6)$$

式⑥代表跨线约束，当 $\gamma_j^{i \rightarrow k} = 1$ 时，代表 j 站可实现 i 站开来的列车再开去 k 站的跨线要求，此时式⑥为 $x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} \leq 2$ ，考虑到 $x_{i,j}^{o \rightarrow d}, x_{j,k}^{o \rightarrow d}$ 为 0-1 变量，则该约束相当于无约束；当 $\gamma_j^{i \rightarrow k} = 0$ 时，式⑥为 $x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} \leq 1$ ，即车站 i 开到车站 j 的列车不能再选择开向车站 k 的路径。

为引入换向约束和停靠时间的影响，对 0-1 决策变量 $c_j^{i \rightarrow k}$ 有以下二元选择的约束：

$$\begin{cases} c_j^{i \rightarrow k} \leq y_{j1}^{i \rightarrow k} M \\ x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} \leq 1 + y_{j1}^{i \rightarrow k} M \\ c_j^{i \rightarrow k} \geq 1 - y_{j2}^{i \rightarrow k} M \\ x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} \geq 2 - y_{j1}^{i \rightarrow k} M \\ y_{j1}^{i \rightarrow k} + y_{j2}^{i \rightarrow k} = 1 \\ y_{j1}^{i \rightarrow k}, y_{j2}^{i \rightarrow k} = 0, 1; M \text{ 为大整数} \end{cases} \quad (7)$$

实际上 $c_j^{i \rightarrow k}$ 可由 $x_{i,j}^{o \rightarrow d}, x_{j,k}^{o \rightarrow d}$ 唯一确定，约束⑦是为满足线性条件引入的约束。

在以上约束的基础上，由 i 站开到 j 站再跨线前往 k 站的列车，在 i 站的停靠时间应为

$$t_j^{i \rightarrow k} = c_j^{i \rightarrow k} (20 \times h_j^{i \rightarrow k} + 2 \times (1 - h_j^{i \rightarrow k})) \quad (8)$$

式中， $h_j^{i \rightarrow k}$ 的含义为从车站 j 的相邻车站 i 运行到车站 j 的相邻车站 k 是否需要换向，由已知条件直接给出。式⑧可直接添加到优化目标中而不必作为约束条件存在。

此外，为避免对路网和车站接发能力的影响，约定全运行路径中换向次数不能超过 1，即

$$\sum_{i,j,k \in S, j \in A(i), k \in A(j)} c_j^{i \rightarrow k} h_j^{i \rightarrow k} \leq 1 \quad (9)$$

综上所述，式①-⑨给出了该 0-1 规划问题应当满足的所有约束条件。问题的决策变量为 $x_{i,j}^{o \rightarrow d}, i \in S, j \in A(i)$ 和 $c_j^{i \rightarrow k}, i \in A(j), k \in A(j)$ 。

四、 问题求解

4.1 Excel 求解

4.1.1 概述与界面设计

下述使用 Excel 进行规划求解的过程主要使用 Opensolver 插件，这是因为 Excel 自带的规划求解工具可以用来解决最多有 200 个变量，100 个外在约束和 400 个简单约束（决策变量整数约束的上下边界）的问题，而对于复杂的问题无法求解。本高速列车运行路径优化问题属于整数规划，且变量，且约束个数超过 400 个，故无法使用 Excel 内置的 Solver 进行求解。值得一提的是，Opensolver 插件相当于 Solver 的“强化版本”，在变量个数、约束个数、算度等各方面大大提升，而基本的使用形式与流程和 Solver 是基本一致的。

使用 Excel 进行运筹优化的重点问题可以分为三类：决策变量、目标函数与约束条件。

在决策变量的定义上，如上文所述定义决策变量 x_{ij} ，若 $x_{ij} = 1$ 则表示从 i 出发到 j 结束的线路是“被采用的”，也即最终确定的最优路线中含有从 i 出发到 j 结束的线路。但需要注意，此处我们并非对于任意两城市之间的决策变量 x_{ij} 都进行了定义并求解，而是仅在有直接线路连接的两城市之间有定义，这样的目的是减小决策变量的个数，提升运算效率。例如，安庆到合肥之间存在高速列车线路，其决策变量（从安庆到合肥）是被定义的，而安庆到北京之间是不存在直接的高速列车线路的，所以我们不将其作为我们的决策变量。

