Mercado Vargas Melisa 6IM5
Sección B Sesión 22 4/4/22

PROBABILIDAD

El estudio de experimentos aleatorios o de libre determinación. Como medida de la oportunidad o probabilidad con la que se pueden esperar de un evento ocurra, hay dos enfoques para obtener estimaciones para la probabilidad de que ocurra.

a) Enfoque clásico o "a priori" (previo a) Si un suceso ocurre de n maneras de un número de t maneras posibles, todas igualmente factibles, la probabilidad será:

$$p = \frac{n}{t} = \frac{\text{Número de veces que puede ocurrir un acto}}{\text{Número total de posibilidades}}$$

"Definición de La place"

También se le dice probabilidad teoría. Si es un suceso A, entonces puede denotarse como $p = P(A)$

b) Enfoque como frecuencia relativa o "a posteriori" (posterior a) Si un suceso después de muchos ensayos se presenta h veces, de un total f de experimentos, entonces la probabilidad será: probabilidad empírica (frecuencia relativa)

$$p = \frac{h}{t} = \frac{\text{Número de veces que ocurrió}}{\text{Número de experimentos}}$$

Presentan la siguiente relación

$$\lim_{e \to \infty} \frac{h}{e} = \frac{n}{e}$$

Cuando el número de veces que se realiza un experimento aumenta, la probabilidad empírica y teórica se tienden a lo mismo

Ambos enfoques presentan dificultades:
Clásico: "sucesos igualmente factibles"
Frecuencial: Muchos experimentos

La definición de laplace dice

a) el valor más pequeño que puede tomar n es cero; es decir que el suceso no ocurre entonces:

$$p = \frac{n}{e} = \frac{0}{e} = 0$$ evento imposible

b) el valor mas grande de n es $n = e$

$$p = \frac{e}{e} = 1$$ evento seguro

La probabilidad es un número entre cero y uno.

$$0 \leq p \leq 1$$

Ejemplo p. empírica

Dado 50 veces:

Número	1	2	3	4	5	6
frecuencia	8	9	8	7	10	8

Eventos:

a) Número 5 = $\frac{10}{50} = 0.2$

b) Número par = $\frac{9+7+8}{50} = 0.48$

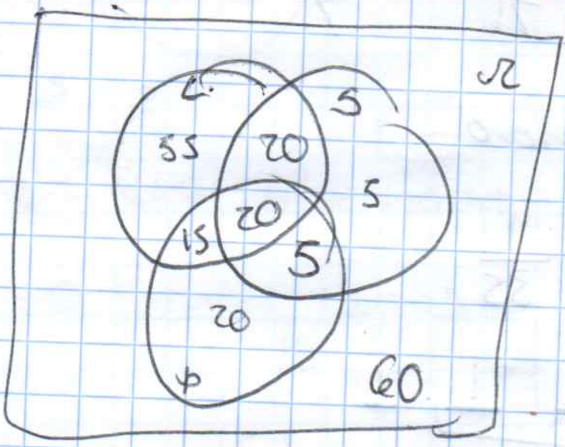
Teórica

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Mercado Vargas Melisa 61M7
Sección B Sesión 22 4/4/22

Ejemplo: Encuesta a 200 personas sobre uso de lavadoras, secadoras y lavaplatos. 110 lavadoras, 50 secadoras, 60 lavaplatos, 40 lavadora y secadora, 25 lavaplatos y secadoras, 35 lavadoras y lavaplatos, 20 las tres. Se elige un usuario al azar; calcular:



L - Lavadoras
S - Secadoras
P - Platos

a) Probabilidad de lo más una maquina

$$p = \frac{60+55+5+20}{200} = 0.7$$

b) por lo menos dos

$$p = \frac{20+20+15+5}{200} = 0.3$$

c) lavadora o secadora pero no ambas

$$p = \frac{55+5+5+15}{2} = \frac{80}{200} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Mercado Vargas Melisa 6IMP
Sección B Sesión 22 4/4/22

