

**Objet : Mémoire de thèse**

Analyse de l’effet Morton dans les turbines à vapeur

Doctorant : Silun Zhang

Directeur de thèse : Mihai Arghir (Pprime)

Encadrant industriel : Mohamed-Amine Hassini (EDF)

# Résumé

Dans le domaine de machine tournante (turbines à vapeurs, turbocompresseurs et autres turbomachines), l’effet Morton désigne le mécanisme de la création d’une source d’excitation synchrone due à la déformation thermique du rotor dans les paliers hydrodynamiques. Par abus de langage, cette source vibratoire est souvent dénommée balourd thermique. Sous l’effet de ce balourd, l’amplitude et la phase des vibrations synchrones de rotor évoluent progressivement dans le temps. Dans la plupart des cas, l’effet Morton reste stable et l’influence du balourd thermique sur les vibrations n’est pas nuisible au fonctionnement de la machine. Cependant, si les conditions sont favorables, le comportement dynamique du rotor deviendrait instable et l’instabilité de la vibration synchrone, autrement dit l’effet Morton instable, pourrait se produire.

Pour mieux comprendre et analyser les conditions du déclenchement de ce scénario destructif, il est nécessaire de simuler l’effet Morton de manière précise. Cette simulation nécessite de faire intervenir plusieurs phénomènes physiques et coupler plusieurs modèles qui traitent ces phénomènes physiques concernés. Ces modèles sont respectivement le modèle de la lubrification hydrodynamique, le modèle thermomécanique du rotor ainsi que le modèle de la dynamique du rotor. Ce couplage multi-physique n’est pas simple à cause des échelles des constantes de temps différentes entre le phénomène thermomécanique et celui de la dynamique. La stratégie du moyennage du flux thermique dans le temps permet de surmonter cette difficulté et de réduire le temps de calcul. La modélisation de l’effet Morton est validée par une confrontation entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux issus du **B**anc de l’**E**ffet **M**orton (**BEM**).

En utilisant ce modèle complet de l’effet Morton, une méthode basée sur les coefficients d’influence est ensuite exploitée pour analyser l’effet Morton. Les applications de cette méthode sur les cas concrets permettent d’éclairer le mystère de l’effet Morton instable.

**Mots-clés :** Instabilité de la vibration synchrone, Effet Morton, balourd thermique**,** paliers hydrodynamiques, thermo-hydrodynamique (THD), déformation thermique du rotor

# Abstract

A rédiger

# Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d’un partenariat entre le Laboratoire Pprime (Département de Génie Mécanique et Systèmes Complexes) de l’Université de Poitiers et l’équipe machine tournante du département ERMES (ElectRotechnique et MEcanique des Structures) d’EDF R&D Saclay.

Je voudrais d’abord remercier mon directeur de thèse, M. Mihaï ARGHIR, pour son aide, ses conseils et la confiance qu’il m’a accordée. J’ai beaucoup appris à ses côtés.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers mon encadrant chez EDF : M. Mohamed-Amine HASSINI, pour sa disponibilité et son aide précieuse durant toute la durée de cette thèse.

La reconnaissance et le mérite vont aussi à M. Thibaud PLANTEGENET, avec qui je travaille beaucoup ensemble.

Merci à tous les membres de l’équipe Machines tournantes avec qui j’ai passé la majeure partie de mon temps. Merci de m’avoir aussi bien intégrée à l’équipe et aux discussions. Une pensée particulière pour mon chef du groupe Fabrice Junker qui m’a beaucoup soutenu durant ces trois ans. Merci également aux collègues du laboratoire Pprime.

# Sommaire

[Résumé 2](#_Toc534294711)

[Abstract 3](#_Toc534294712)

[Remerciements 4](#_Toc534294713)

[Sommaire 5](#_Toc534294714)

[Nomenclature 6](#_Toc534294715)

[Introduction générale 11](#_Toc534294716)

[Chapitre 1 : Etude bibliographique 12](#_Toc534294717)

[1.1. Instabilités (thermiques) liées A la vibration synchrone 12](#_Toc534294718)

[1.1.1. Effet Newkirk 12](#_Toc534294719)

[1.1.2. Mise en évidence par cas industriels 15](#_Toc534294720)

[1.1.3. Effet Morton 18](#_Toc534294727)

[1.2. Etudes expérimentales 19](#_Toc534294728)

[1.3. Etudes numériques 21](#_Toc534294729)

[1.3.1. Méthodes inspirées de la théorie du contrôle 21](#_Toc534294730)

[1.3.2. Méthodes du balourd critique prédéfini 23](#_Toc534294731)

[1.3.3. Méthodes du rapport thermique 25](#_Toc534294732)

[1.3.4. Méthodes non-linéaire en régime transitoire 25](#_Toc534294733)

[1.4. Stratégie de modélisation 27](#_Toc534294734)

[1.5. Conclusion 30](#_Toc534294735)

[Chapitre 2 : Modélisation des paliers hydrodynamiques 31](#_Toc534294736)

[2.1. Introduction 31](#_Toc534294739)

[2.2. Epaisseur du film mince en présence d’un désalignement 33](#_Toc534294740)

[2.3. Equations de la lubrification thermohydrodynamique 34](#_Toc534294741)

[2.3.1. Equation de Reynolds généralisée 34](#_Toc534294742)

[2.3.2. Modèles de rupture et reformation du film (cavitation) 38](#_Toc534294743)

[2.3.3. Equation de l’énergie 39](#_Toc534294744)

[2.3.4. Résolution des équations couplées 40](#_Toc534294745)

[2.3.5. Méthode de colocation des points de Lobatto 44](#_Toc534294746)

[2.4. Efforts générés dans paliers hydrodynamiques 47](#_Toc534294747)

[2.5. Études de cas d’un palier avec deux lobes 47](#_Toc534294748)

[2.6. Conclusion 51](#_Toc534294749)

[Chapitre 3 : Modélisation des rotors 53](#_Toc534294750)

[3.1. Modèle thermomécanique des rotors 53](#_Toc534294755)

[3.1.1. Modèle thermique linéaire 54](#_Toc534294756)

[3.1.2. Modèle de déformation thermique 57](#_Toc534294757)

[3.2. Modèles dynamiques des rotors 60](#_Toc534294758)

[3.2.1. Rotor rigide à quatres degrés deliberté 60](#_Toc534294759)

[3.2.2. Rotor flexible à degrés de liberté 62](#_Toc534294760)

[3.2.3. Méthode numérique d’intégration temporelles 63](#_Toc534294761)

[3.2.4. Vibration synchrone et sa solution périodique 66](#_Toc534294762)

[3.3. Modélisation du balourd thermique 70](#_Toc534294763)

[3.3.1. Approche des masses conconcentrées 70](#_Toc534294764)

[3.3.2. Approche de défauts de la fibre neutre 71](#_Toc534294765)

[3.4. Conclusion 72](#_Toc534294766)

[Chapitre 4 : Simulations numériques 73](#_Toc534294767)

[4.1. Modèle complet et non linéaire de l’effet Morton 73](#_Toc534294769)

[4.1.1. Approche du moyennage du flux thermique dans le temps 73](#_Toc534294770)

[4.1.2. Algorithme de l’effet Morton 75](#_Toc534294771)

[4.2. Description du Banc de l’Effet Morton (BEM) 77](#_Toc534294772)

[4.2.1. Caractéristiques du palier testé et lubrifiant 77](#_Toc534294773)

[4.2.2. Configuration du rotor 430mm 78](#_Toc534294774)

[4.2.3. Configuration du rotor 700mm 82](#_Toc534294775)

[4.3. Simulation du rotor 430mm 85](#_Toc534294776)

[4.3.1. Vibrations synchrones 86](#_Toc534294777)

[4.3.2. Température du rotor 89](#_Toc534294778)

[4.3.3. Phases du balourd, point haut et point chaud 90](#_Toc534294779)

[4.3.4. Critiques des résultats 91](#_Toc534294780)

[4.4. Simulation du rotor 700mm 91](#_Toc534294781)

[4.5. Conclusion 95](#_Toc534294782)

[Conclusion générale 96](#_Toc534294783)

[Références 97](#_Toc534294784)

# Nomenclature

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| **Chapitre 1** | |
|  | différence de la température à la surface du rotor dans le palier |
|  | rapport (ratio) entre le flexion initial et celle après la déformation |
|  | flexion du rotor sous forme vectorielle |
|  | fonctions de transfert |
|  | coefficients d’influence de l’effet Morton |
|  | balourd initial imposé |
|  | charge statique due au poids du rotor |
|  | balourd critique prédifini |
|  | vitesse de rotation en [] |
|  | les vecteurs de déplacement, de vitesse et d’accélération globaux |
|  | matrice de masse |
|  | matrice de raideur |
|  | matrice d’amortissement |
|  | matrice gyroscope |
|  | vecteur de force des balourds |
|  | vecteur de force de la gravité |
|  | vecteur de force aux paliers |
|  | déflection après la déformation thermique |
|  | masse du disque en porte à faux |
|  |  |
| **Chapitre 2** |  |
|  | coordonnée circonférentielle dans le repère fixe |
|  | épaisseur de film lubrifiant |
|  | Jeu radial du palier |
|  | déplacements du rotor dans le palier dans le repère |
|  | angles de rotation au tour de les axes et |
|  | coordonnée axiale selon la direction axiale |
|  | pression |
|  | coordonnée du domaine du film lubrifiant |
|  | composants du champ de vitesse du film lubrifiant |
|  | champ de vitesse imposée aux parois supérieure ou inférieure |
|  | Vitesse de rotation du rotor dans la direction en [] |
| et | termes des intégrations |
|  | fonctions qui dépendent des coordonnées |
|  | Instant du temps |
|  | densité |
|  | viscosité dynamique |
|  | le facteur de remplissage entre 0 et 1 |
|  | pression de cavitation |
|  | paramètre de régularisation |
|  | coefficient de conductivité thermique en [] |
|  | chaleur spécifique du fluide en [] |
|  | champ de température |
|  | coefficients de discrétisation |
|  | pas de discrétisation spatiale |
|  | vecteur de pression |
|  | vecteur de la facteur de remplissage |
|  | Matrice d’assemblage des coefficients de discrétisation pour |
|  | Matrice d’assemblage des coefficients de discrétisation pour |
|  | Vecteur des termes source |
|  | systèmes matriciels |
|  | coordonnée adimensionnelle entre 0 et 1 |
|  | fluidité (inverse de viscosité dynamique) |
|  | coordonnée adimensionnelle entre -1 et 1 |
|  | coefficient de polynôme de Legendre pour la température |
|  | coefficient de polynôme de Legendre pour la fluidité |
|  | les polynômes de Legendre de l’ordre j |
|  | ordre maximal des polynômes |
|  | Forces générées du palier hydrodynamique |
|  | Moments générés du palier hydrodynamique |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | |
| **Chapitre 3** |  |
|  | masse volumique |
|  | capacité thermique massive |
|  | conductivité thermique |
|  | capacité thermique volumique |
|  | vecteur normale à la surface |
|  | coefficient de convection ou d’échange |
|  | température ambiante ou celle à l’extérieur de la structure |
|  | surfaces de convection thermique, adiabatique, flux thermique, température |
|  | vecteur des températures nodales |
|  | matrice de masse thermique |
|  | matrice de rigidité thermique |
|  | vecteur du second membre |
|  | instant temporel |
|  | pas de temps temporel |
|  | vecteur des valeurs propre et la plus grande valeur propre dans ce vecteur |
|  | matrice du comportement élastique |
|  | coefficient de Lamé |
|  | module de cisaillement |
|  | module de Young |
|  | coefficient de Poisson |
|  | vecteur de contrainte |
|  | vecteur de déformation |
|  | vecteur du coefficient de dilatation thermique |
|  | différence de la température à la surface du rotor dans le palier |
|  | déplacement et rotation d’un point sur la fibre neutre du rotor homogène |
|  | translation dans les directions X et Y |
|  | rotations autour de l’axe X et de l’axe Y |
|  | vitesse de rotation du rotor en tr/min |
|  | moment d’inertie diamétral du rotor |
|  | moment d’inertie polaire du rotor |
|  | Indice algébrique qui remplace les numéros 1 et 2 pour désigner le palier |
|  | forces fluides générées au niveau du palier |
|  | force du balourd positionné au disque. |
|  | raideurs de palier |
|  | amortissements de palier |
|  | les vecteurs de déplacement, de vitesse et d’accélération globaux |
|  | matrice de masse |
|  | matrice de raideur |
|  | matrice d’amortissement |
|  | matrice gyroscope |
|  | vecteur de force des balourds |
|  | vecteur de force de la gravité |
|  | vecteur de force aux paliers |
|  | nombre du pas de temps pour réaliser l’intégration temporelle |
|  | vecteurs résiduels du variable d’état, du déplacement, de la vitesse |
|  | matrice jacobienne de la méthode d’intégration temporelle |
|  | vecteur de l’incrément de correction sur le déplacement et la vitesse |
|  | vecteur residuel entre la solution initale et la solution périodique |
|  | vecteur de l’état qui représente la solution de l’équation du mouvement |
|  | période de la rotation |
|  | itération de Newton-Raphson ou itération de nombre de période |
|  | vecteur de l’état ou solution initiale (position et vitesse initiales) |
|  | vecteur de l’état après une période à partir de la solution initiale |
|  | vecteur residuel entre l’état initale et l’état après une période |
|  | vecteur des petites perturbations |
|  | matrice jacobienne de la méthode de shooting |
|  | matrice identité |
|  | matrice de monodromie |
|  | tolérences de convergence |
|  | masse du balourd |
|  | distance du balourd |
|  | Phase du balourd |
|  | vitesse de rotation en rad/s |
|  | balourd thermique |
|  | force du balourd thermique exprimé au repère du rotor |
|  | translation dans les directions X et Y exprimé au repère du rotor |
|  | rotations autour de l’axe X et de l’axe Y exprimé au repère du rotor |
|  | matrice de rotation |
|  | force du balourd thermique modélisé par le défaut de la fibre neutre |
|  |  |
| **Chapitre 4** |  |
|  |  |
|  | |  |
| **Chapitre 5** |  |
|  |  |
|  | |  |
|  |  |
|  |  |

# Introduction générale

A rédiger

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

Ce chapitre présente les principaux travaux publiés dans la littérature et consacrés à la compréhension et à l’analyse de l’effet Morton. Ainsi, l’instabilité est mentionnée depuis 1970s grâce aux travaux de Morton [5] et de Hesseborn [6]. Cependant, pendant très longtemps, elle a été passé soit inaperçue soit sous silence car d’une part, elle est difficile à identifier et d’autre part, les premières mentions sont apparues dans des rapports internes des entreprises. Des résultats expérimentaux limpides mettant en évidence ce phénomène restaient peu nombreux et en conséquence, les méthodes théorique d’analyse tardaient d’apparaître. A partir des années 1990s, de plus en plus des études ont commencé à traiter cette instabilité (**Figure 1.1‑3**). La source de l’instabilité a été clairement identifiée comme étant le couplage entre la vibration synchrone du rotor et sa déformation thermique dû à l’échauffement dans les paliers. A présent, elle est reconnue comme étant un problème de la dynamique des rotors dont les modèles théoriques et expérimentaux nécessitent encore des développements. Le nombre élevé d’articles de review publiés ces dernières années [de Jongh deux fois, Lily Wu, Palazzolo] témoigne de cet intérêt.



Figure 1.1‑3 : publications technique sur l’instabilité du type l’effet Morton (Tong et al. [8])

## Instabilités (thermiques) liées A la vibration synchrone

Dans la littérature, l’instabilité de la vibration synchrone due à l’effet thermique est connue sous deux appellations en fonction de la source de chaleur : l’effet Newkirk et l’effet Morton. Pour l’effet de Newkirk, la source de chaleur est un contact «faible » entre le rotor et le stator, tandis que pour l’effet de Morton la chaleur est générée par le cisaillement du film lubrifiant dans les paliers hydrodynamiques.

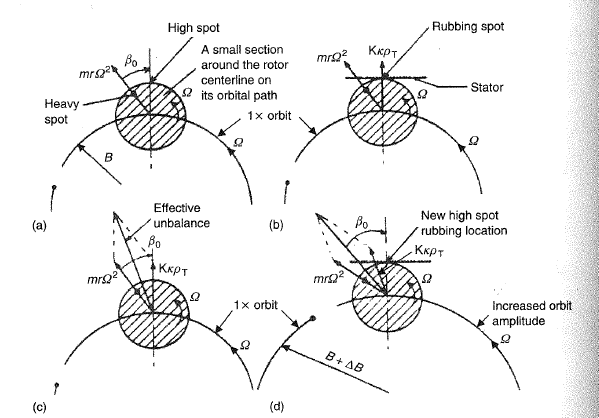
### 

L’effet de Newkirk peut se produire s’il existe un contact entre le rotor animé par une vibration synchrone et un élément du stator. Le contact est suffisamment « faible » pour ne pas modifier le caractère synchrone du régime vibratoire. Par conséquent, à chaque rotation, la même zone du rotor frotte contre le stator diamétralement opposée dapparaît dans la zoneeesurLe champ non-uniforme de température produit la déformation du rotor. La flexion ainsi généréeconduità une déformation élastique du rotorconduit à un balourd thermique peutl’amplitude et donc les forces de frottement dans le contact. Unu peut être déclenché

1.11

Ca été étudiée par Newkirk en 1926**[1]** qui lCeciaitpar rapport audiminuaitl’amplitude synchroneset donc la phase de la flexion thermique du rotor eaientavec la de rotationl’ qui a reçu le nom de

|  |
| --- |
|  |
|  |
| 1.12I |



|  |
| --- |
| Figure 1.1‑2 : Explication des vibrations spirales générées par l’effet Newkirk [Muszynska, « Rotordynamics », page 696, fig. 5.84) |

**[2][3]**kde chaleurinjectée dans le.Le du rotor était donc couplé à etle ce

1. ente
2. stabiliséeevaleurconstante

**[4]**contactau niveaud’à la surface du

### Effet Morton

En 1987, Schmied [7] a indiqué que les vibrations synchrones, spirales divergentes caractérisant l’effet de Newkirk pouvaient également provenir de la distribution non uniforme de la température du rotor dans les paliers hydrodynamiques. Cette instabilité a reçu ultérieurement le nom de l’effet Morton. Les instabilités produites par les effets de Newkirk et de Morton sont très proches, voire quasi-identiques. Pour cette raison les méthodes théoriques d’analyse de l’effet de Morton se sont largement inspirées des modèles de prédiction mise au point pour l’effet de Newkirk. Toutefois, le fait que la source de l’échauffement n’est plus liée à un point facile à identifier mais se trouve dans le film mince de lubrifiant dont l’épaisseur varie dans le temps, rend l’effet de Morton plus compliqué.

La **Figure 1.1‑8** illustreune orbite circulaire issue de la vibration synchrone d’un rotor. Il est supposé que le rotor décrit une précession directe à vitesse constante. Une zone particulière de la surface du rotor se trouve toujours à l’extérieur de l’orbite. Ceci est le "point haut" où l’épaisseur du film est « h2 » a une valeur minimale. Comme l’orbite n’est pas centrée, « h2 » varie durant une période. Toutefois, comme la précession est synchrone, la valeur moyenne de « h2 » sur une période est plus petite que celle diamétralement opposée, « h1 ». Comme la chaleur générée par le cisaillement visqueux du film mince est proportionnelle au carré de la vitesse, l’échauffement du rotor n’est pas uniforme suivant la direction circonférentielle. Par conséquent, tout comme pour l’effet de Newkirk, la température à la surface du rotor n’est pas uniforme mais varie avec une différence entre le point « chaud » et le point « froid ». Plus grande l’amplitude de la vibration est, plus importante la différence de la température sera. Toutefois, compte tenu du caractère convectif du transfert de chaleur vers le rotor, le point chaud sera déphasée du point haut où l’épaisseur du film moyenné h2 est minimale. Si pour l’effet de Newkirk le point chaud coïncidait avec le point de contact haut, pour l’effet de Morton le point chaud sera localisé dans zone où le cisaillement du fluide est maximal. D’après [8] et [10], toutes les études expérimentales confirment que le point chaud est retardé par rapport à le point haut d’un déphasage compris entre 0° et 60°.

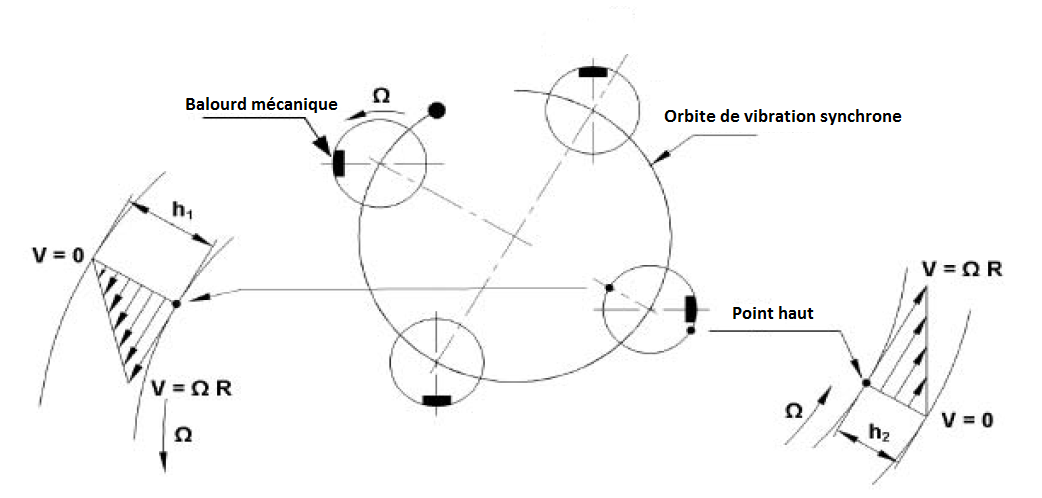


Figure 1.1‑8 : Explication qualitative de la différence de la température au rotor (de Jongh **[1]**)

Suite à la distribution non-uniforme de la température, la déformation thermique non uniforme développe une flexion thermique et la dilatation thermique (**Figure 1.1‑9**). Sous configuration d’une masse considérable en porte-à-faux, une source d’excitation pourrait être créée. Cette source d’excitation communément appelée le balourd thermique modifie l’amplitude et la phase de vibration qui sont corrélée avec la différence de la température et la phase du point chaud à la surface du rotor. Quand les conditions de fonctionnement sont favorables, l’instabilité de la vibration synchrone se déclenche. Le mécanisme rétroactif de l’effet Morton est synthétisé à la **Figure 1.1‑10**. En autre, la dilatation thermique du rotor change également le jeu radial du palier, ce qui agit également sur le fonctionnement dynamique de machine.



Figure 1.1‑9 : Rotor déformé thermiquement

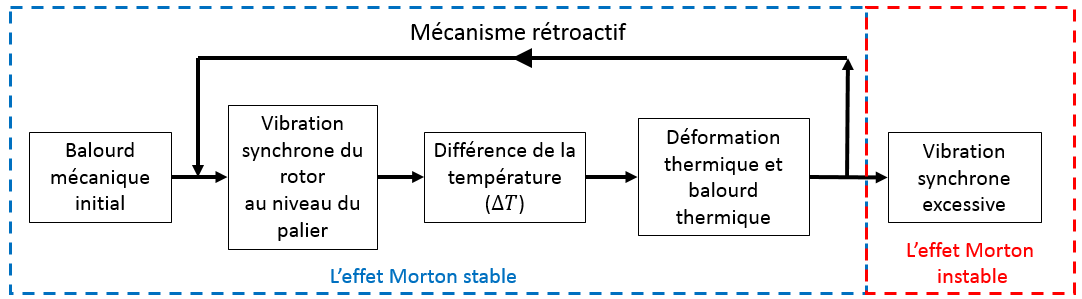


Figure 1.1‑10 : Diagramme du mécanise de l’effet Morton

Dû au fait qu’aucune machine tournante n’est parfaitement équilibrée et le balourd étant reconnu comme la source des vibrations synchrones, l’effet Morton pourrait apparaître sur toutes les machines supportées par des paliers hydrodynamiques. Toutefois, la plupart de machines ne sont pas endommagées et fonctionnent avec des vibrations synchrones à un régime thermique stable. Cependant, certaines conditions particulières peuvent déclencher cette instabilité mais, dû au fait qu’elle ne surgit qu’après un certain temps de fonctionnement, son identification est difficile.[[1]](#footnote-1)

### 



## Etudes expérimentales et cas industriels

En 1975, Morton **[1]** a construit un banc d’essai équipé d’un disque monté en porte-à-faux dont la vitesse de rotation était de 1800 tr/min. Il a également installé 12 thermocouples autour de ce disque lubrifié par un film fluide afin de mesurer la température circonférentielle du disque. Il a constaté qu’une différence non-négligeable de la température existait dans la direction circonférentielle lors du fonctionnement du rotor même si l’amplitude de la vibration était petite.

En 1978**,** Hesseborn **[1]** a continué à investiguer cette différence de la température et a découvert expérimentalement qu’elle pouvait augmenter le niveau de vibration sous certaines conditions.

En 1994, De Jongh et Morton **[9]** ont étudié le problème d’une vibration spirale dans un compresseur centrifuge. Le rotor était monté sur deux paliers à patins oscillants et possédait un disque lourd en porte-à-faux. Le compresseur exhibait une vibration synchrone instable autour de 11500 tr/min alors que la machine était conçue pour atteindre 13142 tr/min. L’instabilité vibratoire persistait même après le démontage des joints labyrinthes (connus à ce moment comme étant une des cause de l’effet de Newkirk) ce qui montrait que la source n’était pas le contact entre le rotor et le stator. Enfin, la solution technique trouvée pour cette instabilité a été d’alléger la partie en porte-à-faux et l’accouplement du compresseur en remplaçant les composants en acier par d’autres en titane.

Afin de reproduire le comportement vibratoire instable du compresseur, De Jongh et Morton […] ont fabriqué un banc d’essai inspiré du compresseur existant et ont identifié la source du problème comme étant l’échauffement du rotor dans le palier. Ce diagnostic a été vérifié par la mesure des températures de la partie du rotor contenue dans le palier le plus éloigné du moteur. Les températures ont été mesurées par 4 capteurs de température montés dans le rotor et un collecteur tournant. Les résultats expérimentaux montraient que le rotor était stable pour une différence de température de 3°C à la surface du rotor. Cette différence de température augmentait avec la vitesse de rotation et limitait la vitesse de fonctionnement. L’instabilité apparaissait de manière non répétitive. Le banc d’essai montrait bien que la variation de la différence de la température correspondait à l’apparition de l’effet Morton instable. En 2008, de Jongh [1] a publié un article de review qui récapitulait les premières recherches sur cette instabilité de la vibration synchrone. Il a introduit l’effet Morton comme un phénomène mal maitrisé et a fourni des explications qualitatives, des cas test et ses solutions empiriques destinées aux industriels.

En 2008, Schmied, Pozivil et al. **[1]** ont publié une étude concernant un turbo-détenteur couplé avec un compresseur. Le turbo-détenteur possédait des disques lourds en porte-à-faux et un rotor rigide qui fonctionnait à des vitesses élevées proches de 18600 tr/min. Pendant un test, les vibrations synchrones mesurées ont commencé à augmenter après le dépassement léger de la vitesse nominale (**Figure 1.1‑4**). Les diagrammes polaires de l’amplitude et de la phase mesurés près de la vitesse nominale sont présentées sur la **Figure 1.1‑5.** Ils montrent des modifications significatives suivant une courbe spirale et divergente. La **Figure 1.1‑4** montre l’augmentation brusque de l’amplitude synchrone une fois la vitesse critique atteinte et, surtout, sa diminution progressive avec la diminution de la vitesse de rotation. Le niveau élevé de vibrations persiste malgré la réduction de la vitesse en-dessous de 18600 tr/min mettant en évidence un phénomène d’hystérésis. Ceci indique que l’échauffement du rotor est source des vibrations synchrones car l’échelle de temps des phénomènes thermiques est beaucoup plus grande que celle des vibrations synchrones.



Figure 1.1‑4 : Phénomène d’hystérésis sur le turbo-détenteur (Schmied et al. **[1]**)

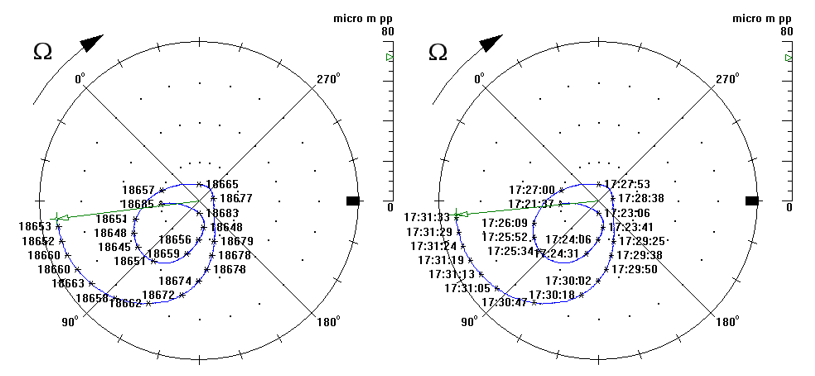


Figure 1.1‑5 : Vibration spirale constaté sur le côté compresseur (Schmied et al. **[1]**)

En 2011, Lorenz et Murphy **[1]** ont investigué le prototype d’une machine électrique qui possédait un disque massif en porte-à-faux. Durant un test à vitesse constante de 4150 tr/min, les vibrations du rotor étaient mesurées en deux plans par deux capteurs/plan montés à 90 degrés. Les amplitudes synchrones mesurés au cours du temps sont illustrées sur la **Figure 1.1‑6** et la **Figure 1.1‑7**. L’amplitude synchrone augmentait lentement pendant les premières deux heures de fonctionnement et devenait soudain excessive déclenchant l’arrêt d’urgence de la machine. En plus, le phénomène des vibrations cycliques a été également constaté dans ce cas avant que l’instabilité vibratoire apparaisse. Les vibrations spirales divergentes mesurées dans le temps sont illustrées sur la **Figure 1.1‑7**.

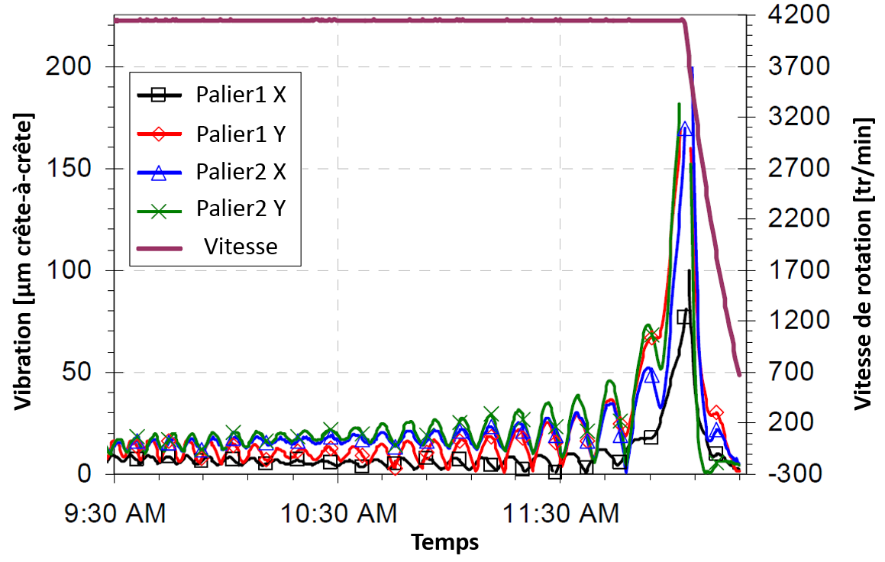


Figure 1.1‑6 : Vibrations synchrones mesurées au cours du temps (Lorenz et al. **[1]**)

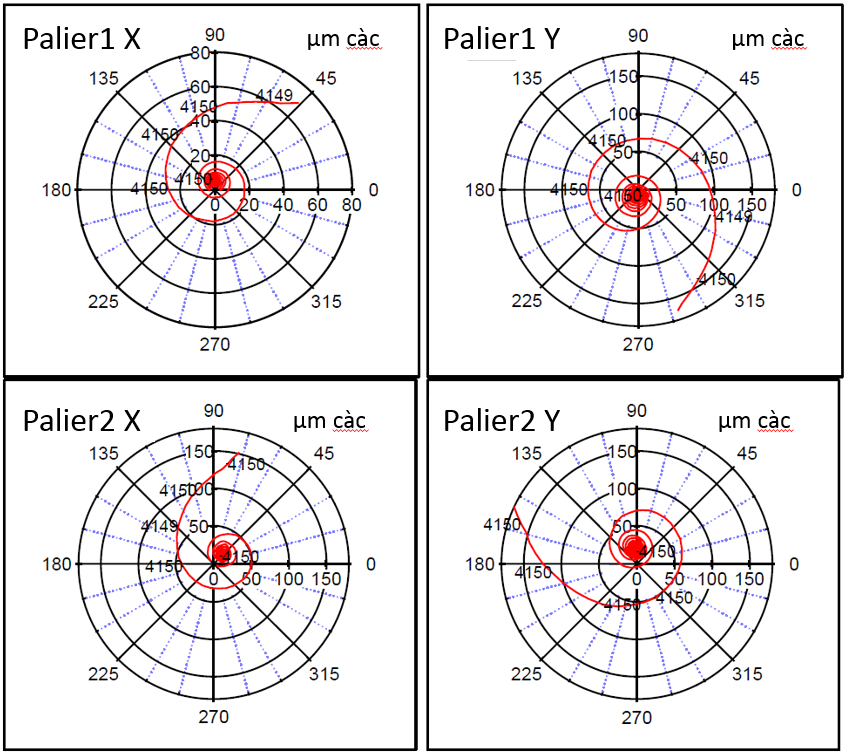


Figure 1.1‑7 : Diagrammes polaires des vibrations synchrones (Lorenz et al. **[1]**)

Les résultats expérimentaux de Schmied, Pozivil et al. **[1] et de** Lorenz et Murphy **[1]** mettent bien évidence les symptômes de l’instabilité de la vibration synchrone qui peut se développer à vitesse constante. Différente des autres instabilités vibratoires classiques, cette instabilité se cache au début du fonctionnement et n’apparaît qu’après un certain du temps. La variation lente et progressive a orienté les diagnostics du problème vers les effets thermiques. En outre des phénomènes des vibrations spirales, l’hystérésis (*Figure 1.1‑4*) et les vibrations cycliques (*Figure 1.1‑6*) sont souvent décrites dans la littérature comme des signatures de cette instabilité thermique.

