

Universidad San Antonio Abad del Cusco

Facultad de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Informática y Mecánica

Escuela Profesional de Ingeniería Informática y de Sistemas



Estimacion de Areas Territoriales usando el metodo de Monte Carlo

Curso: Modelado y Simulacion

Integrantes:

1. Jairo Jaser Rodriguez Ccoyto
2. Heidan Toribio Gil Figueroa
3. Jacobo Neptaly La Torre Franco
4. Angel Ismael Alvarez Catunta
5. Frank Wilder Ulloa Parque

Docente:

Ing. Luis Beltran Palma Ttito

Fecha:

7 de enero de 2026

1. Descripción del Sistema

El cálculo de superficies en 2D en polígonos irregulares es complicado haciendo uso de métodos tradicionales de cálculos de áreas, usando el método de Monte Carlo encerrando el área de dicho polígono se puede hacer una aproximación del área real de dicho polígono encerrándose dentro de una región que llamaremos región de cobertura cuya área podemos calcular fácilmente y haciendo uso de generación de números pseudoaleatorios podemos hacer un estimado del área a calcular.

2. Restricciones del Sistema

2.1. Limitaciones Técnicas

- Los cálculos se realizan en 2D, sin considerar altitudes ni deformaciones geográficas complejas.
- Es necesario convertir las coordenadas geográficas (latitud y longitud) a unidades planas (metros) para realizar los cálculos.
- Para manejar la complejidad computacional, no se incluyo las istas u archipiélagos para los calculos.

2.2. Limitaciones Operativas

- Solo se calcularán áreas de países de Sudamérica.

2.3. Limitaciones de Contexto

- El contorno del país se representará mediante polígonos definidos por líneas rectas que aproximan la forma real del territorio.

2.4. Objetivos

Desarrollar un modelo de simulación para la estimación de áreas de países americanos en 2D usando el método de Monte Carlo.

2.5. Formulación del Modelo

Para realizar la simulación de Montecarlo aplicada a áreas geográficas pertenecientes a Sudamérica necesitamos listar las variables que usaremos en este sistema:

2.5.1. Listado de Variables:

- Vértices del polígono geográfico (Originalmente en Latitud y Longitud) las cuales mediante proyección de Albers podremos convertirlos a unidades planas (Metros).
- Límite Inferior y Superior en X (Metros)
- Límite Inferior y Superior en Y (Metros)

- Coordenadas aleatorias en X, Y (Metros)
- Área de la región de cobertura “rectángulo” $(X_{max} - X_{min})(Y_{max} - Y_{min})$
- Cantidad de números pseudoaleatorios a generar.
- Contador de aciertos.
- Área real del país.
- Área estimada del país.

3. Significado y rol de las variables

1. **Vértices del polígono geográfico (P):** Representarán cada uno de los vértices que forman al país al momento de dibujarlo las cuales inicialmente estarán el Latitud y Longitud, pero mediante proyección de Albers podemos proyectar esos puntos en un plano 2D.
2. **Límite inferior y superior en X (X_{min}, X_{max}):** Representan el mínimo y máximo valor de los vértices que conforman al país en el eje X ya proyectados en metros.
3. **Límite inferior y superior en Y (Y_{min}, Y_{max}):** Representan el mínimo y máximo valor de los vértices que conforman al país en el eje Y ya proyectados en metros.
4. **Área de la región de cobertura (A):** Es el área conocida como base que cubrirá el polígono. Usando los límites del rectángulo podemos calcular su área como $(X_{max} - X_{min})(Y_{max} - Y_{min})$.
5. **Área real del país:** Para calcular el error relativo porcentual del experimento se necesitará usar el área real plana de los países.
6. **Cantidad de números pseudoaleatorios a usar (N):** Representa la cantidad de números a generar en nuestra región de cobertura la cual es necesaria para estimar el área real del país.
7. **Contador de aciertos ($N_{aciertos}$):** Esta variable representa de lo N números pseudoaleatorios generamos, cuántos números cayeron dentro del polígono del país.
8. **Área estimada del país (A_{est}):** Este es el cálculo que debemos hacer para hallar el área estimada del polígono que representa a un país.

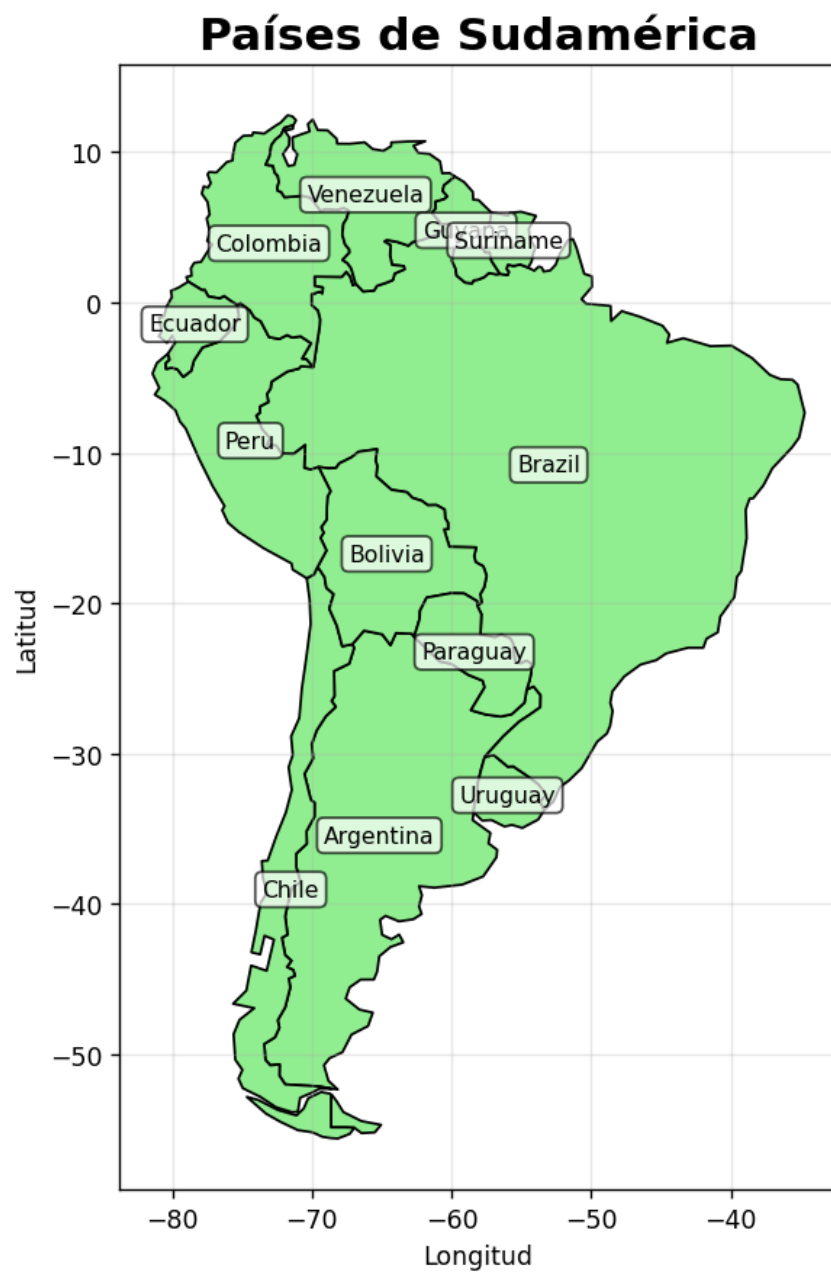
$$A_{est} = A \times \frac{N_{aciertos}}{N}$$

