

华中科技大学

模电课程设计

求解线性常微分方程的模拟计算机设计

院 系 电子信息与通信学院

专业班级 信卓 2201 班

姓 名 董浩

学 号 U202213781

指导教师 肖看

2023 年 10 月 13 日

摘 要

本设计制作的模拟计算机系统, 利用 2 片 LM324 运算放大器芯片和若干电容、电阻以及二极管等元器件, 可实现 $\Omega = 600\text{rad/s}$ 的正弦波和同频同相的方波的生成。对于给定的线性常微分方程, 初始条件和输入信号, 可以实现对微分方程的求解。可在零输入、零响应以及全响应三种状态之间切换, 计算出响应的结果, 并将结果以信号的形式输出。

关键词: 模拟计算机; 线性常微分方程; LM324; 信号发生器; 运算放大器

目 录

1 设计要求

1.1 具体要求

利用测评板上提供的器件，设计制作一个求解下列微分方程的模拟计算机，如图 1-1 所示。

$$\frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} + 4 \times 10^4 \cdot u_o(t) = 3 \times 10^4 \cdot u_i(t)$$

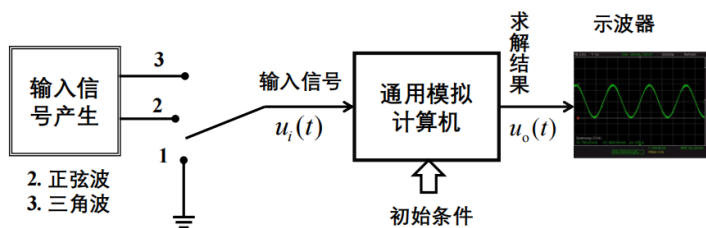


图 1-1 求解微分方程的模拟计算机结构示意图

1.2 方案设计

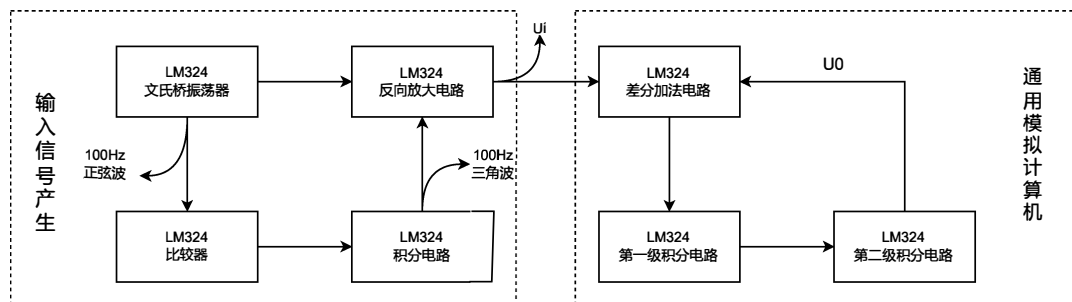


图 1-2 设计框图

1.3 详细电路图

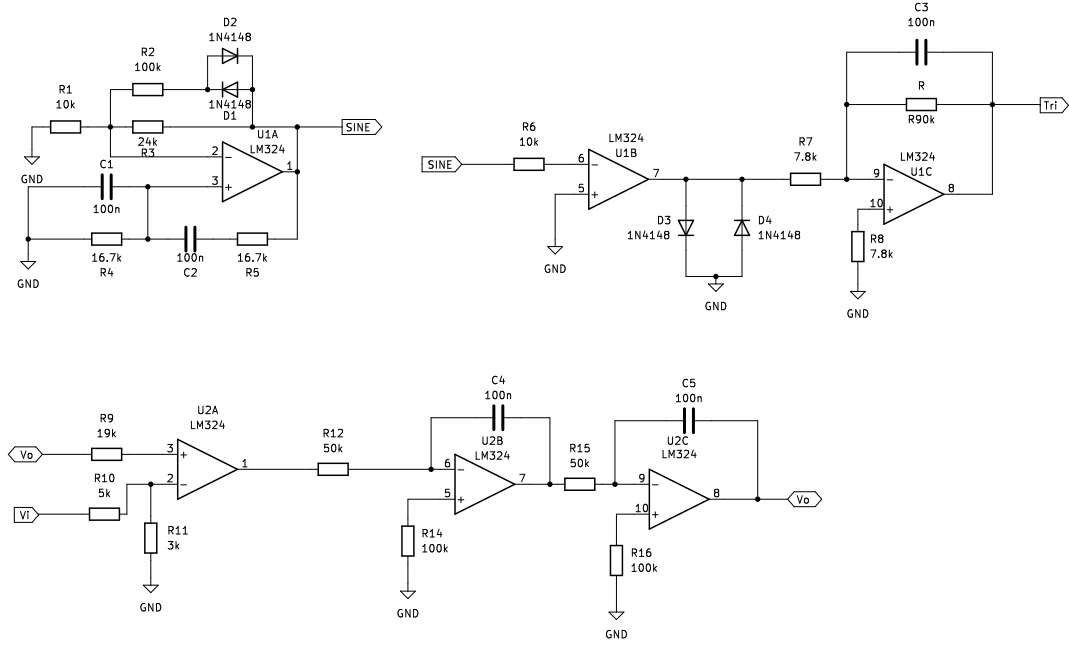


图 1-3 原理图

2 电路模块设计及参数计算

2.1 信号发生部分

2.1.1 文氏桥振荡电路

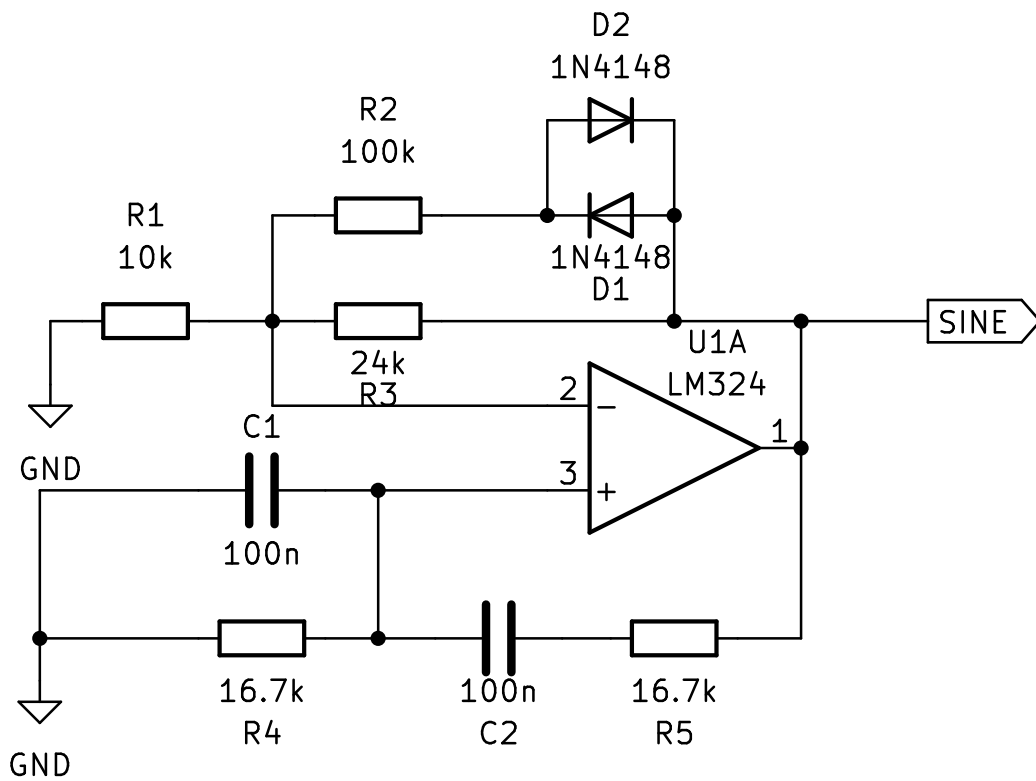


图 2-1 文氏桥电路

文氏桥振荡电路如图 2-1 所示: 振荡频率 $f = \frac{1}{2\pi RC}$, 令 $f = 96Hz$, 得 $RC = 1.66mS$, 取 $R = 16.7K\Omega$, 得 $C = 100nF$, 起振要求 $R_f/R_g > 2$, 取 $R_f = 24K\Omega$, $R_g = 10K\Omega$ 。