En 2015, Panara et al. **[12]** ont construit un banc d’essai pour vérifier le modèle théorique simplifiée proposée par Murphy et Lorenz **[13]** qui sera présenté un peu plus loin. Un point important de ce modèle est le coefficient de proportionnalité entre le vecteur de vibration et la différence de la température à la surface du rotor. Ce coefficient est difficile à obtenir à partir des calculs surtout si l’on ne dispose pas des modèles physiques raffinés. Pour cette raison Panara et al. l’ont obtenu à partir des données expérimentales. Le rotor était instrumenté par huit thermocouples équidistantes dans la direction circonférentielle et un collecteur tournant sans fil. Trois masses différentes en porte-à-faux (7.3%, 8.4%, 12.4% de la masse du rotor) ont été étudiés. Les auteurs ont observé que la vitesse d’amorçage de l’effet Morton diminuait de 13600 tr/min à 10200tr/min puis à moins de 10000 tr/min avec l’augmentation de la masse en porte-à-faux du rotor. Ils ont conclu que ce paramètre pouvait être directement liée à l’instabilité vibratoire. Panara et al. ont également montré que la stabilité pouvait être réacquise quand la vitesse au fonctionnement dépasse un certain niveau de la vitesse critique.

## modeles theoriques

La modélisation théorique de l’effet de Morton est un problème multi-physique reliant la lubrification thermo-hydrodynamique, la dynamique des rotors et la thermomécanique des solides. La difficulté principale réside dans le couplage de ces modèles car deux échelles de temps très différentes sont présentes, liées au transfert de chaleur dans le rotor et à la vibration synchrone de celui-ci. Par la suite les modèles théoriques sont groupés en quatre catégories .

### Méthodes inspirées de la théorie du contrôle

En 1993, Koegh et Morton **[14]** ont proposé une approche analytique avec feed-back pour décrire l’instabilité liée à l’effet Morton. Dans ce modèle, une orbite elliptique arbitraire est imposée pour décrire la vibration du rotor dans le palier. L’ellipse est décomposée en trois orbites circulaires : un cercle en position équilibrée et deux cercles de perturbation. Cette technique a pour but d’écrire des relations mathématiques plus facilement et de voir l’influences des précessions directe et rétrograde sur les paramètres du modèle tels que l’épaisseur de film, la température et l’angle de flexion thermique. L’hypothèse du palier court et la viscosité constante sont imposées dans le but de réduire le temps des calculs. Une fois la distribution de la température dans le film lubrifiant obtenue, la conduction thermique dans le rotor est ensuite déterminée. Le champ de température obtenu permet d’évaluer la flexion du rotor grâce au travail de Dimoragonas en 1970 **[2]**. Enfin, inspiré de la théorie de contrôle, l’instabilité du type l’effet Morton est analysée en calculant le ratio qui est un rapport entre la déflection initiale du rotor et celle après la déformation thermique:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

avec la flexion après la déformation thermique décrite comme un vecteur et  la flexion initiale ; si Re()>1, l’instabilité sera amplifiée alors que si Re() <1, elle sera atténuée.

Un an après, Koegh et Morton **[15]** ont amélioré le modèle pour étudier l’instabilité vibratoire en régime transitoire. Dans le modèle amélioré, la flexion thermique dépend du temps. Cette dernière est calculée en couplant l’équation de transfert de la chaleur et les équations de mouvement du rotor dans le domaine fréquentiel. Les caractéristiques de la stabilité sont présentées dans un diagramme de Nyquist. L’application du modèle à un rotor avec un disque monté en porte-à-faux montre que l’instabilité vibratoire peut avoir lieu autour des fréquences critiques, à grandes vitesses de rotation. Les rotors avec masses en porte-à faux sont plus susceptibles d’engendrer l’instabilité. Cette méthode est reconnue comme le premier modèle complet dédié à l’analyse de l’effet Morton.

En 1998, de Jongh **[17]** a adopté une stratégie de modélisation similaire. Il a modélisé le balourd thermique comme le produit de la masse du disque en porte à faux et la déflection de l’axe du rotor au niveau du disque. Le balourd total est ainsi la somme vectorielle du balourd mécanique initial et le balourd thermique généré. Il a utilisé les trois fonctions de transferts :

* **,** décrit la relation entre la vibration synchrone et le balourd,
* **,** décrit la relation entre la différence de température Δ𝑇 à la surface de rotor et la vibration synchrone,
* **,** exprime le balourd thermique généré par une différence de température de la surface de rotor.

Les vibrations synchrones dans les paliers hydrodynamiques sont déterminées par le calcul de réponse au balourd total. Comme illustré dans la "structure 2" dans la **Figure 1.3‑1**, le produit vectoriel est équivalent au ratio dans la structure 1. Dans le modèle de Jongh **[17]**, les fonctions de transfert et sont calculées par simulation, tandis que est déterminée à partir des données d’essai. Cette méthode a été appliquée à un rotor avec deux disques symétrique en porte à faux décrit dans **[9].** La vitesse d'instabilité prédite était d'environ 10 500 tr / min, ce qui concordait avec l'observation.

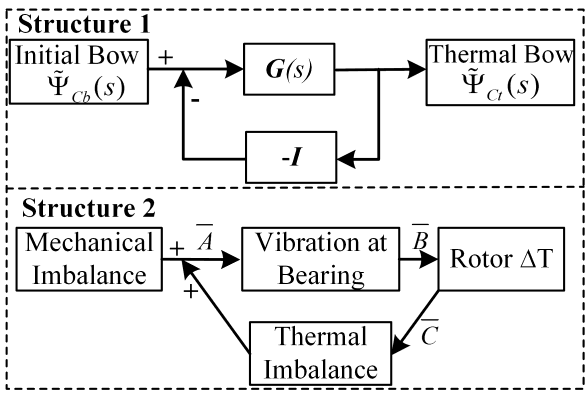


Figure 1.3‑1 : Deux interprétations du mécanisme de rétroaction de l’effet Morton (de Jongh **[17]**)

En 2010, Lorentz et Murphy **[13]** ont complété le modèle de Jongh et traité les fonctions de transfert présenté en **[17]** comme des coefficients d’influence qui expriment des relations linéaires entre les vecteurs de vibration, , de balourd, , et de température, . Le module des coefficients représente la sensibilité des phénomènes physiques qui contribuent au déclenchement de l’instabilité. La phase des coefficients décrit un retard entre les informations physiques concernées.

La stabilité est déterminé à partir d’un critère similaire à de Jongh **[17]**.

|  |  |
| --- | --- |
| ~~stable~~ |  |

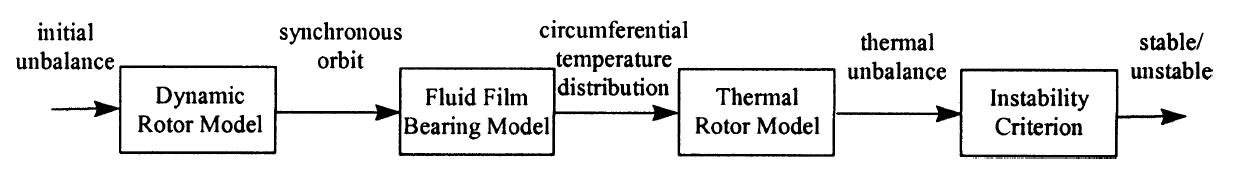
Grâce aux coefficients d’influence, l’analyse de l’effet Morton devient possible avec les outils numériques usuels en dynamique de rotor et en lubrification. Cependant, ces coefficients sont calculés de manière linéaire et en régime stationnaire. Les calculs sont donc peu précis. Cette méthode est reprise avec une description plus détaillé dans le chapitre IV de cette thèse.