在目标函数的定义上，如前文所述，我们选取距离、时间、线路繁忙度、途径收益的加权、量纲统一后的“综合打分”为目标函数。

在约束条件的确定上，我们引入途径路线的网络流约束、防止运行折返和环路的约束，以及跨线和换向约束，在后续的求解过程中将进行具体阐述。

为了提升优化的可视化效果，我们在 Excel 的首页设置了输入和输出界面。如下图所示，使用者手动输入需要设置的起点与终点，进行规划求解后将在首页输出最优线路、分段里程、分段时间、总里程与总时间。

| Model Input | | | | |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| 设置起点: | 南昌 | | | |
| 设置终点: | 芜湖 | | | |
| Model Output | | | | |
| 最优线路: | 南昌 | 九江 | 安庆 | 芜湖 |
| 里程 (千米): | \ | 123 | 168 | 201 |
| 线路时间 (分钟): | \ | 44 | 44 | 73 |
| 总里程 (千米): | 492 | | | |
| 线路总时间 (分钟): | 161 | | | |

4.1.2 求解过程

使用 Excel 的求解中，决策变量、目标函数和约束条件都基本与上文相同。在约束中限制了环路和折返的基础上，我们将输出的最优路线、里程数和用时均定义为“从起点站到第一次到达终点站时的最优路线、里程数和用时”。在这种定义下，上述“单线+环路”情况虽然理论上可能在“线路信息”页上出现，但是“输入与输出”页上不会呈现关于环路的信息，一定程度上解决了环路的问题。

在“是否跨线”的变量确定上，我们使用 vlookup 函数：若某行的区间终点在另一行的区间起点处路线可行（该行 $x_{ij} = 1$ ），则进行跨线，即跨线变量 $x_{jk} = 1$ 。与上文相同，我们要求整条线路规划中换线至多一次。

在跨线与换向的约束上，我们先将所有“无法跨线”和“需要换向”的组合分别存放在两个 sheet 中，并使用 countif 函数：若某跨线组合在“无法跨线 LIST”中存在，则“能否跨线”变量定义为 0；若某跨线组合在“需要换向 LIST”中存在，则“是否换向”变量定义为 1，并按照规定计算停靠时间。因此，跨线约束被体现为，跨线变量 $x_{j,k}$ 不大于“是否换向”变量；而对于换向约束，如上文所述，换向约束可直接添加到优化目标中而不必作为约束条件存在。

4.2 GurobiPy 求解

使用 Python 程序求解该问题，主体主要由两个定义类构成，一是 Route 类，表示每一条线路，以及对线路信息进行的操作；二是 RailwayOptimizer 类，表示需优化的网络结构，以及对网络信息进行的操作及优化。需要提到的是，由于 Python 中所使用库中有效的数据结构算法，我们能够直接对特定下标调用，使此时使用的某些约束条件与在前文中以更局普适性的方式构造的约束有所简化，使求解更快速。

4.2.1 Route 类

定义类 Route，用于储存每条路线的基本属性路线名（name）、起点（o）、终点（d），以及性质属性里程（dist）、通过最快时间（t）、跨线影响指数（eidx）、客流标准分（pidx）。例如：

| 线路名称 | 区间起点 | 区间终点 | 里程（km） | 用时（min） | 影响指数 | 客流标准分 |
|-----------|--------|--------|-----------|---------|-----------|-----------|
| self.name | self.o | self.d | self.dist | self.t | self.edix | self.pidx |
| 昌福线 | 福州 | 南昌 | 547 | 198 | 12.23 | 0.62 |

另定义类函数 getAttribute()，便于对以上属性进行调用，返回以上属性中里程、用时、影响指数和客流标准分构成的列表。

4.2.2 RailwayOptimizer 类

定义类 `RailwayOptimizer`，用于储存铁路网络基本信息和求解。它的基本属性包含始发（`opencity`）、终点站（`destination`）、节点城市（`cities`）、路线（`routes`）和一系列约束变量：用时（`Ts`），区段影响指数（`eidxs`），客流（`pidxs`）等，约束条件均按 `GurobiPy` 求解中所需的 `tupledict` 格式存储：以线路的起点和终点为键，各类属性为值，形如：{（‘北京’，‘天津’）：122，……}。而不可换向运行的特定线路组（`gama_list`）和需要换向换线的特定线路组（`h_list`）则储存为三元组列表，以跨线节点为元素一、跨线节点上行城市为元素二，跨线节点下行城市为元素三，形如 [（‘北京’，‘天津’，‘保定’），……]。

