Mercado Vargas Melisa 6IM7
Sección B Sesión 19 23/03/22

Técnicas de conteo

Se utilizan para determinar, sin enumeración directa, el número de elementos que forman parte de un conjunto.

Se analizan dos de los principios de cardinalidad que son base para contar los elementos de un conjunto en particular.

A) Principio aditivo: El número total de maneras en que puede ocurrir un evento sin que ocurran de manera simultánea es: $n_1 + n_2 + \dots + n_n$ $n \in \mathbb{N}$. Las intersecciones no se suman.

B) Principio multiplicativo: El número de maneras totales de eventos que pueden suceder simultáneamente y en el orden indicado es: $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_n$
$n \in \mathbb{N}$

Ejemplo
4 sudaderas, 5 suéteres, 6 chamarras
a) Verano → elige sólo una, ¿de cuántas maneras?

- Elige sólo una u otra, el número total de maneras $= 4+5+6 = 15$ maneras posibles

b) Invierno, elige 1 sudadera y 1 suéter y 1 chamarra

$4 \times 5 \times 6 = 120$ maneras

Mercado Vargas Melsa 6IM3
Sección B Sesión 19 25/3/22

a) Un dado se lanza, ¿de cuantas maneras cae? (6 caras)

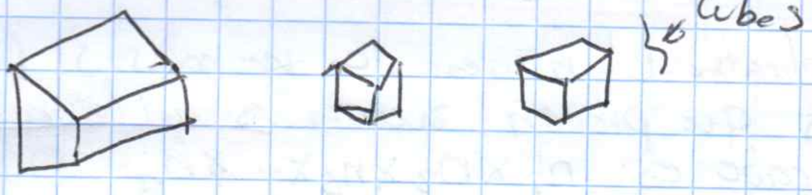
Conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
caras

b) Si se lanza dos veces

$A \times A = A^2 = \{(1,1), \ldots, (6,6)\}$

Hay 36 maneras.

c) Si lo lanza 3 veces
~~Si cuenta.~~
$A^3 = \{(1,1,1), \ldots, (6,6,6)\}$



$\underline{\ \ 6\ \ } \times \underline{\ \ 6\ \ } \times \underline{\ \ 6\ \ } = 216$ posibilidades

Mercado Vargas Melisa 61MD
Sección B Sesión 19 25/3/22

Placas hechas a partir de 3 números y 3 letras

Conjunto de 10 dígitos y 26 letras

$\underset{num}{\underline{10}} \times \underset{num}{\underline{10}} \times \underset{num}{\underline{10}} \times \underset{letra}{\underline{26}} \times \underset{letra}{\underline{26}} \times \underset{letra}{\underline{26}}$

$10^3 \times 26^3 = 17,576,000$ placas diferentes

Ahora las placas son: letra-num-num-letra-letra-letra

$\underline{26} \times \underline{10 \times 10} \times \underline{26} \times \underline{26} \times \underline{26} = 45,697,600$

No siempre vienen casos así en los casos de conteo.

A este tipo de proceso se le llama pruebas con repetición, ya que tanto los nums como letras se pueden repetir

Mercado Vargas Nelsa 6IM3
Sección B Sesión 19 25/3/22

Pruebas (eventos) con y sin repetición

Se etiquetan códigos 2 nums - 2 letras ¿cuánto?

a) Se pueden repetir (11AA)

$10 \times 10 \times 26 \times 26 = 67{,}600$

b) Ni letras ni números repiten (12AB)

~~10 x 9~~

$10 \times 9 \times 26 \times 25 = 58{,}500$

c) Num y 3 letras (0 AAA)

$10 \times 26^3 = 175{,}760$

d) ~~Num~~ no y pero 3 letras sin repetición

$10 \times 26 \times 25 \times 24 = 156{,}000$

Hay ocasiones que en el ejercicio uno tiene que decidir si se repiten o no eventos.