### Méthode basée sur un balourd critique prédéfini

En 2004, Kirk et Balbahadur **[19]** ont proposé une méthode pour déterminer le balourd critique qui pourra amorcer de l’effet de Morton. Un balourd mécanique initial proportionnel à 10% du poids du rotor est imposé au centre de masse du disque en porte à faux.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Le balourd mécanique initial est ensuite utilisé pour prédire l’orbite stationnaire et la position du point haut du rotor dans le palier. Il est supposé que le point chaud coïncide avec le point haut. Une équation de l’énergie 1D et stationnaire permet de déterminer la température non uniforme du rotor. Le balourd créé par la flexion thermique du rotor est calculé en multipliant la masse du disque et la flèche de l’axe du rotor déformé. La phase du balourd additionnel correspond à celle de la flexion thermique. Le balourd total est la somme vectorielle des balourds mécanique et thermique. Si le balourd total dépasse une valeur critique prédéfini, le système est instable. ~~Ce processus est représenté à la~~ **~~Figure 1.3‑2~~**~~.~~

~~~~

~~Figure 1.3‑2 : Diagramme du processus complet du modèle proposé par Kirk et Balbahadur. []~~

est défini comme étant proportionnel à 15% du poids du rotor ~~(~~ **~~Eq. 1.4.a.~~** ~~). En 2013, Kirk~~ **~~[22]~~** ~~a adopté une version du balourd critique constant (~~ **~~Eq. 1.4.b.~~**~~) car les ingénieurs utilisant la version dépendant de la vitesse peuvent observer une vitesse critique au-delà de celle de vitesse maximum de fonctionnement, même sans augmentation du balourd thermique. Cette valeur du balourd critique prédéfini a été optimisée en se basant sur plusieurs cas d’études de sorte que la vitesse d’apparition de l’instabilité prédite puisse être cohérente avec la vitesse de départ observée.~~

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

En utilisant ce modèle Kirk et Balbahadur **[20]** ont analysé le rotor de l’article de Keogh et Morton **[14]**, le compresseur de gaz présenté par de Jongh et Morton **[9]** et le compresseur de pipeline rencontré par de Jongh et Van Der Hoeven **[17]**. Ces cas utilisent aussi bien des palier circulaires que des paliers à patins oscillants. D’une manière générale, le modèle permet d’avoir une bonne cohérence avec les résultats expérimentaux. Les auteurs concluent que l’effet de Morton a plus de chance d’apparaître quand l’orbite de vibration est centrée, circulaire et de grande amplitude. La diminution de la phase entre le balourd thermique et le balourd mécanique pourrait également augmenter la possibilité d’apparition de l’instabilité.

### Méthodes du rapport thermique

Cette méthode a été introduite par Schmied **[5]** en 1987 pour calculer l’instabilité de la vibration synchrone sans distinction entre les sources d’échauffement du rotor, i.e. le contact avec le stator ou le cisaillement visqueux de lubrifiant sans un palier. La méthode s’est basée sur le modèle du point chaud proposé par Kellenberger **[4]**, initialement proposée pour analyser les vibrations spirales induites par l’effet Newkirk. Le modèle du point chaud est basé sur l’équation suivante :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

avec

déplacement du rotor au niveau du point chaud déduit par la dilatation thermique

tenseur de déformation thermique

terme de la chaleur générée

terme de la chaleur dégagée

etcoefficients de proportionnalité pour la chaleur générée et chaleur dégagée

La chaleur générée dans le système est supposée proportionnelle à la vitesse de rotation et à l’amplitude de vibration à la position axiale du point chaud, alors que la chaleur dégagée est proportionnelle à la déformation thermique. La valeur critique de la stabilité est le rapport. Les coefficients de proportionnalité et pour la chaleur générée et la chaleur dégagée sont calculés selon le mécanisme de l’échauffement du système. La méthode de calcul est détaillée en annexe de **[5]**. Si le rapport entre la chaleur générée et la chaleur dégagée est proche de la valeur critique de stabilité, le rotor pourrait être considéré comme sensible à l’effet Morton.

### Modeles non-linéaires en régime transitoire

Les méthodes présentées précédemment sont des analyses de stabilité. Elles prédisent le déclenchement ou non de l’instabilité à partir d’un critère mais pas l’évolution transitoire de l’effet de Morton. Ces méthodes pourraient génériquement être désignées comme étant « linéaires » même si dans une étape ou une autre elles utilisent des algorithmes non-linéaires. Des simulations en régime transitoire de l’effet de Morton nécessitent des algorithmes non-linéaires, rapides et des couplages robustes.

En 2013, Lee et Palazzolo **[23]** ont utilisé un modèle éléments finis pour résoudre l’équation de Reynolds non-stationnaire couplée avec l’équation de l’énergie pour le film fluide ainsi que l’équation de conduction de la chaleur dans le rotor. L’équation de l’énergie non-stationnaire est limitée au cas 2D. Les simulations ont porté sur un rotor flexible guidé en rotation par un palier à patins oscillants. Comme pour les références **[13]** et **[19],** le balourd thermique a été modélisé à l’aide de la masse concentrée du disque en porte-à-faux. La simulation de l’effet Morton en régime transitoire nécessite un effort de calcul assez important à cause de la différence entre l’échelle de temps de la conduction thermique dans e rotor et celle des vibrations synchrones.

Afin de réduire le temps de calcul, un schéma alternant les deux temps caractéristiques et présentée sur la **Figure 1.3‑3** a été utilisée. Chaque cycle a deux étapes. Au cours de la 1ère étape, les équations de Reynolds, de l’énergie, de la dynamique du rotor et du transfert de chaleur dans le rotor sont résolues avec un pas de temps adapté au régime vibratoire. L’étape se termine quand la trajectoire du rotor dans le palier est stabilisée. Le flux de chaleur dans chaque point de la surface du rotor est moyenné sur une période. La deuxième étape est l’intégration seulement de l’équation de transfert de chaleur dans le rotor avec le flux thermique déduit après la première étape. Le pas de temps est adapté au transfert de chaleur par conduction dans le rotor, donc quelques ordres de grandeurs supérieur au pas de temps utilisé à l’étape 1. Les températures à la surface du rotor et du palier sont actualisés à la fin de l’étape 2.

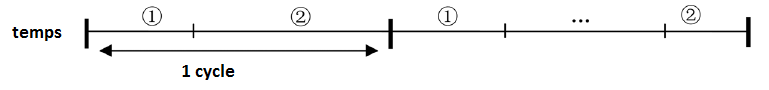


Figure 1.3‑3 : Diagramme du schéma alternant les deux échelles de temps

Les auteurs ont utilisé ce modèle pour étudier le cas présenté dans l’article de Gomiciaga et Keogh **[26]**. Le déphasage entre le point chaud et le point haut correspond bien à celui observé dans la réalité. En général, ce modèle donne un très bon accord quantitatif avec les publications pour la distribution non-uniforme de la température. ~~Les deux effets antagonistes suite à l’augmentation de la température (diminution de viscosité et augmentation du balourd thermique) ont été mentionnés et discutés.~~ Cependant, la différence de la température est légèrement plus grande que celle issue de **[26]**. Ceci est dû aux conditions adiabatiques utilisées entre le film lubrifiant et le coussinet et à la distribution constante de la température dans la direction axiale. Ces deux limitations sont introduites par les hypothèses simplificatrices utilisées pour l’équation de l’énergie.

En 2014, Suh et Palazzolo **[24]** ont publié une version améliorée du modèle précédent. L’équation de l’énergie dans le film mince est tridimensionnelle 3D tout comme les modèles thermomécaniques du rotor et des patins du pallier lubrifié. L’hypothèse d’une paroi adiabatique du coussinet utilisée dans **[23]** a été remplacée par le couplage entre l’équation de l’énergie dans le film mince et l’équation de la chaleur dans le coussinet. Le flux thermique et la température sont supposés continus à l’interface du fluide-structure. Le couplage entre le modèle thermomécanique du rotor et l’équation de la chaleur dans le film mince se fait toujours via le flux thermique moyenné sur une orbite. Un modèle de balourd thermique réparti le long du rotor a été introduit pour inclure tous les balourds nodaux et pas seulement celui généré par le disque en porte-à-faux.

En 2016, Tong et Palazzolo **[27]** ont amélioré le modèle précédent **[24]** en utilisant une maillage des éléments finis hybride 1D/3D pour le rotor. Ils ont trouvé que

Une autre amélioration de ce modèle a été apportée par Guo et al. **[28]** qui ont traité le balourd thermique comme un défaut de fibre neutre du rotor directement dans les équations de la dynamique. Les moments introduits par les déformations thermiques de l’axe du rotor sont donc également pris en compte. Cette amélioration permet de traiter d’une manière rigoureuse tous les cas de déformation thermiques de l’axe du rotor, aussi bien pour le cas d’une masse importante entre les paliers que pour une masse en porte-à-faux.

## Stratégie de modélisation. synthese

De manière générale, toutes les méthodes destinées à décrire l’effet de Morton et présentées précédemment sont basées sur trois modèles physiques couplés dans une boucle de rétroaction (**Figure 1.4‑1**) :

1. Le balourd total (mécanique et thermique)entraine une précession synchrone du rotor
2. Le cisaillement du lubrifiant dans le palier induit une température et un flux de chaleur non-uniforme à la surface du rotor
3. La déformation thermique du rotor engendre un balourd thermique qui s’ajoute au balourd mécanique du rotor.

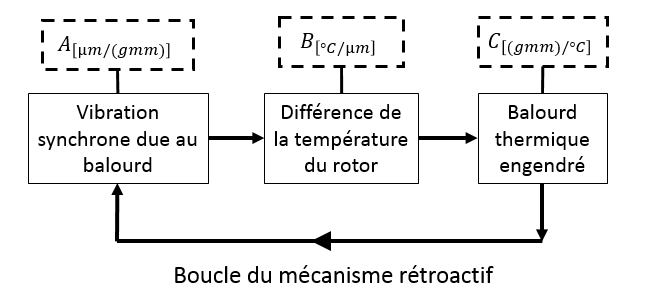


Figure 1.4‑1 : Modélisation globale de l’effet Morton

Ces trois modèles physiques pourraient être représentés par les fonction de transfert ou coefficients d’influence comme proposé respectivement par de Jongh [] ou par Lorenz et Murphy **[13]** pour analyser la stabilité de la vibration synchrone. D’autre part, ces trois modèles pourraient être couplé dans une stratégie de simulation numérique transitoire comme proposé par Suh et Palazzolo **[24]**.

Une synthèse des méthodes numériques utilisées pour ces trois modèles et leur couplage est présentée par la suite.

* Calcul de

Un calcul de réponse au balourd est nécessaire pour déterminer . Ceci suppose la résolution des équations de mouvement de rotor, par exemple (**Eq. 1.6**). La solution est l’orbite de la vibration synchrone.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La différence principale pour calculer entre tous les modèles se trouve dans la modélisation des efforts du palier hydrodynamique. La plupart des études telles que Gomiciaga **[26]**, Kirk **[19]** and Murphy **[13]** utilisent l’approche linéairebasée sur les coefficients dynamiques du palier. Ceci permet d’obtenir rapidement une orbite synchrone. Cependant, quand les amplitudes des déplacements du rotor dans les paliers sont importantes, l’hypothèse de linéarisation des efforts fluide n’est plus valable et donc l’utilisation des coefficients dynamiques introduit des erreurs non négligeables. L’approche non linéaire utilisée par Palazzolo et al. **[24]** et Grigor’ev et al. **[29]** est basée sur le couplage du modèle thermo-hydrodynamique du palier avec le modèle dynamique du rotor. Cette approche impose la résolution de l’équation de Reynolds couplée avec l’équation de l’énergie pour obtenir les efforts du palier à chaque pas de temps d’intégration de l’équation de mouvement. Par conséquent, le calcul est précis mais très couteux en terme du temps de calcul.

* Calcul de

Le calcul détermination de B,

Le calcul de la de la différence de la température à la surface du rotor pour une orbite synchrone donnée, est capitale pour la simulation de l’effet Morton. Il s’agit de résoudre un problème de transfert convectif et transitoire de chaleur à l’interface rotor-lubrifiant. D’une manière générale, il est nécessaire de faire intervenir deux échelles de temps différentes pour le calcul de la température du rotor. La dissipation due au cisaillement visqueux de lubrifiant est gouvernée par l’échelle de temps dynamique (millisecondes) tandis que le transfert de chaleur dans le rotor suit l’échelle du temps thermique (minutes, voir lus). Ainsi, le coût de la simulation de l’effet Morton en régime transitoire peut devenir onéreux. En fonction de l’objectif de l’étude plusieurs méthodes de simplicité, efficacité et fiabilité différentes ont été proposées.

Koegh et Morton **[14]** ont résolu l’équation de Reynolds en se basant sur l’hypothèse de palier court. Ils ont utilisé la méthode de perturbation pour calculer la température . Kirk et al. **[19]** ont résolu l’équation de l’énergie simplifié 1D en se basant sur une relation géométrique pour approximer la différence de la température. Murphy et Lorenz **[13]** ont utilisé la température moyennée suivant l’épaisseur du film fluide. Gigor’ev et al. **[29]** ont utilisé la méthode des volume finis pour résoudre l’équation de l’énergie en 2D et la méthode des éléments finis pour résoudre l’équation de conduction thermique dans rotor. Palazzolo et Suh **[24]** ont mis au point un couplage alternant les deux échelles de temps du problème. Un pas de temps consiste en deux étapes. Dans une première étape l’équation de l’énergie dans le film lubrifiant est couplé à l’équation de conduction de la chaleur dans rotor. Dans une deuxième étape l’équation de conduction de la chaleur dans le rotor est intégrée avec un pas de temps beaucoup plus grand. La condition initiale de la deuxième étape et le flux thermique moyenné sur une période calculé à la fin de la première étape. Les températures sur le rotor sont ainsi obtenues à la fin de la deuxième étape.

* Calcul de

Le rotor va se déformer élastiquement suite à la variation non-uniforme de la température à sa surface. Cette déformation va amplifier ou va diminuer les vibrations synchrones du rotor. Deux approches différentes sont utilisées pour la modélisation l’effet mécanique de la déformation mécanique du rotor : une approche de type de masse concentrée (balourd thermique) et l’approche du défaut de la fibre neutre du rotor.

L’approche de masse concentrée modélise la contribution dynamique de la déformation thermique du rotor comme une addition au balourd mécanique. En considérant la masse du disque située en porte à faux prépondérante, la déformation thermique du rotor génère un balourd thermique au niveau du centre de masse du disque. Le balourd thermique est le produit entre la déflection du rotor au niveau du disque et la masse de ce dernier. Cette méthode est initialement mentionnée par Kirk **[19]** et utilisée ensuite par Murphy **[13]**, de Jongh **[1]** et Lee **[23]**. Palazzolo et Tong **[27]** ont amélioré cette approche en l’appliquant sur tous les nœuds du rotor. Les résultats obtenus sont ajoutés au balourd mécanique initial.

L’approche basée sur le défaut de la fibre neutre est utilisée par Keogh et Morton (**[14],[15]**), Schmied **[5]**, Grigor’ev et al. **[29]** et Palazzolo et al. **[27].** Contrairement à l’approche précédente qui ne considéré que la force centrifugée générée par une masse concentrée, cette approche prend en compte le moment engendré par la flexion thermique du rotor. Ces deux approches sont comparées dans l’article de Tong et Palazzolo **[27]** qui ont conclu que l’approche basée sur le défaut de la fibre neutre est recommandée. Le fait que l’approche masse concentrée ignore les moments engendrés par la déformation thermique du rotor peu surestimer l’amplitude des vibration dans le palier et la différence de température à la surface du rotor.

## Conclusion

Ce chapitre a introduit les problèmes de l’instabilité de la vibration synchrone due à l’effet thermique dans les paliers. Deux effets thermiques peuvent être à l’origine de cette instabilité : l’effet Newkirk ou l’effet Morton. Ces effets sont expliquées de manière qualitative.

Les principales études expérimentales et numériques consacrée à la compréhension et à l’analyse de la stabilité de l’effet Morton sont présentés. La synthèse de ces études permet de mettre en évidence une stratégie générale de modélisation numérique de l’effet Morton basée sur trois modèles physiques.

En suivant cette stratégie, trois sous-modèles numériques sont nécessaires pour la simulation et l’analyse de l’effet Morton. Ces sous-modèles seront détaillés dans les chapitres II et III dédiés respectivement aux problèmes de lubrification hydrodynamique et aux comportements dynamique et thermomécanique de rotor. Une fois les outils de calcul mises aux points, les simulations et les analyses de l’effet Morton sont ensuite présentées dans les chapitres IV et V..

# Chapitre 2 : Modélisation des paliers hydrodynamiques



## Introduction

Le palier hydrodynamique est un organe de supportage utilisé dans les machines tournantes (turbines à vapeur, turbomachines, etc…). Un palier hydrodynamique possède trois composantes majeures : l’arbre (rotor), le coussinet (stator) et le lubrifiant. La **Figure 2.1‑1** représente schématiquement un palier en fonctionnement avec l’établissement d’un champ de pression dans la partie inférieure. La pression est due au cisaillement du film d’huile situé entre le rotor et le stator. Il est caractérisé de « film mince » étant donnée sa très faible épaisseur (à l’échelle de micro mètre). Lors de la mise en rotation et sous l’effet de portance généré par le film d’huile, l’arbre se soulève avec l’augmentation de la vitesse. Une fois la vitesse nominale atteinte, le rotor se place à sa position d’équilibre où la force hydrodynamique générée permet de compenser les autres efforts extérieurs. En même temps que la génération de pression, le cisaillement visqueux du lubrifiant produit de la chaleur qui chauffe le fluide ainsi que les parties solides en contact avec le lubrifiant (rotor et coussinet). Ces derniers, sous l’effet de la chaleur, se déforment modifiant ainsi les conditions de fonctionnement du système tournant. Quand le rotor se comporte avec la vibration synchrone, l’échauffement du rotor devient non homogène. Ce dernier est l’origine de l’effet Morton.

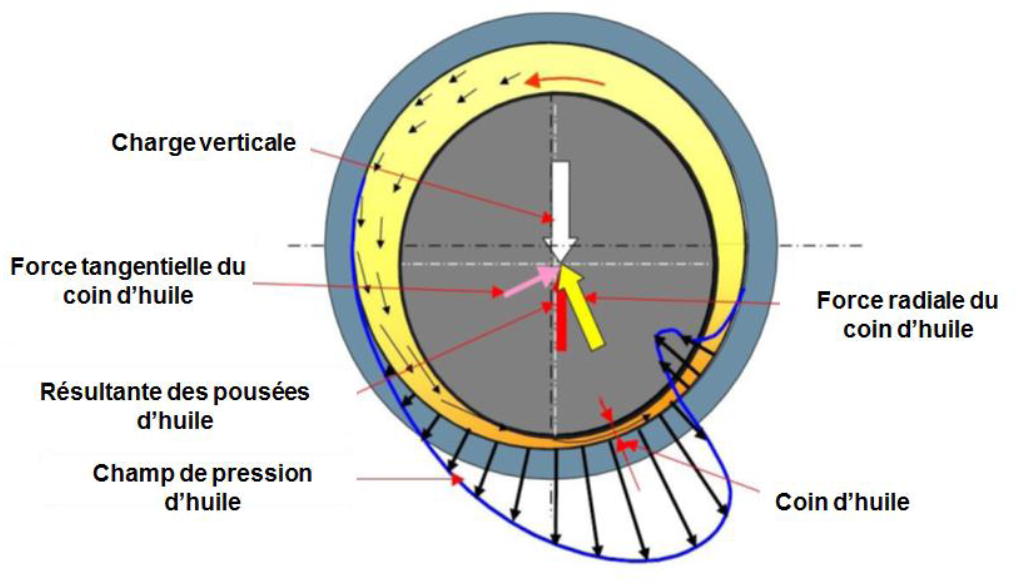


Figure 2.1‑1 : forces hydrodynamiques et de la distribution de pression dans un palier

Pour les paliers hydrodynamiques qui fonctionnent à basse vitesse de rotation et avec une charge faible, le champ de pression créé dans le film mince peut être décrit à l’aide de l'équation de Reynolds en conditions isothermes **[30]**, car l’effet thermique provoqué est négligeable. Inversement, pour des vitesses de rotation plus élevées et des charges plus élevées, l'approche isotherme n'est plus suffisante et la variation de la viscosité avec la température doit être prise en compte. Ainsi, l’équation de Reynolds doit être couplée avec l’équation de l’énergie qui décrit le champ tridimensionnel de température dans le film mince. La résolution numérique de cette dernière nécessite une discrétisation suffisamment fine pour capter les gradients de température suivant l’épaisseur du film. Lorsque le régime d’écoulement est turbulent, les gradients de température deviennent beaucoup plus forts et le nombre de points de discrétisation suivant l’épaisseur du film est d’au moins un ordre de grandeur supérieur à celui utilisé en régime laminaire. Ainsi, la résolution des équations couplées demande un temps de calcul considérable, particulièrement dans le cas d’une analyse transitoire. Bien que la solution numérique de ces équations couplées soit un problème résolu depuis plusieurs décennies, des méthodes numériques efficaces visant à réduire l'effort de calcul sont encore à développer.

Afin de réduire l’effort de calcul lors de la résolution numérique des équations de Reynolds et de l’énergie, une approche spectrale appelée "Méthode de collocation aux points de Lobatto (LPCM)" **[30]** est utilisée. Cette méthode d’ordre élevé permet de réduire le nombre de points nécéssaires pour décrire le champ de température suivant l’épaisseur du film et par conséquent, réduit substantiellement les temps de calculs pour la simulation de l’effet Morton. Cette méthode est également couplée avec un algorithme de cavitation **[32**] qui permet de traiter la zone de rupture de film lors du fonctionnement de palier hydrodynamique.