为了使数据结构与 `gurobipy` 兼容，引入类函数 `__init__data()` 对读入的数据进行处理，数据结构将在下文解释；类中还包括函数 `solve()`，构建模型和使用 `gurobipy` 中的内置算法进行规划求解和函数 `PrintSolution()`，用于将对优化结果处理成简单易理解的输出格式并输出。

4.2.3 优化目标、约束与求解过程

使用 Python 求解的基本决策变量、约束和优化目标与上文基本相同，包括 $x_{i,j}^{o \rightarrow d}$ 类路径选择变量共 146 个和 $c_j^{i \rightarrow k}$ 类型的跨线决策变量 48 个。其中，对两类决策变量进行了优化，仅将存在直接路径的 146 对节点（而非任意两点）和“可能进行换向换线”的 48 个换向决策纳入考虑。

在目标函数中，与上文中公式略有不同的是，停靠时间的决策方式以所有经过的站点数目减 2 计算基础停靠时间，加上所有换向站点造成的时间增加来确定，即

$$z_2 = \sum_{i,j}^S T_{ij} x_{i,j} + 2 \times (\sum_{i,j}^S x_{i,j} - 2) + 18 \times \sum_{i,j,k}^S c_j^{i \rightarrow k}$$

其他优化目标与上文中描述的方式相同，并预留了可调整加权重量的接口。

问题的约束条件中，包括网络流约束（共 46 个），无环路约束（共 159 个）和换线条件约束（共 105 个）。其中，换向条件约束在上文所列完全形式上进行了简化，仅将有约束的车站和线路添加到问题的约束中。即不能换线的约束为 `gama_list` 中储存的索引（*i,j,k*），需要进行换向以换线的约束为对于 `h_list` 中储存的索引，以上仅为所有节点中的一部分。即：

$$\begin{aligned} x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} &\leq 1, i, j, k \in \Gamma; \Gamma = \{\gamma_j^{i \rightarrow k}\}, i, j, k \in S' \\ x_{i,j}^{o \rightarrow d} + x_{j,k}^{o \rightarrow d} &\leq 1 + c_j^{i \rightarrow k}, i, j, k \in H; H = \{h_j^{i \rightarrow k}\}, i, j, k \in S'' \end{aligned}$$

其中 S' 和 S'' 为所有站点的子集。按以上条件进行 `GurobiPy` 的优化求解可得优化最终结果。

在实际使用该程序求解的过程中，需调用 `RailwayOptimizer` 类，初始化参数包括 `filepath`（数据所在根目录），`opencity`（起点）和 `destination`（终点），可使用 `input()` 方法输入起点和终点，最后调用 `RailwayOptimizer` 中的 `solve()` 方法进行问题求解，并可用元组在 `solve()` 中指定加权系数。

五、 求解结果与敏感性分析

5.1 求解结果示例

在以上基础上，我们可实现路网中任意两点之间满足上述约束和目标函数最优路径的求解。篇幅所限，我们以北京和上海两个直辖市为出发点，展示其到国内其他重点城市的最优路线的基本情况，如下表所示：