Mercado Vargas Melisa 6IM7
Sección B Sesión 19 25/3/22

5 personas se sientan en 5 asientos. (está implícita la falta de repetición)

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$ maneras

Solo una persona puede sentarse en una silla. Este análisis es de pruebas sin repetición

Notación Factorial

Se define como el producto de todos los enteros sucesivos desde 1 hasta n inclusive ~~nm~~ $n!$

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \ldots \times (n-2) \times (n-1) \times n$

para las técnicas de conteo es mejor:

$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$

Dan números muy grandes

$0! = 1$ (definición)

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 0!$

Si $0! =$ cero, no tendría sentido

El factorial puede ser representado:

$5! = 5 \times 4! = 5 \times 4 \times 3! = 5 \times 4 \times 3 \times 2!$

Macedo Vargas Melsa 6(M)
Sección B Sesión 10 25/3/22

$0! = 1$, $1! = 1$, $2! = 2$

Desarrolla y simplifica

$\frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 7 \times 6 \times 5$

b) $\frac{6!}{10!} = \frac{\cancel{6!}}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6!}} = \frac{1}{10 \times 9 \times 8 \times 7}$

c) $\frac{(n-2)!}{n!} = \frac{\cancel{(n-2)!}}{n(n-1)\cancel{(n-2)!}} = \frac{1}{n(n-1)}$

$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n+2)(n+1)(n)\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = (n+2)(n+1)(n)$

$\frac{(n-r+1)!}{(n-r-2)!} = \frac{(n-r)(n-r-1)(n-r+1)\cancel{(n-r-2)!}}{\cancel{(n-r-2)!}}$

$n > r \quad = (n-r+1)(n-r)(n-r-1)$

Mercado Vargas Melsa 6IM7
Sección B Sesión 19 25/3/22

Usando clave usando una a la vez las letras de su apellido (DORANTES), en el sistema solo se van a utilizar 4 letras

a) ¿cuantas claves?

$\underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} = 1680$ claves

b) Solo consonantes:

$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

c) Cuantas empezarían con vocal

$\underset{O,A,E}{\underline{3}} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} = 630$

d) Empiezan con T y tienen S

$\underset{T}{\underline{1}} \times \underset{S}{\underline{3}} \times \underset{S}{\underline{6}} \times \underset{S}{\underline{5}} = 90$

ó

______

Mercado Vargas Melisa 6IM3
Sección B Sesión 19 25/3/22

$A = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ y sin repeticiones

a) Números de tres dígitos? $|A| = 6$

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{6}} \times \underset{\text{Decenas}}{\underline{5}} \times \underset{\text{unidades}}{\underline{4}} = 120$

b) ¿Números 3 dígitos menores a 400?

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{2}} \times \underset{\text{Decena}}{\underline{5}} \times \underset{\text{unidades}}{\underline{4}} = 40$

2, 3

Son mismos números pero cosas diferentes

partición

c) ¿Cuántos son pares?

$\underset{\text{Centenas}}{\underline{5}} \times \underset{\text{Decenas}}{\underline{4}} \times \underset{\text{Unidades}}{\underline{2}} = 40$

2, 6

d) ¿Impares?

$\underline{5} \times \underline{4} \times \underline{4} = 80$

$|A'| = |\Omega| - |A|$
$= 120 - 40 = 80$

El cero no siempre tiene sentido cuando está a la izquierda:

consultas numéricas ✗

placas ✓

Mercado Vargas Melsa 6IM7
Sección B Semestre 25/03/22

Dígitos $D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, números 4 cifras diferentes, el cero no está a la izquierda (debe ser 1234 y no 0123), encuentra
menor es 1023

a) ¿cuántos? $|D| = 10$

$$\frac{9}{M} \times \frac{9}{C} \times \frac{8}{D} \times \frac{7}{U} = 4536 \text{ números}$$

b) impares

$$\frac{8}{M} \times \frac{8}{C} \times \frac{7}{D} \times \frac{5}{U} = 2240$$

~~0, 2, 4, 6, 8~~
1, 3, 5, 7, 9

c) Múltiplos de 5

$$\frac{9}{M} \times \frac{8}{C} \times \frac{7}{D} \times \frac{1}{U}$$

0, 5
0

$+$

$$\frac{8}{M} \times \frac{8}{C} \times \frac{7}{D} \times \frac{1}{U}$$

5

$= 952$ múltiplos de 5

0) pares

$$4536 - 2290 = 2296$$

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \frac{1}{0} + \underline{8} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underset{2,4,6,8}{\underline{4}}$$