Dans la suite, différents éléments nécessaires à la mise au point du solveur pour le palier hydrodynamique sont présentés. Dans un premier temps, le cas de l’épaisseur du film intégrant le désalignement du rotor dans le palier est traité. Puis, la résolution classique des équations de la lubrification thermo-hydrodynamique est détaillée. Ensuite, la méthode de collocation aux points de Lobatto est expliquée. Une comparaison de cette méthode avec la méthode classique est décrite en Annexe afin d’illustrer sa robustesse. Enfin, une étude du cas d’un palier à géométrie fixe à deux lobes est exposée pour la validation du solveur en régime stationnaire.

## Epaisseur du film mince en présence d’un désalignement

L’épaisseur du film mince est un paramètre capital pour la modélisation de la lubrification hydrodynamique. Elle est essentiellement déterminée par la géométrie du palier et la position du centre du rotor dans le palier. La plupart des études antérieures n'ont considéré que le mouvement 2D du rotor dans le plan médian de palier (**Figure 2.2‑1**). Cependant, sous effet thermique et en présence d’un désalignement du rotor, le jeu en dehors du plan médian du palier peut être modifié ce qui influence l’épaisseur du film. Dans le cas de la simulation de l’effet Morton, afin d’obtenir l’épaisseur du film de manière plus précise, le désalignement de rotor a été pris en compte au niveau du palier.

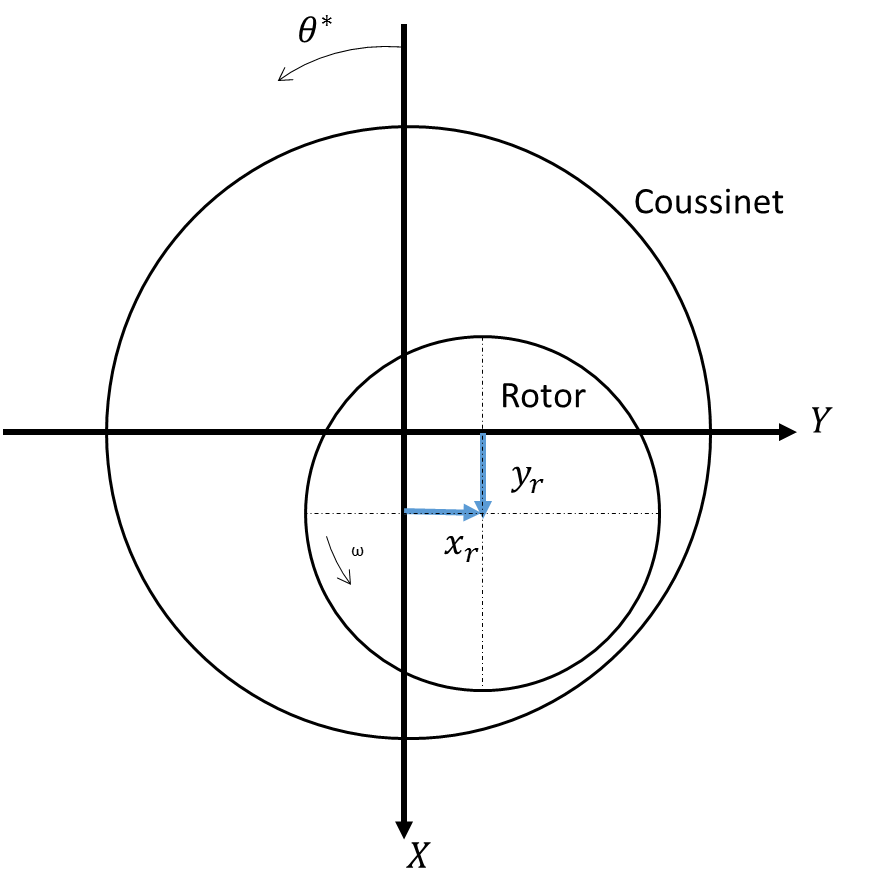


Figure 2.2‑1 le mouvement du rotor au plan médian du palier

Pour le palier circulaire avec un jeu radial et une largeur, sans désalignement, l’épaisseur du film est décrite en fonction de la position du centre de rotor dans le palier et le jeu (**Eq.2-1**).

|  |  |
| --- | --- |

Considérant le désalignement du rotor dans le palier, le mouvement du tangage et du lacet du rotor dévie celui-ci de la direction axiale (**Figure 2.2‑2**). Ces mouvements de rotation autour de l’axe et l’axe vont changer légèrement l’épaisseur de film et ainsi influencer la portance du palier.

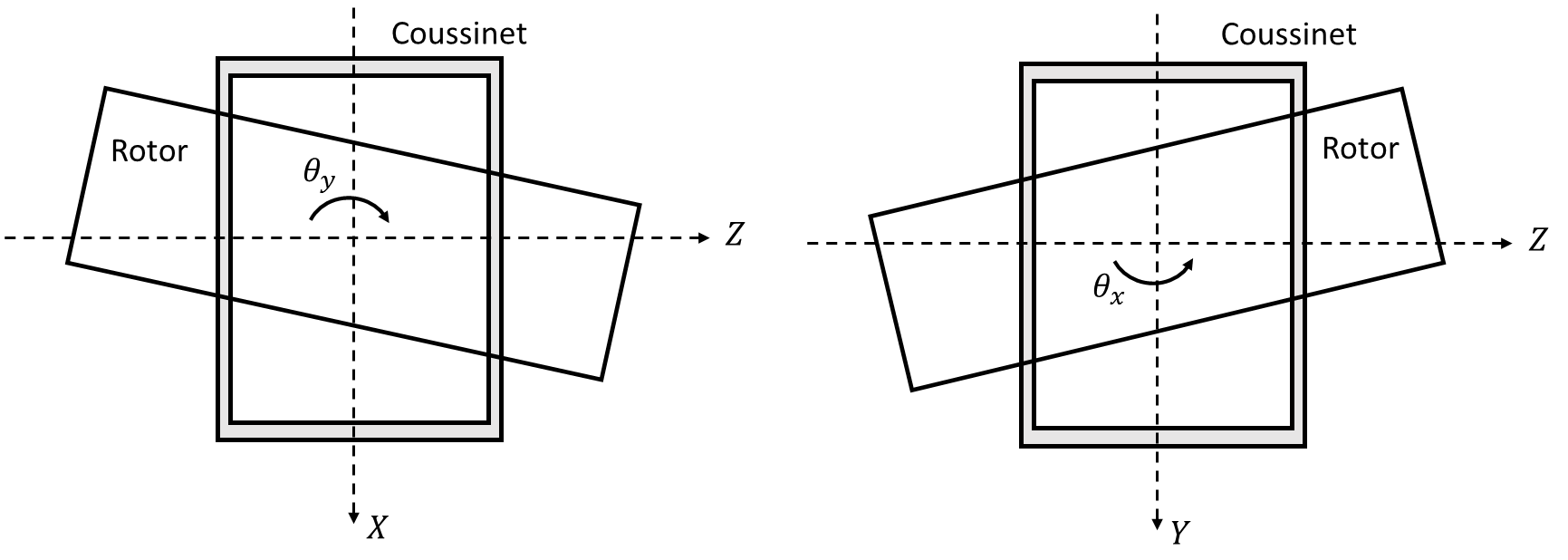


Figure 2.2‑2 : le mouvement 3D du rotor (tangage et lacet)

En introduisant les rotations et et le coordonnée (), **Eq.2-1** est modifiée :

|  |  |
| --- | --- |

Lors du calcul en régime transitoire, la variation de l’épaisseur du film dans le temps est exprimée:

|  |  |
| --- | --- |

Les paramètres et sont les paramètres cinématiques issus du modèle dynamique de rotor. Ils peuvent être obtenus au niveau du nœud où le palier est modélisé.

## Equations de la lubrification thermohydrodynamique

La résolution des équations de la lubrification thermo-hydrodynamique consiste à résoudre simultanément l’équation de Reynolds et l’équation de l’énergie. Dans le cas du palier hydrodynamique, le phénomène de rupture et de reformation du film lubrifiant (phénomène de cavitation en lubrification) est rencontré. Ainsi, un modèle de cavitation est nécessaire. La résolution permet d’obtenir le champ de pression et ainsi de déduire la force et le moment générés dans le palier. Le champ de température dans le film mince et le flux thermique à l’interface fluide-structure sont aussi obtenus à l’issu de la résolution des équations.

### Equation de Reynolds généralisée

L’équation de Reynolds généralisée est une forme simplifiée des équations de Navier-Stokes pour décrire la pression d’un fluide dans des mécanismes lubrifiés. Elle est déduite des équations de Navier-Stokes en considérant les hypothèses **[33]** ci-dessous :

* L’épaisseur de film est très faible devant la longueur et la largeur du domaine.
* Le milieu fluide est un milieu continu,
* L’écoulement est laminaire,
* Le fluide est newtonien,
* Les forces extérieures massiques dans le fluide sont négligeables,
* Les forces d’inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression,
* Il n’existe pas de glissement entre le fluide et les parois de contact,
* La courbure générale du film est négligée (cas des paliers radiaux),

Avec ces hypothèses, les équations de moments de Navier-Stokes se réduisent aux trois équations suivnates :

|  |  |
| --- | --- |

Le premier résultat fondamental que l’on peut déduire de ces équations est que le champ de pression reste constant suivant l’épaisseur du film.

Ces équations sont écrites dans l’espace 3D qui représente le domaine d’étude pour un palier hydrodynamique (**Figure 2.3‑1**). Celui-ci est délimité par deux parois entre lesquelles est intercalé un film mince. Les axes sont choisis de manière à avoir la direction selon l’épaisseur du film. Un point de la paroi 1 (paroi inférieure) est animé d’une vitesse de composantes et et possède une coordonnée selon. Il existe un point sur la paroi 2 (paroi supérieure) possédant une vitesse de composantes et situé à une coordonnée dans la direction.

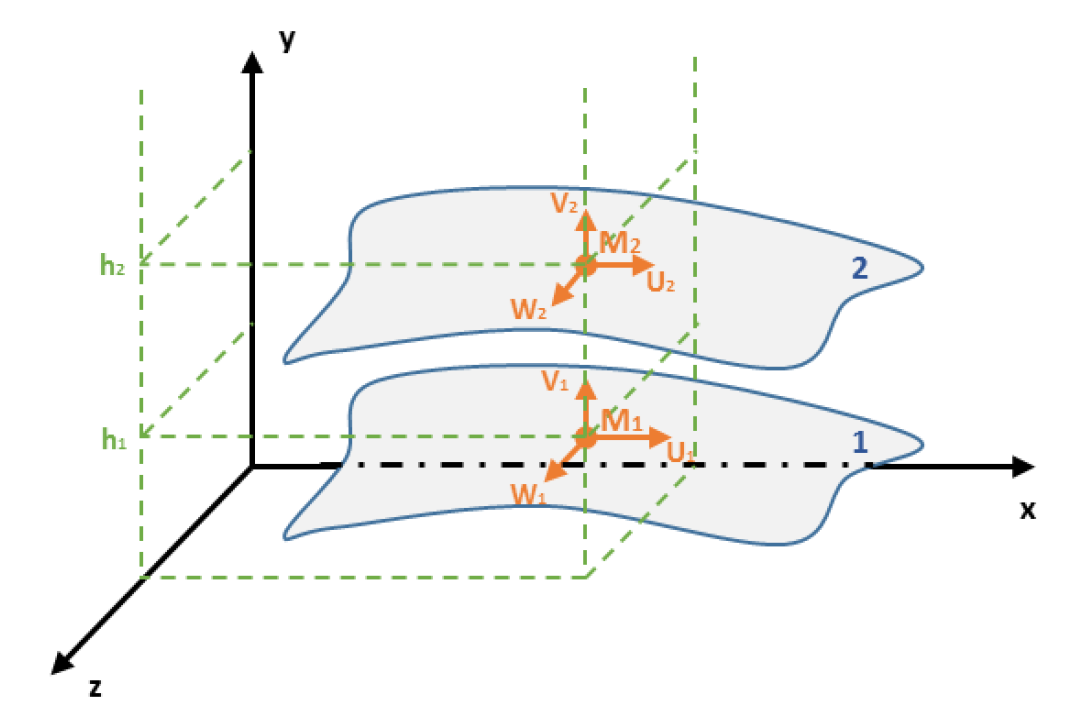


Figure 2.3‑1 : domaine d’étude entre deux parois

Il est alors possible d’exprimer les composantes de la vitesse et à partir de cette forme simplifiée de l’équation de Navier Stokes (**Eq.2-4**). En intégrant deux fois selon l’épaisseur du film, les vitesses et sont écrites :

|  |  |
| --- | --- |

Où et sont des intégrales dite de Dowson qui contiennent les informations de viscosité (**Eq.2-6**). Les termes et sont dépendant de tout l’espace et du temps, alors que les termes et ne dépendent que du x, z, car l’intégration est faite à travers l’épaisseur de film.

|  |  |
| --- | --- |

Une fois les expressions de vitesses déduites, elles sont introduites dans l’équation de continuité (**Eq.2-7**) qui est intégrée selon l’épaisseur de film.

|  |  |
| --- | --- |

C’est ainsi qu’est obtenue l’équation de Reynolds généralisée (ajouter ref).

|  |  |
| --- | --- |

sont fonctions de et tel que

|  |  |
| --- | --- |

Une fois l’équation de Reynolds généralisée établie, des simplifications propres au palier hydrodynamique sont introduites. En effet, comme la courbure des parois est négligeable, la surface inférieure peut être choisie comme référence pour l’épaisseur de film (). Elle est alors développée en une surface plane. La composante de la vitesse d’un point de cette surface sera nulle . Comme les parois sont constituées des solides indéformables, il n’y a pas de variation de vitesse le long des parois. Ceci permet de considérer la paroi 2 () comme référence pour les vitesses dans les directions et. Les composantes et de la vitesse d’un point de cette surface seront nulles et . Les composantes et suivant et de la vitesse d’un point de la paroi 1 peuvent être notées simplement et . Compte tenu de ces nouvelles références, l’écriture de l’équation se simplifie et prend la forme :

|  |  |
| --- | --- |

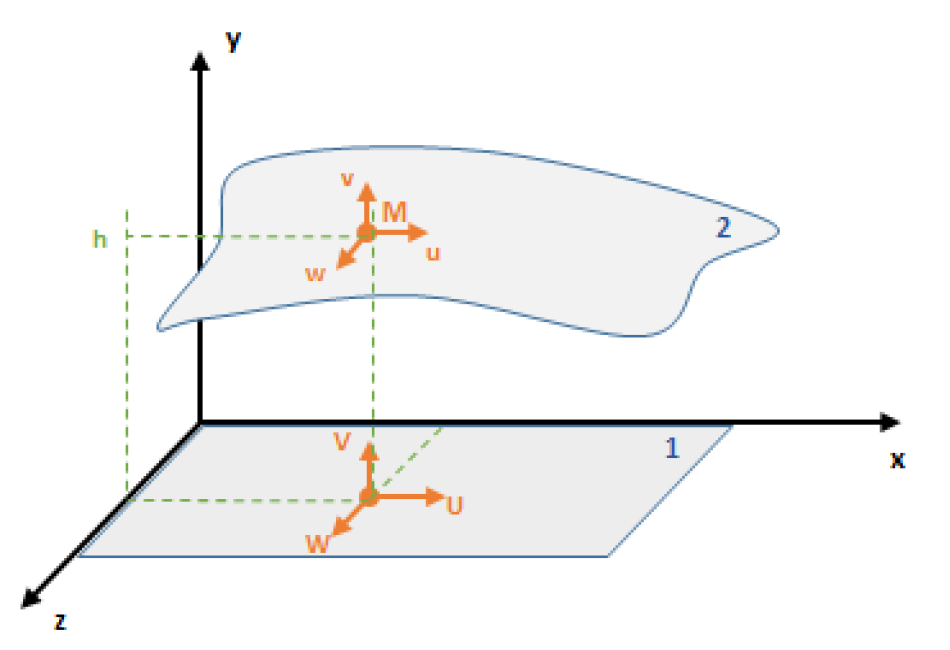


Figure 2.3‑2 : domaine d’étude dans le cadre d’un palier hydrodynamique

Dans le cadre d’un palier hydrodynamique où la vitesse axial du rotor est et pour le fluide lubrifiant est incompressible (i.e. la densité est constante suivant l’épaisseur du film), on obtient finalement l’équation de Reynolds utilisée dans cette thèse:

|  |  |
| --- | --- |

Avec

|  |  |
| --- | --- |

### Modèles de rupture et reformation du film (cavitation)

Le phénomène de la rupture et de la reformation du film dans paliers est souvent appelé la cavitation en lubrification. Lors du fonctionnement d’un palier hydrodynamique, l’épaisseur de film mince est composée d’une zone dîte convergente et une autre divergente. La zone convergente correspond à l’amont du coin d’huile où l’épaisseur de film diminue suivant la direction circonférentielle. A la sortie du coin de d’huile, l’épaisseur du film augmente entrainant une dépression. Lorsque la pression de l’huile est inférieure à la pression de vapeur saturante, une rupture du film est généralement observée. Deux modèles de cavitation ont été implémentés et testés pour traiter ce phénomène dans cette thèse.

La première approche est basée sur le modèle de cavitation de Jakobsson, Floberg et Olsson (JFO), mis en œuvre par Elrod et Adams **[34]**. Il suppose que dans la zone cavitante, il existe une superposition de filets d’huile et de filets d’air. Ils proposent de considérer que, dans cette zone, le mélange de lubrifiant et de gaz est homogène, tout en gardant la zone de rupture inchangée. Ils définissent le facteur de remplissage qui représente le taux d’occupation du gaz dans cette zone. La formulation du modèle JFO est :

|  |  |
| --- | --- |

En 2015, Woloszynski et al. **[32]** ont utilisé un algorithme efficace, appelé Fischer-Burmeister-Newton-Schur **(FBNS)**, pour résoudre le modèle JFO sous la contrainte complémentaire **Eq.2-14** en deux étapes. Ils traitent la pression et le facteur de remplissage comme deux inconnus qui devraient être résolues en même temps.

| avec |  |
| --- | --- |

La solution non triviale de cette contrainte implique :

|  |  |
| --- | --- |

avec, la pression de cavitation.

Dans la première étape, la contrainte est remplacée par une équation équivalente **Eq.2-16** donnée par Fischer-Burmeister(FB).

|  |  |
| --- | --- |

L’équation de Reynolds qui contient également deux inconnues est résolue simultanément avec l’équation de Fischer-Burmeister, ce qui permet à la fois d’avoir la pression et le facteur de remplissage qui définit la zone de cavitation. Cet algorithme a été intégré dans le solveur actuel et son implémentation est détaillée dans la **section 2.3.4.1**.

La deuxième méthode est basée sur un **m**odèle de **c**ompressibilité **a**rtificielle **(MCA)** qui modifie la densité du lubrifiant dans la zone de cavitation. Au lieu d'utiliser la contrainte mathématique **Eq.2-14**, cette approche suppose un mélange homogène fluide-gaz dans la zone de cavitation. La densité dans la région de cavitation est une combinaison de la densité de gaz et de la densité de fluide :

|  |  |
| --- | --- |

La fraction dans **Eq.2-17** a le même rôle que 𝜃 dans le modèle JFO. Si la fraction est nulle ( ) il n'y a pas de cavitation et le film fluide est complet. Si, il y a rupture du film et le film fluide est un mélange homogène de lubrifiant et de gaz. Afin d'éviter les transitions brusques entre les zones de rupture et les zones de film complet, est approché par une loi régularisée continue et dérivable:

|  |  |
| --- | --- |

Où est un paramètre de régularisation

### Equation de l’énergie

L’équation de l’énergie permet la détermination du champ de température dans le film lubrifiant. Dans la mécanique des films minces visqueux, l’équation de l’énergie peut se simplifier, compte tenu que l’épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions caractéristiques du palier. Tenant en compte de cette hypothèse et en supposant le coefficient de conductivité thermique constant **[35]**, on obtient l’équation de l’énergie tridimensionnelle d’un fluide incompressible sous forme conservative :

|  |  |
| --- | --- |

Le premier membre de cette équation correspond au flux de chaleur évacué par convection, le premier terme du second membre représente le flux de chaleur évacué par conduction et le second terme du second membre correspond à la dissipation visqueuse.

Les relations donnant les composantes et de la vitesse ont été établies précédemment **Eq.2-5**. Pour un palier, on obtient :

|  |  |
| --- | --- |

La composante suivant l’épaisseur de film est obtenu à partir de l’équation de continuité **Eq.2-7**, qui permet d’écrire :

|  |  |
| --- | --- |

Dans la zone cavitante, **Eq.2-19** reste valable à condition de remplacer les constantes physiques du lubrifiant par celles du mélange fluide-gaz supposé homogène dans la partie de la rupture de film [35]. Les relations ci-dessus ont été utilisées pour traiter la zone de cavitation.

|  |  |
| --- | --- |

### Résolution des équations couplées

D’après la littérature **[36]**, la méthode de volumes finis est souvent préférable pour discrétiser le domaine de fluide. En fait, en se basant sur le concept de conservation de quantités physiques (débit, flux etc…), elle est plus adaptée pour assurer la convergence de résolution. En outre, tous les termes approximés par la méthode ont une signification physique. Cette simplicité de compréhension facilite l’implémentation numérique. Ainsi, la méthode de volume finis est utilisée pour discrétiser les équations de Reynolds et de l’énergie.

#### Discrétisation de l’équation de Reynolds avec cavitation

L’intégration à travers l’épaisseur de film des termes des intégrales a permis de ramener la résolution de pression à un problème 2D dans le planx-z. La **Figure 2.3‑3** décrit le domaine discrétisé par la méthode volumes finis de l’équation de Reynolds généralisée. Ce domaine est subdivisé en un nombre fini de cellule. Chaque cellule a quatre faces planes, représentées par des lettres minuscules correspondant à leur direction (e, w, n, s) par rapport au nœud central P.

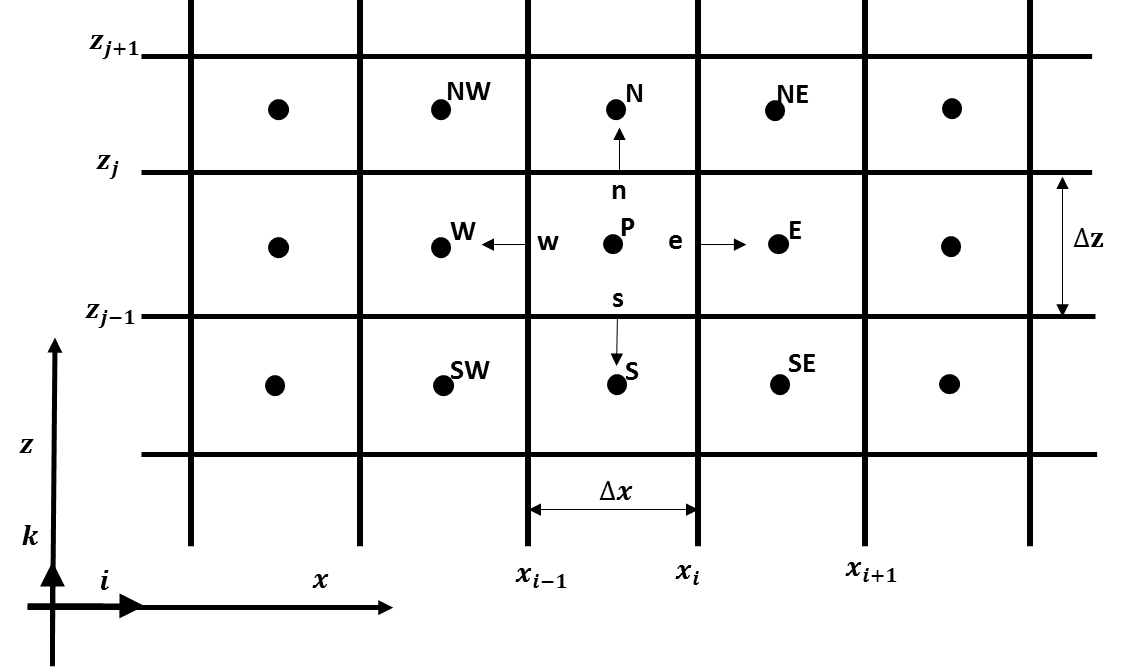


Figure 2.3‑3 : le maillge 2D utilisé pour l’équation de Reynolds

L’équation **Eq.2-13** est intégrée sur une cellule 2D dont le nœud au centre est P s’écrit :

|  |  |
| --- | --- |

Une fois la discrétisation réalisée pour tous les termes de l’équation, on obtient la forme discrétisée de l’équation qui s’exprime en fonction de coefficients de discrétisation :

|  |  |
| --- | --- |

Avec

|  |  |
| --- | --- |

On peut remarquer que le terme contient le facteur de remplissage qui est traité comme une inconnue dans l’équation selon l’algorithme de cavitation FBNS. Ce facteur de remplissage est exprimé aux faces de cellule. Le schéma Upwind est utilisé pour transporter des facteurs de remplissage exprimés aux faces (et aux nœuds du centre de cellule  :

|  |  |
| --- | --- |

Où et sont les débits du lubrifiant qui traversent la face d’est et d’ouest.

Une fois **Eq.2-26** est injecté dans le terme, celui-ci peut être simplifié sous forme avec les coefficients de discrétisation.

|  |  |
| --- | --- |

Finalement, l’équation de Reynolds discrétisée sous forme matricielle peut être simplement écrite :

|  |  |
| --- | --- |

Où les matrices et contiennent respectivement les termes de l’écoulement de Poiseuille et de Couette, tandis que est un vecteur constant qui exprime le terme de l’écoulement de couette et les conditions aux limites. Combiné avec l’équation de contrainte (**Eq.2-16**), on construit un systèmeet l’équation de Reynolds peut être résolue par la méthode Newton-Raphson. La méthode permet de trouver la solution de façon itérative sous forme et , où et sont l’incrément de correction à itération obtenu par la résolution du système linéaire ci-dessous :

|  |  |
| --- | --- |

Où

|  |  |
| --- | --- |

#### Discrétisation classique de l’équation de l’énergie

L’équation de l’énergie **Eq.2-19** est discrétisée de la même manière que l’équation de Reynolds. Cependant, cette cellule possède trois dimensions. Afin de construire un maillage hexaédrique et orthogonal, un changement de variable est nécessaire pour prendre en compte la variation de l’épaisseur de film dans la direction:

|  |  |
| --- | --- |

Suite à ce changement de variable, l'équation d'énergie tridimensionnelle devient :

|  |  |
| --- | --- |

Dans l’approche classique de discrétisation, l’équation est intégrée sur les volumes de contrôle 3D.

|  |  |
| --- | --- |

Où les termes de transport par convection dans la direction x par exemple sont exprimés :

|  |  |
| --- | --- |

Un schéma Upwind est utilisé pour les termes de transport convectif afin d’assurer la stabilité numérique **[36]**. Par exemple, à la face d’est du volume de contrôle, la température est exprimée en fonction du sens d'écoulement du fluide. Mathématiquement, cela peut s'écrire sous la forme :

|  |  |
| --- | --- |

Ce qui permet d’avoir la forme discrétisée de l’équation de l’énergie

|  |  |
| --- | --- |

Où

|  |  |
| --- | --- |

#### Algorithme de la résolution des équations couplée.

La résolution de l’équation de Reynolds couplée avec l’équation de l’énergie suit l’algorithme du calcul thermo-hydrodynamique (THD) présenté sur la **Figure 2.3‑4**. Cet algorithme suit 4 étapes successives :

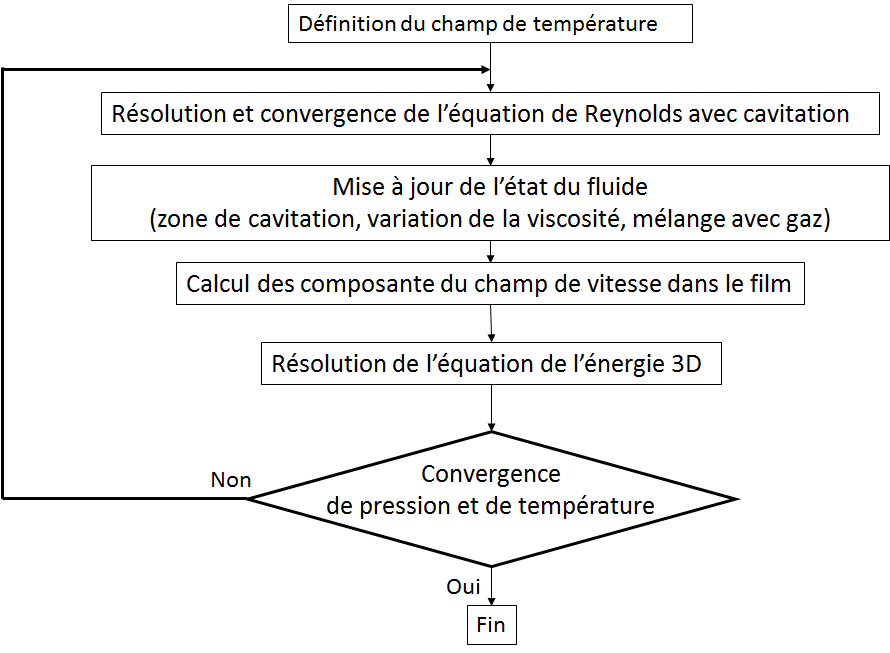


Figure 2.3‑4 : algorithme du calcul THD

Etape 1 : L’équation de Reynolds est résolue en se basant sur les états actuels du fluide. La résolution est effectuée avec la méthode de Newton-Raphson et une convergence est atteinte lors que l’erreur de résolution est inférieure à la tolérance prédéfinie.

Etape 2 : Une fois la pression et l’état de cavitation obtenus, le mélange homogène du fluide avec le gaz dans la zone de cavitation est pris en compte. La température à l’état actuel permet de déterminer aussi la viscosité du fluide.

Etape 3 : Les composantes du champ de vitesse sont calculées sur les résultats des champs de pression et de viscosité.

Etape 4 :L’équation de l’énergie 3D est résolue à partir du champ de vitesse.

Tant que les champs de pression et température ne sont pas stabilisées, ces 4 étapes se répètent avec une mise à jour du fluide à l’issue de chaque itération. A la fin de la résolution, les champs de température et pression sont obtenus, ainsi que le flux thermique aux parois. Ces flux servent des conditions aux limites au modèle thermique des solides.

Comme mentionné dans l’introduction de ce chapitre, pour avoir une approximation précise du champ de température, la résolution de l’équation de l’énergie avec une discrétisation classique en volumes finis est très onéreuse en termes de temps de calcul. Ce problème est lié à la discrétisation fine selon l’épaisseur du film. Afin de réduire le temps de calcul, une méthode spectrale nommée « méthode de colocation des points de Lobbato » a été utilisée.

### Méthode de colocation des points de Lobatto

La méthode des points de Lobatto a été premièrement proposée par Elrod et Brewe **[37]** en 1986 dans le contexte de la résolution de l’équation de Reynolds couplée à l’équation d’énergie 2D. Dans leur approche, la température et la fluidité (inverse de la viscosité) sont approximées par des polynômes de Legendre de troisième ordre au travers de l'épaisseur de film. Les termes intégrales (**Eq.2-6**) suivant l'épaisseur du film ont été discrétisés et calculés par ces polynômes. La pression et la température sont discrétisées en utilisant les méthodes classiques des différences finies dans les autres directions. La méthode a montré une bonne concordance avec les approches classiques. Dans un autre travail **[38]**, Elrod a amélioré la précision de la méthode en approximant la température et la fluidité avec des polynômes de Legendre d’ordre arbitraire.

En 2005, Moraru **[39]** étend l'approche présentée par Elrod aux fluides compressibles et prend également en compte une densité dépendant de la température. Dans son travail, une formulation 2D de l'équation d'énergie négligeant la conduction thermique axiale est utilisée. Contrairement à **[37]** et **[38]**, la densité est également approximée par des polynômes de Legendre sur l'épaisseur du film fluide. Les équations aux dérivées partielles sont résolues par des méthodes de différence finie avec un schéma Upwind pour assurer la stabilité numérique.

En 2009, Feng et Kaneko **[30]** ont utilisé la même approche que Moraru pour calculer les distributions de température et de pression dans un palier à feuilles. Contrairement à Moraru, Feng et Kaneko ont résolu l'équation de l’énergie sur un domaine de calcul tridimensionnel en utilisant la méthode des différences finies.

En 2015, Mahner et al. **[40]** ont utilisé l’approche polynômiale pour analyser les performances de butées et de patins fonctionnant avec un fluide compressible. Dans un premier temps, ils ont utilisé les polynômes de Legendre pour calculer les termes intégrales (**Eq.2-6**) et d’évaluer la densité et la fluidité. Ensuite, Les champs de vitesses ont également calculé par ces polynômes. Enfin, la méthode de collocation des points de Lobatto et la méthode de Galerkin en se basant sur les polynômes de Legendre sont utilisées pour discrétiser l’équation de l’énergie. Cette technique de discrétisation permet de réduire nombre d'inconnues dans système des équations. Les résultats de cette approche polynômiale ont permis une réduction de temps significative par rapport aux méthodes classiques.