| 起点-终点 | 最优路线及代表车次 | (里程,用时,拥挤指数,客流指数) | 该路线实际运行车次比例 |
|--------|---------------------------|------------------------|--------------|
| 北京-哈尔滨 | 北京-沈阳-长春-哈尔滨 (G901) | (1235, 286, 112, 3.88) | 100% (15/15) |
| 北京-西安 | 北京-石家庄-太原-西安 (新路线) | (1084, 330, 196, 8.26) | 0% (0/21) |
| 北京-昆明 | 北京-郑州-武汉-长沙-贵阳-昆明 (G403) | (2760, 634, 446, 13.2) | 100% (3/3) |
| 北京-深圳 | 北京-郑州-武汉-长沙-广州-深圳 (G79) | (2400, 509, 532, 43.7) | 87.5% (7/8) |
| 北京-厦门 | 北京-济南-徐州-合肥-福州-厦门 (G321) | (2014, 513, 547, 25.3) | 66.7% (2/3) |
| 北京-杭州 | 北京-济南-徐州-合肥-芜湖-杭州 (G2557) | (1378, 336, 442, 26.2) | 4.8% (1/21) |
| 北京-上海 | 北京-济南-徐州-盐城-上海 (新路径) | (1321, 348, 343, 30.7) | 0% (0/42) |
| 北京-南昌 | 北京-石家庄-郑州-武汉-九江-南昌 (G487) | (1562, 369, 368, 13.6) | 50% (2/4) |
| 上海-西安 | 上海-盐城-徐州-郑州-西安 (G3296) | (1512, 404, 213, 7.3) | 11.1% (2/18) |
| 上海-成都 | 上海-南京-合肥-武汉-重庆-成都 (D952) | (1954, 642, 317, 22.6) | 40% (4/10) |
| 上海-深圳 | 上海-杭州-南昌-赣州-深圳 (G99) | (1593, 296, 283, 27.4) | 16.7% (2/12) |

| | | | |
|-------|-------------------------------|-------------------------|--------------|
| 上海-长春 | 上海-盐城-徐州-天津 -沈阳-长春(G1258) | (2162, 602, 360, 9.5) | 25% (1/4) |
| 上海-厦门 | 上海-杭州-上饶-福州 -厦门 (G1653) | (1066, 301, 287, 25.6) | 27.8% (5/18) |
| 上海-太原 | 上海-盐城-徐州-济南 -石家庄-太原(G3144) | (1454, 445, 198.2, 5.8) | 2/4 (50%) |

线路实际运行车次比例是指在 2022 年 5 月 15 日的列车运行图中，实际按照程序求解出的路线的车次占两地间动车高铁运行车次总数的比例。可以看到大多数重点城市之间的经由都有多种，求解出的单种路线占比通常不为 100%。由于优化目标权重为通过访问铁路相关的专家并利用层次分析法得到，由实际比例可以看出大多数优化得到的最优路线并非是现有线路的主流路线，而是反映了路局满足多种出行需求，考虑已有线网拥挤程度条件下的新增思路。以北京-杭州的路径优化为例，按最新权重的优化结果运行路径为北京-天津-济南-徐州-合肥-芜湖-杭州，代表车次为 G2557/8 次。该路径是在 2020 年 6 月下旬合杭高速线开通后新增的线路，也是路局最近一次新增北京-杭州的运行线路。其优势是避开了繁忙的京沪高速和宁杭高速区段，同时照顾了皖南等地居民的进京需求。可以预见到随着路网日益加密和完善，通过新路径缓解原有主流线路压力并提供多种多样的出行需求将是未来路局优化运行图的趋势。

在此基础上，值得关注的路径经由还有北京-西安和北京-上海的新路径，两条路径目前的图定车次数为 0。在北京-西安的路径优化结果中，其选择了北京-石家庄-太原-西安的路径，该路径距离较主流的北京-石家庄-郑州-西安路径距离较短，但因线路限速等基本条件用时稍长，因此暂时没有图定列车选择该路径。但在 2021 年 7 月郑州暴雨期间，因跨线枢纽瘫痪，北京-西安的列车曾短暂采用该路线“迂回运行”。考虑到该路径串联华北的多个省会城市，在未来该路径有望开行图定车次。而北京-上海的最优路径并没有选择直达的京沪高铁，而选择了通过江苏盐城、南通等城市运行，这是因为京沪高铁作为国家干线，徐州-蚌埠段承担了大量跨线任务，其车次对数居全国铁路所有区段榜首，因此新增运行线路非常困难。而选择的新路径经过江苏省的人口密集区，在保证客流的同时利用了 2020 年新开通的沪苏通、盐通高速线等线路对京沪高速线进行分流，是未来京沪两地之间照顾区间客流的潜在选择。事实上，盐城、南通等地的进京车次就已选择了此路线（分别为 G2582、G2586 次列车），未来或有望延长至上海。

5.2 优化目标系数敏感性分析

值得注意的是，本报告中探究的优化问题作为多目标优化，其优化结果较依赖于加权系数的

选取。由于线路运行图处在按季度为频率的大规模动态优化和按日频率的小规模动态优化中，且实际开行情况受线路可用性，客流季节性甚至疫情因素影响，对加权系数的持续动态跟踪和更新是非常关键的。在本报告中，由于背景为静态时点，有必要对系数进行一定的敏感性分析。