4. Recolección de datos

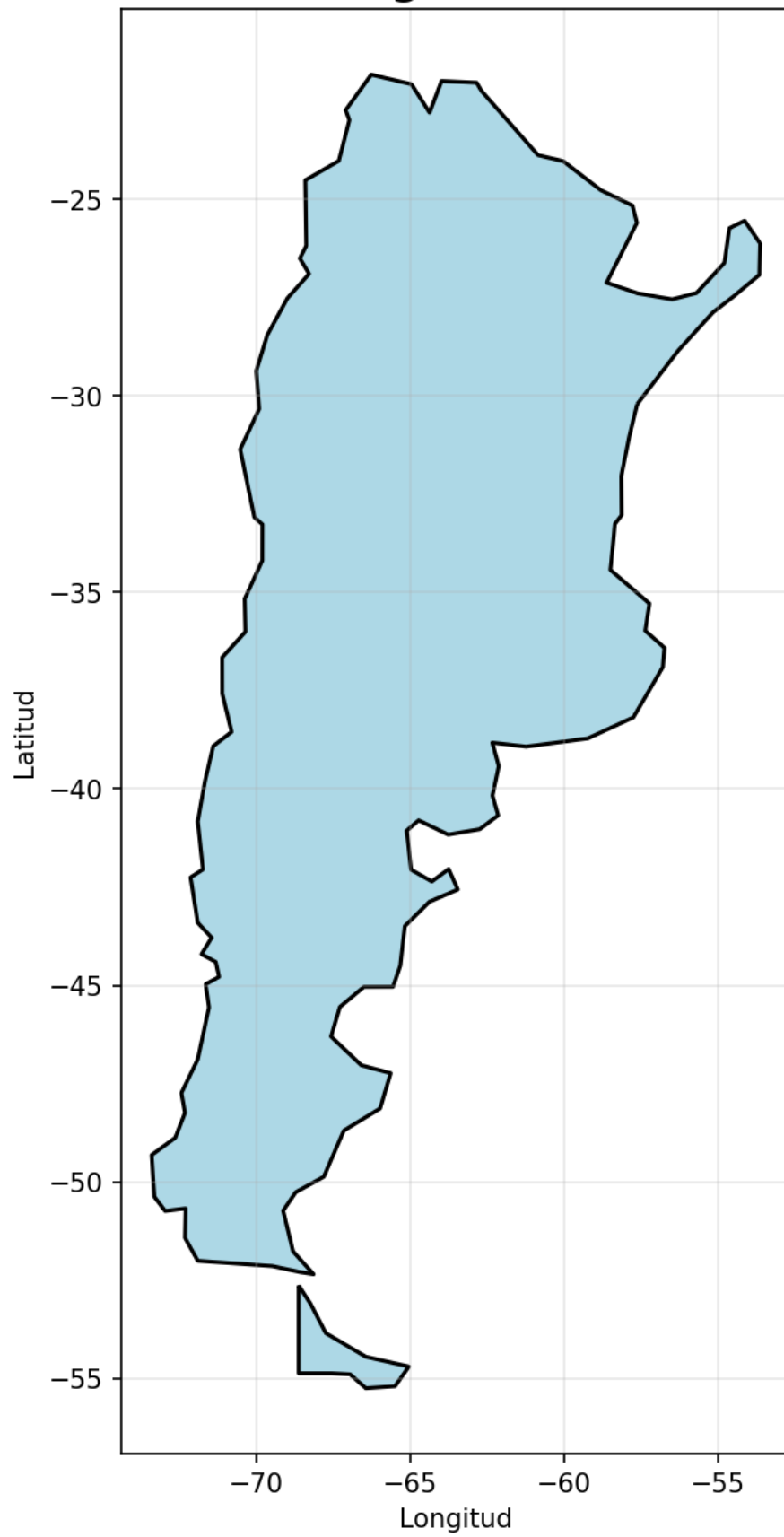
4.1. Polígonos Geográficos

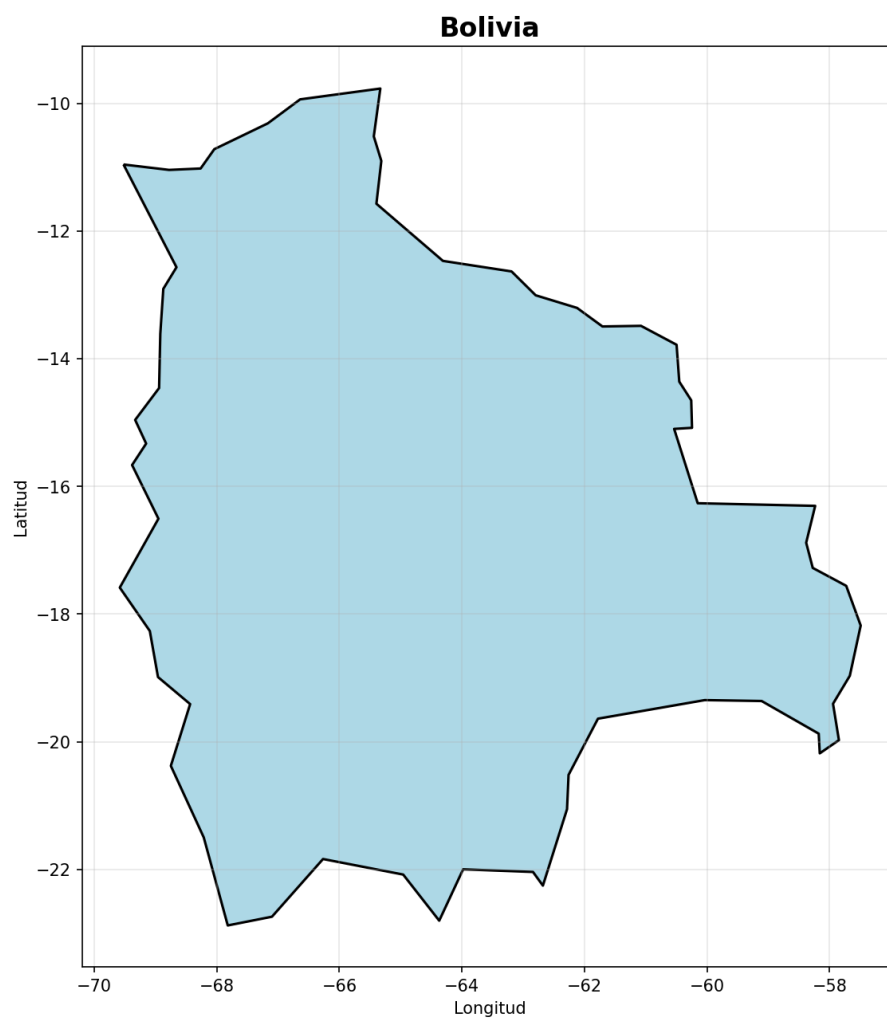
Polígono geográfico: Para la obtención de los polígonos que representan a los países se usará el dataset de información geográfica **Natural