L’application de la méthode dans le cas du problème thermo-hydrodynamique pour le fluide incompressible est basée sur l'approximation de la température et de la fluidité avec des polynômes de Legendre sur l'épaisseur du film. Puisque les polynômes de Legendre sont définis sur l'intervalle le changement de variable suivant est utilisé :

|  |  |
| --- | --- |

Pour un lubrifiant incompressible, la température et la fluidité, sont approximées dans l'épaisseur du film avec les polynômes de Legendre.

|  |  |
| --- | --- |

Où est le polynôme de Legendre de l’ordre j, est son ordre maximum. , sont respectivement les coefficients de Legendre pour la fluidité et la température.

Suite à la décomposition polynomiale de la fluidité et le changement de variable, l’équation de Reynolds **Eq.2-11** peuvent être évalués avec les polynômes de Legendre :

|  |  |
| --- | --- |

L’équation de Reynolds généralisée devient ainsi :

|  |  |
| --- | --- |

Les composantes de vitesse sont également exprimées avec les coefficients de Legendre pour la fluidité.

|  |  |
| --- | --- |

Avec

|  |  |
| --- | --- |

La composante selon l’épaisseur du film peut être déduite de l’équation de continuité **Eq.2-7** :

|  |  |
| --- | --- |

Grâce à l’orthogonalité des polynômes de Legendre, les termes avec un ordre plus élevé que 2 dans l’approximation de la fluidité vont disparaitre pendant l’intégration. Les intégrales sont ainsi calculées de manière précise et avec peu d’effort de calcul.

En outre, à la suite du changement de variable, l’équation de l’énergie (**Eq.2-19**) peut être écrite sous forme conservative de la manière suivante :

|  |  |
| --- | --- |

La température dans **Eq.2-45** sera remplacée par **Eq.2-39**, ce qui donnera la formulation utilisant la méthode de collocation. Avec l’approximation de la température par les coefficients de Legendre, le calcul de champ de température est plus efficace, surtout quand les informations sur les gradients de température près de parois sont demandées. Par rapport à la méthode classique qui calcule directement la température en résolvant l'équation d'énergie discrétisée sur l'épaisseur du film, cette méthode calcule les coefficients de Legendre pour température se basant sur les points de Lobatto. Les coordonnées des points de Lobatto sont les racines de la dérivée du polynôme de Legendre du ordre maximum (c'est-à-dire les racines de .

Pour une position donnée dans le plan x-z, la température à travers le film mince est remplacée par son approximation **Eq.2-39** . La résolution de l’équation de l’énergie (**Eq.2-45)** est appliquée à chaque point intérieur de Lobatto. Cela conduit à N-1 équations aux dérivées partielles avec les N+1 inconnues . Les conditions aux limites sont appliquées aux deux parois, et , ce qui conduit à deux autres équations. Au total, on obtient un système des N+1 équations pour les N+1 inconnus .

## Efforts générés dans paliers hydrodynamiques

Dans la plupart des analyses de palier, par exemples le calcul à charge imposé ou l’analyse dynamique du système rotor-palier, ce n’est pas la pression qui nous concerne directement mais la force fluide engendrée par le film mince. Ainsi, le calcul de la force et le moment dans le palier peut être un enchainement de la résolution des équations de lubrification. Si ces efforts sont exprimés dans le repère fixe (***Figure 2.2‑1***), après l’intégration sur le domaine de calcul de la pression, la force fluide et le moment générés sont obtenus par :

|  |  |
| --- | --- |

avec où est la rayon intérieure du coussinet.

Ces efforts constituent le torseur d’actions exercées par le film lubrifiant sur les parois du palier et le torseur agissant sur le rotor est l’opposé de celui agissant sur le palier :

|  |  |
| --- | --- |

Le résultat du calcul des efforts hydrodynamique permet d’évaluer la portance à partir de la position imposée du rotor dans le palier. Cependant, dans la majorité des calculs, on ne connaît pas la position du rotor dans le palier mais sa charge sur le palier et sa vitesse. Ainsi, le calcul à charge imposée pour trouver la position d’équilibre du rotor dans le palier est souvent utilisé.

La résolution des équations de lubrification peut être branchée avec un modèle dynamique du rotor par les efforts hydrodynamiques générés au palier. En fait, le modèle dynamique du rotor donne sa position dans le palier à partir de laquelle le modèle du palier calcule le torseur d’action agissant du fluide au rotor. Ce couplage permet de réaliser les analyses non linéaires du système rotor-palier dont l’analyse de l’effet Morton fait partie.

## Études de cas d’un palier avec deux lobes

Le palier à géométrie fixe avec deux lobes utilisé par C. Giraudeau dans l’étude de l’influence des rayures de coussinet **[41]** a été choisi pour tester et valider la modélisation du palier. La géométrie du palier et les caractéristiques du lubrifiant sont présentées dans la **Figure *2.5‑1*** et le **Tableau *2.5‑1***.

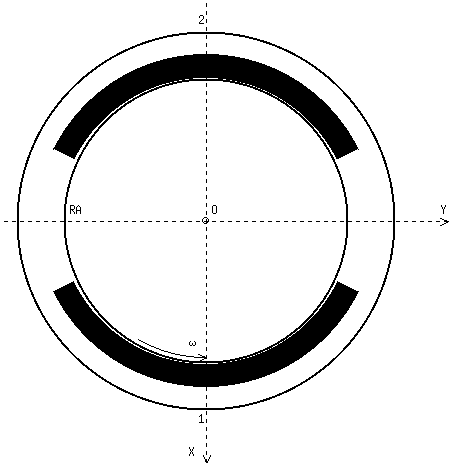


Figure 2.5‑1 la géométrie du palier

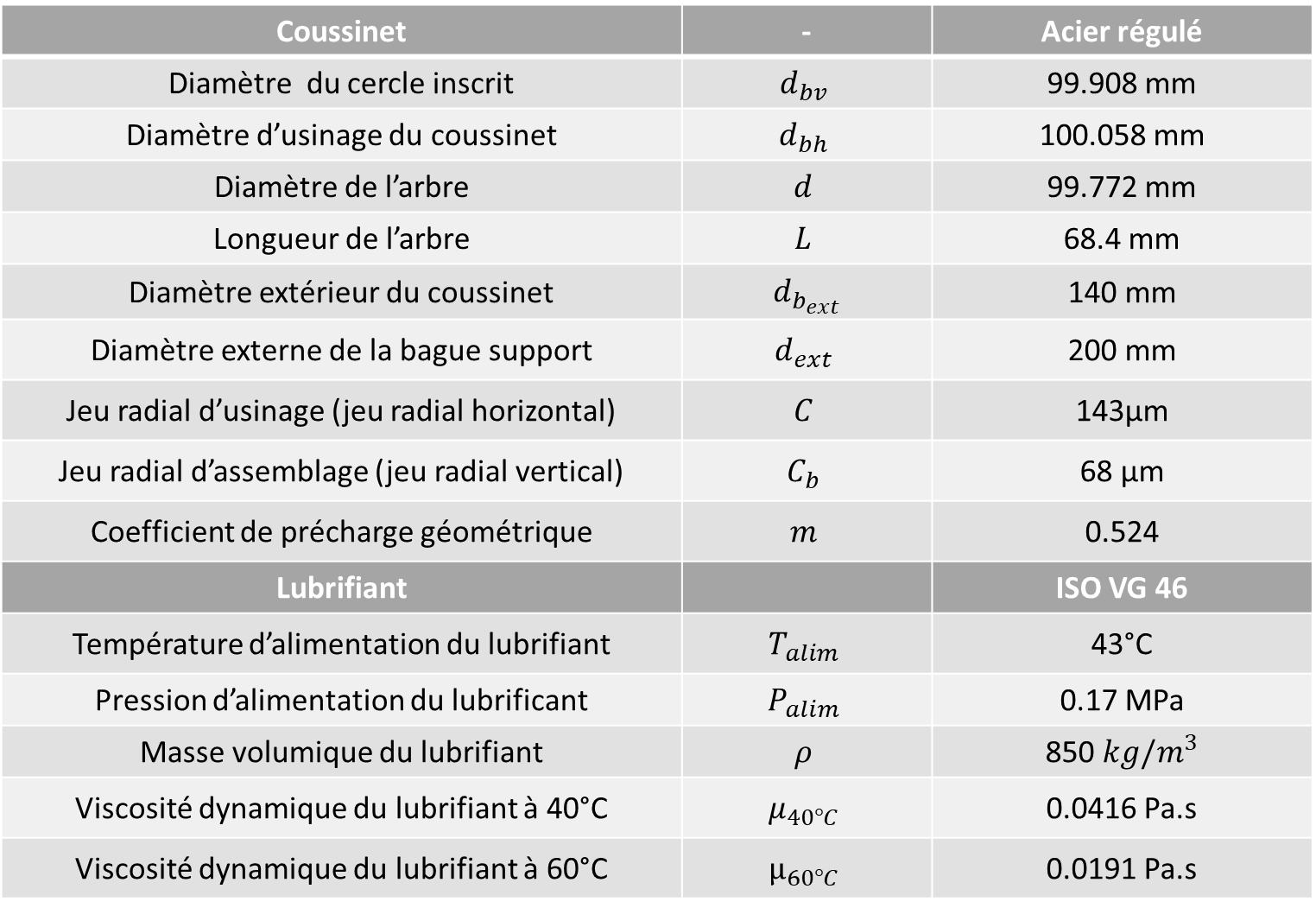


Tableau 2.5‑1 : Caractéristiques géométriques et du lubrifiant

Les calculs sont effectués à température imposée sur le rotor dont la valeur est une moyenne des températures mesurées sur le coussinet. L’autre condition aux limites thermique imposée au coussinet est la paroi adiabatique.Une loi de viscosité exponentielle : est utilisée pour prendre en compte la viscosité dépendante de la température.

Trois calculs avec des charges et des vitesses différentes sont effectuées. Les conditions aux limites sont présentées dans le **Tableau 2.5‑2**. La distribution de pression et celle de température au plan médiansont calculées afin de pouvoir comparer avec les données expérimentales.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cas | Pressure | Température |
| Chrage 10kN  Vitesse 500tr/min | Pcavi = 0.7 bar Pa = 1.0 bar Palim = 1.7 bar | Talim = 43 °C  Ta = 30 °C **Trotor = 44°C** |
| Chrage 8kN  Vitesse 2000tr/min | Talim = 43 °C  Ta = 30 °C **Trotor = 54°C** |
| Charge 6kN  Vitesse 3500 tr/min | Talim = 43 °C  Ta = 30 °C **Trotor = 59.5°C** |

Tableau 2.5‑2 : Trois configurations de calcul avec les conditions aux limites

Ces calculs à charge imposée ont été effectués pour chercher la position d’équilibre statique dans le palier. Les deux secteurs du palier ne supportent pas la même charge. En effet, compte tenu de la force verticale imposée par le poids du rotor, le lobe inférieur est plus chargé. Le domaine de calcul pour chaque lobe est discrétisé avec 32×16 cellules dans les directions circonférentielle et axiale, tandis que 11 points Lobatto sont utilisés pour décrire la variation de température à travers le film lubrifiant.

Les **Figure 2.5‑2** à **Figure 2.5‑4** illustrent les variations de pression et de température dans le plan médian du palier et ses comparaisons avec les résultats expérimentaux. Les pressions calculées concordent bien avec les mesures et la température prédite montre un accord raisonnable avec les mesures. La qualité de la prédiction pourrait être améliorée si la déformation thermique du coussinet était prise en compte et si les conditions aux limites thermiques de l'équation de l’énergie étaient raffinées.

|  |
| --- |
|  |
| **Lobe inférieur** |
|  |
| **Lobe supérieur** |

Figure 2.5‑2 : Comparaison des champs de pression et de température des deux lobes à 500tr/min avec la charge 10kN

|  |
| --- |
|  |
| **Lobe inférieur** |
|  |
| **Lobe supérieur** |

Figure 2.5‑3 : Comparaison des champs de pression et de température des deux lobes à 2000tr/min avec la charge 8kN

|  |
| --- |
|  |
| **Lobe inférieur** |
|  |
| **Lobe supérieur** |

Figure 2.5‑4 : Comparaison des champs de pression et de température des deux lobes à 3500tr/min avec la charge 6kN

## Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter le solveur utilisé pour résoudre des problèmes thermo-hydrodynamiques dans les paliers hydrodynamiques. Dans un premier temps, la démarche classique pour évaluer le champ de pression et de température a été décrite. La stratégie de la résolution de l’équation de Reynolds généralisée et l’équation de l’énergie a été présentée. Afin de prendre en compte la rupture et la reformation de film mince, l’algorithme FBNS a été intégré dans le solveur. Ensuite, considérant l’effort de calcul important, la méthode de colocation aux points de Lobatto a été implémentée pour réduire le temps de calcul. Une comparaison systématique de cette méthode avec la méthode classique a été illustrée en annexe pour montrer sa robustesse à l’aide du cas historique simple du patin incliné. Enfin les résultats obtenus par ce solveur ont été validés par les cas expérimentaux du palier à géométrie fixe à deux lobes issus de la littérature.

La modélisation du palier hydrodynamique permet d’évaluer la force et la chaleur générées au sein de palier. Ces deux informations sont ensuite utilisées par les modèles de rotor pour modéliser son comportement dynamique et sa déformation thermique. Comme mentionné dans le chapitre 1, l’effet Morton peut engendrer une instabilité vibratoire due à l’échauffement de palier. Le solveur développé est robuste et permet ainsi de simuler l’effet Morton de manière précise et efficace. La modélisation du comportement du rotor, à savoir le modèle dynamique et le modèle thermomécanique, sont présentés dans le chapitre suivant.

# Chapitre 3 : Modélisation des rotors

Au chapitre II, la résolution des équations de Reynolds et de l’énergie a été présentée. Elle mène au calcul de la force hydrodynamique et les flux thermiques générés dans le palier. Ces deux informations sont utilisées par les modèles thermomécanique et dynamique du rotor détaillés dans ce chapitre afin de réaliser la simulation numérique et l’analyse de stabilité de l’effet Morton.

Dans un premier temps, le modèle thermomécanique du rotor basé sur la méthode d’éléments finis est présenté. Il permet de prédire la déformation thermique du rotor sous chargement thermique. Ensuite, la modélisation de la dynamique des rotors sont décrites. Deux modèles dynamiques des rotors utilisées pour analyser l’effet Morton sont exposés, à savoir un rotor rigide à quatre degrés de liberté et un rotor flexible à degrés de liberté. Les équations de mouvement du rotor est établi en utilisant ces deux modèles. Sa résolution en régime transitoire est effectuée grâce à la méthode d’intégration temporelle qui combine la méthode de Newton-Raphson avec le schéma d’intégration temporelle de Newmark. Enfin, deux approches de la modélisation du balourd thermique sont expliquées. Elles permettent de prendre en compte l’influence de la déformation thermique du rotor sur son comportement dynamique.



## Modèle thermomécanique des rotors

Suite à l’échauffement non homogène du fluide lubrifiant dans le palier, le rotor se déforme. Cette déformation thermique se compose d’une dilatation radiale et une flexion thermique, quand une chaleur asymétrique y est appliquée (**Figure 3.1‑1**).

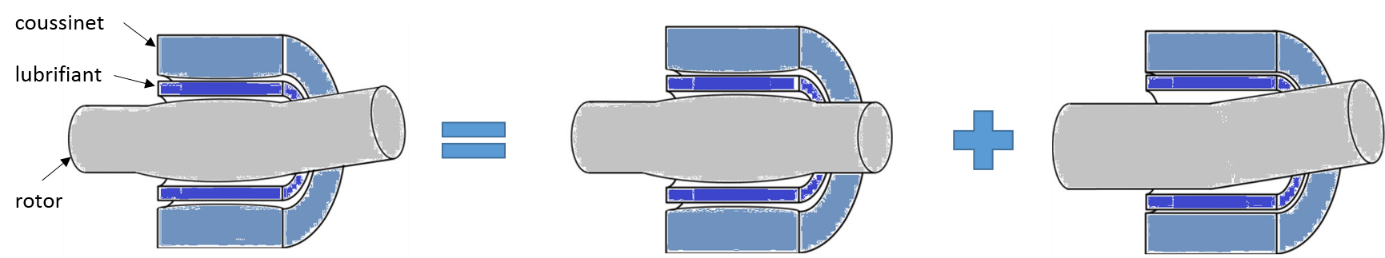


Figure 3.1‑1 : déformation thermique de rotor **[42]**

Son influence sur le comportement dynamique du rotor se regroupe en deux types suivants :

* la dilatation thermique radiale change l’épaisseur du film dans le palier et peut influencer la force hydrodynamique exercée sur le rotor
* la flexion thermique dévie la fibre neutre du rotor de l’axe de rotation, ce qui engendre une source d’excitation synchrone. Par abus de langage, cette source vibratoire est dénommée "balourd thermique".

Dans cette thèse, l’attention s’apporte uniquement sur l’influence du balourd thermique sur le comportement dynamique du rotor. La modélisation de ce balourd suit deux approches, à savoir approche des masses concentrées et approche de défauts de la fibre neutre. L’application des approches nécessite de connaitre le déplacement de la fibre neutre suite à la déformation thermique. Le modèle thermomécanique des rotors décrit dans cette section sert ainsi à le déterminer.

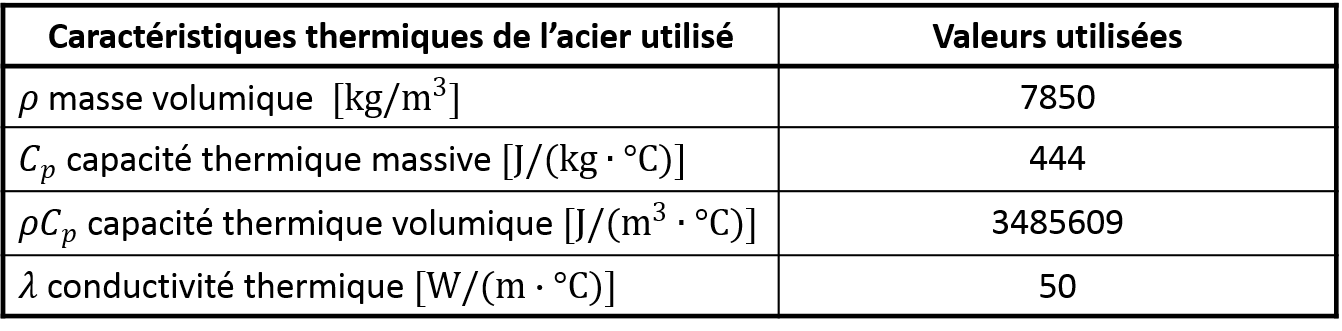
### Modèle thermique linéaire

Le mode principal du transfert de chaleur dans le rotor est la conduction thermique. Dans le cas du rotor homogène, cette dernière est décrite par l’équation de la chaleur **Eq.3-1**.

|  |  |
| --- | --- |

Le rotor en acier est supposé isotrope. Ses caractéristiques thermiques sont indépendantes de la température et détaillées dans le **Tableau 3.1‑1**.

Tableau 3.1‑1 : Caractéristiques thermiques de l’acier utilisé



#### Conditions aux limites en thermique

Les conditions aux limites thermiques traduisent les échanges de chaleur entre le rotor et son environnement extérieur (lubrifiant du palier, air, etc). L’application des conditions aux limites est illustrée à l’aide du rotor 430mm du banc de l’effet Morton à la **Figure 3.1‑2**.

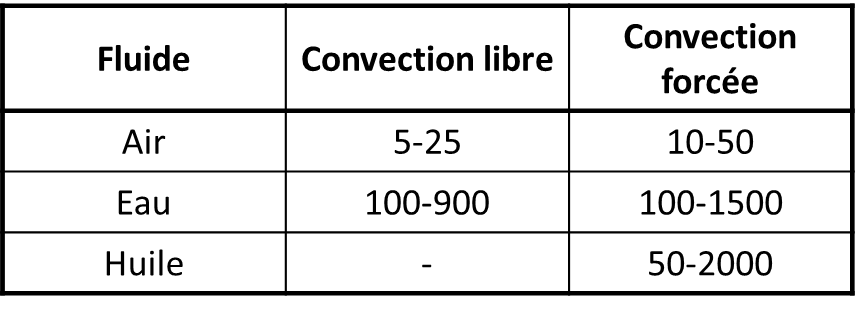
* Convection

Le phénomène de convection thermique traduit les échanges de chaleur avec l’air. Ces échanges sont réalisés de manière forcée, car le rotor tourne à une vitesse importante. Une variation de température entre la température du milieu extérieur et celle du rotor est imposée à la surface jaune. La condition de convection à travers cette surface s’écrit :

| sur |  |
| --- | --- |

Le coefficient de convection dépend du milieu extérieur et du caractère forcé ou non de l’échange. Le tableau à l’issue de **[51]** donne quelques ordres de grandeur de ce coefficient.

Tableau 3.1‑2 : Ordres de grandeur du coefficient de convection thermique



* Flux imposé

Cette condition aux limites est appliquée à la surface d’interaction lubrifiant-rotor, notée, au niveau du palier hydrodynamique. En utilisant le modèle complet du palier, le flux thermique à l’interface fluide-structure peut être calculé par la résolution de l’équation de l’énergie du film mince. Une démarche du moyennage de ce flux dans le temps, détaillée au chapitre 4, est utilisée pour réduire le temps de calcul. En outre, puisque l’espace à l’intérieur du rotor creux forme une espace enfermée qui est isolé thermiquement du milieu extérieur, un flux thermique nul est imposé à la surface intérieure du rotor, pour traduire la paroi adiabatique.

* Température imposée

Cette condition aux limites est utilisée pour représenter l’échauffement du roulement utilisé dans le cadre de cette thèse. La surface sur laquelle cette condition est appliquée est nommée.

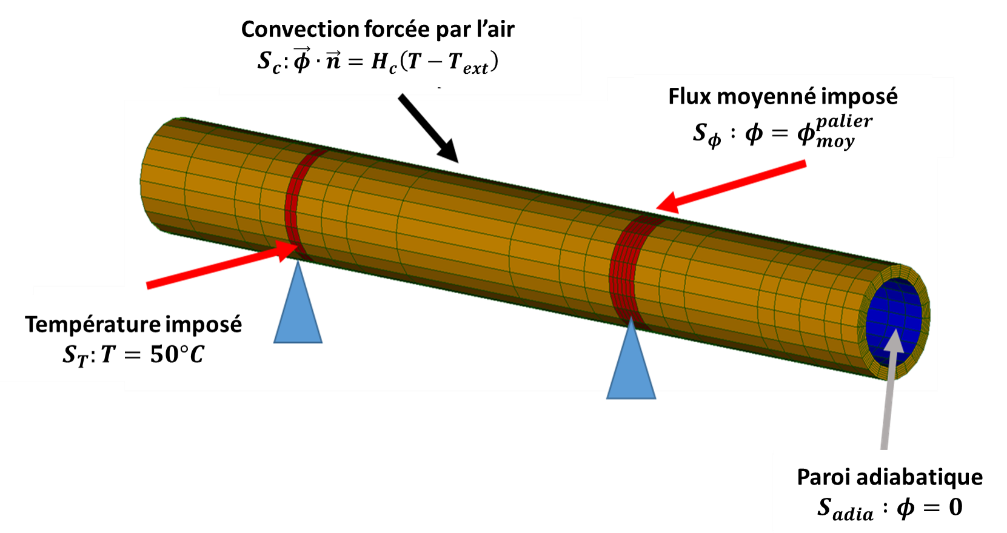


Figure 3.1‑2 : Conditions aux limites en thermique au cas du banc de l’effet Morton

#### Intégration numérique

La résolution des équations de la chaleur non stationnaire (**Eq.3-1**) fait appel à la méthode des éléments finis. Après sa discrétisation en espace dont la démarche est détaillée en **annexe**, le système des équations différentielles du premier ordre est obtenu :

|  |  |
| --- | --- |

Sa résolution en régime transitoire est généralement réalisée avec les schémas de l’intégration temporelle explicites et implicites. Si la discrétisation temporelle est réalisée avec un schéma explicite et son pas de temps est noté et, l’équation **Eq.3-3** à l’instant  est développée sous forme:

|  |  |
| --- | --- |

Il faut souligner que le pas de temps est délimité par le rayon spectral de la matrice, correspondant à la valeur maximale des valeurs propres de la matrice. Pour que le schéma explicite utilisé soit stable, le rayon spectral doit être inférieur à 1.

|  |  |
| --- | --- |

La simulation de l’effet Morton utilise-méthode **[52]** pour discrétiser l’**Eq.3-3** dans le temps par un schéma aux différences finies.

| Avec |  |
| --- | --- |

Quand, le schéma est explicite, la stabilité du schéma dépend de la valeur propre de la matrice. Quand, le schéma devient implicite. Selon la référence CodeAster© **[52]**, si le schéma est inconditionnellement stable, alors que pour le paramètre, la méthode est stable si le pas de temps vérifie la condition suivante :

| Avec , la plus grande valeur propre |  |
| --- | --- |

Dans le cadre de la thèse, le progiciel CodeAster© développé chez l’entreprise EDF fournie l’outil des éléments finis qui assure la résolution numérique de l’équation de la chaleur.

### Modèle de déformation thermique

#### Equation du comportement thermomécanique

Une fois le champ de température obtenu, la déformation thermique du rotor peut être déterminée. La notion du couplage thermomécanique est introduite. Ce couplage est ici un couplage faible, car seulement les effets thermiques sur la mécanique sont considérés. Les effets mécaniques qui entrainent les élévations de température dues aux déformations ne sont pas considérés.

Quand les effets de dilatation thermique sont pris en compte, le couplage thermomécanique se fait par la relation :

|  |  |
| --- | --- |

ou dans l’autre sens :

|  |  |
| --- | --- |

avec

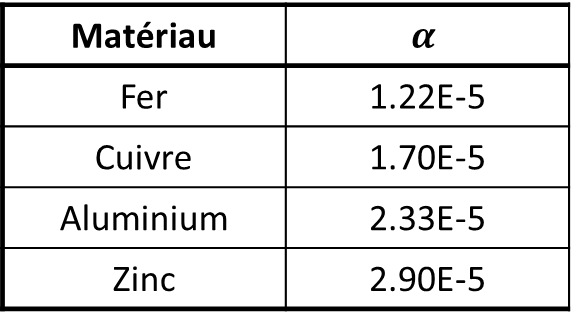
Cette relation de comportement exprime que :

– s’il y a élévation de température (), il peut y avoir dilatation (les composantes de cisaillement ne sont pas affectées) sans contrainte ().

– s’il y a élévation de température sans possibilité de déformation, il y a compression du milieu qui est équivalent à une contrainte de compression à l’origine thermique.

est le coefficient de dilatation thermique exprimé en. Il est un paramètre scalaire dans le cas de la dilatation thermique isotrope. Le **Tableau 3.1‑3** issu de **[51]** présente ses valeurs pour quelques matériaux usuels.

Tableau 3.1‑3 : Ordres de grandeur du coefficient de dilatation thermique



Quand la déformation thermique sur une structure libre sous l’effet d’une élévation de température se fait sans création de contrainte, l’expression de la dilation thermique est déduite :

|  |  |
| --- | --- |

#### Condition aux limites mécanique

Différent d’une structure libre, le rotor est supporté par les paliers qui introduisent les efforts de liaison. Ces derniers permettent de contraindre le rotor lors du calcul de la déformation thermique. Afin de prendre en compte cette condition aux limites mécanique, les forces générées aux paliers sont distribuées aux nœuds du rotor aux interfaces. L’implémentation de cette condition aux limites mécanique est assurée par une liaison nommée "RBE3" définie dans le CodeAster **[53]**. La liaison RBE3 définit une relation cinématique linéaire qui a pour effet de distribuer les efforts appliqués au nœud maître sur les nœuds esclaves. Le nœud maître correspond au nœud du palier dans le modèle dynamique des rotors alors que les nœuds esclaves sont les nœuds à la surface du rotor qui délimite le maillage du modèle thermomécanique. La relation cinématique linéaire définit la répartition des efforts de liaison entre le nœud maître et les nœuds esclaves. Cette répartition est en fonction de la distance entre le nœud maître et le nœud esclave. Ainsi, lors de l’application des efforts du palier au nœud maître, ces derniers sont transmis aux nœuds esclaves à la surface du rotor à travers cette liaison RBE3.

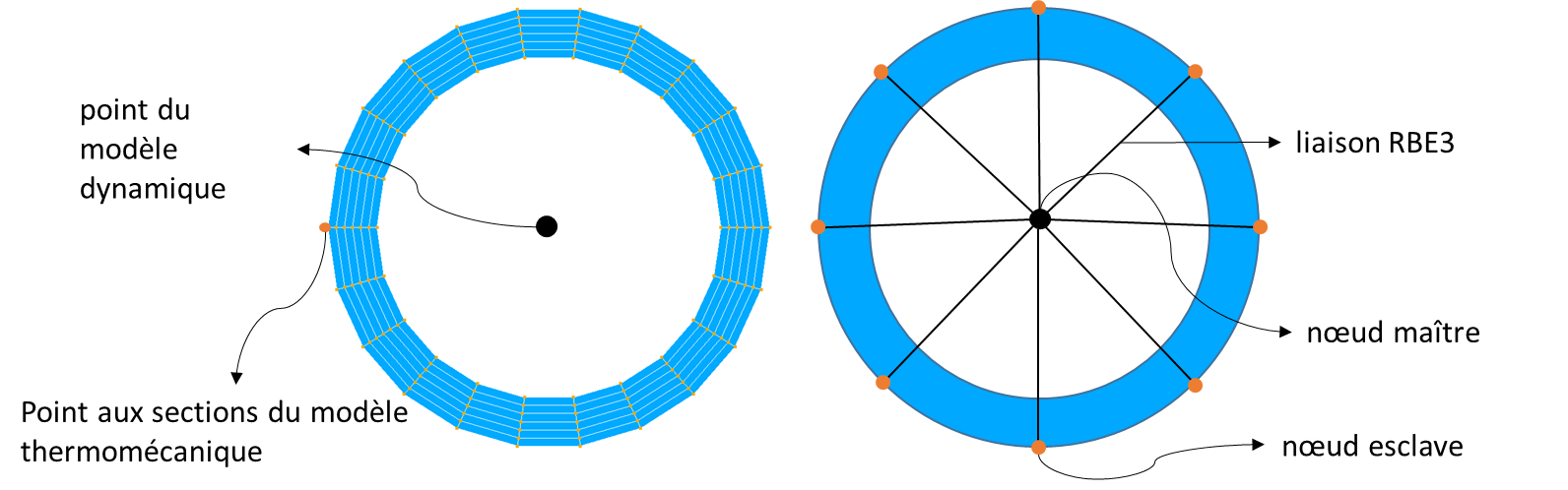


Figure 3.1‑3 : Illustration de la liaison RBE3 au niveau du supportage

En outre, afin de contraindre la translation et la rotation axiale dans le modèle thermomécanique, les degrés de liberté de déplacement et la rotation au niveau du roulement sont bloqué. Cette condition aux limites mécanique est illustrée à la **Figure 3.1‑4**.

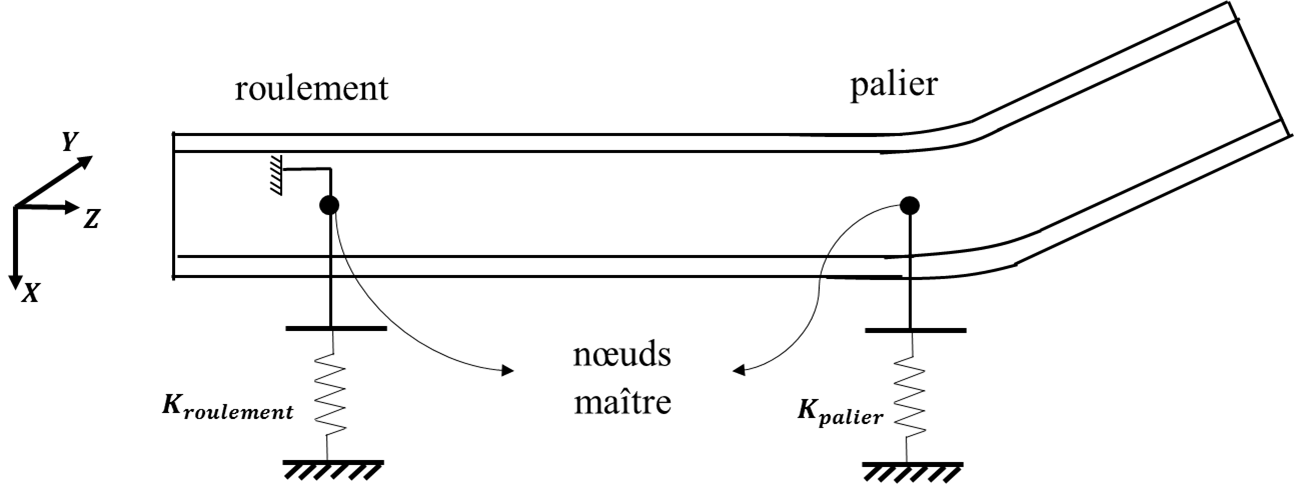


Figure 3.1‑4 : Conditions aux limites mécaniques du modèle thermomécanique