本部分以北京-杭州和上海-长春的运行路径选择为例，在上述系数的基础上随机生成若干组系数，探究系数敏感性分析的结果：

| 起点-终点 | 加权系数 | 最优路径及代表车次 | (里程,用时,拥挤指数,客流指数) |
|-------|-----------------------|--|------------------------|
| 北京-杭州 | (0.32,0.40,0.15,0.13) | 北京-天津-济南-徐州 -蚌埠-合肥-芜湖-杭州 (G2557/8) | (1378, 336, 442, 26.2) |
| 北京-杭州 | (0.15,0.32,0.17,0.35) | 北京-保定-石家庄-郑州-商丘-合肥-芜湖-杭州（新路径） | (1701, 439, 369, 13.6) |
| 北京-杭州 | (0.41,0.32,0.01,0.15) | 北京-天津-济南-徐州 -南京-杭州 (G39) | (1279, 281, 553, 29.3) |
| 上海-长春 | (0.32,0.4,0.15,0.13) | 上海-盐城-徐州-济南 -天津-秦皇岛-沈阳-长春 (G1257/8) | (2162, 602, 360, 9.5) |
| 上海-长春 | (0.26,0.03,0.69,0.02) | 上海-连云港-青岛-济南-天津-秦皇岛-沈阳-长春（新路径） | (2257, 689, 301, 11.2) |
| 上海-长春 | (0.17,0.15,0.19,0.49) | 上海-连云港-青岛-济南-天津-秦皇岛-沈阳-长春（新路径） | (2257, 689, 301, 11.2) |
| 上海-长春 | (0.19,0.55,0.01,0.25) | 上海-南京-蚌埠-徐州 -济南-天津-秦皇岛-沈阳-长春(G1213/4) | (2159, 533, 565, 16.5) |

在上述两组不同经由中，每组的第一组系数都来自上述专家访谈和层次分析，一定程度上代表了路局最近新增线路的思路，如上文中提到的北京-杭州的线路为 2020 年 6 月新增，上海-长

春经由盐城、徐州等地的线路为 2020 年 12 月变更区段得到。而余下的系数组均来自于随机生成（保证加权和为 1），分别代表拥挤指数低的可能新增思路（如上海-连云港-青岛-济南-天津-秦皇岛-沈阳-长春的路径）和速度快、里程短和客流好的原有路网的主流路径（对线路拥挤指数容忍度高，如北京-天津-济南-徐州-南京-杭州的 G39 次列车）。在运行图的实际安排中，也需要考虑标准评价的相对重要性导致的加权系数的可能变化，并相应作出调整。

六、 结论与展望

高速列车，尤其是长途列车在运行中的路径选择是高速铁路运行组织工作中的重要环节，同时也因为优化目标和线路条件等因素的复杂性是技术难点所在。本报告在现有高速铁路网结构基础上，考虑跨线和换向等列车运行的实际约束，将运行里程、时间、线路拥挤程度和客流等因素作为优化目标，利用整数规划构建多目标优化模型，并给出了北京、上海两个大陆最重要的直辖市到全国多个地理区域的重点城市的线路，对优化路径做出了相应的分析和讨论，表明该模型能在区段线路繁忙程度限制下有效选择跨线节点和路径，并综合利用新建成较空闲的路线提高路网运行的通达度和多样性。本报告还对优化目标的系数进行了一定的敏感性分析，展示了两种起点-终点对在不同优化系数组合下的最优路径，为未来可能的优化目标重要程度变化提供了一定的参考。综上，本报告可为未来路局高速铁路列车运行图的安排提供一定的依据。

受限于本报告的探究问题规模限制等，在未来的研究中对本报告仍有一定程度的优化空间。例如本报告为加快迭代与求解速度，仅选择了重要节点和线路，未来可将更复杂的区间站点和区域连接线路引入路网中，获得更精细的优化线路，并综合考虑列车在运行中的停站情况以获取更精确的优化路径。此外，由于数据可得性等问题，对于客流数据本报告采取了估算的方式，并简化考虑为点对点的区间客流，在未来可引入更精确的客流数据并可考虑就务工、学生等客流的潮汐性质考虑“高峰线”的安排。最后，正如敏感性分析章节中提到的那样，在我国铁路的不同发展阶段中，路局对优化目标的重要程度认识可能不同，需要对加权系数进行持续跟踪与优化。