2.1.2 三角波产生电路

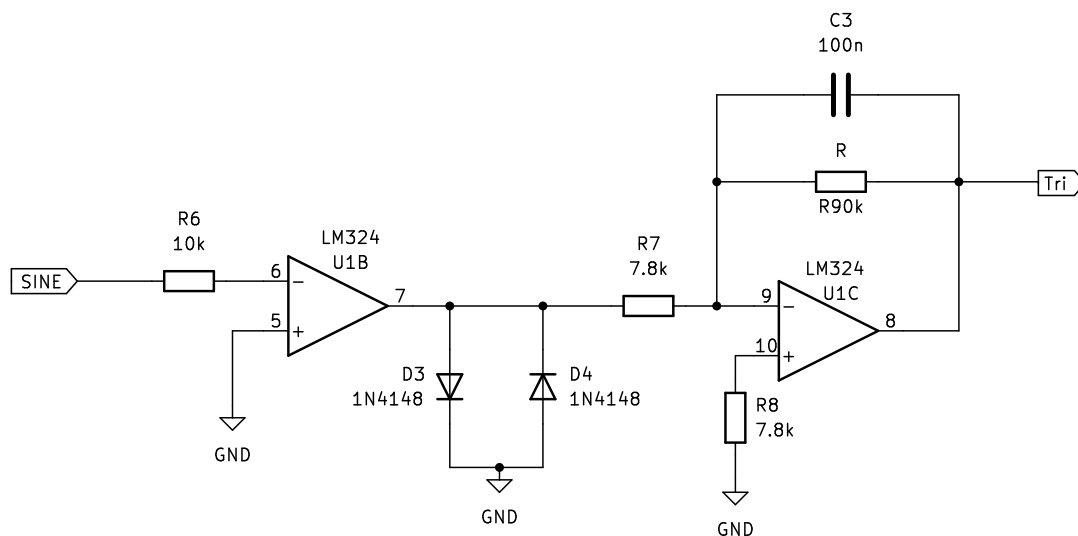


图 2-2 三角波产生电路

三角波产生电路如图 2-2 所示, 采用过零比较器和反向积分电路处理正弦波得到三角波。正弦波经过过零比较器后输出方波, 经过两个二极管限幅后送入积分电路, 输出三角波。积分电路输出三角波的幅值为 $V = \frac{V_i}{CR_f}$, 其中经过二极管限幅后, 输入信号的幅值为 0.7V 左右, 为保证输出的幅值在 1V 以上, 取 $R = 7.8k\Omega$, $C = 100nF$, 同时为了保证积分器不饱和, 需要在电容的两端并联一个泄流电阻, 取 $R = 90K\Omega$ 。

2.2 运算部分

2.2.1 总体思路

运算部分由一个差分减法器 and 两个积分放大器组成。差分减法器的一个输入端连接输入, 另一个输入端连接输出, 形成反馈。差分减法器的输出 $V_{o1} = \frac{3}{4}V_i - V_o$, 第一级积分器对差分减法器的输出信号积分后, 再由第二级积分放大器对其积分, 得到输出信号 V_o 。同时, 可通过控制电容的初始电压从而控制微分方程解的初始条件。

对于二阶常微分方程:

$$\frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} + 4 \times 10^4 u_o(t) = 3 \times 10^4 u_i(t)$$

,

可化简为

$$\frac{1}{4 \times 10^4} \times \frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} = \frac{3}{4} u_i(t) - u_o(t)$$