Earth** las cuales nos proporcionan las formas más aproximadas de los países, los archivos estarán en formato GeoJSON

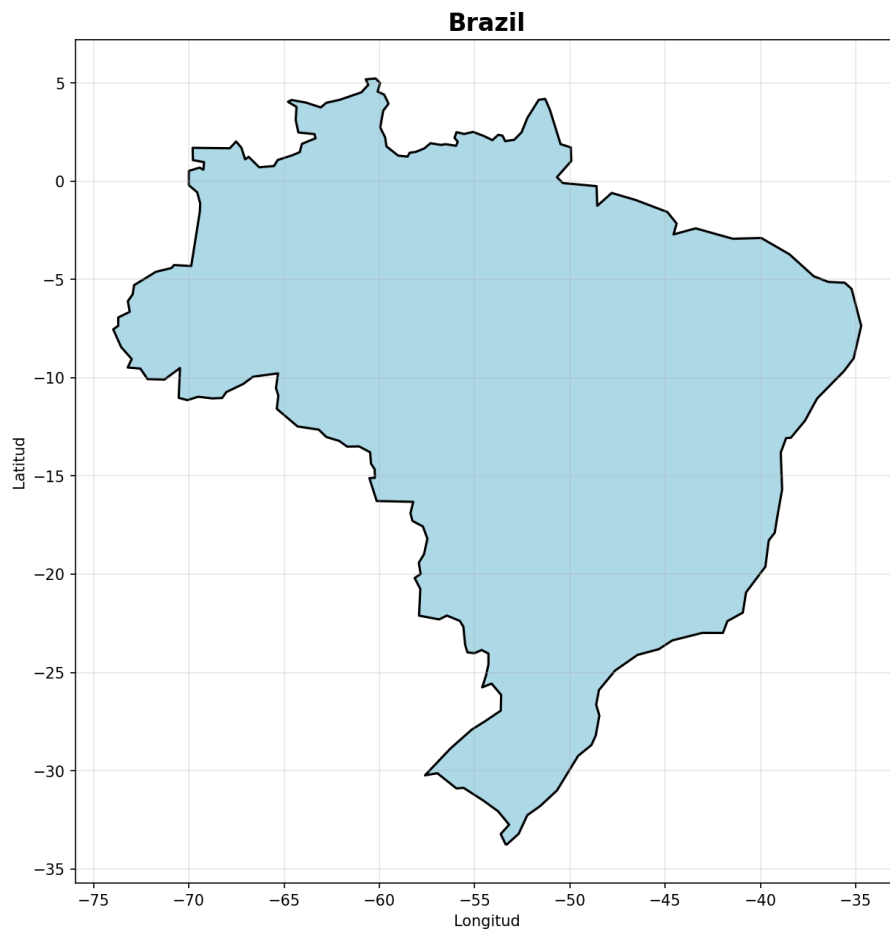
y Shapefiles además que estarán referenciados bajo el sistema geodésico mundial cuyas unidades estarán en Latitud y Longitud.