参考文献及资料

- [1] 闫绍辉,张天伟,董隆健.高速铁路跨线列车运行路径选择优化模型[J].铁道运输与经济,2021,43(05):109-116.DOI:10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.2021.05.17.
 - [2] 毛万华,陈亚茹.高速铁路列车运行图新增列车运行线优化方法研究[J].铁道运输与经济,2021,43(11):1-6+26.DOI:10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.2021.11.01.
 - [3] 葛露露.基于群决策层次分析法的铁路信息化评价考核指标体系权重确定[J].铁路计算机应用,2017,26(04):6-9.
 - [4] 赵若开. 普速铁路与高速铁路跨线旅客列车开行方案优化研究[D].西南交通大学,2018.
 - [5] 《中国城市品牌影响力报告（2021）》. 中国社会科学院财经战略研究院、中国社会科学出版社, <https://baijiahao.baidu.com/s?id=1718472393380246339&wfr=spider&for=pc>.
 - [6] 中国铁路 12306 信息网站. www.12306.cn
 - [7] 线路基本信息. 中华人民共和国国家发展和改革委员会网站.
<https://www.ndrc.gov.cn/?code=&state=123>
-

附录

使用 GurobiPy 求解过程的关键代码截图如下：

```
def solve(self, obj_coef = (0.32, 0.4, 0.15, -0.13), print_solution = True):
    """
    求解问题
    Args:
        obj_coef: 目标函数的加权参数, 默认为(0.32, 0.4, 0.15, -0.13)
        print_solution: 是否打印结果, 默认为True

    Returns:
        最优路线里程、运行时间、区段影响指数、区间客流指数
    """
    # Model
    self.m = gp.Model("BestRoute")

    # Create Decision Variables
    self.if_rt = self.m.addVars(self.routes, vtype = GRB.BINARY, name = 'routes')
    self.if_x = self.m.addVars(self.h_list, vtype = GRB.BINARY, name = 'translines')

    # Obj Func
    lambda1, lambda2, lambda3, lambda4 = obj_coef

    z_1 = self.if_rt.prod(self.dists)
    z_2 = self.if_rt.prod(self.Ts) + 2 * (self.if_rt.sum() - 2) + 18 * self.if_x.sum()
    z_3 = self.if_rt.prod(self.eidxs)
    z_4 = self.if_rt.prod(self.pidxs)

    X1 = 100 * (z_1 - 85) / (4656 - 85)
    X2 = 100 * (z_2 - 29) / (1561 - 29)
    X3 = z_3 / 530.21 * 100
    X4 = z_4 / 161.15 * 100

    self.m.setObjective(lambda1*X1 + lambda2*X2 + lambda3*X3 + lambda4*X4, GRB.MINIMIZE)

    # Constraints
    # C1:webstream basic
    cities_nood = [i for i in self.cities if i != self.opencity and i != self.destination]
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum('*', i) == self.if_rt.sum(i, '*') for i in cities_nood)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum(self.opencity, '*') == 1)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum('*', self.destination) == 1)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum('*', self.opencity) == 0)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum(self.destination, '*') == 0)

    # C2:no loop
    self.m.addConstr(self.if_rt[i, j] + self.if_rt[j, i] <= 1 for i, j in self.routes)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum('*', i) <= 1 for i in cities_nood)
    self.m.addConstr(self.if_rt.sum(i, '*') <= 1 for i in cities_nood)

    # C3:trans-line

    # i:cannot trans-line
    self.m.addConstr(self.if_rt[j, i] + self.if_rt[i, k] <= 1 for i, j, k in self.gama_list)

    # ii:change direction
    self.m.addConstr(self.if_rt[j, i] + self.if_rt[i, k] <= 1 + self.if_x[i, j, k] for i, j, k in self.h_list)

    # iii: no more than once
    self.m.addConstr(self.if_x.sum() <= 1)

    # Solve
    self.m.optimize()
    if(print_solution):
        self.printSolution()
```