

¿Por qué $\bar{x} \geq G \geq H$?

Sea a, b ; $a = b$, $a > b$ o $a < b$ (ley de tricotomía)
 $a - b \geq 0$, para garantizar que esa diferencia sea ≥ 0 , entonces $(a-b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$
 $(a+b)^2 \geq 4ab$ $\leftarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$
 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
 $\bar{x} \geq G$ (para dos números)

Ejercicio. Dos salarios reportados ante el SAT de 4 personas que trabajan en una pequeña empresa fueron los siguientes: \$5,000; \$6,000; \$6,500; \$30,000. Calcule las 5 medidas de tendencia central.

$$\bar{x} = \frac{5,000 + 6,000 + 6,500 + 30,000}{4} = \$11,875$$

$$G = \sqrt[4]{(5,000)(6,000)(6,500)(30,000)} = \$8,745.38$$

$$H = \frac{4}{\frac{1}{5,000} + \frac{1}{6,000} + \frac{1}{6,500} + \frac{1}{30,000}} = \$7,222.22$$

$$\text{Mediana } Md = \frac{4+1}{2} = 2.5 \text{ entre } 2 \text{ y } 3$$

$$\mu = \frac{6,000 + 6,500}{2} = \$6,250$$

Moda: No hay. Es Amodal

Para que una muestra sea buena, debe haber sido tomada al azar y tener características apropiadas.

Un grave problema que presenta la media aritmética es que es muy sensible a los valores extremos de un conjunto de datos; cuando eso sucede es más aconsejable emplear a la mediana.

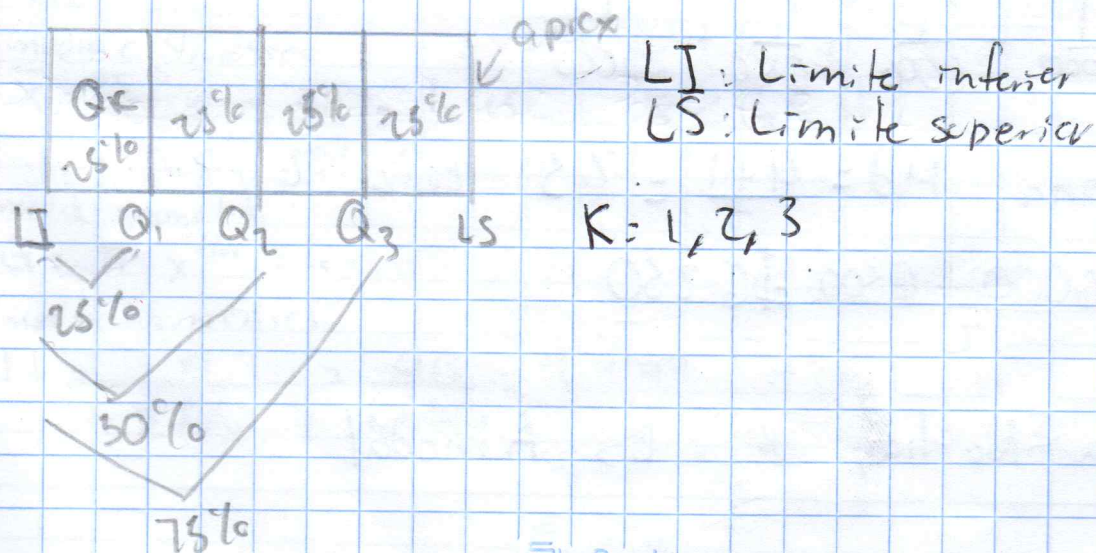
La armonica trata de equilibrar los grandes "baches" de los datos (\$5000 y \$30:000)

Medidas de Posición

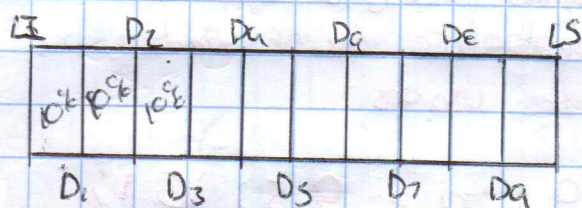
Sirve para describir la localización específica de un dato en relación con el resto de la muestra o población. Las medidas de posición o de ubicación más populares son las sigs.