故第一级先使用差分减法器得到:

$$u_{01} = \frac{3}{4} u_i - u_o$$

第二级和第三级使用积分器:

$$u_{02}(t) = -\frac{1}{RC} \int u_{01}(t) dt$$

$$u_o(t) = \frac{1}{R^2 C^2} \int u_{01}(t) dt$$

故积分器的积分常数应控制为 200。

2.2.2 差分减法器

差分减法器的输出 $V_{o1} = \frac{3}{4} V_i - V_o$, 由相关电路知识分析可知, $\frac{R_2}{R_1} = 1$, $\frac{R_3}{R_4} = \frac{5}{3}$ 。考虑电路实际情况, 可取 $R_1 = R_2 = 10K\Omega$, $R_3 = 5K\Omega$, $R_4 = 3K\Omega$ 。

2.2.3 积分部分

根据本题中所给的微分方程, 积分器的积分常数应控制为 200, 根据积分电路的传输公式, 有 $\frac{1}{RC} = 200$, 取 $R = 50K\Omega$, 则 $C = 100nF$ 。

同时, 根据给定的如下初始条件:

$$u_o(0) = 1V, \quad \frac{du_o(0)}{dt} = 0V/s$$

可得第一级积分器的电容的初始电压为 0V, 第二级积分器的初始电压为 1V。

3 测试结果

3.1 信号发生部分

信号发生部分工作正常，输出稳定的正弦和三角波形，如图所示：

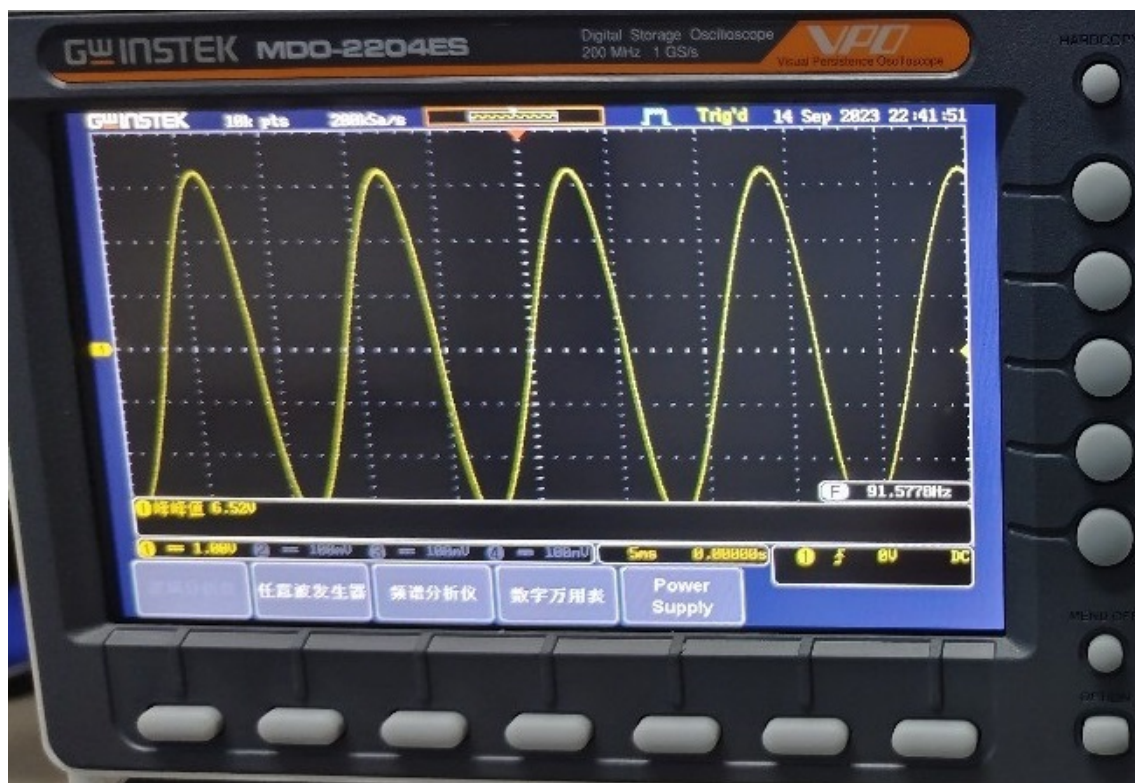


图 3-1 正弦波