La déformation thermique du rotor peut être calculée une fois que le champ de température et les conditions aux limites mécaniques sont appliqués. Les déplacements nodaux du modèle thermomécanique du rotor sont ensuite obtenus. La résolution du problème utilise également la méthode des éléments finis. Elle partage le même maillage avec le modèle thermique et est réalisé par CodeAster©.

#### Déplacement de la fibre neutre du rotor

En théorie de poutre, la fibre neutre désigne une ligne passante par le centre de gravité des sections droites du rotor. Pour un rotor homogène, sans la déformation thermique ou avec la dilatation thermique homogène, la fibre neutre est confondue avec l’axe de rotation. Dans le cas de l’effet Morton, sous le chargement thermique asymétrique, la fibre neutre est défléchie par rapport à l’axe de rotation comme illustré à la **Figure 3.1‑5**.

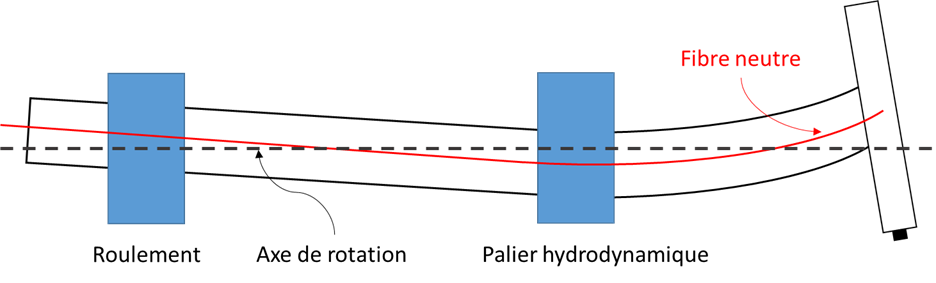


Figure 3.1‑5 : Déformation thermique du rotor dans le cas de l’effet Morton

Le déplacement latéral de la fibre neutre du rotor permet de caractériser la déflection. Ce déplacement est décrit par quatre degrés de liberté aux nœuds sur la fibre neutre. Ceux-ci sont les centres de masse de chaque section droite du rotor. Dans le modèle thermomécanique, une section droite du rotor est représentée par les nœuds, qui possèdent la même coordonné axiale. Le déplacement du centre de masse de cette section est défini par le moyen du déplacement des tous les nœuds :

|  |  |
| --- | --- |

Ce calcul est répété pour tous les nœuds sur la fibre neutre. Une fois les avoir calculés, ce déplacement latéral de la fibre neutre est ensuite utilisé par les deux approches de modélisation du balourd thermique présentées dans la section **3.3**.

## Modèles dynamiques des rotors

Les modèles dynamiques des rotors sont utilisés pour caractériser les vibrations synchrones et prédire le comportement dynamique du rotor. Dans cette thèse, deux modèles dynamiques, i.e. rotor rigide à 4 degrés de liberté et rotor flexible à degrés de liberté, sont implémenté.

### Rotor rigide à quatres degrés deliberté

Le rotor peut être considéré comme un solide indéformable (i.e. infiniment rigide) si la première fréquence du mode de flexion est importante devant les fréquences d’excitation. En l’occurrence, ses mouvements latéraux sont possibles d’être modélisé par le modèle dynamique à quatre degrés de liberté : deux translations et deux rotations. La **Figure 3.2‑1** illustre un rotor supposé rigide avec un disque en porte-à-faux guidé par deux paliers. Ses équations du mouvement exprimées au centre de masse en quatre degrés de liberté s’écrivent :

|  |  |
| --- | --- |

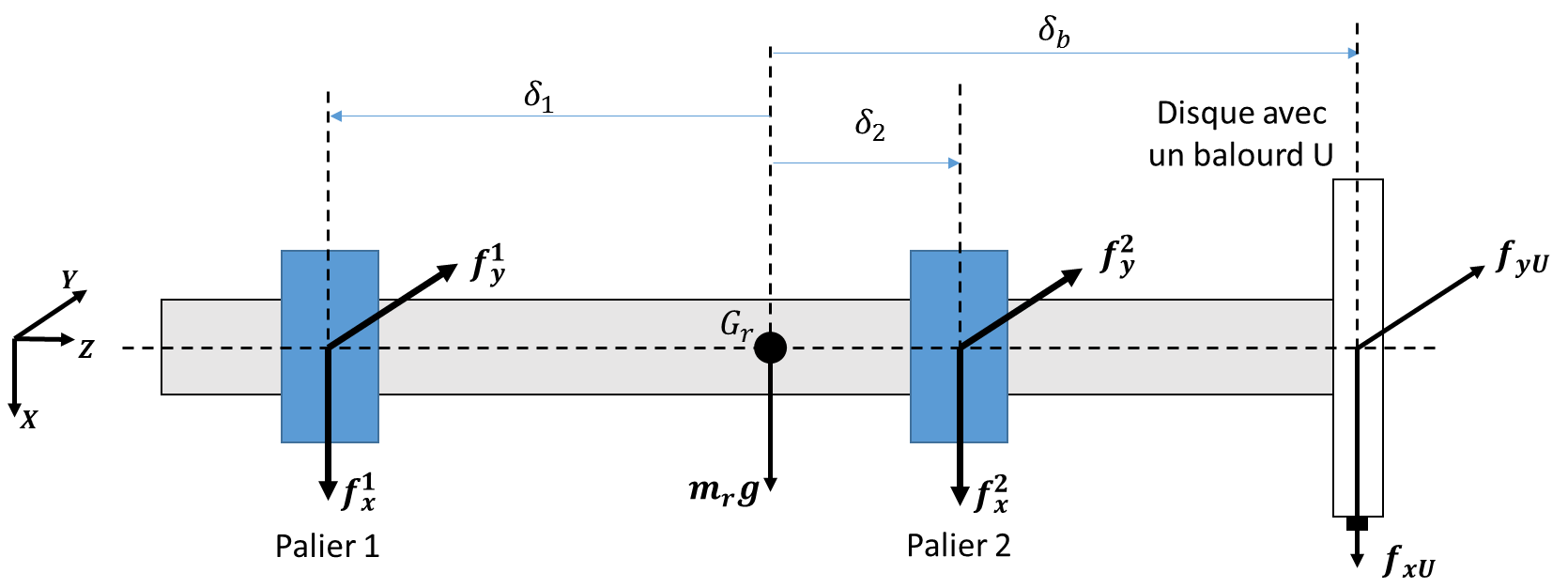


Figure 3.2‑1 : schéma du rotor rigide avec un disque guidé par deux paliers

et sont respectivement le moment d'inertie diamétrale et polaire. Ses déterminations sont détaillées en annexe. sont les distances algébriques définies comme :

| avec |  |
| --- | --- |

Les déplacements[[2]](#footnote-2) au niveau des paliers et sont liés aux déplacements du centre de masse du rotor par:

|  |  |
| --- | --- |

Lorsque le niveau des vibrations du rotor dans les paliers est faible, les efforts fluides peuvent être linéarisés autour de sa position d’équilibre (). À l’aide des coefficients dynamiques, les efforts fluides linéarisés agissants sur le rotor peuvent être exprimés :

|  |  |
| --- | --- |

Si on exprime ces forces par les paramètres cinématiques au centre de masse du rotor, **Eq.3-15** devient :

|  |  |
| --- | --- |

Ainsi en remplaçant les forces des paliers dans **Eq.3-12** par leurs expressions (**Eq.3-16**), les équations de mouvement se mettent sous la forme matricielle suivante :

|  |  |
| --- | --- |

où ,

Cette équation peut être utilisée pour déterminer les déplacements et les vitesses dans les paliers quand le niveau de vibration est faible. Cependant, dans le cas de l’effet Morton instable, les vibrations au niveau du palier sont souvent décrites par les grands déplacements. Ces déplacements rendent l’hypothèse de linéarisation des forces fluides non valable. Par conséquent, les forces fluides calculées par les coefficients dynamiques sont peu précises. Afin d’améliorer la précision, il est recommandé d’utiliser le modèle non linéaire du palier dans les analyses de l’effet Morton.

### Rotor flexible à degrés de liberté

Contrairement au rotor rigide, quand les fréquences du mode de flexion sont proches des fréquences d’intérêt ou/et d’excitation, un modèle du rotor flexible à degrés de liberté est nécessaire pour présenter correctement son comportement dynamique. La modélisation de tel rotor s’est basée généralement sur la méthode d’éléments finis qui est largement décrite dans les ouvrages (voir **[44]**-**[46]**). L’élément de poutre 1D basé sur la théorie des poutres de TimoShenko est utilisé pour modéliser l’arbre du rotor. Chaque nœud de cet élément possède quatre degrés de liberté (deux déplacements latéraux et deux rotations). Les effets de cisaillements et les effets gyroscopiques sont pris en compte. Après la discrétisation de rotor flexible en éléments poutres, le système des équations différentielles de mouvement sous forme matricielle est établi :

|  |  |
| --- | --- |

Les matrices et sont respectivement la matrice globale de masse, d’amortissement, de gyroscope et de raideur. Elles ont la dimension et leur construction est largement décrite dans la littérature. Les vecteurs représentent les forces extérieures appliquées au rotor. Les vecteurs d’état et représentent les paramètres cinématiques liée aux nœuds du rotor. Par exemple, le vecteur du déplacement contient les coordonnées physiques de chaque nœud sous forme :

### Méthode numérique d’intégration temporelles

Comme mentionné précédemment, le modèle linéaire du palier est imprécis pour les grands déplacements du rotor dans le palier. La résolution des équations de mouvement est ainsi couplée avec le modèle non linéaire du palier. Afin de traiter la non-linéarité du palier et améliorer l’efficacité de la résolution, une méthode d’intégration temporelle mixte **[48]** est utilisée. Cette méthode combine le schéma d’intégration temporelle de Newmark avec la méthode de Newton-Raphson. L’explication détaillée de la méthode est exposée dans la suite.

Dans un premier temps, l’équation de mouvement **Eq.3-18** est discrétisée par pas de temps. A l’instant (), elle peut s’exprimer comme **Eq.3-19** pour faciliter la compréhension.

|  |  |
| --- | --- |

Cette équation est non linéaire en raison que le calcul de l’accélération à du système rotor a besoin de connaitre la force non linéaire du palier qui dépend du déplacement et de la vitesse du rotor à l’instant . Les vecteurs du déplacement et de la vitesse des nœuds du rotor entre les instants et sont approximés par le schéma implicite de Newmark :

|  |  |
| --- | --- |

où les paramètres et sont utilisés et ils définissent le schéma correspondant à une accélération moyenne qui assure une stabilité numérique inconditionnellement.

Etant donné que le calcul de l’accélération est non linéaire, une stratégie itérative basée sur la méthode de Newton-Raphson est mise en place pour traiter la non-linéarité due au problème de lubrification hydrodynamique de palier. D’après cette stratégie itérative, les vecteurs du déplacementet de la vitessesont cherchés de manière précise et itérative comme limite d’une suite des vecteurs dont les éléments sont consécutivement corrigés. L’indice signifie le nombre d’itération de la Newton-Raphson. Afin de faciliter l’implémentation de la méthode, les équations **Eq.3-20** sont exprimées sous la forme d’un vecteur résiduel qui contient le vecteur résiduel du déplacement et de la vitesse.

|  |  |
| --- | --- |

Le vecteur résiduel peut être exprimé en utilisant le développement limité en série de Taylor à l’ordre 1 au voisinage du vecteur de déplacement ou de la vitesse. La linéarisation du vecteur résiduel permet d’obtenir :

|  |  |
| --- | --- |

Après le rangement des expressions, la formule essentielle de la méthode Newton-Raphson (**Eq.3-23**) est obtenue et il permet de calculer le vecteur d’incrément de correction.

|  |  |
| --- | --- |

où est la matrice jacobienne de cette méthode d’intégration temporelle.

Après la résolution, la correction sur les vecteurs du déplacement et de la vitesse peut être réalisée :

|  |  |
| --- | --- |

Cette correction est répété de manière itérative jusqu’à la norme du vecteur résiduel descend au-dessous d’une tolérance petite, e.g. 1E-3.

La matrice jacobienne est en fonction du vecteur de déplacement et de vitesse. Compte tenu des dépendances et des calculs du dérivé de chaque terme, elle peut s’écrit :

|  |  |
| --- | --- |

Le dérivé d’accélération (**Eq.3-19**) par rapport au déplacement et à la vitesse revient à calculer la raideur et l’amortissement du le système rotor où celles de palier est compris. Mathématiquement, ce dérivé peut être développé de manière suivant :

|  |  |
| --- | --- |

où :

Il est constaté que la raideur et l’amortissement du palier sont nécessaires pour évaluer le dérivé de l’accélération. Ces informations sont calculées de manière numérique par différences finies. Les raideurs et les amortissements utilisés ici ne sont pas obtenus à la position d’équilibre du rotor dans le palier. Ils sont évalués de manière dynamique de telle sorte la force hydrodynamique précise est utilisée.

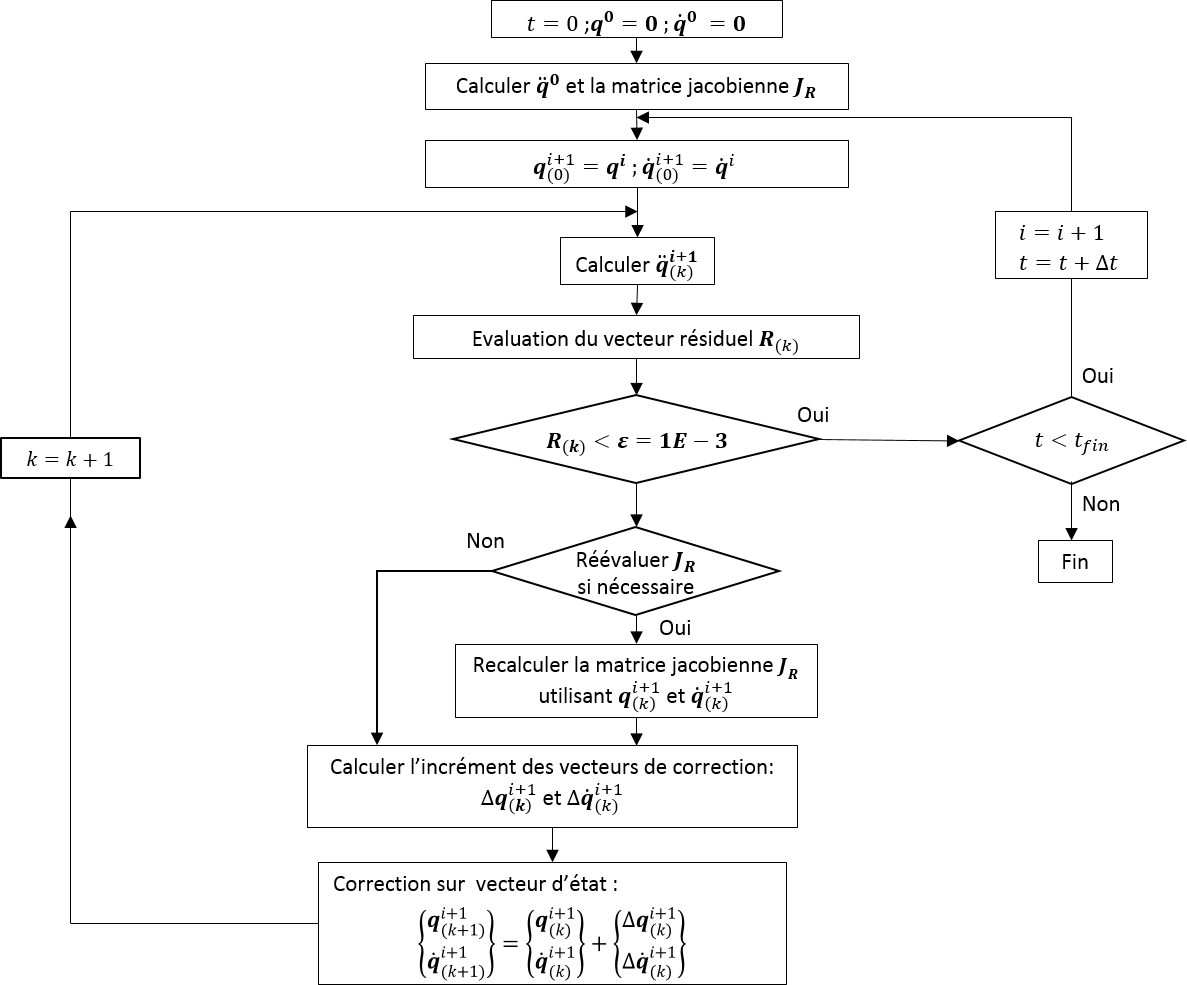


Figure 3.2‑2 : algorithme utilisé pour l’analyse transitoire non linéaire

Il faut souligner qu’il n’est pas nécessaire d’évaluer pour chaque itération, voire chaque instant du temps. La matrice jacobienne pourrait être valable pour les instants successives après son évaluation à puisque la raideur et l’amortissement du palier restent valables au voisinage de la position. Deux critères de réévaluation de la matrice jacobienne sont proposés dans l’algorithme utilisé qui permettent d’éviter le calcul redondant et non nécessaire de, sachant que l’évaluation de matrice est onéreux en terme de temps de calcul. Un des critères suppose que la réévaluation de la matrice est nécessaire quand la norme euclidienne du vecteur résidu augmente par rapport à son dernier évaluation. L’autre suppose simplement que la réévaluation est réalisée quand le nombre d’itération de la méthode Newton-Raphson dépasse 5. L’algorithme complet de cette méthode d’intégration temporelle est présenté dans la **Figure 3.2‑2**.

### Vibration synchrone et sa solution périodique

Puisque le régime stationnaire périodique est ciblé dans l’analyse de l’effet Morton, deux méthodes qui permettent de trouver la réponse périodique sont présentées dans la suite.

#### Méthode de shooting

Le principe de cette méthode consiste à corriger une solution initiale de façon à ce qu’elle corresponde à une solution périodique. Pour cela, une stratégie itérative utilisant la méthode Newton-Raphson est appliquée. A l’itération de la méthode Newton-Raphson, un vecteur de résiduel est exprimé dans **Eq.3-27** afin de définir la condition de périodicité.

|  |  |
| --- | --- |
| où : |  |

La condition de périodicité impose que l’écart entre la solution initiale et la solution périodique est nul. Afin de connaitre l’incrément de correction, une série du vecteur de perturbationest introduiteau vecteur.Puis, une linéarisation appropriée de l’équation **Eq.3-27** perturbée est réalisée en construisant un développement en série de Taylor du 1er ordre de cette équation. Il devient :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La perturbation est appliquée autant de fois que la dimention du vecteur **.** Chaque perturbation est réalisée à un élément différent dans le vecteur. Par exemple, dans le cas d’un rotor à 4 degrés de liberté, la perturbation est réalisée pour huit fois : quatre fois respecteviement sur et .

La formulation de la méthode Newton-Raphson est ainsi obtenue :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

la matrice jacobienne peut être évaluée en calculant le dérivée du vecteur résiduel par rapport à l’état initial .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

où la matrice de monodromie est définie d’après **[49]** :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Le calcul de la matrice de monodromie peut être effectué par la définition du dérivé de la solution par rapport à la solution initiale (**Eq.3-32**).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Enfin, le calcul de la matrice jacobienne peut également écrire de manière équivalente par le vecteur résiduel  :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Le calcul de la matrice jacobienne et de monotromie nécessite de choisir une perturbation suffisamment petit pour que l’évaluation soit correcte. Une fois la matrice jacobienne est obtenue, l’incrément de correction peut être déduit grâce à **Eq.3-29** et la solution initiale peut ainsi être corrigée par :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

L’algorithme de la méthode de shooting est résumé dans le diagramme (***Figure 3.2‑4***). La solution initiale est prise égale à un vecteur d’état défini par l’utilisateur. Lorsque le vecteur résiduel est calculé par l’équation **Eq.3-27**, l’incrément du vecteur de correction est produit par **Eq.3-29** et ainsi la solution initiale est corrigée et mise à jour.

Le fait que représente la différence des positions et vitesses entre la solution initiale et la solution périodique, deux tolérances de convergence du calcul et sont appliquées séparément auxet. Quand la norme euclidienne des vecteurs résiduels et est au-dessous des deux tolérances et. La solution périodique, i.e. l’orbite périodique, est supposée avoir obtenue. Sinon, une nouvelle correction itérative de Newton-Raphson commence. Après la correction par**,** le vecteur est recalculé à partir de grâce au schéma d’intégration temporelle.Enfin, la solution périodique en utilisant la méthode de shooting est généralement obtenue en quelques itérations seulement.

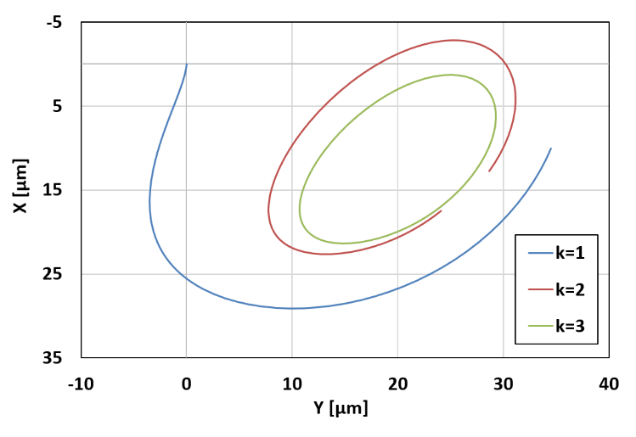


Figure 3.2‑3 : exemple d’application de la méthode Shooting qui converge en 3 itérations

La méthode de shooting converge non seulement vers des solutions stables mais aussi vers celles instables. Cependant, seules les solutions stables peuvent être expérimentalement obtenues. La solution instable vérifie les équations du mouvement mais n’est pas physiquement observable. C’est pourquoi, après avoir obtenu la solution périodique, sa stabilité peut être vérifiée en appliquant la théorie de Floquet **[49]**, c’est-à-dire en calculant les valeurs propres (multiplicateurs caractéristiques de Floquet) de la matrice de monodromie . Quand la plus grande valeur propre est inférieure 1, la méthode de shooting est stable.

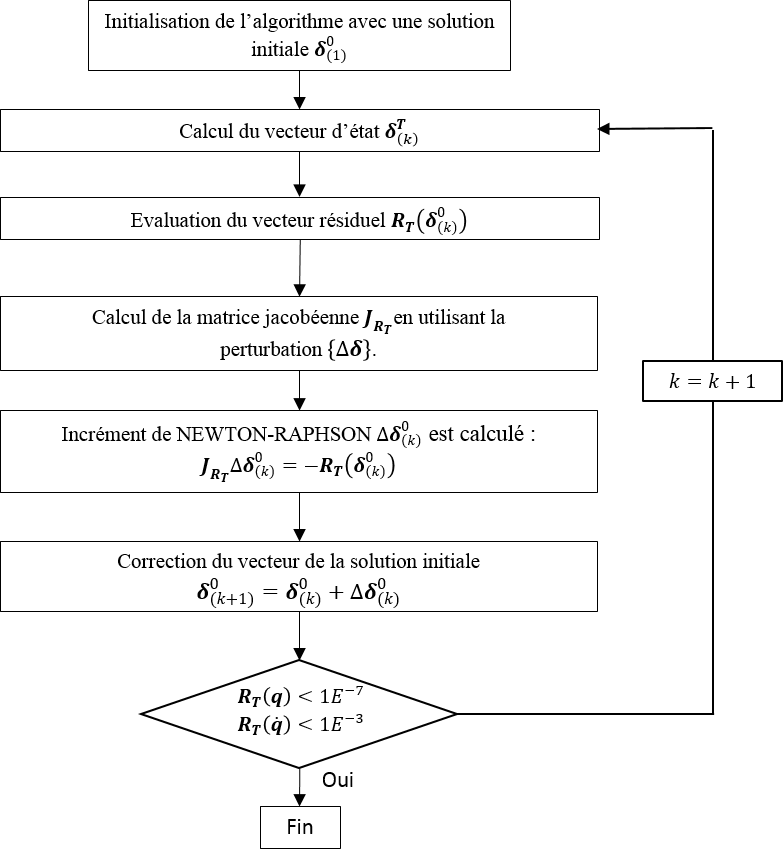


Figure 3.2‑4 : Diagramme de l’algorithme de Shooting

#### Méthode classique

La méthode classique consiste à effectuer un calcul transitoire suffisamment long afin de trouver la réponse périodique. Le vecteur d’état qui représente la solution des équations de mouvement est enregistrés au début de chaque périodie ( est le nombre de période de rotation). Puis, il est comparé avec celui stocké à la période précédente. Le vecteur résiduel pour définir la condition de périodicité s’écrit:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Comme utilisées dans la méthode de shooting, deux tolérances de convergence du calcul et sont appliquées séparément aux vecteurs résiduels de déplacement et de la vitesse. Quand la norme euclidienne des vecteurs résiduels et est au-dessous des deux tolérances et . La solution périodique, i.e. l’orbite périodique, est supposée avoir obtenue.

Comparant avec la méthode shooting, la méthode classique est plus avantageuse quand l’orbite synchrone s’établie assez vite. Dans le cas où contraire, la méthode de shooting est plus efficace en terme de temps de calcul. L’algorithme de la méthode classique est présenté dans la **Figure 3.2‑5**.

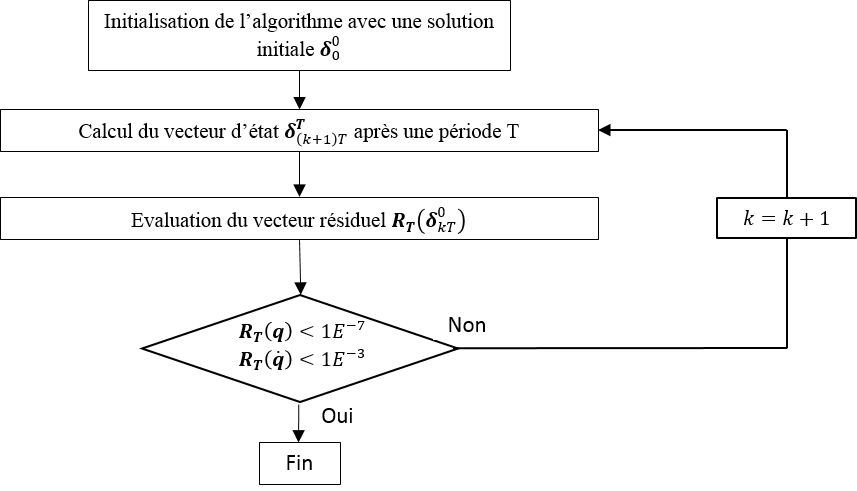


Figure 3.2‑5 : Diagramme de l’algorithme classique pour trouver la solution périodique

## Modélisation du balourd thermique

La déformation thermique du rotor introduit un balourd thermique qui influence son comportement dynamique. Le terme « balourd thermique » est une façon vulgarisée pour expliquer l’augmentation de l’amplitude et le changement de phase de la vibration synchrone suite à la déformation thermique du rotor. Dans la littérature **[54]**, **[55]**, ce balourd thermique est souvent modélisé par deux approches : masse concentrée et le défaut de la fibre neutre. Dans cette section, ces deux approches sont présentées.

### Approche des masses conconcentrées

Cette approche modélise le balourd thermique à partir de la définition de balourd, i.e. une masse décentrée de son axe de rotation par une distance. Suite à l’échauffement non-homogène du rotor dans le palier, celui-ci se déforme de manière asymétrique et engendre une déviation de sa fibre neutre par rapport à l’axe de rotation (**Figure 3.3‑1**). L’influence de cette déviation de la fibre neutre sur la dynamique du rotor peut être caractérisée par une masse locale d’un élément d’arbre et de son déplacement latéral. Par exemple, dans le repère du rotor, si toute la ligne d’arbre est modélisée par éléments, chaque élément possède son propre masse. Le vecteur du déplacement au point caractérise la déviation entre le centre de masse de l’élément et l’axe de rotation. Pour chaque élément, le balourd thermique généré et sa phase s’écrivent :

|  |  |
| --- | --- |

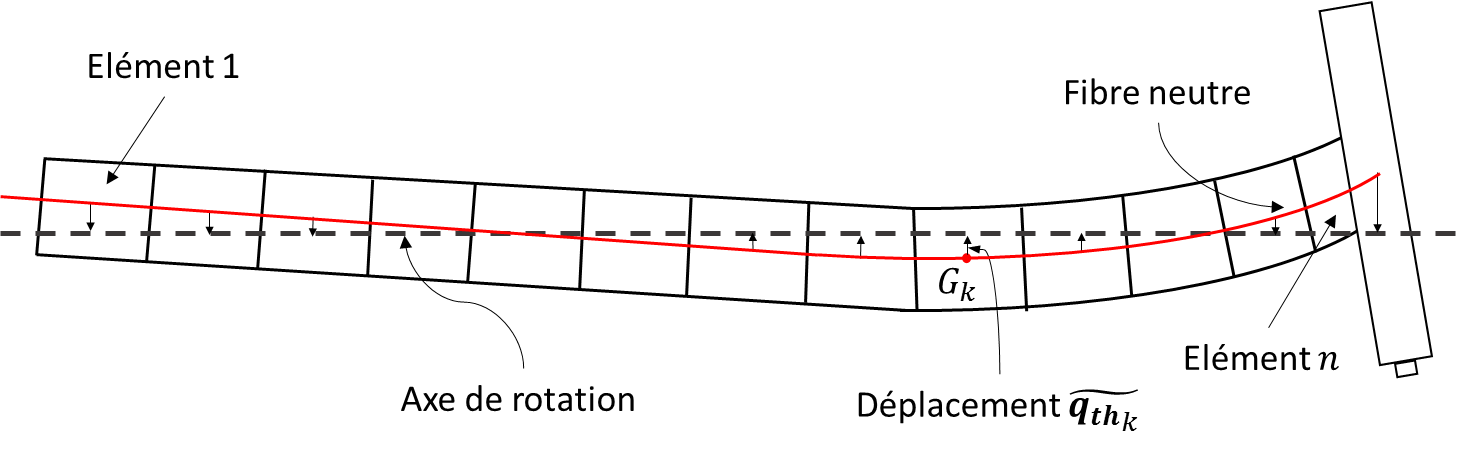


Figure 3.3‑1 : défaut de la fibre neutre

La force générée par le balourd à l’élément peut être ainsi exprimée dans le repère du rotor :

|  |  |
| --- | --- |

Avant d’appliquer l’ensemble des forces du balourd thermique au système des équations de mouvement, il est nécessaire de réaliser un changement de repère mobile du rotor du au repère fixe. En prenant en compte la vitesse de rotation du rotor et l’instant, l’expression du vecteur de la force nodale du balourd thermique au repère s’écrit ainsi :

| ou |  |
| --- | --- |

Toutes les forces du balourd thermique créées aux éléments du rotor sont assemblées et ajoutées au système des équations de mouvement comme force extérieure. Si la force du balourd thermique est la seule force extérieure appliquée au système du rotor, l’équation de mouvement s’écrit:

|  |  |
| --- | --- |

### Approche de défauts de la fibre neutre

Cette approche modélise l’influence de la déformation thermique comme une force interne liée à la matrice de raideur du rotor. L’approche est applicable uniquement au modèle du rotor flexible à degré de liberté. Suite à la déformation thermique du rotor, dans le repère de référence, le déplacement de sa fibre neutre et la déflection élastique du rotor sont respectivement et . La déflection nodale complète est alors. Les expressions des énergies du système rotor sous chargement thermique écrivent :

|  |  |
| --- | --- |

Avec

* **:** énergie de déformation élastique du système rotor
* : énergie cinétique du système rotor
* : énergie dissipée du système rotor

Après l’application de l’équation de Lagrange, l’équation du mouvement est obtenue :

|  |  |
| --- | --- |

Puisque la déformation thermique à l’issu du modèle thermomécanique est exprimé au repère du rotor, il est nécessaire de transformer cette déformation au repère fixe pour évaluer la force du balourd thermique. Pour un nœud sur la fibre neutre du rotor flexible, son vecteur de déplacement avec 4 degrés de liberté obtenu au repère s’écrit :

|  |  |
| --- | --- |

Le changement du repère fait appel à la matrice de rotationquidéfinit la relation suivante :

| Où : |  |
| --- | --- |

L’**Eq.3-43** permet de prendre en compte la rotation du rotor dans le repère fixe. Ainsi la force nodale du balourd thermique en fonction de la déflection s’écrit :

|  |  |
| --- | --- |