De cuantos

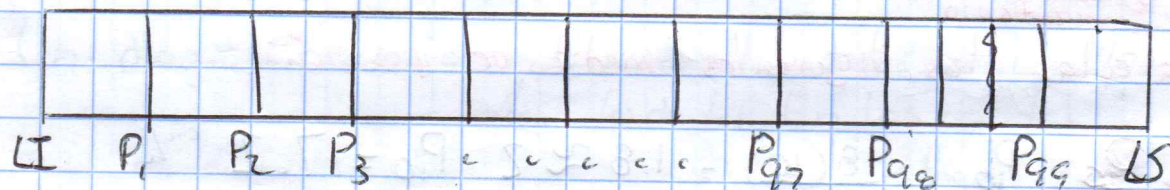
i) Cuartiles (Q_k): Son números que dividen a los datos ordenados en 4 partes.



2) Deciles (D_{10}) $K = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$



3) Percentiles (Percentiles) P_K $K = 1, 2, 3, \dots, 99$



La mediana también puede ser también una medida de posición, siendo Q_2 , D_5 o P_{50} .

$$Md = D_5 = Q_2 = P_{50}$$

$$Q_1 = P_{25}$$

$$Q_3 = P_{75}$$

$$D_4 = P_{40}$$

Todo es relativo al

LI, y con base a él, de ahí para arriba.

Y sirve con f_a (P)

Procedimiento "Bairtz" para obtener las medidas

1) Ordenar los datos

2) Si se trata de: Q_2 , D_5 , P_{50} , se saca Md .

$$Md = \frac{n+1}{2}$$

3) Encontrar la posición del "Cuantil" (nombre genérico)

$$Q_{k\text{ pos}} = \frac{nK}{4}$$

$$D_{k\text{ pos}} = \frac{nK}{10}$$

$$P_{k\text{ pos}} = \frac{nK}{100}$$

4) Si la posición encontrada no es un entero, entonces la posición se redondea al entero más próximo.

5) Si la fracción es 0.5 , se toman los valores anterior y posterior a la posición y se calcula la media de estos dos

Ejemplo. El s.g. conjunto de datos ordenados representa una muestra de los rendimientos de gasolina en km/L reportados por una compañía que se dedica a la compra y venta de autos usados:

6.5; 7.2; 7.5; 8.2; 8.7; 9.1; 9.3; 9.5; 10.1;

1° 2° 3° 4° 5° 6° 7° 8° 9°

11.4; 11.8; 11.9; 12.0; 13.1; 13.5; 14.2; 14.5; 14.7

10° 11° 12° 13° 14° 15° 16° 17° 18°

no se calculan
 se encuentran: 0

Calcular las siguientes medidas de posición:

1. P_{10} $P_{10\text{ pos}} = \frac{18(10)}{100} = 1.8 \approx 2$ $P_{10} = 7.2 \text{ km/L}$
 $\rightarrow 1^\circ \text{ y } 2^\circ$

2) Q_1 $Q_{1\text{ pos}} = \frac{18(1)}{4} = 4.5$ $Q_1 = \frac{8.2 + 8.7}{2} = 8.45 \text{ km/L}$
 $\rightarrow 8^\circ \text{ y } 9^\circ$

3) Q_2 $Q_{2\text{ pos}} = \frac{18(2)}{4} = 9$ $Q_{2\text{ pos}} = \frac{n+1}{2} = 9.5$ $M = \frac{10.1 + 11.4}{2} = 10.75$
 $\rightarrow 13^\circ \text{ y } 14^\circ$

$Q_2 = 10.75 \text{ km/L}$

4) Q_3 $Q_{3\text{ pos}} = \frac{18(3)}{4} = 13.5$ $Q_3 = \frac{12.0 + 13.1}{2} = 12.55 \text{ km/L}$
 $\rightarrow 16^\circ$

5) P_{90} $P_{90\text{ pos}} = \frac{18(90)}{100} = 16.2$ $P_{90} = 14.2 \text{ km/L}$

Resumen con 5 números

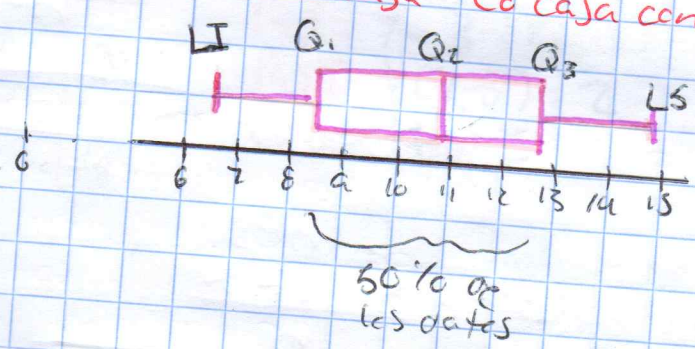
Resulta ser un medio muy eficaz para la descripción de un conjunto de datos y son:

