

Asignación de probabilidades a un evento

Si un S finito consta únicamente de $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ entonces S es un espacio de probabilidades si cumple con las siguientes condiciones

i) $P(a_i) \geq 0$

ii) $P(a_1) + P(a_2) + P(a_3) + \dots + P(a_n) = 1$

Si se cumplen ambas condiciones, se dice que S es un espacio finito de probabilidades.

S. se suponen probabilidades iguales para cada uno:

$$P(a_1) = P(a_n) \quad P(a_i) = \frac{1}{n}$$

A esto se le denomina espacio finito equiprobable, de lo contrario no equiprobable

$S = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ ¿Cuál es un espacio de probabilidades?

a) $P(b_1) = \frac{1}{2}; P(b_2) = \frac{1}{3}; P(b_3) = \frac{1}{9}; P(b_4) = \frac{1}{5}$

Cada $P(b_i) \geq 0$ pero $\sum P(b_i) = \frac{27}{60}$ No es un espacio de probabilidades

b) $P(b_1) = \frac{1}{2}; P(b_2) = \frac{1}{2}; P(b_3) = \frac{1}{2}; P(b_4) = \frac{1}{2}$

$\sum P(b_i) = 1$ pero $P(b_3) < 0$ No es

c) $P(b_1) = \frac{1}{2}; P(b_2) = \frac{1}{9}; P(b_3) = \frac{1}{6}; P(b_4) = \frac{1}{6}$ SI

o) $P(b_1) = 1/2$; $P(b_2) = 1/2$; $P(b_3) = 1/4$, $P(b_4) = 0$
 $P(b_4) = 0$ entonces **No es S. es**

La B de Aguila es el doble de S. Calcule la probabilidad del espacio muestral
 $\Omega = \{a, s\}$ $S = \{s\}$ $\Omega = \{a, s\}$

$P(a) + P(s) = 1$
 $P(a) = 2P(s)$
 $2P(s) + P(s) = 1$
 $P(s) = \frac{1}{3}$ $P(a) = \frac{2}{3}$

Se trata de un espacio finito no equiprobable

Caballos A, B, C en una carrera $P(A) = 2P(B)$ y $P(B) = 2P(C)$. ¿Prob?

$P(A) + P(B) + P(C) = 1$

$P(C) = x$
 $P(B) = 2x$
 $P(A) = 4x$

$4x + 2x + x = 1$

$7x = 1$

$x = 1/7$

$P(C) = 1/7$

$P(B) = 2/7$

$P(A) = 4/7$

Se trata de un espacio finito NO equiprobable

R_1, R_2 y C_1, C_2, C_3 juegan. Misma nacionalidad
misma proba Russ tienen doble de Chines

a) Prob de ganar 1 russ

$$P(R_1) + P(R_2) + P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) = 1$$

$$3P(C) + 2P(R) = 1$$

$$P(C) = 2P(R)$$

$$7P(C) = 1$$

$$P(C_1) = 1/7$$

$$P(C_2) = 1/7$$

$$P(C_3) = 1/7$$

$$P(R_1) = 2/7$$

$$P(R_2) = 2/7$$

$$P = \frac{4}{7}$$

b) Senor Chang gana

$$P = 1/7$$

ventajas P

Ventas Probabilísticas

A veces la probabilidad se expresa en una razón $P(a) = a:b$ o:

$$P = \frac{a}{a+b}$$

Se ocupa en las
 apuestas los juegos de
 azar

o $P(b)$

$$1 - P = \frac{b}{a+b}$$

Prob de p si la ventaja es 3:7

$$P = \frac{a}{a+b} = \frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$$

Generalmente se da
 en números enteros

Que no gana:

$$P = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$6 \div 3$$

$$\downarrow$$

$$2 \div 1$$

REDUCIR

Ventaja si $p = 2/9$

$$p = 1 - p$$

Ventaja = 2:7

$$\frac{2}{9} = 1 - \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{10}{11} \approx 7 \quad 10: (11-10)$$

$$10 \approx 1$$

Axiomas de Probabilidad

Axioma: algo que se toma como verdadero, evidente, a partir de estos se desarrollan teorías.

~~Un axioma~~ es Andrey Kolmogorov estableció los axiomas en 1933.

S en espacio muestral

i) La $P(A)$ siempre será mayor o igual a 0

$$P(A) \geq 0$$

ii) $P(S)$ es uno

$$P(S) = 1 \quad (\text{evento seguro})$$

iii) S: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ son eventos mutuamente excluyentes

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$$

Se deducen las propiedades

$$1) P(\emptyset) = 0 \quad (\text{evento imposible})$$

$$2) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$3) P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$4) \text{ Si } A \subset B \text{ entonces } P(A) \leq P(B)$$

$$5) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$6) P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

$$7) P(A - B) = P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$8) P(A \cap B^c) = P(A \cup B)^c = \text{Ley de Morgan}$$

a) $P(A^c \cap B^c) = P(A \cap B)^c$ Ley de Morgan

Sean A y B ^{eventos} $P(A) = \frac{3}{8}$; $P(B) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$
 calcula las probabilidades y expresa en fracciones

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$
 $3:3$

2) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
 $1:7$

3) $P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
 $3:5$

4) $P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $3:1$