## Conclusion

Ce chapitre présente en détail les modèles numériques des rotors utilisé pour les analyses de l’effet Morton. Le modèle dynamique du rotor couplé avec le modèle non linéaire du palier permet d’évaluer le niveau de vibration. En parallèle, le flux thermique à l’issu du modèle de palier satisfait la condition aux limites du modèle thermique du rotor. La résolution du modèle thermique permet de déterminer le champ de température en régime transitoire et puis de calculer la déformation du rotor. La déflection de la fibre neutre du rotor suite à la déformation thermique est utilisée par deux approches de modélisation du balourd thermique. Dans le chapitre suivant, ces modèles numériques sont utilisés pour réaliser la simulation de l’effet Morton en transitoire et sont validés par la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

# Chapitre 4 : Simulations numériques

Les deux chapitres précédents mettent en place les sous modèles nécessaires pour traiter les phénomènes physiques concernés dans l’effet Morton. Ce chapitre présente les simulations complètes de l’effet Morton en régime transitoire en utilisant les outils mis aux points. Ces sous-modèles numériques sont couplés en suivant la stratégie de modélisation synthétisée au chapitre 1, ce qui établit le modèle complet et non linéaire de l’effet Morton. Les simulations se sont basées sur le **B**anc de l’**E**ffet **M**orton (**BEM**) dédié à l’étude de ce phénomène. Les résultats à l’issu des simulations numériques sont comparés avec les résultats expérimentaux. Cette comparaison permet de valider le modèle de l’effet Morton et d’effectuer les analyses en régime transitoire. Les outils validés dans ce chapitre sont ensuite utilisés au chapitre 5 pour les analyses de stabilité de l’effet Morton.



## Modèle complet et non linéaire de l’effet Morton

### Approche du moyennage du flux thermique dans le temps

Lors de la simulation de l’effet Morton en régime transitoire, les phénomènes avec l’échelle de temps petite (milli seconde) comme la vibration synchrone sont couplés avec les phénomènes caractérisés par l’échelle de temps grande (des minutes voir des heures) tel que le transfert de la chaleur et la déformation thermique. Dans une approche classique, ce couplage nécessite d’un pas de discrétisation temporelle petit à la grandeur du temps dynamique pour simuler la durée longue à la grandeur du temps thermique. Par conséquent, la simulation a besoin d’un effort de calcul onéreux. Afin de réduire le temps de calcul, une méthode nommée " approche du moyennage de flux thermique dans le temps " est implémentée dans la modélisation de l’effet Morton.

Cette approche suppose que le rotor se comporte toujours avec les vibrations synchrones, les orbites synchrones ne changent guère pendant certaines périodes de rotation. Ainsi, il devient possible d'utiliser un flux thermique moyenné dans une période de rotation pour déterminer l’évolution de la température du rotor dans le temps. Toutefois, ce flux thermique ne reste que valable pour une durée de temps courte. Une fois l’orbite synchrone s’est suffisamment évoluée, le flux thermique moyenné devrait être renouvelé.

Ce flux thermique moyenné est calculé à partir du flux thermique instantané obtenu à chaque position dynamique sur l’orbite synchrone (**Figure *4.1‑1***). En supposant que l'orbite synchrone est décrite par positions, la résolution de l'équation d'énergie du film lubrifiant couplée avec l'équation de Reynolds généralisée à chaque position donne ce flux thermique instantané exposé au rotor. En outre, le calcul du flux thermique moyenné applicable au modèle thermique du rotor n'est pas simple en raison de la rotation propre du rotor. En fait, le calcul thermo-hydrodynamique est effectué dans le repère fixe du palier, alors que le modèle thermique du rotor est lié au repère mobile du rotor. Ainsi, un changement de repère est nécessaire lors du calcul de ce flux moyenné à partir du flux instantané.

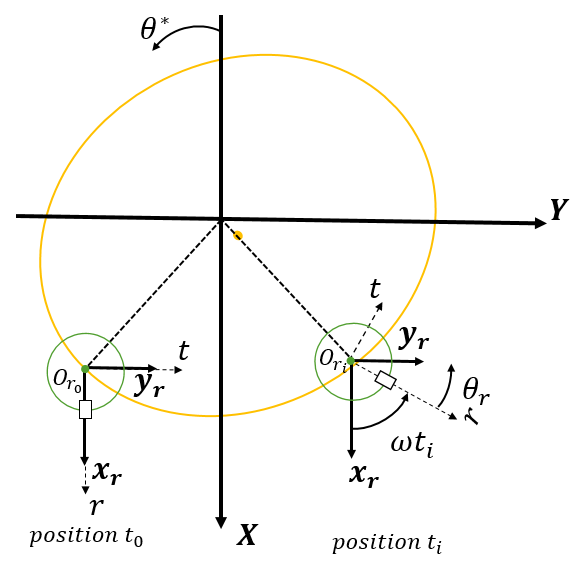


Figure 4.1‑1 : système de références et avec le rotor aux positions et

Pour une orbite synchrone établie, la première position est définie lorsque l'axe du repère mobile passe par l'axe du repère fixe. A l'instant, le rotor est à la position où l'angle de rotation est. Considérant la rotation propre du rotor, la relation entre le flux thermique obtenu dans et le flux thermique exposé au rotor dans peut être exprimée dans Eq.4. La relation entre les températures et exprimées dans les deux repères est similaire.

|  |  |
| --- | --- |

Après la résolution de l'équation d'énergie 3D dans le repère fixe, le flux thermique instantané à la surface du rotor exprimé dans le repère mobile est écrit :

|  |  |
| --- | --- |

Le flux thermique moyennéobtenu en se basant sur l’orbite synchrone est ainsi déterminé par:

|  |  |
| --- | --- |

où le pas de temps dynamique est donnée par

Après être déterminé, ce flux thermique moyenné est appliqué comme une condition aux limites au modèle thermique du rotor. La résolution de l’équation de chaleur en régime transitoire permet d’avoir le champ de température à la surface du rotordans le temps.

### Algorithme de l’effet Morton

La simulation transitoire de l’effet Morton est effectuée en utilisant un schéma illustré à la Figure 4.1‑2. Ce schéma couple le modèle thermomécanique du rotor et le modèle dynamique du système rotor-palier à chaque pas de temps de l’effet Morton. Ce pas de temps représente une durée courte dans laquelle le flux thermique moyenné est supposé constant. Le couplage est réalisé par un échange des informations thermo-mécaniques. Ces dernières contiennent :

* le champ de température à la surface du rotor à l’issu du modèle thermomécanique
* le déplacement de la fibre neutre du rotor suite à la déformation thermique du rotor
* le flux thermique moyenné dans le temps calculé grâce aux modèles dynamique et du palier couplés.



Figure 4.1‑2 : schéma de la simulation en régime transitoire de l’effet Morton

À l’instant , la température et la déformation thermique provenant du modèle thermomécanique sont injectées au modèle dynamique du système rotor-palier. La déformation thermique crée une source d’excitation synchrone qui influence la réponse dynamique au balourd. En même temps, la température est imposée à l’interface fluide-rotor comme une condition aux limites pour résoudre l’équation de l’énergie du film.

Dans le modèle dynamique, les méthodes pour trouver la trajectoire périodique de la vibration synchrone du rotor (méthode de shooting ou méthode classique à la section **3.2.4**) sont utilisées. Le schéma d’intégration temporelle de Newmark combiné avec la méthode de Newton-Raphson est implémenté pour résoudre l’équation de mouvement en régime transitoire. A chaque pas de temps dynamique, les efforts du palier sont calculés par la résolution de l’équation de Reynolds couplée avec l’équation de l’énergie. Le champ de flux thermique à l’interface fluide-rotor est également calculé pendant la résolution des équations de lubrification. Ce flux thermique instantané est enregistré pour préparer l’approche du moyennage du flux thermique dans le temps.

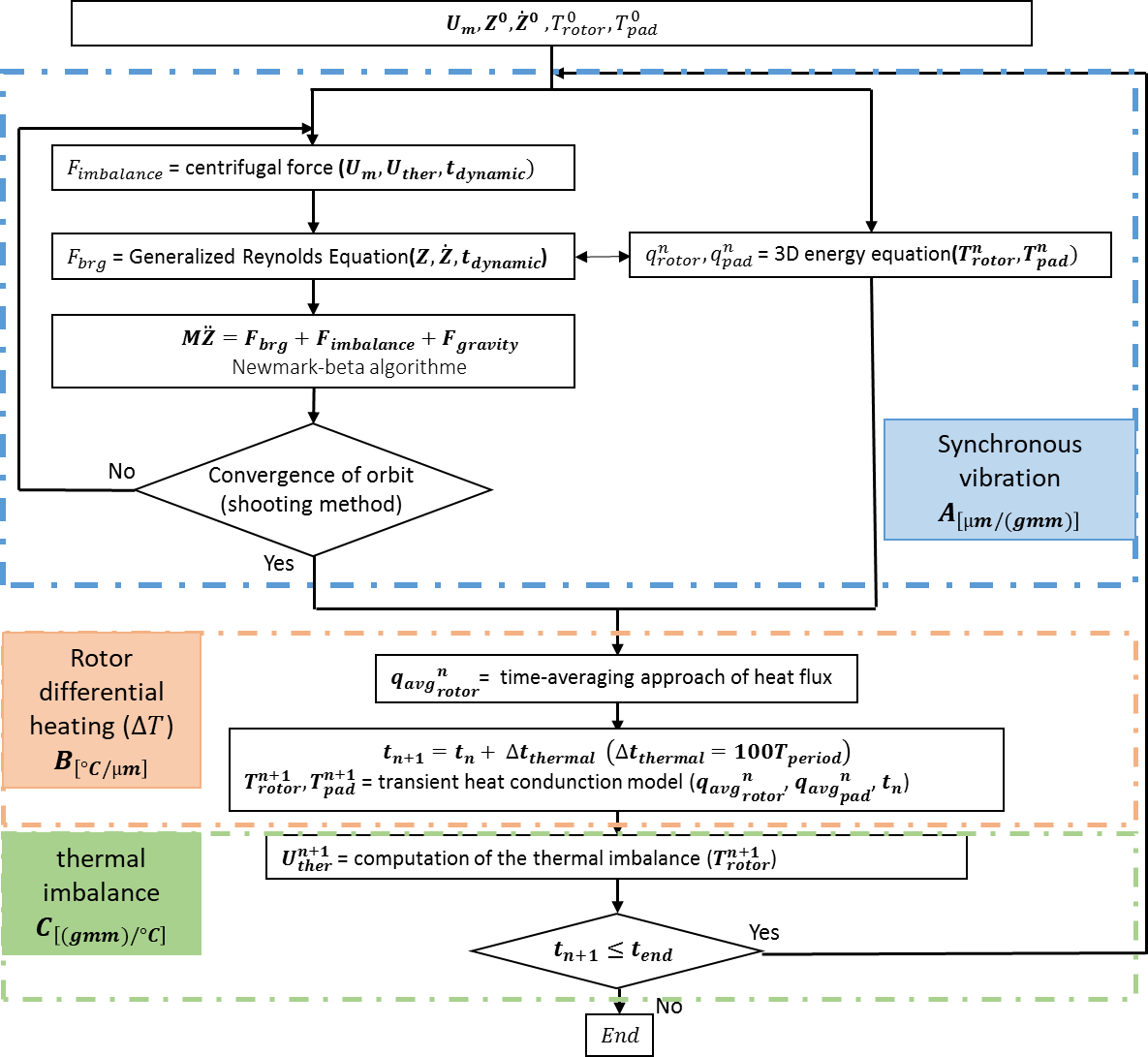


Figure 4.1‑3 : Algorithme de l’effet Morton

Ensuite, une fois que la trajectoire périodique de la vibration synchrone est obtenue, le flux thermique moyenné pendent une période est évalué. Celui-ci est renvoyé au modèle thermomécanique et est appliqué comme une condition aux limites. L’intégration temporelle de l’équation de la chaleur permet ainsi d’estimer le champ de température du rotor à l’instant du temps . En se basant sur ce champ de température, la déformation thermique est calculée. La procédure est répétée à avec ces nouvelles informations thermomécanique et l’algorithme de l’effet Morton est synthétisé à la **Figure 4.1‑3**.

Il faut souligner qu’en réel, le flux thermique moyenné utilisé par le modèle thermique est inconstant pendant le pas de temps, alors que dans ce modèle la température estimée à est obtenu uniquement à partir des informations thermiques à l’instant. En pratique, l’intégration temporelle de l’équation de la chaleur est effectuée avec un schéma explicite, quelque soit la méthode d’intégration utilisée. Ainsi, pour assurer la stabilité du schéma, il faut bien choisir le pas de temps thermique en fonction de la condition de stabilité présenté à la section **3.1.1.2**.

## Description du Banc de l’Effet Morton (BEM)

La simulation complète de l’effet Morton s’est basée sur les configurations du BEM construit au laboratoire de l’institut Pprime. Ce banc d’essais est modulable et possède deux configuration : une configuration courte du rotor creux de 430mm et une configuration longue du rotor creux de 700mm. L’origine de la mise en place ces deux rotors creux était que le rotor de 430mm initialement conçu se comportait uniquement avec l’effet Morton stable pendant les essais. En espérant reproduire l’effet Morton instable, le deuxième rotor qui se mesurait 700mm a été conçu et fabriqué.

Pour les deux configurations, les rotors sont creux afin d’avoir une grande différence de la température au rotor. Les diamètres intérieur et extérieur des rotors sont respectivement 35mm et 45mm. Le même roulement à billes et le même palier circulaire servent à supporter et guider les deux rotors. Le palier hydrodynamique se situe du côté opposé au moteur (**NDE**), alors que le roulement à billes est installé sur côté du moteur (**DE**).

### Caractéristiques du palier testé et lubrifiant

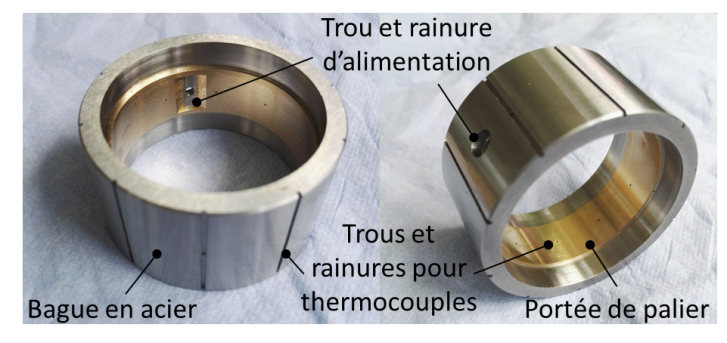
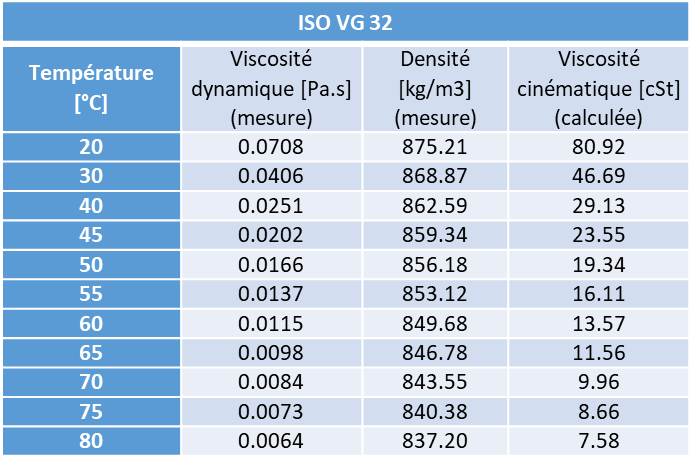


Figure 4.2‑1 : Palier testé

Le palier testé est un palier lisse circulaire (**Figure 4.2‑1**) avec rainure axiale. Il est réalisé en bronze fritté avec ajout de particules de Téflon (PTFE) améliorant ainsi les caractéristiques de frottement et d’usure. Sa longueur est de 15 mm et son jeu radial est de 50 µm, la portée en bronze est frettée dans une bague en acier. Lors du fonctionnement de ce palier, la température d’alimentation du lubrifiant était entre 20°C et 25°C et la pression d’alimentation s’est stabilisée à 1.09 bar.

Le lubrifiant utilisé pour les essais est une huile ISO VG 32, pour connaitre l’évolution de sa viscosité cinématique en fonction de la température, deux mesures expérimentales sont réalisées : mesure de la viscosité dynamique grâce à un rhéomètre ; et mesure de la densité par pesées à l’aide d’un pycnomètre. Les résultats de mesure de la viscosité dynamique, de la densité, ainsi que la viscosité cinématique calculée sont présentés dans le **Tableau 4.2‑1**.

Tableau 4.2‑1 : Propriétés du lubrifiant



### Configuration du rotor 430mm

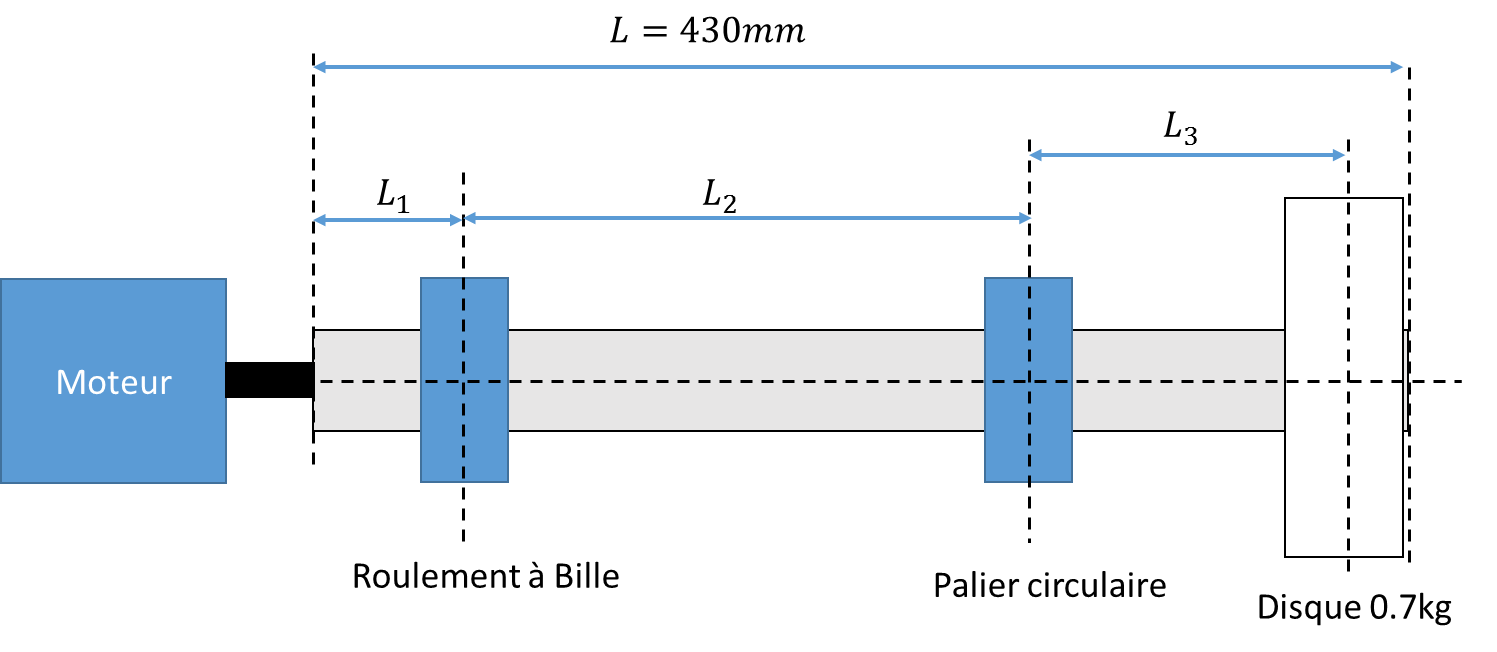
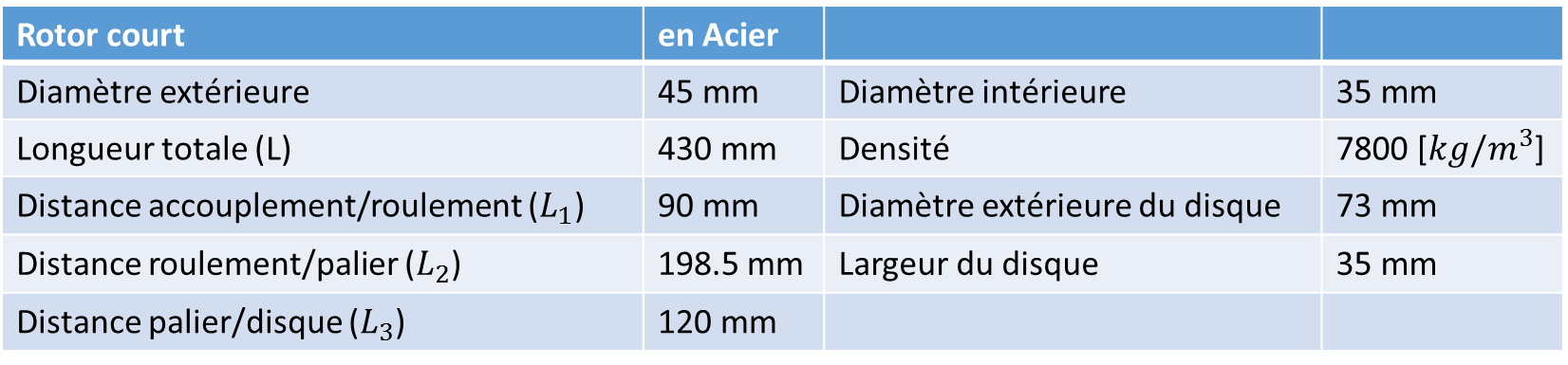


Figure 4.2‑2 : La configuration du rotor 430mm

Le rotor 430mm possède un disque de 0.7kg monté en porte à faux à l’extrémité NDE du rotor. La configuration du rotor est illustrée à la **Figure** ***4.2‑2*** et les caractéristiques physiques nécessaires pour effectuer de l’analyse de l’effet Morton sont synthétisées dans le **Tableau 4.2‑2**.

Tableau 4.2‑2 : paramètres physiques du rotor 430mm



Ajouté des caractéristiques du roulement

L’analyse modale est réalisée en utilisant le modèle du rotor à degrés de liberté et en se basant sur les coefficients dynamiques non isothermes du palier. Ces coefficients sont présentés dans les **Figure 4.2‑3** et **Figure 4.2‑4**. Ils sont obtenus aux positions d’équilibre statiques du rotor dans le palier qui sont montrés à la **Figure 4.2‑5.** La résolution de l’équation de l’énergie du film lubrifiant est prise en compte dans le calcul de ces coefficients. Une température de 55°C imposée au rotor et une paroi adiabatique sont utilisées comme les conditions aux limites thermiques. Les résultats de cette analyse sont illustrés dans la **Figure 4.2‑6**.

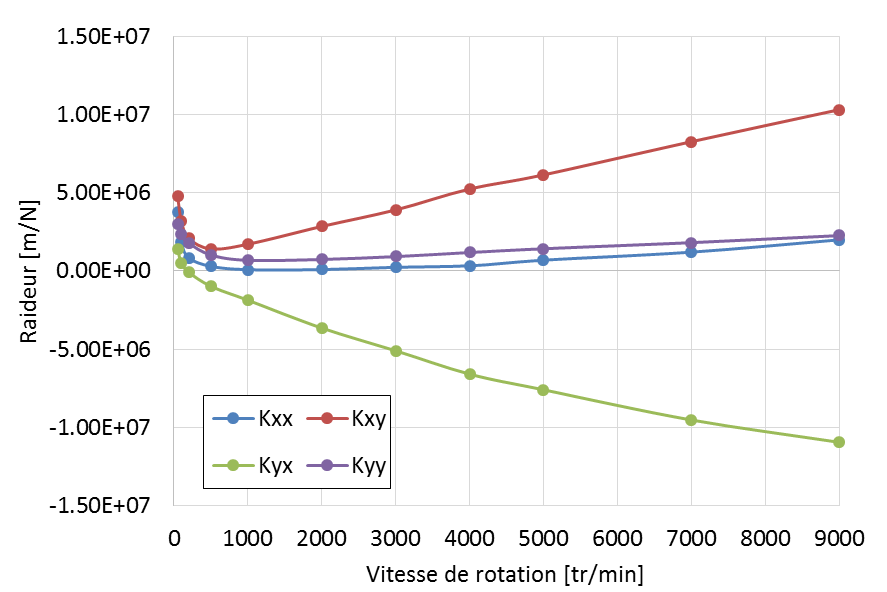


Figure 4.2‑3 : Coefficients de raideur du palier utilisé aux vitesses différentes



Figure 4.2‑4 : coefficient d’amortissement du palier utilisé aux vitesses différentes

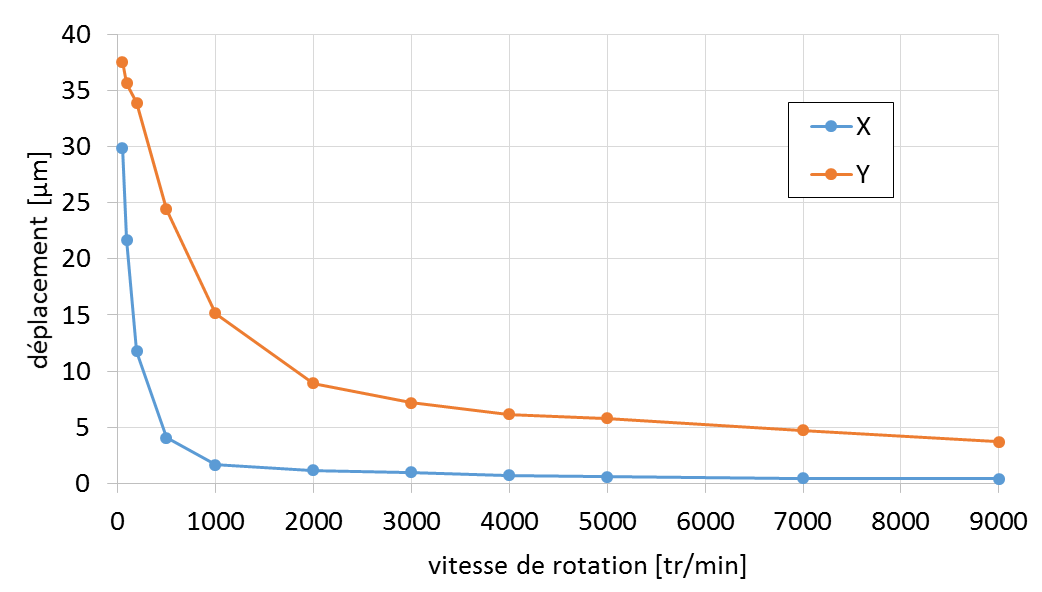
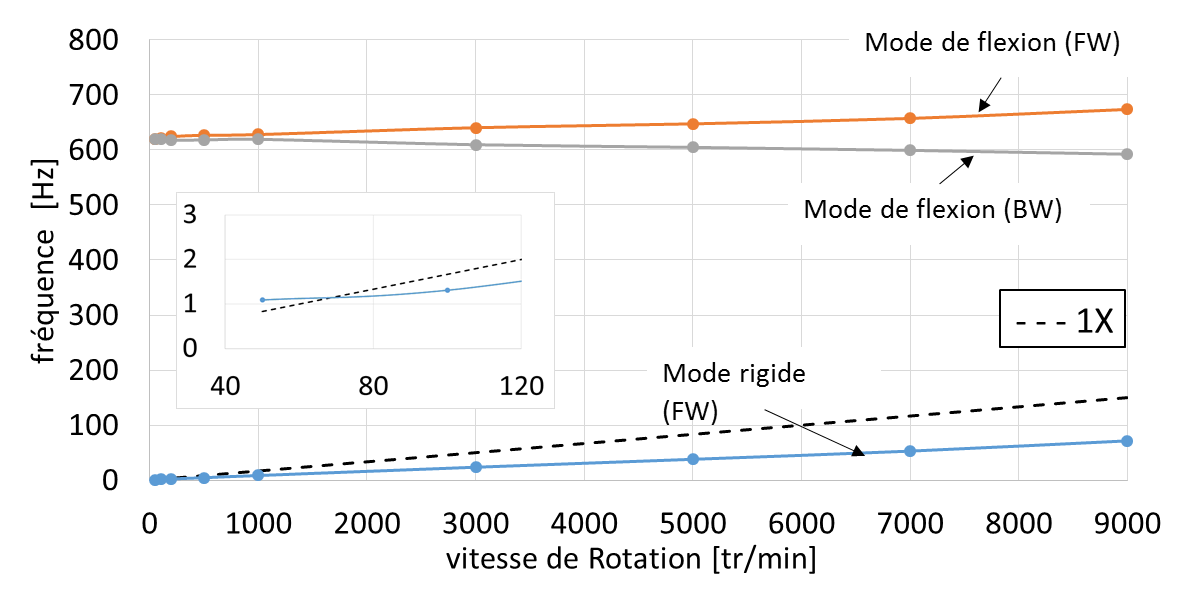
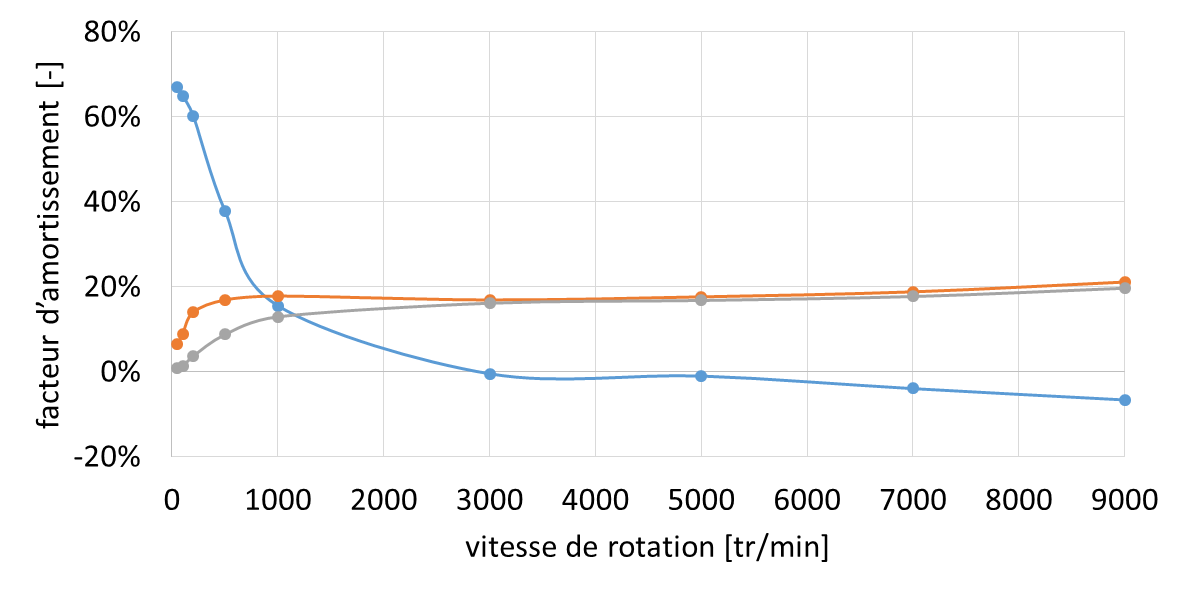


Figure 4.2‑5 : Position d’équilibre du rotor dans le palier en fonction des vitesses



(a)



(b)

Figure 4.2‑6 : Résultats de l’analyse modale de la configuration courte (430mm) du banc d’essais : (a) diagramme de Campbell et (b) diagramme de stabilité

Selon les résultats, le rotor 430mm creux se comporte principalement en mode rigide dans la plage des vitesses calculées, car la fréquence de son premier mode de flexion est d'environ 600 Hz. Ce résultat justifie l’utilisation d’un rotor à 4 degré de liberté pour modéliser son comportement. En outre, cette analyse prédit un changement de signe du facteur d’amortissement vers 3000 tr/min. Ce changement implique que le rotor se comporte de manière instable vers cette vitesse. Ce comportement instable a été observé comme la vibration sous-synchrone pendant l’essai. Malgré cette instabilité identifiée par l'analyse modale basée sur les caractéristiques dynamiques linéaires du palier, la stabilisation du banc peut être retrouvée si le balourd est assez important et les amplitudes de vibration sont élevées. Dans ce cas, le résultat de stabilité sera différent de ceux présenté dans la **Figure 4.2‑6**.

### Configuration du rotor 700mm

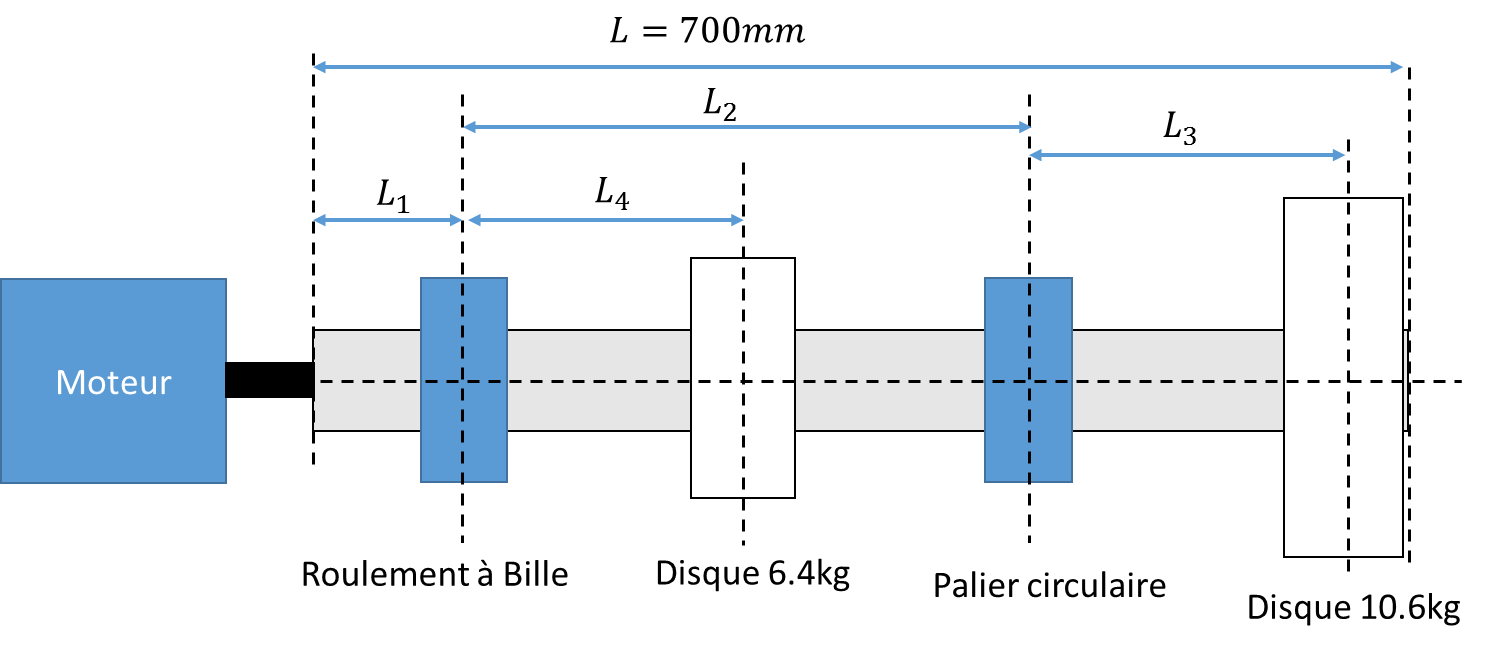
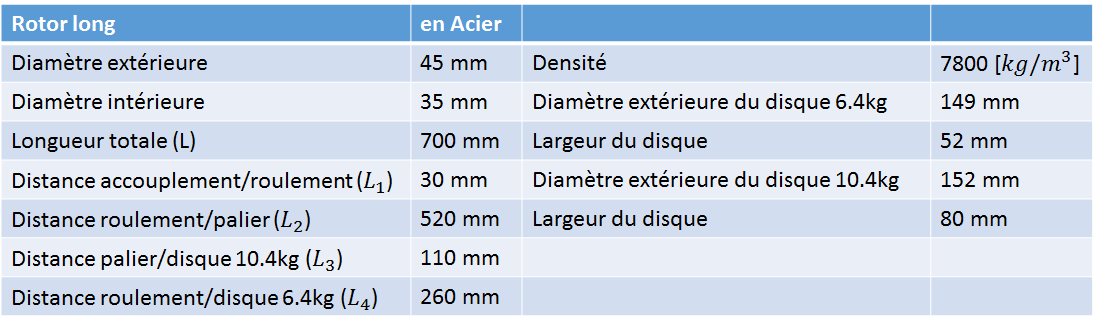


Figure 4.2‑7 : La configuration du rotor 700mm

Les origines de concevoir cette configuration longue du rotor 700mm sont d’augmenter la masse du disque en porte à faux et de rapprocher la vitesse de fonctionnement à sa vitesse critique du mode de flexion. En fait, suite à l’analyse de stabilité de l’effet Morton sur le rotor 430mm, la faible sensibilité du balourd thermique créé par rapport à la (le module) est remarquée. Par conséquent, cette configuration du rotor 700mm avec un disque de 10.4kg en porte à faux est proposée. Le rallongement du rotor à 700mm en gardant le même diamètre permet de baisser la fréquence du mode de flexion et utiliser la même installation du banc BEM. Grâce à cette diminution de la fréquence, le rapprochement de la vitesse de fonctionnement à la vitesse critique du mode de flexion devient possible. En plus, pour améliorer la stabilité du palier et en même temps pour baisser la fréquence du mode de flexion, un disque supplémentaire de 6.4kg est ajouté entre le roulement et le palier. La configuration longue du rotor est illustrée dans la **Figure 4.2‑7**. Les caractéristiques physiques nécessaires pour réaliser la simulation de l’effet Morton sont synthétisées au Tableau *4.2*‑*3*

Tableau 4.2‑3 : paramètres physiques du rotor 700mm



L’analyse modale du rotor 700mm est réalisée en utilisant la même démarche que le rotor 430mm. Les coefficients dynamiques non isothermes sont obtenus à la position d’équilibre du rotor dans le palier. La température de 55 °C est imposée à la surface du rotor et le flux thermique nul est imposé au coussinet pour résoudre l’équation de l’énergie du film. Les résultats d’analyse modale du rotor 700 mm sont présentés dans la **Figure 4.2‑11**.

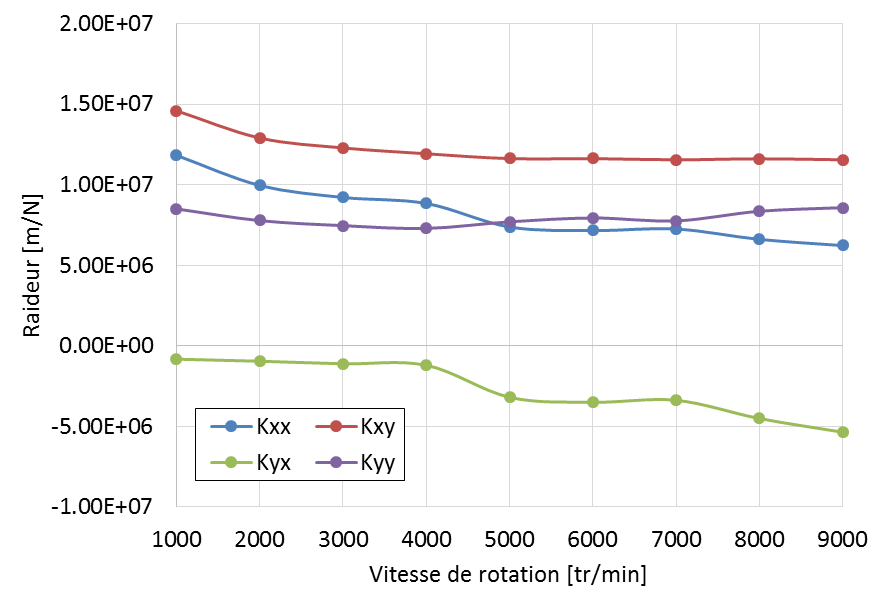


Figure 4.2‑8 : Coefficients de raideur du palier utilisé sous la charge statique 175N



Figure 4.2‑9 : coefficient d’amortissement du palier sous la charge statique 175N

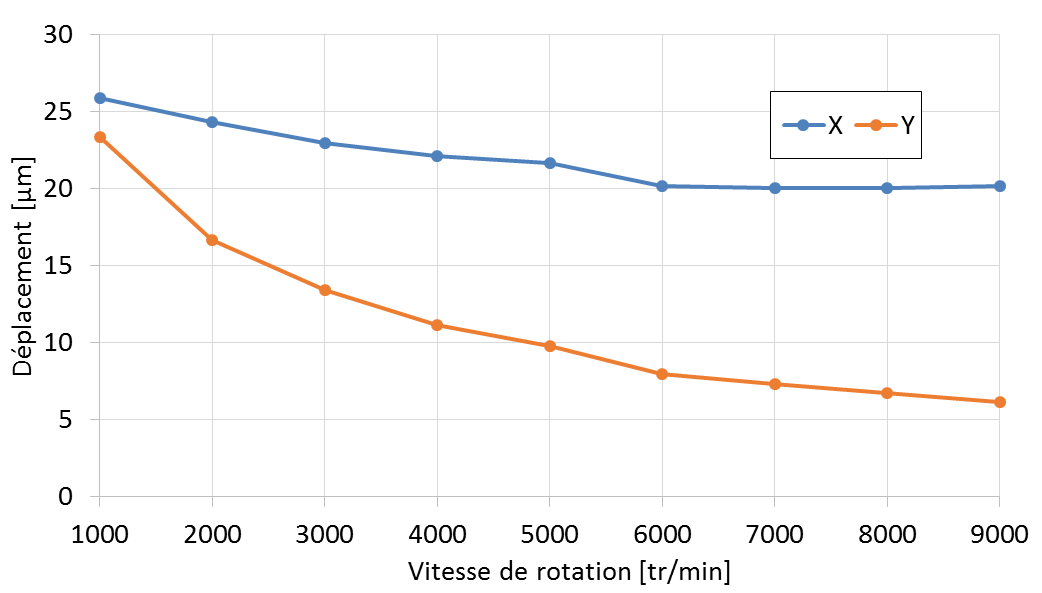
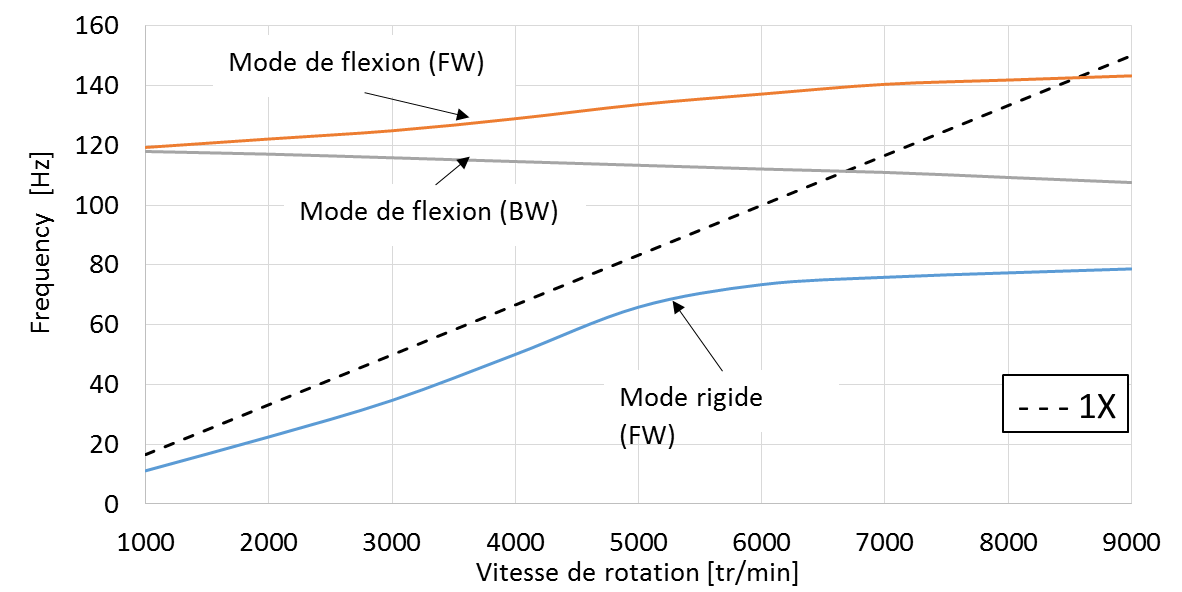
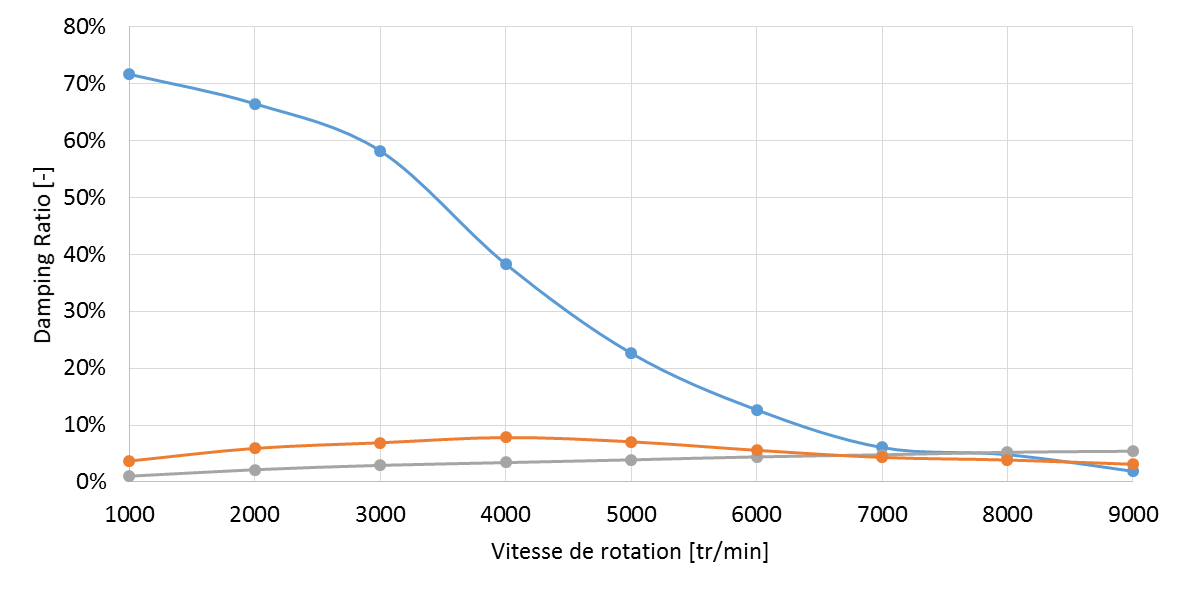


Figure 4.2‑10 : position d’équilibre statique du rotor 700mm dans le palier



(a)



(b)

Figure 4.2‑11 : Résultats de l’analyse modale de la configuration longue (700mm) du banc d’essais : (a) diagramme de Campbell et (b) diagramme de stabilité

Selon le résultat, une vitesse critique du mode de flexion se trouve vers 8000tr/min comme attendu. Sous cette configuration, en rapprochant à cette vitesse, la sensibilité de la vibration par rapport au balourd (c’est-à-dire le module du coefficient d’influence) est optimisée. Les grands balourds sont choisi pour réaliser la simulation en espérant reproduire l’effet Morton instable, car ils produisent le grand déplacement du rotor dans le palier, ce qui favorise l’apparition d’une grande à la surface du rotor.

## Simulation du rotor 430mm

Les objectifs initiaux de la simulation de l’effet Morton sous la configuration du rotor 430mm sont de valider le modèle complet de l’effet Morton et de mettre en évidence l’effet Morton instable. Cependant, selon les résultats numériques et expérimentaux obtenus, le comportement dynamique du rotor 430mm s’est stabilisé au cours du temps et n’a pas réussi à montrer l’effet Morton instable. L’étude de la stabilité de l’effet Morton présenté au chapitre 5 explique ce comportement stable du rotor 430mm. Ainsi, la simulation de l’effet Morton du rotor 430mm s’est servie seulement à valider les outils numériques.

En utilisant les données d’entrée à l’issu du banc d’essais, la vitesse de rotation à 7000 tr/min est choisi pour effectuer la simulation. Le balourd mécanique de 102.6g.mm est imposé au niveau du disque de 700 kg. Il s’est positionné à 180 degré dans la direction circonférentielle du rotor.

Les températures initiales du rotor et coussinet sont fixées à 20°C. L’évolution temporelle du champ de température du rotor est calculée grâce au modèle thermique du rotor avec un maillage de 24x6 à l’interface lubrifiant-rotor. En outre, afin d’approximer le champ de température à l’interface du lubrifiant-coussinet, un modèle thermique avec une géométrie simplifiée du palier est également utilisé. Les champs de température obtenus par ces deux modèles (**Figure 4.3‑1)** se sont servis de la condition aux limites pour résoudre l’équation de l’énergie du film.

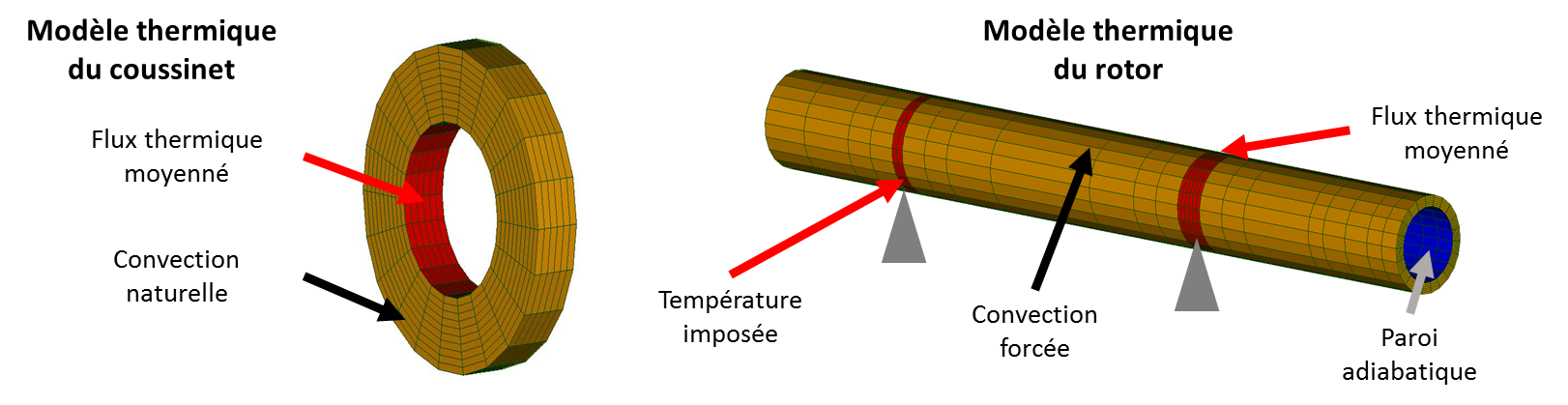


Figure 4.3‑1 : modèles thermiques utilisée lors de la simulation de l’effet Morton

L’évolution temporelle des vibrations synchrones sont suivie en utilisant les modèles dynamiques du rotor à 4 degrés de liberté et à degrés de liberté. L’influence du balourd thermique est prise en compte dans ces modèles dynamique par l’approche de masse concentrée **(MC)** et l’approche du défaut de fibre neutre **(DFN).**

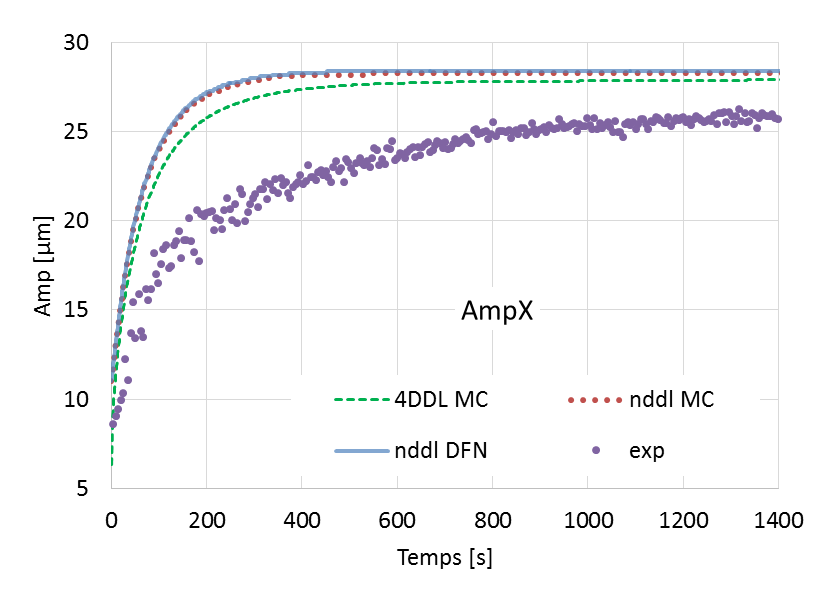
Pendant les simulations, les amplitudes et les phases des vibrations synchrones au niveau du palier, ainsi que le champ de température au rotor sont enregistrés. Ces résultats de la simulation sont détaillés et comparés avec ceux-ci expérimentaux dans la suite.

### Vibrations synchrones

Les vibrations synchrones sont caractérisées par ses amplitudes et ses phases dans la direction X et Y du repère fixe (repère du palier). L’évolution des amplitudes synchrones et ses phases en fonction du temps est illustré à la **Figure 4.3‑2** et à la **Figure 4.3‑3**.

A propos des amplitudes, il est observé que les amplitudes obtenues par les calculs s’accroissent rapidement au début de la simulation, alors que les amplitudes synchrones à l’issu de l’essai augmente également mais moins vite dans le temps. Toutes les amplitudes évoluent peu au bout de 10 minutes et tendent vers les amplitudes stabilisées dans le temps. Celle-ci obtenues par les simulations et par la mesurées sont à la même grandeur. Les différences entre eux sont moins de 3µm.

Concernant l’évolution des phases de vibration, celle-ci change rapidement au début de la simulation et se stabilise dans le temps. Après la stabilisation, Les phases calculées sont cohérentes avec celles mesurées. Cependant, la diminution des phases a été observée sur les résultats numériques au début de la simulation alors que les phases à l’issu de l’essai augmentent. D’après des calculs de vérifications, cette diminution des phases est expliquée. En fait, au début de la simulation, le rotor et le lubrifiant sont au froid (20 °C). Au cours du temps, les phases à la fois diminuent à cause de l’échauffement du rotor et du lubrifiant, à la fois augmentent à cause de la création du balourd thermique. Cependant, l’effet du balourd thermique (moins 3 degrés sur les phases) est plus faible sous cette configuration du banc par rapport à l’influence de la température sur les phases (plus 20 degrés sur les phases), ce qui illustre une diminution des phases de vibration en général des résultats numériques.