但是正弦波接上负载后，正弦波的幅值减小，频率升高，从而对生成的三角波有一定影响：

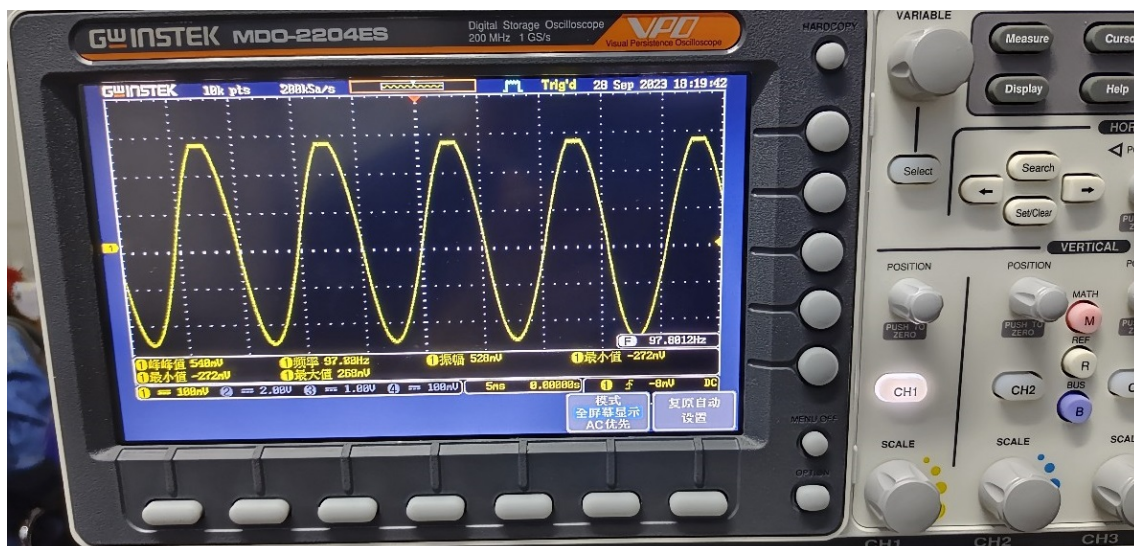


图 3-2 正弦波——接负载

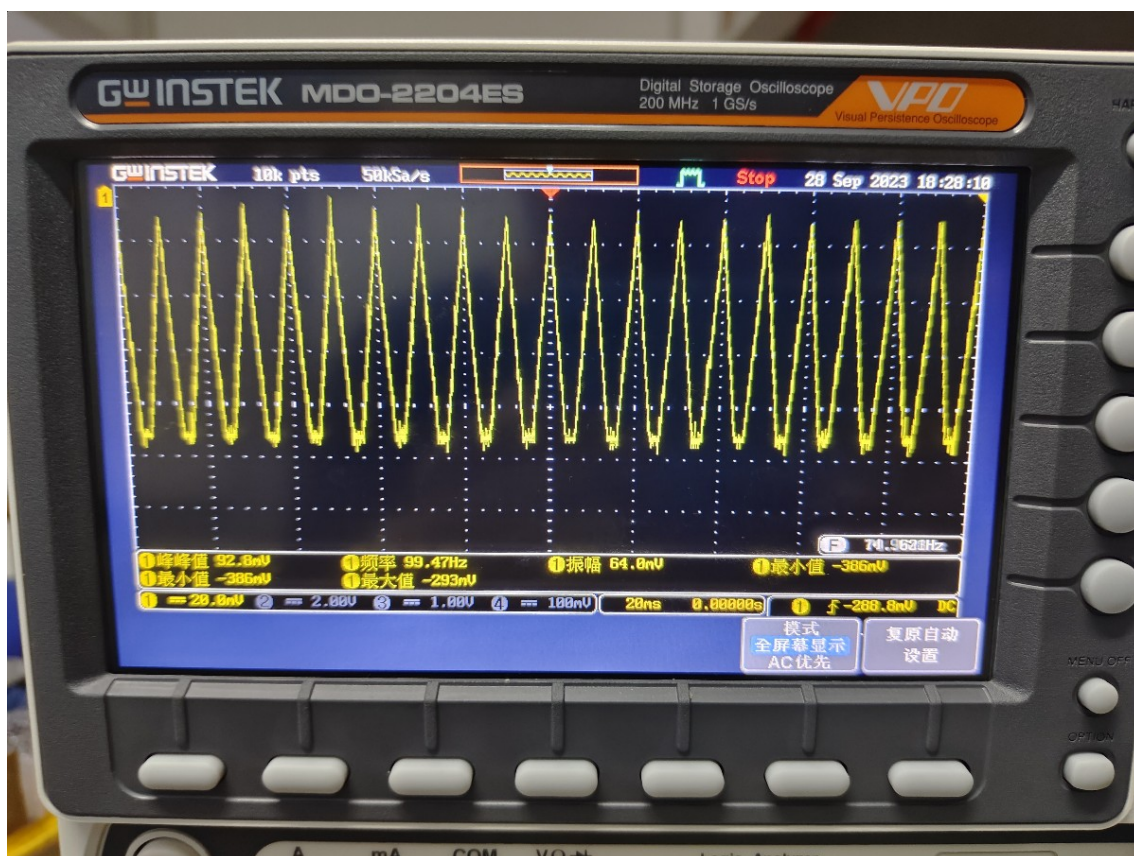


图 3-3 三角波——信号源

3.2 运算部分

差分减法器和积分部分工作正常，使用 100Hz，2V_{pp} 的方波信号测试，输出正常：

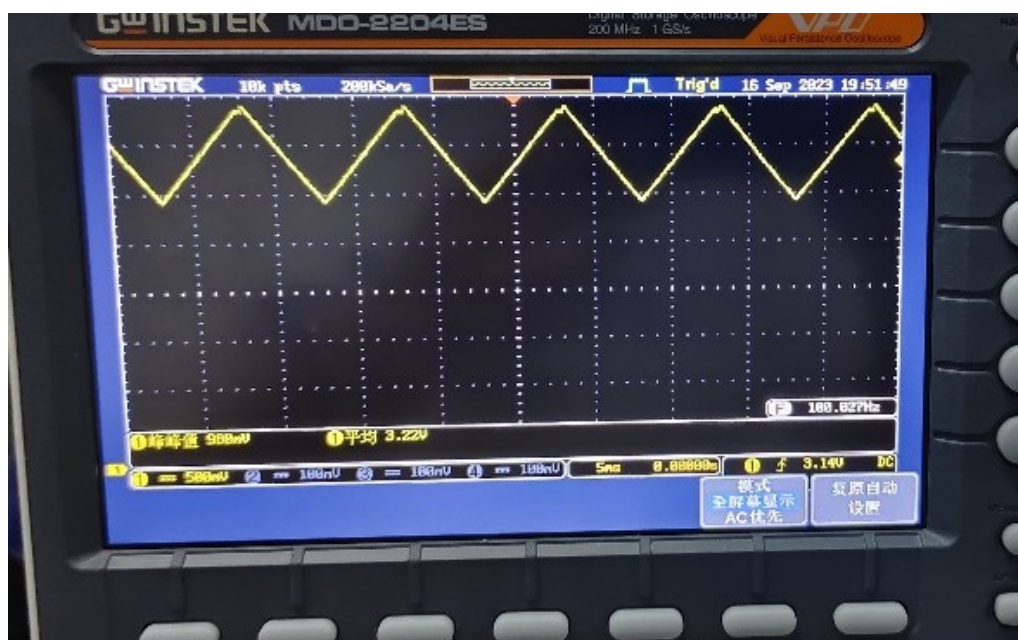


图 3-4 三角波——积分电路

测试零输入响应输出异常， $t=0$ 时刻产生正弦波形后快速衰减， 10τ 后几乎下降为 0，猜测与增益倍数不够，以及输入信号和输出信号的相位差有关。