- a) LI: 6.3
- b) Q_1 : 8.45
- c) Q_2 : 10.75
- d) Q_3 : 12.55
- e) LS: 14.7

Los datos son continuos

Un diagrama de caja representa los datos según la manera en la que se reparten los datos. En las cajas este concentrado el 50% de los datos centrales y por lo tanto esa longitud es en estado estadístico

Diagrama de caja (o caja con brazos / bigotes)



Indicadores que utilizan a los cuantiles

1) Rango Intercuartil RI $Q_3 - Q_1$ $12.55 - 8.45 = 4.1$

2) Rango Semiintercuartil RSI $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = 2.05$

3) Cuartil Intermedio QI $\frac{Q_1 + Q_3}{2} = 10.5$

→

También es una MTC

Otras medidas:

Med-a Ponderada

Med-a Movil

Ejercicio. Para el sig. conjunto de datos frecuenciales, encuentre los 3 cuantiles y elabore su diagrama de caja.

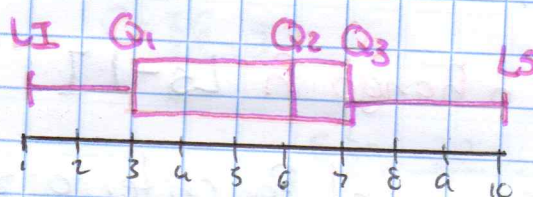
x	f	F
1	4	4
2	3	7
3	3	10
4	4	14
5	5	19
6	7	26
7	3	31
8	5	36
9	3	39
10	1	40

a) Q_1 $Q_1 \text{ pos} = \frac{40(1)}{4} = 10 \text{ pos}$
 $Q_1 = 3$

b) $Q_2 = Md$ $Md \text{ pos} = \frac{40+1}{2} = 20.5$
 $Q_2 = Md = \frac{6+6}{2} = 6$

c) Q_3 $Q_3 \text{ pos} = \frac{40(3)}{4} = 30$ $Q_3 = 7$

d)



$RI = 7 - 3 = 4$

$BSI = \frac{1}{2}(7 - 3) = 2$

$QI = \frac{7+3}{2} = 5$

Medidas de dispersión

Estas medidas indican el grado de dispersión o variabilidad del conjunto de datos. Estas medidas serán mayores cuando los datos estén más desgregados y serán menores cuando estén más cercanamente agrupados.

Tiro en blanco

Ver que tan lejos
estén según la
medida



Las medidas de dispersión que emplearemos en este curso serán

1) Amplitud o Rango: $Ls - LI$

2) Varianza muestral Por criterio si: $n \leq 30$ se le dice muestral y se representa como $s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}$

3) Desviación estándar muestral $n \leq 30$ $s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$

Para una población se considera que $n > 30$

4) Varianza Poblacional $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$

3) Desviación estándar poblacional $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$

La varianza siempre es ≥ 0 , pero en conjunto de datos puede ser 0

Ejemplo Dos estudiantes reportan el siguiente conjunto de calificaciones en su primer semestre de Licenciatura.

Estudiante 1

x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
3	-2	4
5	-2	4
6	-1	1
6	-1	1
7	0	0
8	1	1
9	2	4
10	3	9
$\Sigma x = 56$	$\Sigma = 0$	$\Sigma = 24$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = 7$$

$$s_1^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{24}{8 - 1} = 3.43$$

$$s_1 = \sqrt{3.43} = 1.8520$$

$$R_1 = 10 - 5 = 5$$

$$s_1 > s_2$$

Estudiante 2

x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
3	-4	16
6	-1	1
6	-1	1
7	0	0
7	0	0
8	1	1
9	2	4
10	3	9
$\Sigma x = 56$	$\Sigma = 0$	$\Sigma = 32$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = 7$$

$$s_2^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{32}{8 - 1} = 4.5714$$

$$s_2 = \sqrt{4.5714} = 2.1380$$

mentas más grande es
 mayor dispersión

$$R_2 = 10 - 3 = 7$$