Arreglos ~~[illegible]~~ circulares

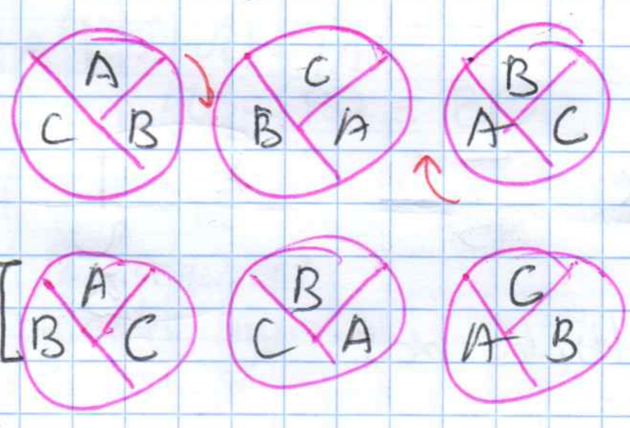
Se usa el factorial para los conjuntos ordenados y sin repeticiones, se presentan al acomodar filas ("12" y de "21"), estos arreglos tienen inicio y fin, pero a veces se necesita un arreglo circular.

A B C en una mesa circular

Las posibilidades son 3! = 6 en un arreglo lineal

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

en un arreglo circular:



mismo arreglo

mismo arreglo

Solo dos arreglos
1) A tiene der B a izq C.
2) A tiene der C e izq B

Similar con los relojes de manecillas, no importa si se gira el reloj, muestra la misma hora.

En ángulos circulares, se toma como referencia 1 de los elementos y con base en este se acomodan los demás. En un conjunto de n elementos será $\boxed{(n-1)!}$ posibilidades

¿7 personas?

a) fila de 7 asientos

$7! = 5040$

b) mesa circular con 7 asientos

$6! = 720$

3 Hombres 3 mujeres se sientan en una fila de 6 asientos. ¿acomodos?

$$6! = \underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 720$$

b) ¿hombres juntos y mujeres juntas?

$$\boxed{\underset{h_1}{\underline{3}} \times \underset{h_2}{\underline{2}} \times \underset{h_3}{\underline{1}}} \times \boxed{\underset{m_1}{\underline{3}} \times \underset{m_2}{\underline{2}} \times \underset{m_3}{\underline{1}}} =$$

$3! \times 3! \times 2!$

↓

por las dos formas que hay (mujeres 1° o hombres 1°)

c) ¿hombres juntos?

$$4 \quad \boxed{\underset{h_1}{\underline{3}} \times \underset{h_2}{\underline{2}} \times \underset{h_3}{\underline{1}}} \times \underset{m_1}{\underline{3}} \times \underset{m_2}{\underline{2}} \times \underset{m_3}{\underline{1}} =$$

$3!\ 4!$

se puede considerar como una persona

d) Alternadas

$$\underset{m_1}{\underline{3}} \times \underset{h_1}{\underline{3}} \times \underset{m_2}{\underline{2}} \times \underset{h_2}{\underline{2}} \times \underset{m_3}{\underline{1}} \times \underset{h_3}{\underline{1}} = 3!\,3!\,2!$$

2!

Mercado Vargas Nelson
Sección B Sesión 19 25/3/22

Con arreglo circular

a) ¿cuantos

$5!$

b) hombres juntos - mujeres juntas

h_1 $3!$

h_2 h_3

$1!$

m_2 m_3

m_1 $3!$

$3! \times 3!$

c) hombres juntos

h_1 $3!$ $3! \times 3!$

h_2 h_3

m_2 m_3 $3!$

m_1

d) alternados por género $3! \times 3!$

Mercado Vargas Nelson Alexy
Secc. B Sesion 19 23/3/22

4 libros grandes, 3 medianos, 2 pequeños diferentes, a lo largo de un estante

a) ¿cuantas maneras?

9!

b) Grandes juntos

4! x 6!

c) juntos por tamaño

4! x 2! x 3! x 3!

8) arreglo circular

a) 8!

b) 4! x 5!

c) 4! x 3! x 2! x 2!