2

4 h y 3 m se sientan al azar en una fila, calcula las probabilidades

a) Mujeres juntas

$$p = \frac{n}{\epsilon} = \frac{n}{7!} = \frac{\cancel{3!4!}}{\cancel{7!}} = \frac{3!\,5!}{7!} = \frac{1}{7}$$

b) alternados por genero

$$p = \frac{n}{\epsilon} = \frac{4!\,3!\,4!}{7!} = \frac{1}{35}$$

$\underline{4}\ \underline{3}\ \ \underline{3}\ \underline{2}\ \ \underline{2}\ \underline{1}\ \ \underline{1}$

Solo una manera de acomodarlos para estar alternados

c) Dos casados juntos

$$p = \frac{n}{\epsilon} = \frac{2!\,6!}{7!} = \frac{2}{7}$$

d) Divorciados separados

$$p = \frac{n}{\epsilon} = \cancel{\frac{5!}{6!}}\ 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$|\Omega| = |A| + |A^c| \therefore |A^c| = |\Omega| - |A|$

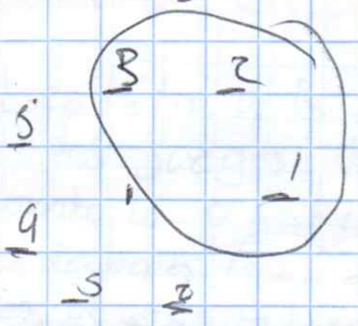
$P(\Omega) = \frac{|\Omega|}{|\Omega|} = 1 \therefore P(A^c) = 1 - P(A)$

Se usa al 1/2 como referencia en la vida cotidiana.

Mercado Vargas Melisa 6IM2
Sección B Sesión 22 9/4/22

Para un arreglo circular

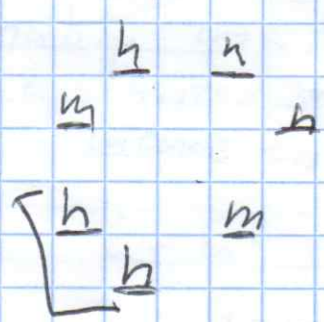
a) Mujeres juntas



$$P = \frac{3!\,4!}{6!} = \frac{1}{3}$$

b) ~~p = 4!3!~~ Alternados por genero

$p = 0$



c) Los casados juntos

$$p = \frac{2!\,3!}{6!} = \frac{1}{3}$$

d) Divorciados separados

$$p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3 lámparas entre 12, 5 defectuosas.
Probabilidades:

$|D| = 5$
$|\Omega| = 12$

a) ninguna defectuosa

$\cancel{P = \frac{3}{12}}$ $\quad p = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{7}{44}$

b) Una defectuosa

$$p = \frac{\binom{7}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{21}{44}$$

c) Una o dos defectuosa

$$p = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{2} + \binom{5}{2}\binom{7}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{35}{44}$$

Mercado Vargas Melsa 6IM7
Sección B Sesión 22 4/24/22

Problema del caballero

Problema del caballero de Demeré

El estudio de la probabilidad tiene sus inicios en los juegos de azar, como Antoine Gombauld o caballero de Meré en 1654. Le gustaban los juegos de azar, se analizaran dos de sus apuestas

Problema 1

Sabía que había una ventaja en su favor si apostaba a lanzar un dado 4 veces y conseguir al menos un 6.

$p = \frac{n}{e} = \cancel{\frac{6}{4}}$ $\quad e = 6^4$

$p = \frac{}{6^4}$ Es más fácil calculando uno menos la probabilidad de que 6 no suceda.

$p = 1 - \frac{q}{e} = 1 - \frac{5^4}{6^4} = \frac{671}{1296} = 0.5177$

hay una ligera ventaja en su favor

Problema 2

Pensé que tendría la misma ventaja si lanza 2 dados 24 veces para obtener al menos un doble seis.

