Hernández Jiménez Irmin

Sesión 19 Sección A 28/03/2022

Suponga que tiene un conjunto de 7 personas, en el cuál dos de estos son parejas

$X = \{\{a, b\}, c, d, e, f, g\}$

A) ¿De cuántas formas se pueden sentar en una fila con 7 asientos?

$7!$

B) ¿De cuántas maneras si la pareja mencionada siempre se sientan juntos

$2!\,6!$

C) ¿De cuántas maneras si la pareja mencionada nunca se sientan juntos?

$7! - 2!6! = 6!(7-2) = 6! \cdot 5$

D) ¿De cuántas maneras si la pareja mencionada se siente una a cada extremo de la fila?

$5! \cdot 2$

$\underline{a}\ \underbrace{\underline{5}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}}_{5!}\ \underline{b}$

Repite el ejercicio anterior para un arreglo circular

A) $6!$ B) $2!\,5!$ C) $6! - 2! \cdot 5! = 5!(6-2) = 4 \cdot 5!$

D) No se puede

Permutaciones

Una permutación es un arreglo ordenado de n objetos distintos tomados r a la vez, donde $n, r \in \mathbb{N}$, $n \geq r$

$$P(n,r) = {}_nP_r = P^n_r$$

Por ejemplo ¿De cuántas maneras se pueden sentar 5 personas en una fila...

a) De un asiento

$P^5_1 = 5$

b) De dos asientos

$P^5_2 = 5 \cdot 4$

c) Tres asientos

$$P^5_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

d) Cuatro asientos

$$P^5_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

e) Cinco asientos

$$P^5_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Los arreglos anteriores se pueden expresar en términos de factoriales de la siguiente manera

$$P^n_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Propiedades de las permutaciones

Sea $n \in W$

1) $P(0,0) = 0! = 1$

2) $P(1,0) = 1! = 1$

3) $P(1,1) = 1! = 1$

4) $P(n,0) = \frac{n!}{n!} = 1$

5) $P(n,1) = n$

6) $P(n,n) = n!$ → Permutación de n elementos tomados n a la vez

7) $P(n, n-1) = n!$

8) $P(n, n-1) = P(n, n)$

Ejemplo 1

Con todas las letras de la palabra INTEGRAL

a) Encontrar el número de permutaciones diferentes que se pueden formar

$$P(8,8) = 8!$$

Hernández Jiménez Irmin

Sesión 19 Sección A 28/03/2022

b) ¿Cuántos empiezan por una consonante?

$$\underline{5}\cdot\underline{7}\cdot\underline{6}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4}\cdot\underline{3}\cdot\underline{2}\cdot\underline{1} = 5\cdot 7!$$
$$= 5\cdot P(7,7)$$

c) ¿Cuántos empiezan y terminan con consonante?

$$\underline{5}\cdot\underline{6}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4}\cdot\underline{3}\cdot\underline{2}\cdot\underline{1}\cdot\underline{4} = 5\cdot 4\cdot P(6,6) =$$

d) ¿Cuántos tienen las consonantes y las vocales juntas?

$$\underline{5}\ \underline{4}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1}\ \underline{3}\ \underline{2}\ \underline{1} = 5!\cdot 3!\cdot 2! = P(5,5)\cdot P(3,3)\cdot P(2,2)$$

Con las letras de la palabra BALDOR, ¿Cuántos arreglos de cuatro letras diferentes se pueden formar?

a) Si no hay restricción

$$6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = P(6,4)$$

b) Con la B en la posición inicial

$$1\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 1\cdot P(5,3)$$

c) Con 2 consonantes y 2 vocales en posiciones alternadas

$$\underset{c}{4}\cdot\underset{v}{2}\cdot\underset{c}{3}\cdot\underset{v}{1} = 4!\cdot 2$$

d) Con las dos vocales juntas

$$\underset{v}{2}\cdot\underset{v}{1}\cdot\underset{c}{4}\cdot\underset{c}{3} = 4!\cdot 3$$

Un maestro de matemáticas usuario de la banca electrónica quiere generar su clave de acceso, como recurso utiliza seis letras de la palabra HIPOTENUSA

a) ¿Cuántas claves diferentes puede usar?

$$10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = P(10,6)$$

b) ¿Cuántos comienzan con vocal?

$$5\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = 5\cdot P(9,5)$$

c) ¿Cuántos comienzan y terminen con vocal?

$$5\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4 = 5\cdot P(8,4)\cdot 4$$

Hernández Jiménez Irmin
Sesión 19 Sección A 28/03/2022

c) Tres asientos
$$P^5_3 = 5\cdot4\cdot3$$
d) Cuatro asientos
$$P^5_4 = 5\cdot4\cdot3\cdot2$$
e) Cinco asientos
$$P^5_5 = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$$

Los arreglos anteriores se pueden expresar en términos de factoriales de la siguiente manera

$$P^n_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Propiedades de las permutaciones

Sea $n \in W$

1) $P(0,0) = 0! = 1$
2) $P(1,0) = 1! = 1$
3) $P(1,1) = 1! = 1$
4) $P(n,0) = \frac{n!}{n!} = 1$
5) $P(n,1) = n$
6) $P(n,n) = n!$ → Permutación de n elementos tomados n a la vez
7) $P(n,n-1) = n!$
8) $P(n,n-1) = P(n,n)$

Ejemplo 1

Con todas las letras de la palabra INTEGRAL
a) Encontrar el número de permutaciones diferentes que se pueden formar
$$P(8,8) = 8!$$

b) Que empiecen y termine con A

$$\frac{1}{} \frac{5}{} \frac{4}{} \frac{3}{} \frac{2}{} \frac{1}{} \frac{1}{} = 5!$$

c) Que tengan las letras A juntas

$$\boxed{\frac{1}{A} \frac{1}{A}} \frac{5}{I} \frac{4}{G} \frac{3}{U} \frac{2}{N} \frac{1}{S} = 6!$$

d) Que empiecen con la letra I y terminen con S

$$\frac{1}{I} \frac{5}{} \frac{4}{} \frac{3}{} \frac{2}{} \frac{1}{} \frac{1}{S} = \frac{5!}{2!}$$

Ejercicio 2

Encontrar el número de permutaciones diferentes que se puede formar con todas las letras de la palabra ~~infinito~~. INFINITO

a) Si no hay restricción

$$\frac{8!}{3!2!}$$

b) Que empiezen y terminen con N

$$\frac{6!}{3!}$$

c) Que empiecen y terminen con I

$$\frac{6!}{2!}$$

d) Que tengan las vocales juntas

$$4 \cdot \frac{5!}{2!}$$

$$\underbrace{\overbrace{\boxed{\frac{1}{I} \frac{1}{I} \frac{1}{I} \frac{4}{O}}}^{4}}_{1} \underbrace{\frac{5}{N} \frac{4}{F} \frac{3}{N} \frac{2}{T}}_{\frac{5!}{2!}}$$

Ejercicio 3

3 libros de física, 2 de química y 3 de matemáticas se van a acomodar sobre un estante, si los libros de las mismas materias son iguales entre sí, calcular

a) El número de maneras como se pueden acomodar

$$\frac{8!}{3!2!3!}$$