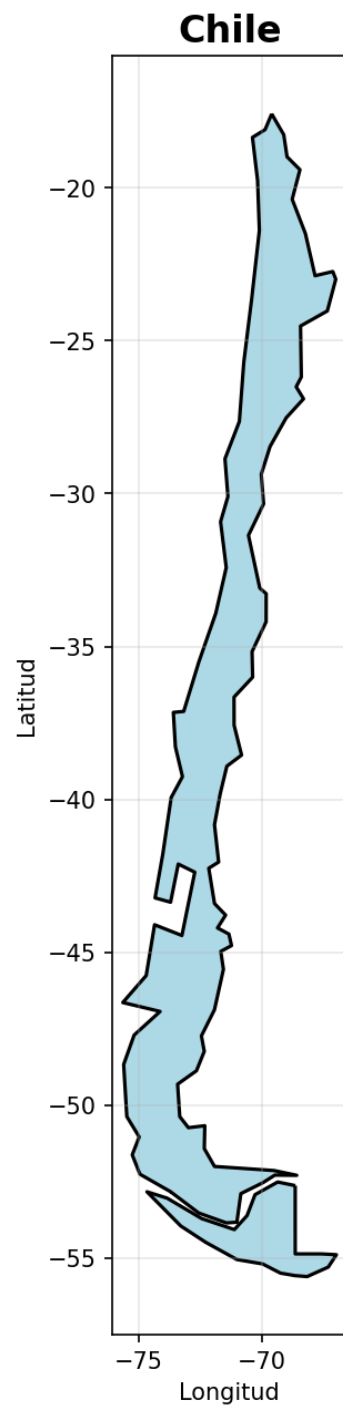


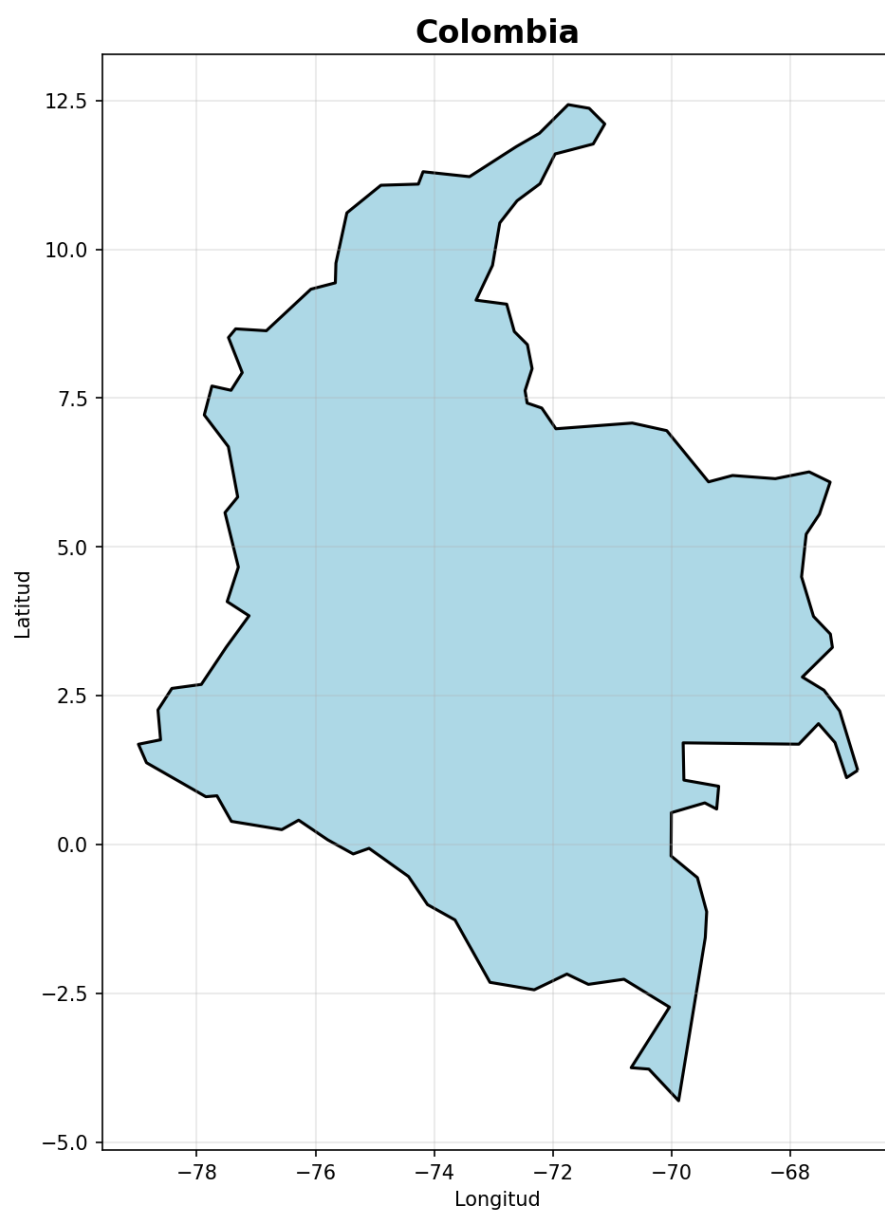
Argentina

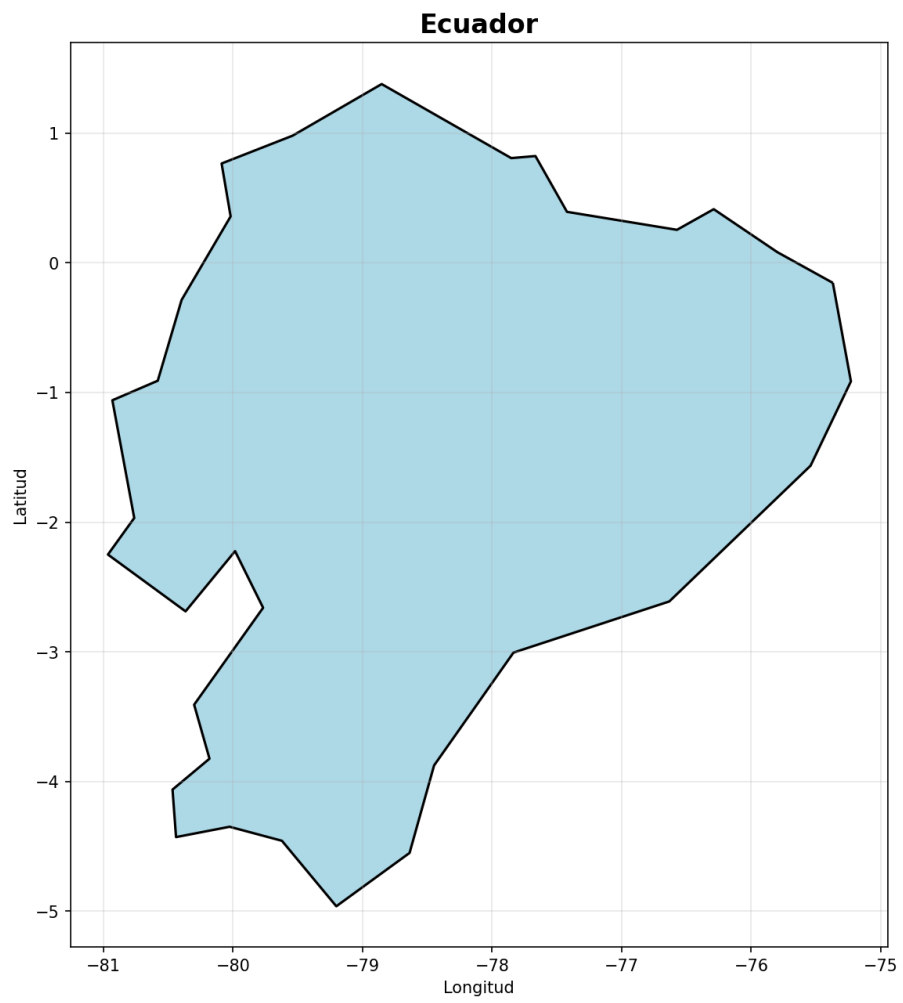


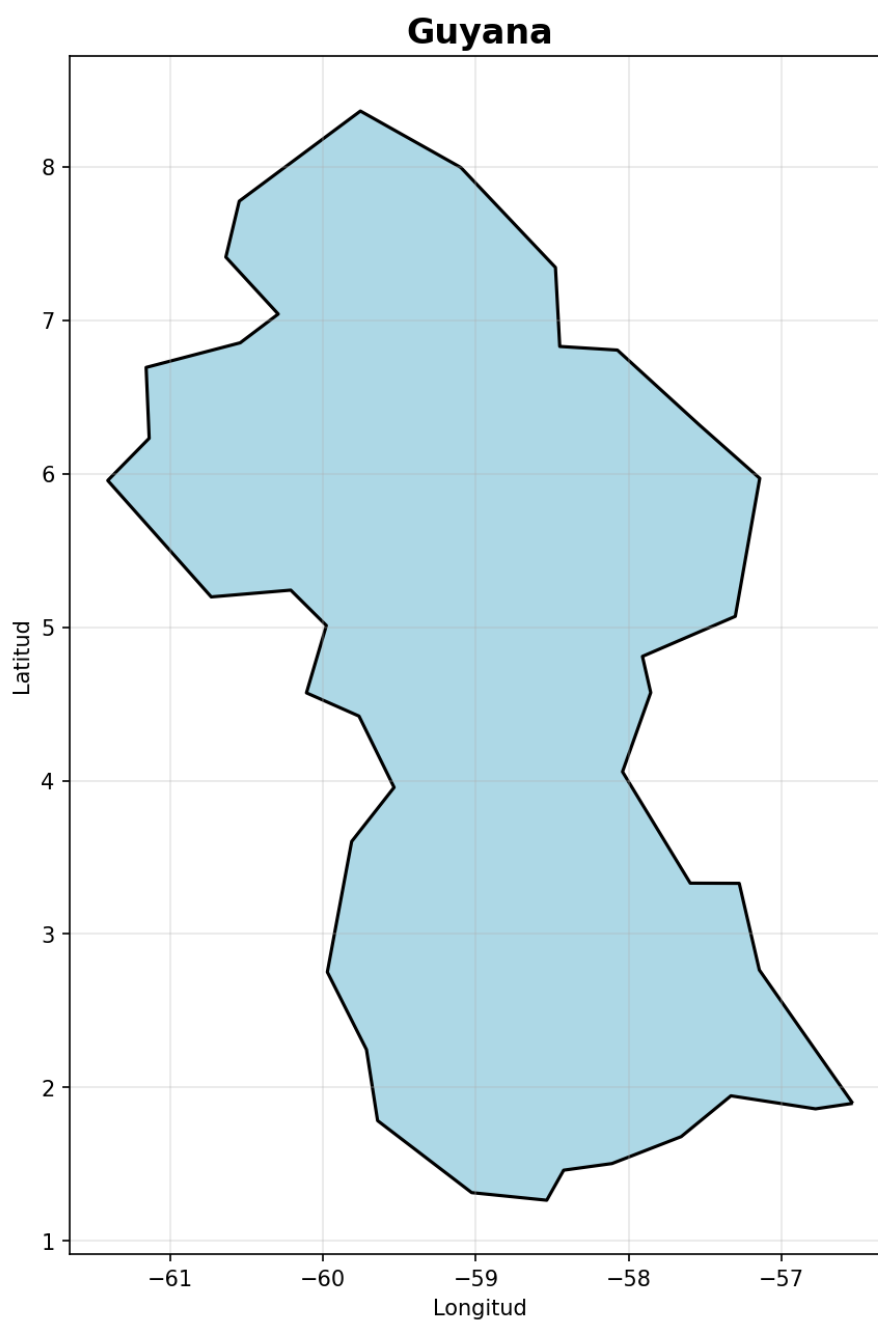


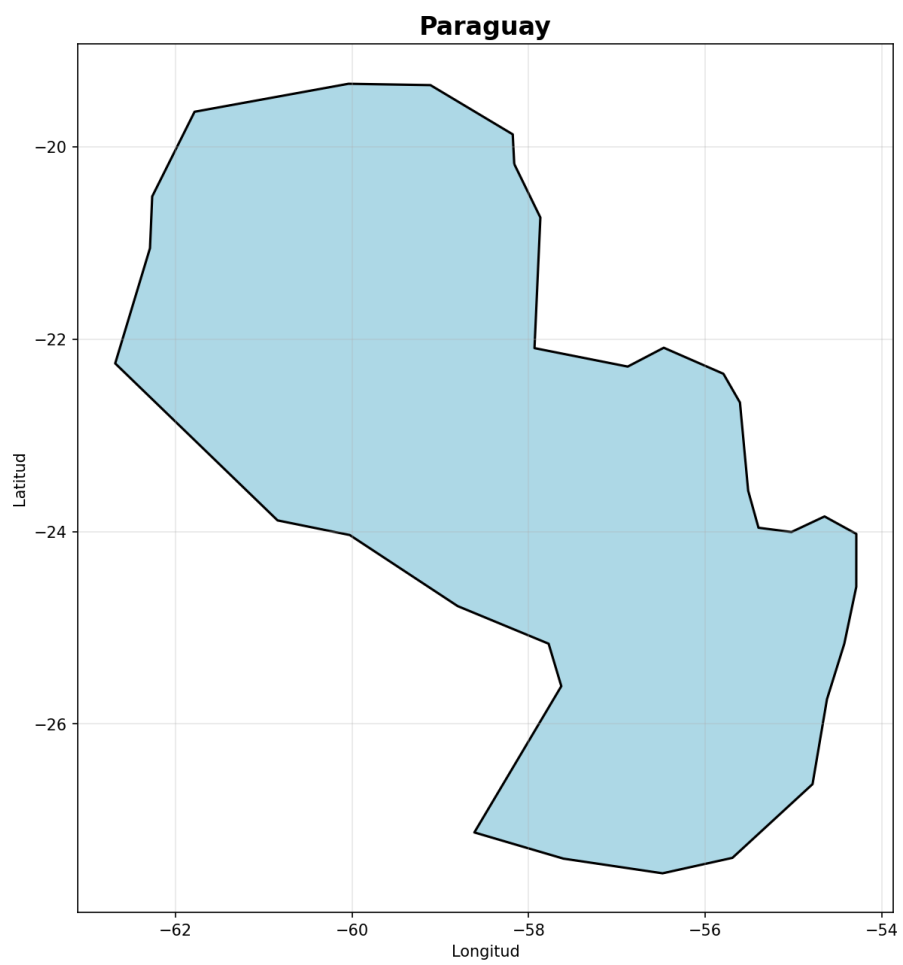


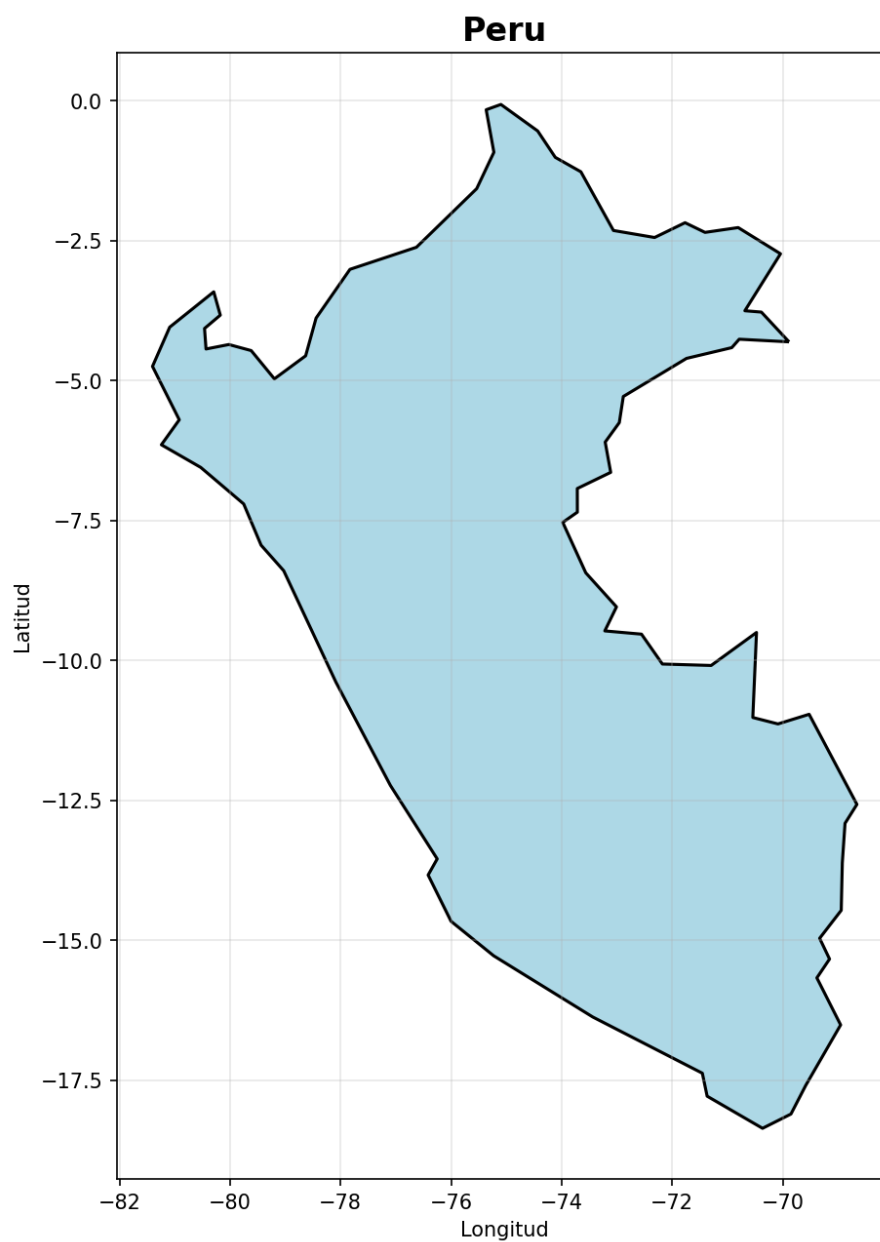


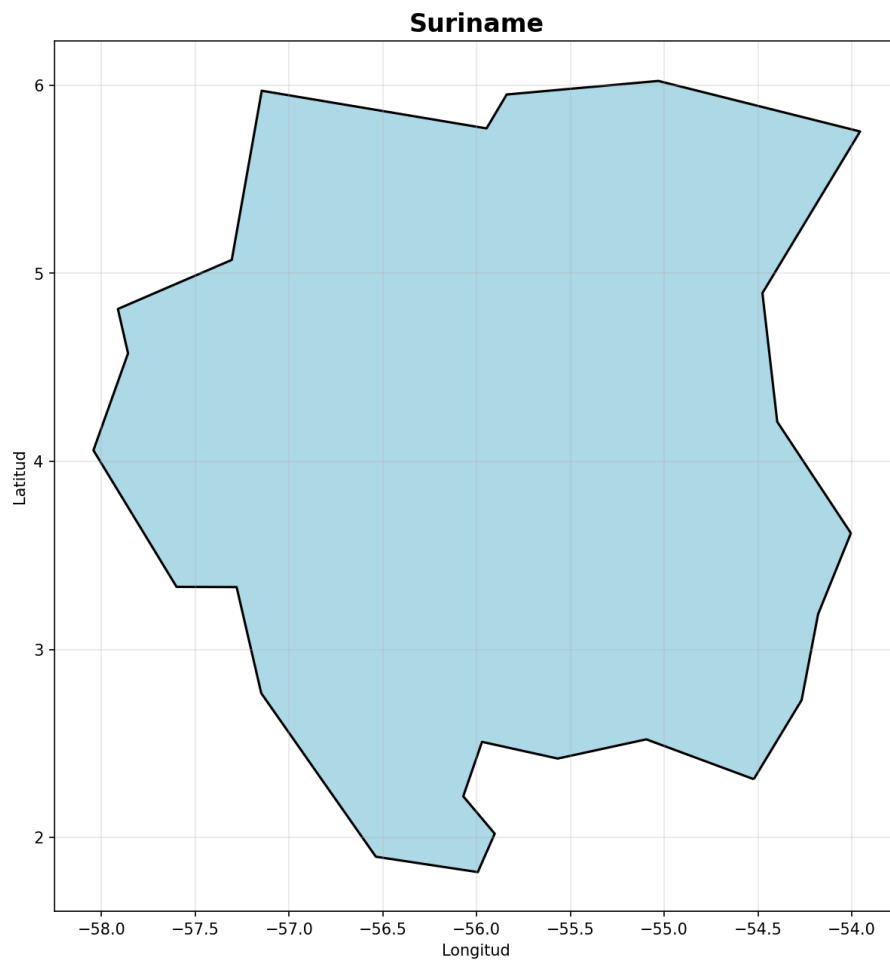


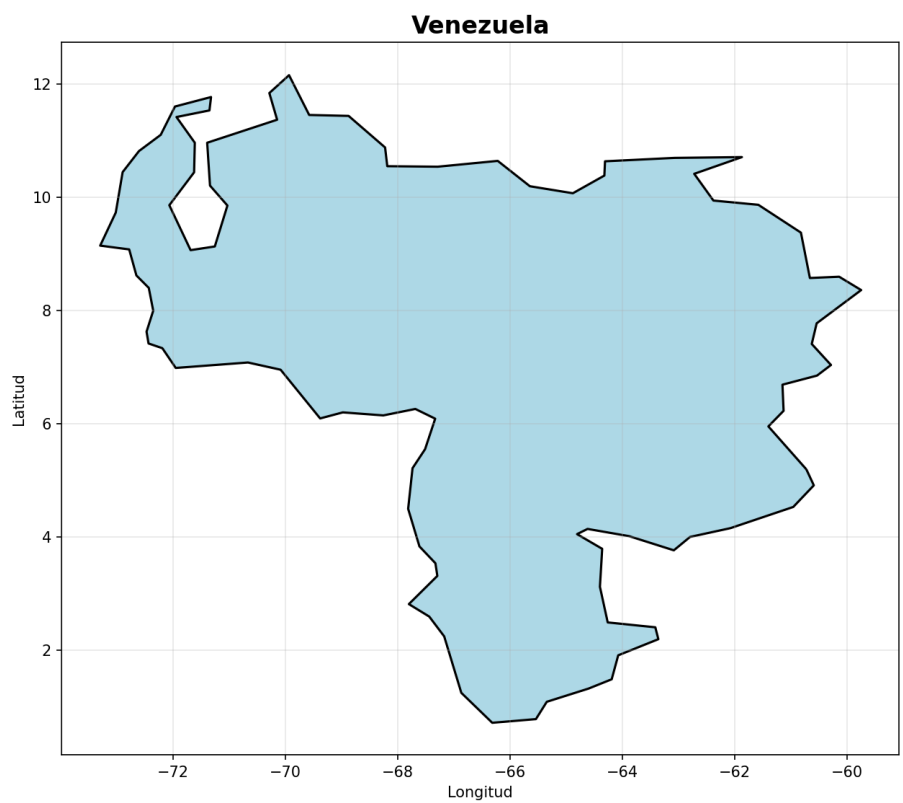