$P = \frac{n}{E}$

Se usa el principio multiplicativo con 1 dado $6 \times 6 = 36$ para 24 veces entonces $= 36^{24}$

Para que no aparezca un doble seis es 35^{24}

$P = 1 - \frac{35^{24}}{36^{24}} = 0.4914$

Mercado Vargas Melisa 61M5
Sección B Sesión 22 4L4/22

Espacios muestrales y eventos
De la teoría de conjuntos, hay términos específicos para las probabilidades.

Espacio muestral o muestra: El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento y se denota con S. Si se puede contar es finito y de lo contrario infinitos

Punto muestral: Un elemento del espacio muestral.

Evento: Conjunto de resultados posibles; es un subconjunto del espacio muestral. $\emptyset$ y S son eventos.
A $\emptyset$ es evento imposible y al espacio muestral evento seguro.

Se lanza un dado y se observa el número en la cara superior.

a) Espacio muestral - $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$S = \{x : x \in N, x \leq 6\}$

b) Evento en el que aparece un número par
$P = \{x : x \in S, x \text{ es par}\}$ $P = \{2, 4, 6\}$ $P \subset S$

c) Impar como evento
$I = \{x : x \in S, x \text{ es impar}\}$ $I = \{1, 3, 5\}$ $I \subset S$
$P \cup I = S$
$P \cap I = \{\}$
P, I - partición

d) Evento: número primo
$M = \{x : x \in S, x \text{ es primo}\}$ $M = \{2, 3, 5\}$

e) Evento: par o primo

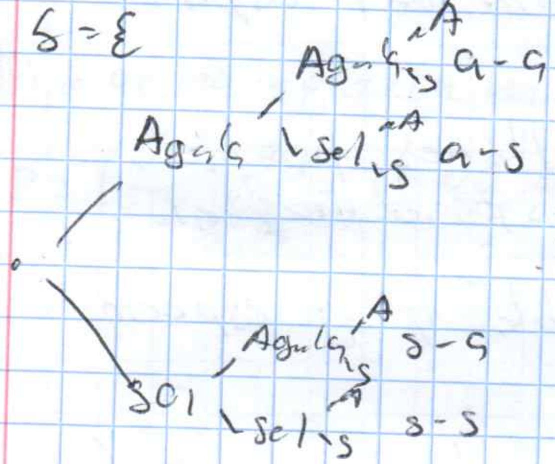
$P \cup M = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

f) Evento: impar y primo

~~$I \cap M = \{3, 5\}$~~ $I \cap M = \{3, 5\}$

Ejemplo 2. Espacio muestral de moneda 2 veces

$S = \{$



$S = \{AA, AS, SA, SS\}$

b) tres veces

$S = \{AAA, AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA, SSS\}$

describa los eventos para b)

$A = \{x : x$ aparece águila en el primer lanzamiento$\}$

$A = \{AAA, AAS, ASA, ASS\}$

$B = \{x : x$ exactamente dos águilas$\}$

$B = \{AAS, ASA, SAA\}$

$C = \{x : x$ aparece a lo más una águila$\}$

$C = \{ASS, SAS, SSA, SSS\}$

$A \cap B = \{aas, asa\}$

$B \cap C = \{\}$

$A \cap C = \{ASS\}$

a) $P(A)$ se usa $|A|$ y $|S|$

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

b) $P(B) = \frac{|B|}{|S|} = \frac{3}{8}$

c) $P(C) = \frac{|C|}{|S|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

d) $P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|S|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

e) $P(B \cap C) = \frac{|B \cap C|}{|S|} = \frac{0}{8} = 0$ - imposible

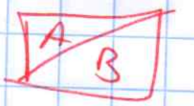
f) $P(A \cap C) = \frac{|A \cap C|}{|S|} = \frac{1}{8}$

Se tiene

$S = \{aaa, aas, asa, ass, saa, sas, ssa, ss\}$

$B \cap C = \{\}$ B y C son disyuntos

Se dice que B y C son mutuamente exclusivos o mutuamente excluyentes.



$A \cap B = \emptyset$

$P(A \cap B) = 0$

$P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|S|} = \frac{0}{|S|} = 0$