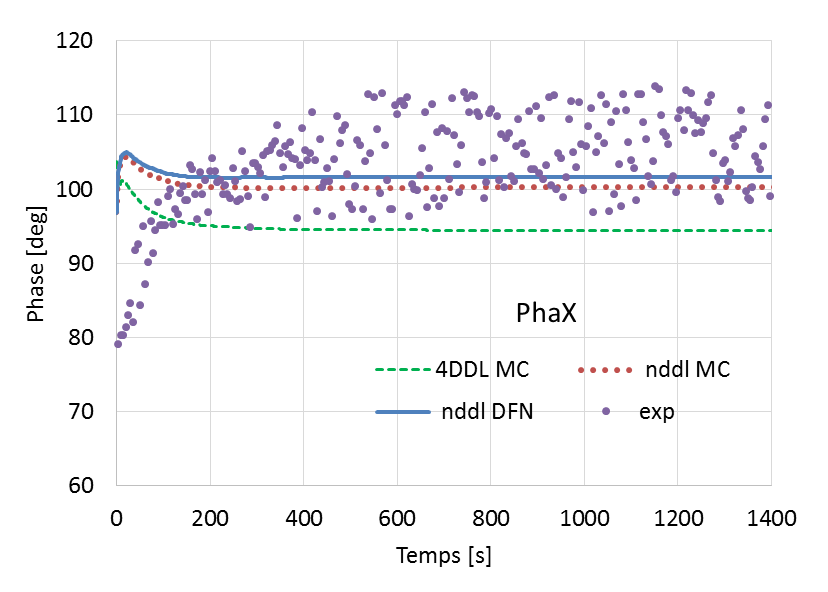


(a) Amplitude des vibrations synchrones dans la direction X

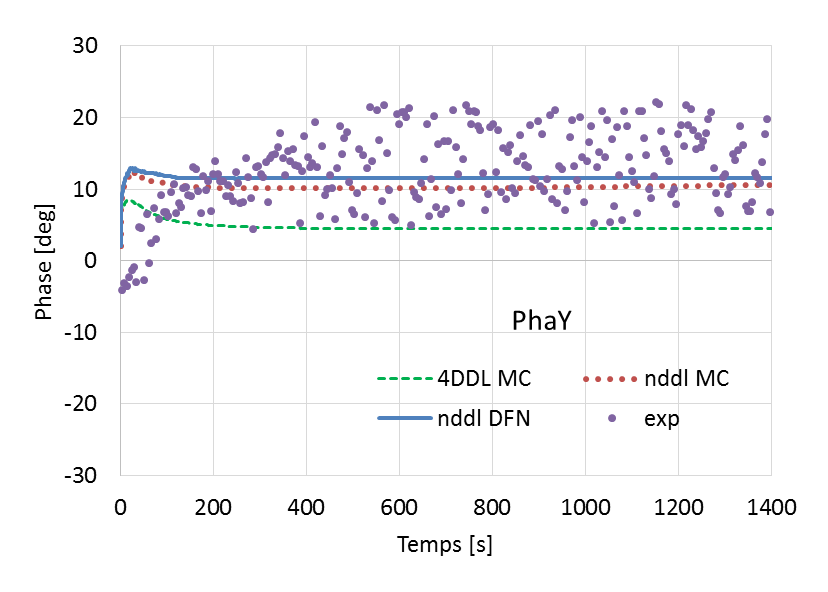


(b) Amplitude des vibrations synchrones dans la direction Y

Figure 4.3‑2 : Amplitudes des vibrations synchrones à l’issu de la simulation numérique et de l’expérience



(a) Phase des vibrations synchrones dans la direction X



(b) Phase des vibrations synchrones dans la direction Y

Figure 4.3‑3 : Phases des vibrations synchrones à l’issu de la simulation numérique et de l’expérience

### Température du rotor

La température obtenue par le modèle thermique du rotor permet de réaliser la comparaison avec celle à l’issu de la mesure.

En repérant les postions des capteurs thermocouples correspondantes dans le modèle thermique du rotor, les valeurs de température ponctuel sont récupérées. Celles-ci sont comparées avec les températures mesurées par les capteurs. **Figure 4.3‑4** illustre la comparaison entre les températures ponctuelles mesurées et celle à l’issu de la simulation. Les résultats numériques illustrés ici sont obtenus par le couplage du modèle thermique avec le modèle dynamique à 4DDL. La distribution de température obtenue avec les autres modèles dynamiques du rotor sont similaires. Selon la comparaison, la répartition des températures ponctuelles obtenues numériquement est cohérente avec celles expérimentale. Les valeurs des températures mesurées et calculées sont à la même grandeur après avoir atteint la stabilisation. Toutefois, les températures sont différentes au début de la simulation pour raison que l’effet de démarrage du rotor durant l’essai n’a pas pris en compte dans la simulation. Les valeurs des températures mesurées sont prises quand le rotor atteint la vitesse de rotation nominale et se comporte avec la vibration synchrone.

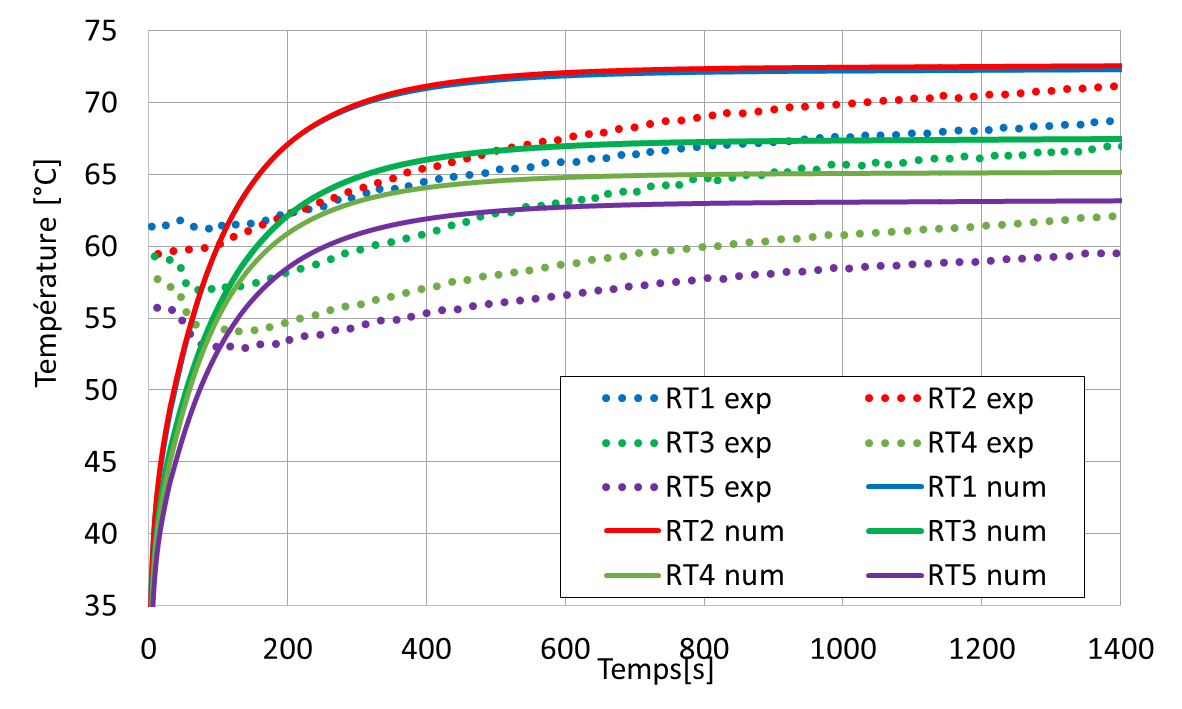


Figure 4.3‑4 : Comparaison de la distribution de température dans la direction circonférentielle du rotor à l’issu de l’essai et de la simulation

**Figure 4.3‑5** illustre la différence de la température au rotor obtenues par les simulations et à l’issu de la mesure. Comme remarquée sur l’évolution des amplitudes à la **Figure 4.3‑2**, l’augmentation deest plus rapide au début de la simulation et se stabilise au cours du temps. Après la stabilisation, toutes les valeurs de ont dépassé 10°C. D’un point de vue général, un bon accord de la tendance d’augmentation a été remarqué sur les résultats numériques et expérimentaux.

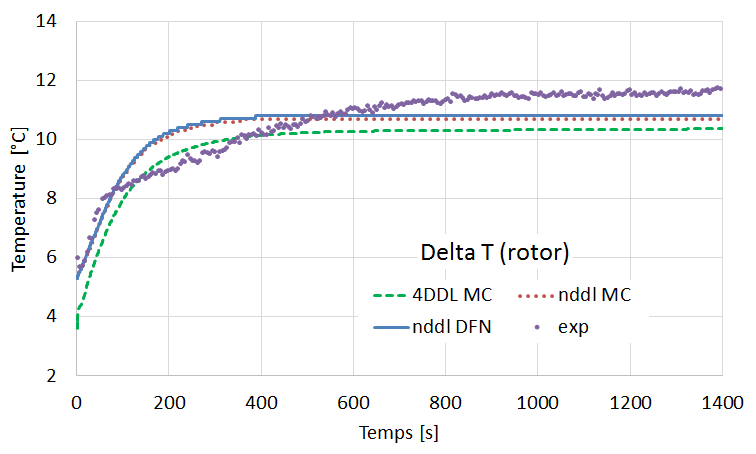


Figure 4.3‑5 : la différence de la température à la surface du rotor

### Phases du balourd, point haut et point chaud

Les phases du balourd, du point haut et du point chaud sont exprimée dans le repère mobile du rotor. Elles sont des informations importantes pour décrire l’effet Morton. La phase du balourd mécanique correspond au point lourd à la surface du rotor. Il permet de repérer la position du balourd mécanique imposé au rotor dans la direction circonférentielle. Sa valeur est généralement connue ; Le point haut est une position spécifique dans la direction circonférentielle à la surface du rotor où l’épaisseur du film correspondante est le minimum. Il peut être déterminé à partir des composants synchrones qui construisent l’orbite synchrone. La méthode de sa détermination est présentée en Annexe ; La phase du point chaud est utilisée pour repérer la température maximale dans la direction circonférentielle et à la surface du rotor. Elle est déterminée à partir du champ de température calculé par le modèle thermique du rotor.

A l’issu de les simulations de l’effet Morton, les phases du point chaud et du point haut sont calculées. Le déphasage entre le point chaud et le point haut est illustré à la **Figure 4.3‑6**. En se basant sur les résultats numériques et les résultats expérimentaux, il est observé que le point chaud est retardé par rapport au point haut et le déphasage est autour de 30 degrés. Ce résultat a confirmé la valeur empirique de ce déphasage entre 0 et 60 degrés, ce qui est mentionné dans l’article de review de Palazzolo **[55]**.

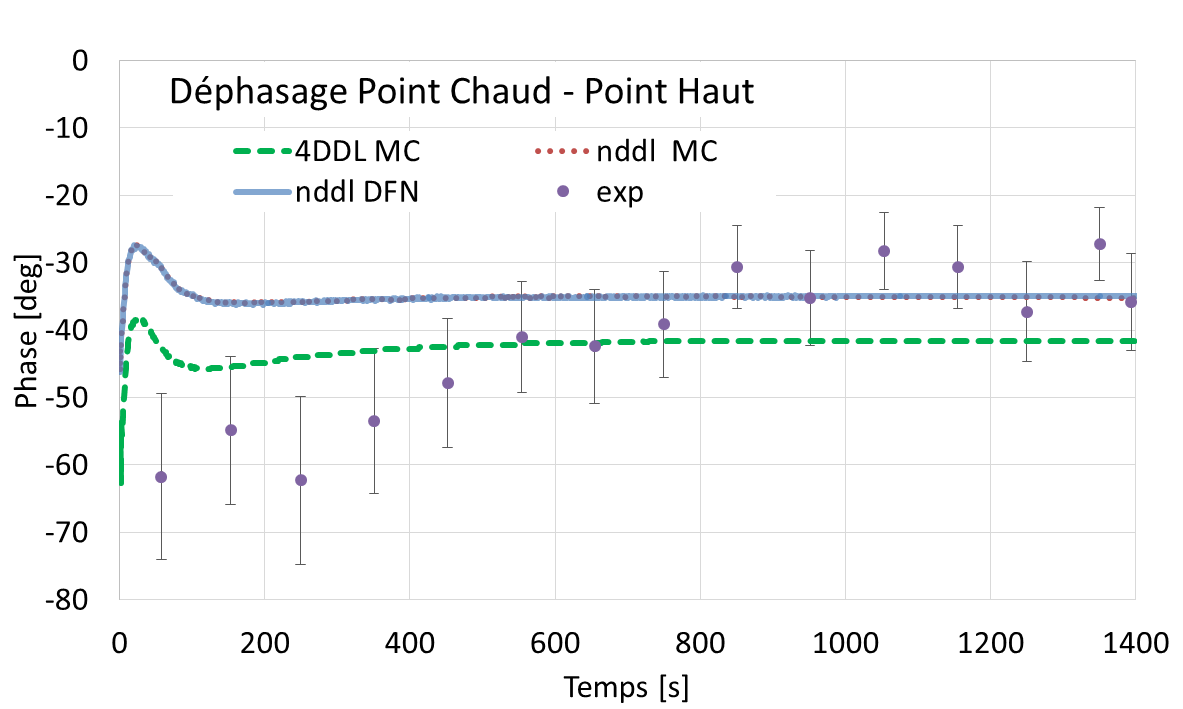


Figure 4.3‑6 : déphasage du point chaud par rapport au point haut

### Critiques des résultats

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre un bon accord sur les valeurs physiques et la tendance d’évolution dans le temps. Les différences de comparaison se trouvent principalement sur le début de la simulation où l’évolution est rapide. Cette différence est à cause de l’état d’équilibre thermique du système non stabilisé. En fait, étant donné que le démarrage du rotor n’a pas pris en compte dans la simulation, le flux thermique et la température évolue rapidement. Cette évolution n’est pas physique. (j’ai eu mal à formuler les phrases pour expliquer la différence au début de la simulation et critiquer les résultats)

Grâce aux cohérences des résultats sur la tendance d’évolution temporelle et la grandeur des valeurs physiques, la confrontation entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux valide les modèles numériques utilisés pour réaliser la simulation de l’effet Morton

## Simulation du rotor 700mm

L’objectif de la simulation de l’effet Morton avec le rotor 700mm est de mettre en évidence le déclenchement de l’effet Morton instable. En se basant sur le résultat de l’analyse de stabilité de l’effet Morton présenté au chapitre 5, les deux grands balourds mécaniques (i.e. 120 gmm et 140 gmm) sont choisis pour réaliser cette simulation. Ces balourds sont positionnés à l’extrémité NDE au niveau du disque en porte à faux. Le modèle thermique du rotor avec un maillage de 24x6 à l’interface lubrifiant-rotor s’est servi à déterminer le champ de température du rotor. Comme la simulation du rotor 430mm, un modèle thermique avec une géométrie simplifiée du palier est utilisé pour calculer le champ de température à l’interface du lubrifiant-coussinet. La résolution de l’équation de Reynolds couplée avec l’équation de l’énergie détermine la force du palier appliquée au rotor ainsi que les flux thermiques instantanés injectés aux modèles thermiques. Cette force du palier est intégrée au modèle dynamique du rotor à ddl pour déterminer le niveau de la vibration synchrone. En outre, le balourd thermique est modélisé avec l’approche du défaut de la fibre neutre.

La simulation est effectuée à la vitesse 7500 tr/min juste avant la vitesse critique du premier mode de flexion pour maximiser la sensibilité de la vibration par rapport au balourd. Les températures initiales sont fixées à 50°C. Pendant les simulations, les amplitudes et les phases des vibrations synchrones au milan du palier hydrodynamique, ainsi que le champ de température à la surface du rotor sont enregistrés. Elles sont illustrées entre le **Figure 4.4‑1** et la **Figure 4.4‑6**.

Les résultats des vibrations synchrones sont illustrés à la **Figure 4.4‑1** et à la **Figure 4.4‑2.** Au début de la simulation, les amplitudes radiales provoquée par le balourd 120 g.mm est plus petite par rapport à celles du balourd 140g.mm. Au cours du temps, elles s’accroissent tous à cause de l’influence du balourd thermique généré et le changement de raideur du film lubrifiant à cause de l’évolution de la viscosité du fluide. Les vibrations synchrones avec ces deux balourds sont en phase pour raison que le rotor tourne à la même vitesse de rotation 7500 tr/min. Les changements des phases ne sont pas assez remarquables pour décrire la vibration synchrone. La trajectoire du balourd 120g.mm décrit toujours une ellipse et ses amplitudes se convergence dans le temps. Cependant, la trajectoire du balourd 140 g.mm devient de plus en plus circulaire et montre une augmentation divergente des amplitudes au bout de 40s, ce qui décrit l’instabilité des vibrations synchrones.

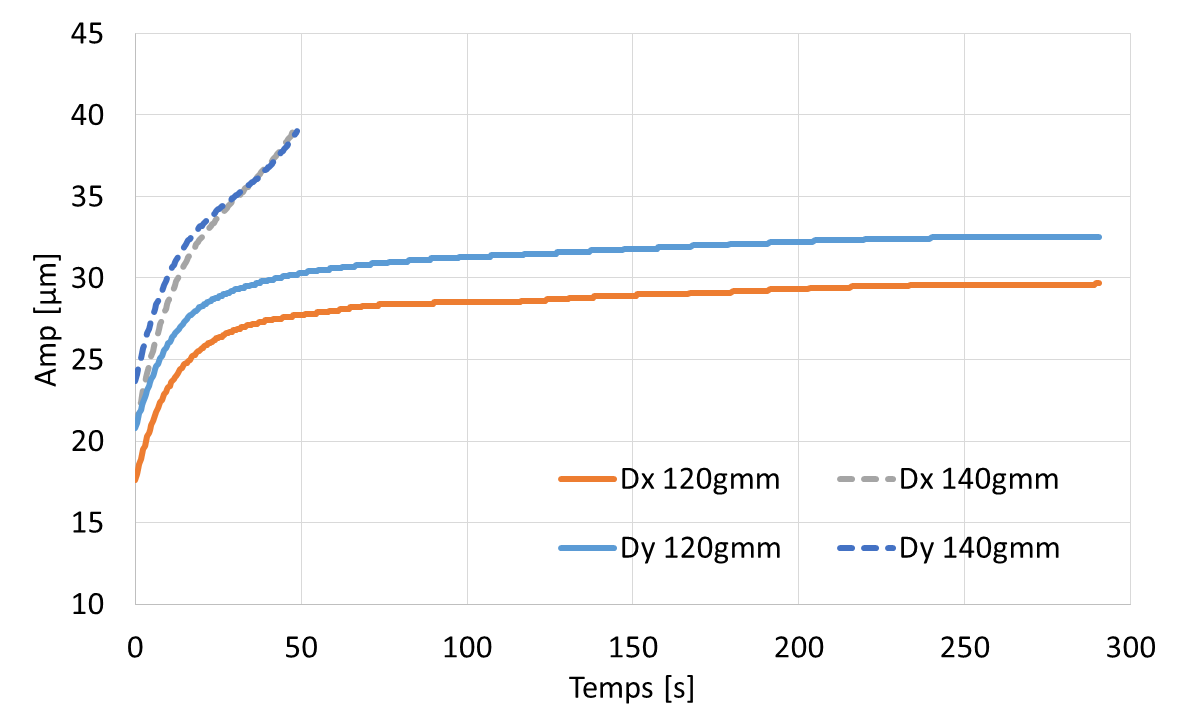


Figure 4.4‑1 : Amplitude des vibrations synchrones au niveau du palier

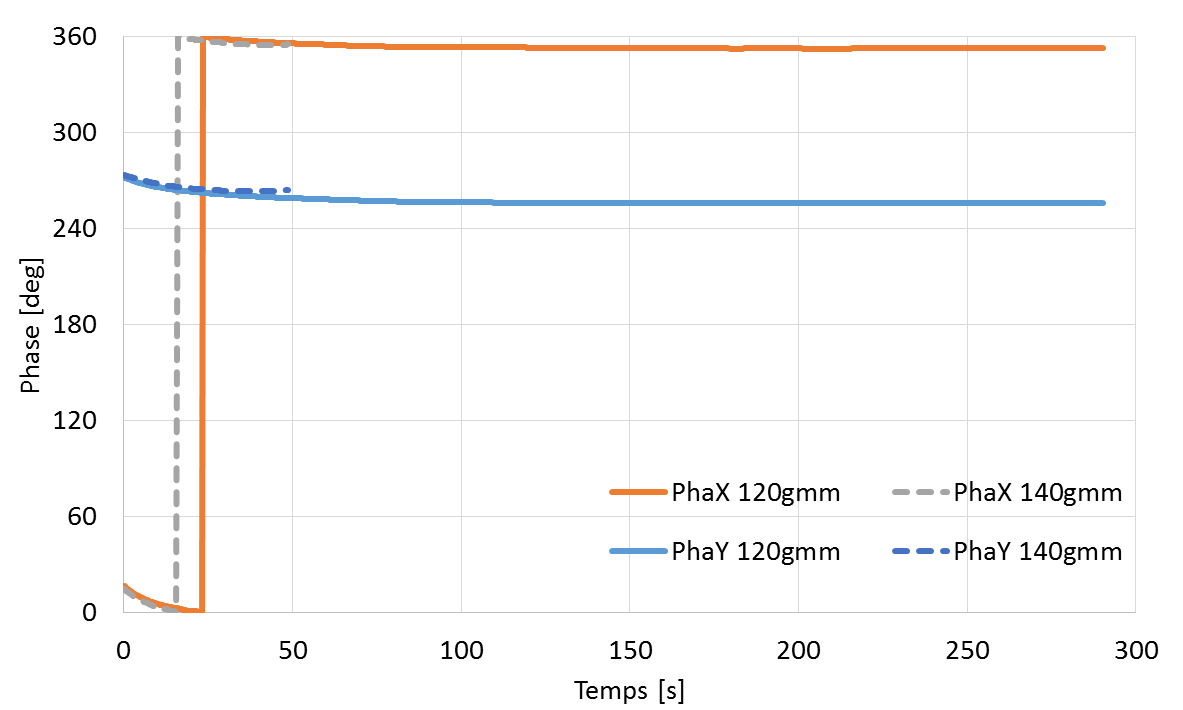


Figure 4.4‑2 : Phases des vibrations synchrones au niveau du palier

L’évolution des résultats thermiques est montrée aux **Figure 4.4‑4**, **Figure 4.4‑5**, **Figure 4.4‑3**. La température moyenne au rotor obtenue avec le balourd 140 g.mm s’accroit de manière instable et celle obtenue avec le balourd 120g.mm s’est stabilisée au cours du temps. Les courbes de la différence de la température à la surface du rotor suivent la même allure que celle des amplitudes de vibrations synchrones. La du balourd 120 g.mm tend vers 10 °C alors que celle obtenue avec le balourd 140 g.mm se diverge dans le temps et confirme le déclenchement de l’effet Morton instable.

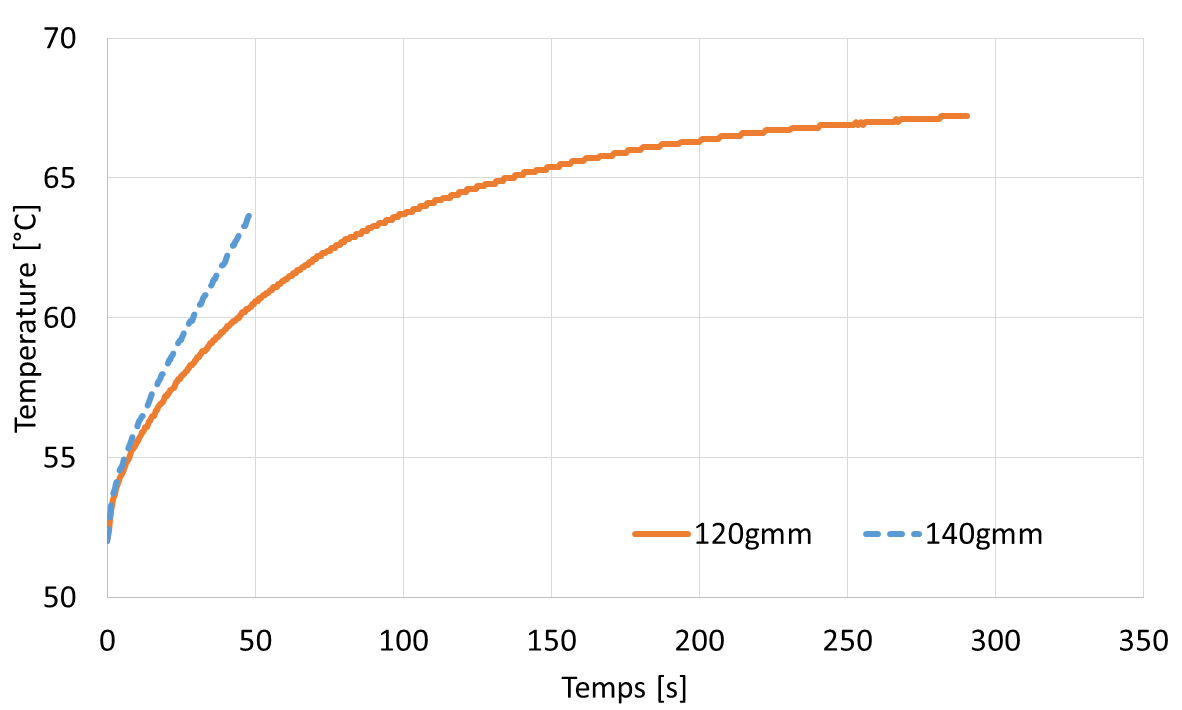


Figure 4.4‑3 : Température moyenné à la surface du rotor dans le palier

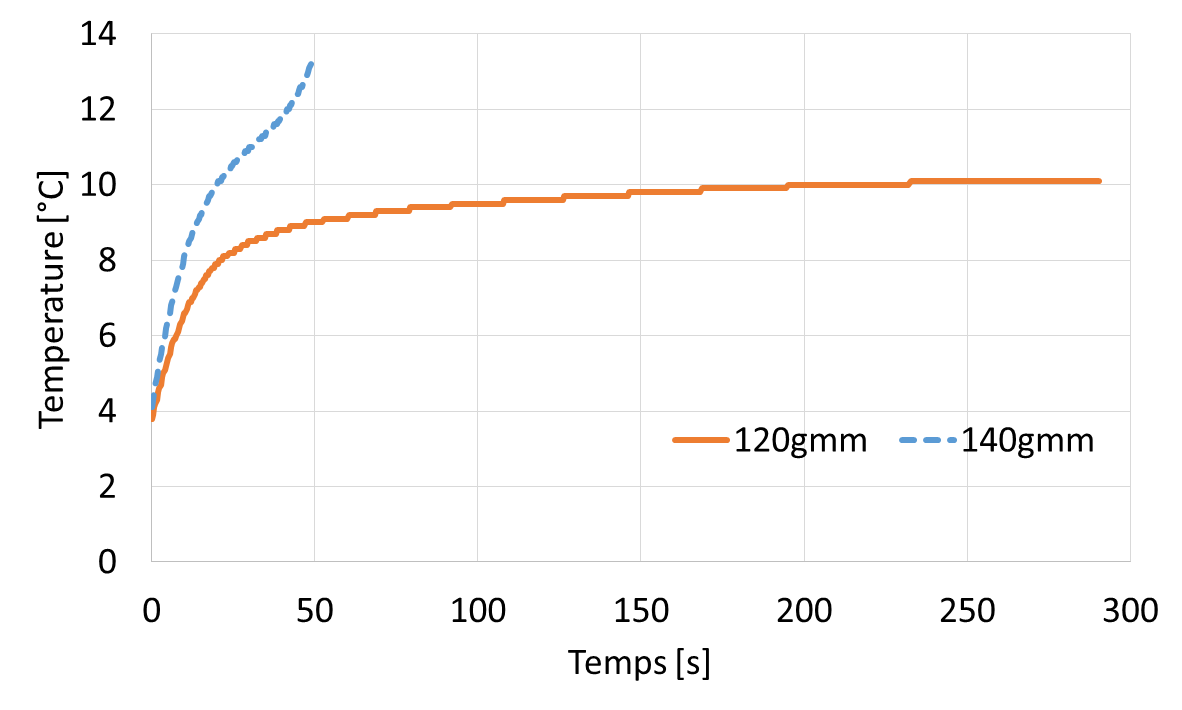


Figure 4.4‑4 : Différence de la température au rotor au mi plan du palier

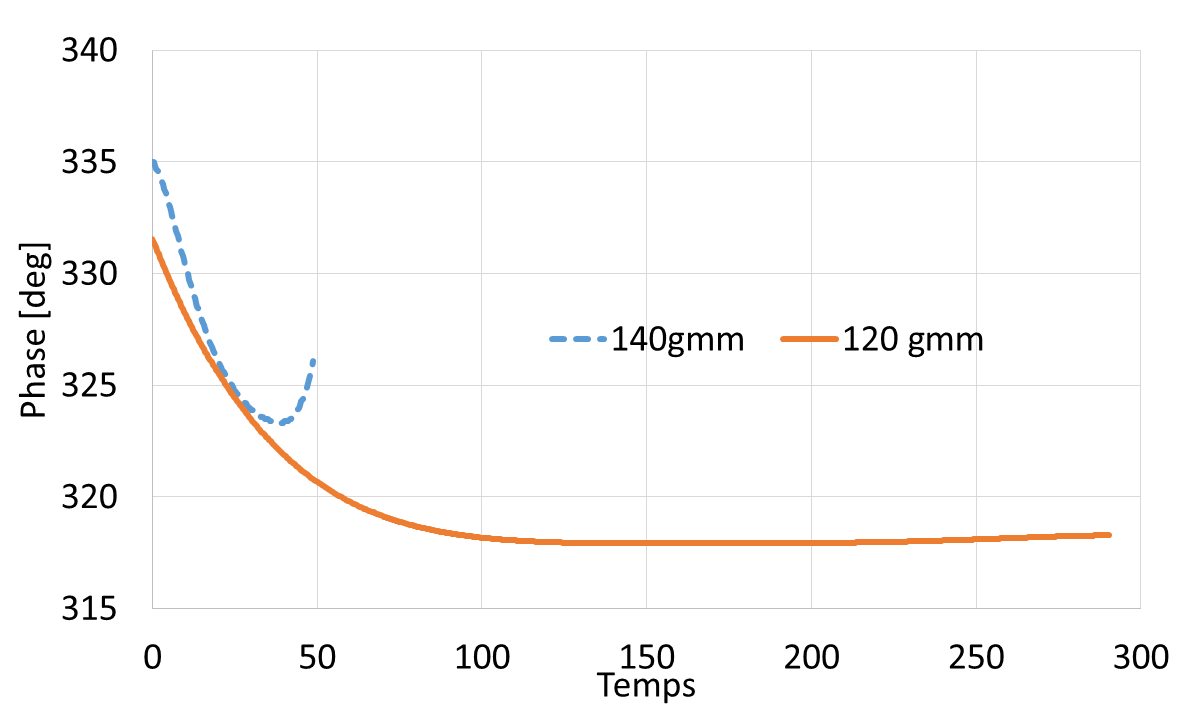


Figure 4.4‑5 : Phase du point chaud dans la direction circonférentielle du rotor

Le changement de la phase du point chaud est lié avec le changement de phase de vibration. Le déphasage du point chaud et du point haut reste toujours dans l’intervalle de 0, 60 degrés.

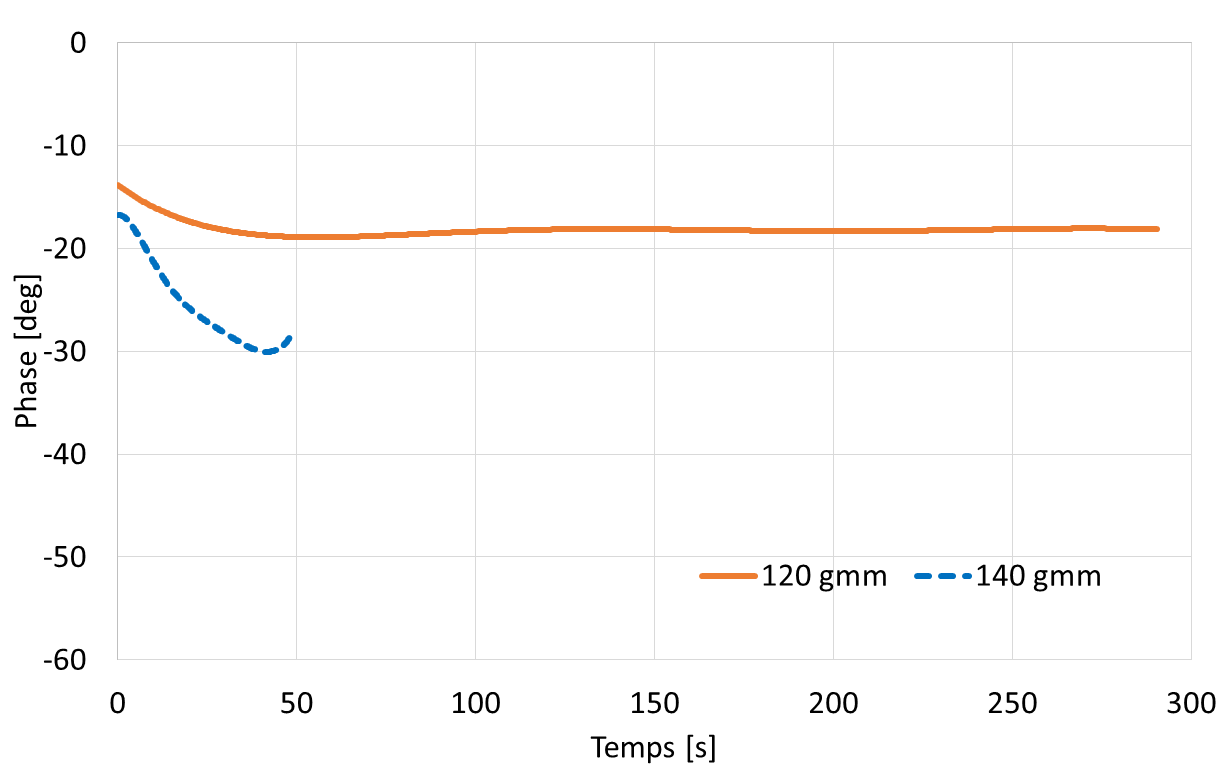


Figure 4.4‑6 : Déphasage du point chaud par rapport au point haut

Malgré l’effet Morton instable mis en évidence avec le balourd 140 g.mm, les phénomènes de la vibration spirale et la vibration cyclique ne sont pas observé dans la simulation. L’origine de ces phénomènes devrait encore être clarifié et vérifié dans le futur.

## Conclusion

Ce chapitre a exposé le modèle complet de l’effet Morton et la stratégie du couplage entre les sous-modèles. Les simulations de l’effet Morton en régime transitoire ont été réalisées en se basant sur le BEM sous deux configurations de rotor. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux obtenus sous la configuration du rotor 430 mm a pour but de valider le modèle complet de l’effet Morton, ainsi que ses sous-modèles. Grâce à la bonne cohérence des résultats sur le niveau de la vibration synchrone et le champ de température à la surface du rotor, les modèles numériques ont été validé. La validation autorise l’utilisation de ces outils numériques pour analyser la stabilité de l’effet Morton au chapitre 5. Néanmoins, le rotor 430mm se comporte seulement avec l’effet Morton stable. Afin de reproduire l’effet Morton instable, la deuxième configuration du rotor 700mm ont été proposée. Le résultat numérique obtenu avec un balourd de 140 g.mm a réussi à reproduire l’effet Morton instable. Ce résultat est cohérent avec la prédiction de l’instabilité de l’effet Morton en utilisant la méthode détaillée dans le chapitre 5.

# Conclusion générale

À rédiger

# Références

6. B. Newkirk, "Shaft Rubbing: Relative Freedom of Rotor Shafts from Sensitiveness to Rubbing Contact When Running above Their Critical Speeds", Mechanical Engineering, 48(8):830–832, 1926.
7. A.D. Dimarogonas, “Packing Rub Effect in Rotating Machinery,” Ph.D. thesis, RPI, Troy, NY. 1970.
8. A.D. Dimarogonas, “A study of the Newkirk effect in turbomachinery”, Wear, Volume 28, Issue 3, 1974, Pages 369-382, ISSN 0043-1648, https://doi.org/10.1016/0043-1648(74)90193-8.
9. W. Kellenberger, "Spiral Vibrations due to the Seal Rings in Turbogenerators Thermally Induced Interaction between Rotor and Stator," Journal of Mechanical Design, 102(1), pp. 177-184. 1980.

12. J. Schmied, "Spiral Vibrations of Rotors," Proceedings of the ASME Design Technology Conference, 1987.
13. Tong X, Palazzolo A, Suh J. A Review of the Rotordynamic Thermally Induced Synchronous Instability (Morton) Effect. ASME. Appl. Mech. Rev. 2017;69(6):060801-060801-13. doi:10.1115/1.4037216.
14. F.M. De Jongh, and P.G. Morton, “The synchronous Instability of a Compressor Rotor Due to Bearing Journal Differential Heating”, ASME Paper No. 94-GT-35. Also published in ASME Transactions, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power; 118, October 1994, pp.816-824
16. J. Schmied, J. Pozivil and J. Walch, "Hot Spots in Turboexpander Bearings: Case History, Stability Analysis, Measurements and Operational Experience," ASME 2008 Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, Berlin, Germany, pp. 1267-1277, 2008.
17. D. Panara, S. Panconi, and D. Griffini, “Numerical Prediction and Experimental Validation of Rotor Thermal Instability,” 44th Turbomachinery Symposium, College Station, TX, 2015.
18. B.T. Murphy, and J.A. Lorenz, 2010, “Simplified Morton Effect Analysis for Synchronous Spiral Instability”, ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 132, October, 2010
19. P.Keogh and P.Morton, “Journal bearing differential heating evaluation with influence on rotor dynamic behavior”, Proceeding of the Royal society of London. Series A: Mathematical and physical Sciences, Vol.441, pp.527-548, 1993.
20. P.Keogh and P.Morton, “The Dynamic Nature of Rotor Thermal Bending Due to Unsteady Lubricant Shearing Within a Bearing,” Proc. R. Soc. London, Ser. A: Math. Phys. Sci., 445(1924), pp. 273– 290, 1994.
21. Morton, P. G., 2008, “Unstable Shaft Vibrations Arising from Thermal Effects due to Oil Shearing between Stationary and Rotating Elements,” IMECHE Proc. Of International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Exeter, England, C63/10/08.
22. F. de Jongh and P. Van Der Hoeven, eds.,“Application of a Heat Barrier Sleeve to Prevent Synchronous Rotor Instability,” 27th Turbomachinery Symposium, College Station, TX, pp. 17–26, 1998.
23. B.T. Murphy, and J.A. Lorenz, “Case Study of Morton Effect Shaft Differential Heating in a Variable-Speed Rotating Electric Machine, Proceedings of GT2011, ASME Turbo Expo, June 6-11 2011, BC, Canada
24. A.C. Balbahadur and G.Kirk, “Part I-theoretical model for a synchronous thermal instability operating in overhung rotors”, International Journal of Rotating Machinery, vol. 10, pp.447-487, 2004.
25. A.C. Balbahadur and G.Kirk, “Part II-Case Studies for a Synchronous Thermal instability operating in Overhung Rotors”, International Journal of Rotating Machinery, vol. 10, pp.447-487, 2004
26. A.C. Balbahadur, 'A Thermoelastohydrodynamic Model of the Morton Effect Operating in Overhung Rotors Supported by Plain or Tilting Pad Journal Bearings', PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and University, 2001.
27. G. Kirk and Z. Guo, "Design Tool for Prediction of Thermal Synchronous Instability," ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Portland, Oregon, USA, 2013.
28. J.G. Lee and A. Palazzolo, “Morton Effect Cyclic Vibration Amplitude Determination for Tilt Pad Bearing Supported Machinery,” Journal of Tribology-Transactions of the ASME, vol.135, Jan 2013
29. J. Suh and A. Palazzolo, “Thre-Dimensional THD Morton Effect Simulation Part I: Theoretical Model,” Journal of Tribology-Transactions of the ASME, vol.136(3), Apr 2014
30. J. Suh and A. Palazzolo, “Thre-Dimensional THD Morton Effect Simulation Part II: Advanced Modeling and Parametric Studies,” Journal of Tribology-Transactions of the ASME, vol.136(3), Apr 2014
31. R.Gomiciaga and P.S.Koegh, “ Orbit Inducced Journal Temperature Variation in Hydrodynamic Bearings,” ASME Journal of Tribology , 121, pp.77-84, 1999
32. X. Tong, A. Palazzolo and J. Suh, "Rotordynamic Morton Effect Simulation With Transient, Thermal Shaft Bow," ASME J. Tribol., 138(3), p. 031705, 2016.
33. Z. Guo, et G. Kirk, "Morton Effect Induced Synchronous Instability in Mid-Span Rotor–Bearing Systems—Part I: Mechanism Study," J. Vib. Acoust., 133(6), p. 061004, 2011.
34. B.S. Grigor’ev , A.E. Fedorov, and J. Schmied, "New Mathematical Model for the Morton Effect Based on the THD Analysis," Proc. 9th IFToMM Int. Conf. on Rotor Dynamics, Milan, Italy, pp. 2243-2253, 2015.
35. Zhang, S.; Hassini, M.-A.; Arghir, M. Accuracy and Grid Convergence of the Numerical Solution of the Energy Equation in Fluid Film Lubrication: Application to the 1D Slider. Lubricants 2018, 6, 95.
36. Feng K, Kaneko S. “Thermohydrodynamic study of multiwound foil bearing using Lobatto point quadrature”, ASME Journal of Tribology, Vol.131, April 2009
37. Woloszynski T, Podsiadlo P, Stachowiak GW, “Efficient Solution to the Cavitation Problem in Hydrodynamic”, Tribology Letters, Springer, 2015
38. J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe et M. Godet, Lubrification hydrodynamique- paliers et butées, Paris: Eyrolle, 1990.
39. Elrod HG, “A cavitation algorithm”, ASME Journal of Lubrication Technology, 1981, Vol. 103, pp.350-354
40. Bonneau, D. ; Fatu, A. ; Souchet, D. “Paliers hydrodynamiques1 and 2, équations, modèles numériques isothermes et lubrification mixte”, Lavoisier, Paris, 2011, ISBN 978-2-7462-32990
41. Ferziger, J.H.; Peric, M. “Computational Methods for Fluid Dynamics”, third, rev. edition, Springer, 2002, ISBN: 978-3-319-99693-6
42. Elrod HG, Brewe DE. “Thermo hydrodynamic analysis for laminar lubricating films”, Technical report, NASA technical memorandum 88845, 1986
43. Elrod HG. “Efficient numerical method for computation of thermo hydrodynamics of laminar lubricating films”, Technical report, NASA Lewis Research Center, 1989.
44. Moraru LE. “Numerical prediction and measurements in the lubrication of aeronautical engine and transmission components” [PhD.thesis]. University of Toledo, 2005.
45. Mahner, M.; Lehn A. and Schweizer B., “Thermogas- and thermohydrodynamic simulation of thrust and slider bearings: Convergence and efficiency of different reduction approaches”, Tribology International, Volume 93, Part B, Pages 539-554, 2015, DOI: 10.1016/j.triboint.2015.02.030
46. Giraudeau, C.; Bouyer, J.; Fillon, M.; Hélène, M. and Beaurain, J. “Experimental Study of the Influence of Scratches on the Performance of a Two-Lobe Journal Bearing”, Tribology Transactions, 2016, DOI: 10.1080/10402004.2016.1238528
47. Suh J, Palazzolo A. “Three-Dimensional Thermohydrodynamic Morton Effect Simulation — Part I: Theoretical Model”, ASME Journal of Tribology. 2014; 136(3):031706-031706-14. doi:10.1115/1.4027309.
48. Feng K, Kaneko S. “Thermohydrodynamic study of multiwound foil bearing using Lobatto point quadrature”, ASME Journal of Tribology, Vol.131, April 2009
49. M. Lalanne and G. Ferraris. “Rotor dynamics prediction in engineering” , John Wiley and Sons, Chichester (UK), 1990, ISBN 0471 926337
50. J. Vance, Z. Fouad et B. Murphy, “Machinery Vibration and Rotordynamics”, John Wiley & Sons, 2010, ISBN: 9780471462132
51. M. Friswell, J. Penny, S. Garvey et A. Lees, “Dynamics of Rotating Machines” Cambridge: Cambridge University Press, 2010, doi:10.1017/CBO9780511780509
52. Lalanne, M., Ferraris, G., Genta, G., 1998, Rotordynamics prediction in engineering, Springer.
53. DAKEL M., BAGUET S., DUFOUR R. Nonlinear dynamics of a support-excited flexible rotor with hydrodynamic journal bearings. Journal of Sound and Vibration, 2014, vol. 333, n° 10, pp. 2774-2799.
54. DAKEL M., 2014, "Stabilité et dynamique non linéaire de rotors embarqués", thèse de INSA de Lyon
55. Zienkiewicz O.C. et Taylor R.T. : The Finite Element Method Volume 1 : The Basics, 5th Ed, Butterworth-Heinemann, 2000.
56. Levenspiel, O., Engineering Flow and Heat Exchange, Revised Edition, Plenum Press, 1998, pp. 173-78, 182-84.
57. CodeAster© Référence R5.02.01, “Algorithme de thermique linéaire transitoire”
58. CodeAster© Référence R3.03.08, "Relations cinématiques linéaires de type RBE3"
59. Tong X, Palazzolo A, Suh J., "Rotordynamic Morton Effect Simulation With Transient, Thermal Shaft Bow," ASME J. Tribol., 138(3), p. 031705, 2016.
60. Tong X, Palazzolo A, Suh J., “A Review of the Rotordynamic Thermally Induced Synchronous Instability (Morton) Effect”. ASME. Appl. Mech. Rev. 2017;69(6):060801-060801-13. doi:10.1115/1.4037216.

1. Cette instabilité est connue comme « chasser un fantôme » ! [↑](#footnote-ref-1)
2. Les vitesses au niveau des paliers s’écrivent d’une manière similaire en décrivant Eq.3-14 par rapport au temps. [↑](#footnote-ref-2)