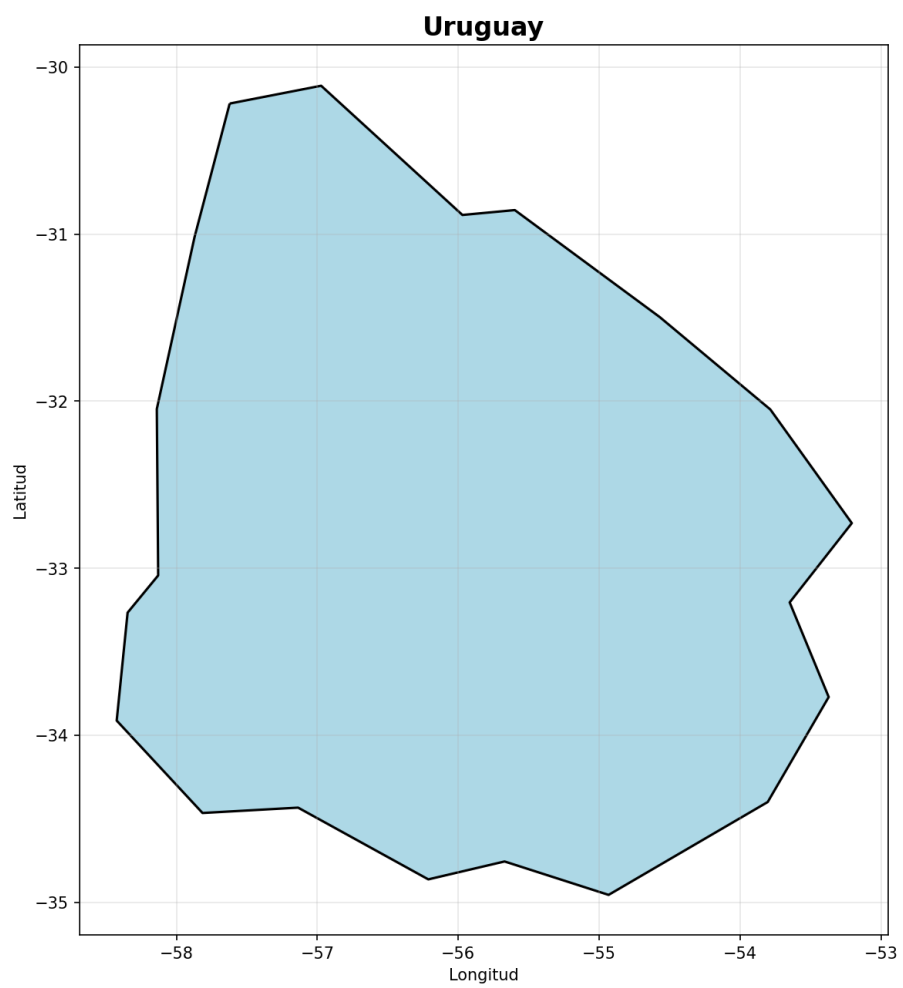












4.2. Áreas reales de países

Áreas reales de países para la comparación del experimento: Para poder analizar el resultado del experimento necesitamos las áreas en 2D de países que pertenecen a Sudamérica.

País	Área (km^2)
Brasil	8,515,770
Argentina	2,780,400
Perú	1,285,216
Colombia	1,138,910
Bolivia	1,098,581
Venezuela	916,445
Chile	756,102
Paraguay	406,752
Ecuador	283,561
Guyana	214,969
Uruguay	176,215
Suriname	163,820
Guayana Francesa	83,534

Cuadro 1: Área superficial por país en metros cuadrados.

4.3. Transformación y proyección de coordenadas

No es viable usar las coordenadas de los vértices de los polígonos geográficos que están en Latitud y Longitud ya que estas representan ángulos en un elipsoide y no distancias constantes. Por ello, se usará la Proyección Cónica de Áreas equivalentes de Albers para América del Sur, la cual preservará matemáticamente la proporción de áreas; cada punto original (Latitud y Longitud) será representado en un par de coordenadas (x, y) expresadas en metros.

País	Min Long	Max Long	Min Lat	Max Lat	Min X Albers	Max X Albers	Min Y Albers	Max Y Albers
Chile	-109.45	-66.42	-55.92	-17.51	-4 570 641.88	-473 241.52	-2 601 361.35	1 657 747.55
Bolivia	-69.67	-57.47	-22.90	-9.68	-1 019 193.16	255 956.55	1 042 482.40	2 573 829.45
Perú	-81.34	-68.68	-18.34	-0.03	-2 365 607.43	-904 180.09	1 555 769.18	3 562 524.15
Argentina	-73.57	-53.66	-55.05	-21.79	-1 046 566.23	600 695.53	-2 514 731.53	1 178 059.63
Suriname	-58.07	-53.99	1.83	6.01	226 924.10	712 513.74	3 842 899.13	4 282 885.42
Guyana	-61.40	-56.48	1.19	8.56	-165 643.90	407 678.06	3 779 479.74	4 546 628.25
Brasil	-74.02	-28.88	-33.74	5.27	-1 526 196.77	3 504 796.91	-214 281.79	4 209 501.56
Uruguay	-58.44	-53.11	-34.97	-30.10	139 067.35	618 634.40	-350 752.91	218 311.68
Ecuador	-92.01	-75.23	-5.01	1.66	-3 675 352.50	-1 730 066.59	2 973 408.32	3 671 434.02
Colombia	-81.72	-66.88	-4.24	13.58	-2 662 881.37	-792 816.56	3 155 304.14	4 880 300.10
Paraguay	-62.65	-54.25	-27.59	-19.29	-259 384.63	555 210.20	509 631.72	1 481 324.19
Venezuela	-73.39	-59.82	0.65	15.70	-1 615 837.45	22 207.87	3 710 996.07	5 241 771.53

Cuadro 2: Coordenadas geográficas y de proyección Albers por país.

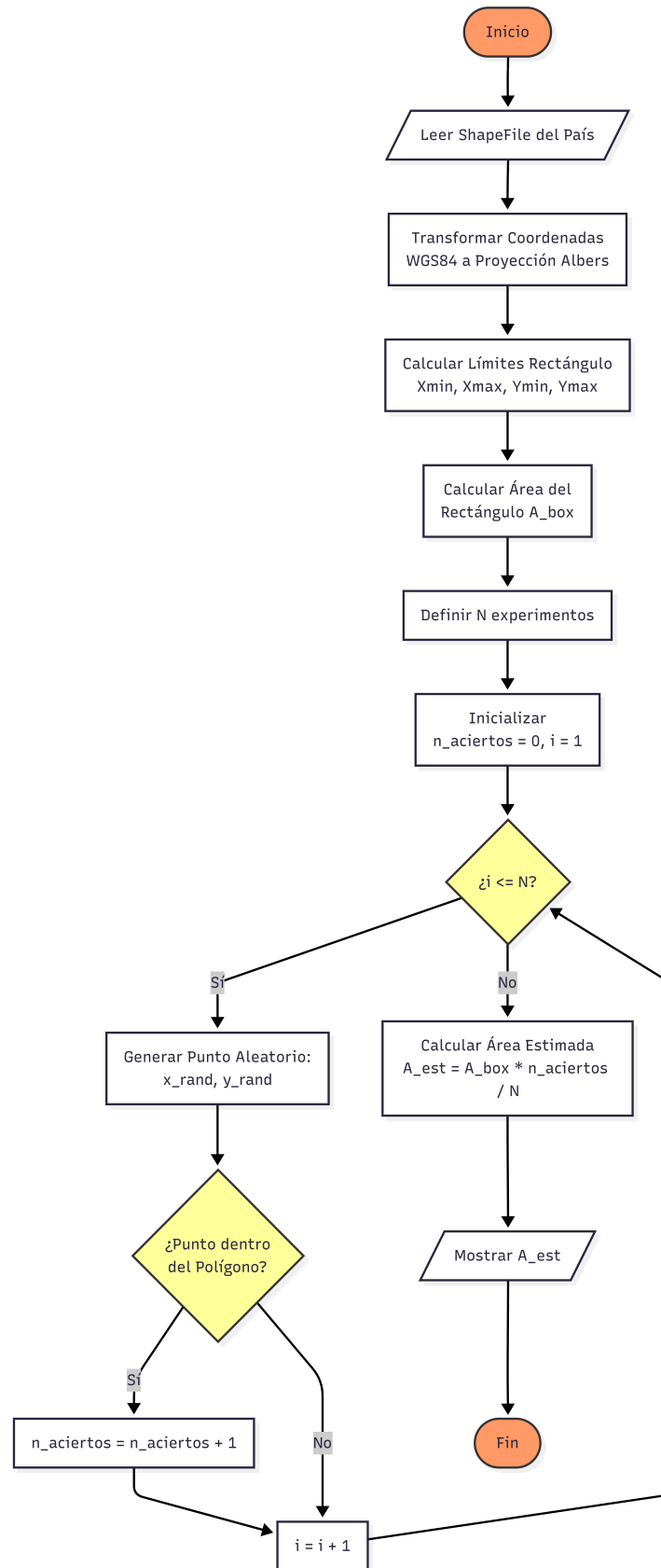
5. Distribuciones

La variable que contará con una distribución aleatoria son los puntos que generaremos dentro de la región de cobertura (x, y) las cuales contarán con una distribución uniforme

continua las cuales debemos reajustar para que “caigan” dentro de la región de cobertura, la justificación de esto es que cada punto tendrá igual probabilidad de caer dentro de la región de cobertura y debemos generar igual cantidad de números en el eje X como en Y

- **Para X :** $X_i \sim DU(X_{min}, X_{max})$
- **Para y :** $y_i \sim DU(y_{min}, y_{max})$

6. Diagrama de Flujo



7. Análisis de Resultados

8. Cuadro Comparativo de Resultados

La Tabla 3 presenta los resultados obtenidos para cada país con tres niveles de precisión: 10,000, 100,000 y 1,000,000 de puntos pseudoaleatorios.

Cuadro 3: Resultados de la Simulación de Monte Carlo por País

País	Área Real (km ²)	N (puntos)	Área Estimada (km ²)	Error (%)	Tiempo (seg)
Argentina	2,780,400	10,000	2,753,789.53	0.96	0.63
		100,000	2,783,290.06	0.10	6.00
		1,000,000	2,783,344.92	0.11	65.46
Bolivia	1,098,581	10,000	1,091,289.36	0.66	0.46
		100,000	1,089,844.58	0.80	4.31
		1,000,000	1,085,069.10	1.23	45.97
Brazil	8,515,770	10,000	8,556,851.91	0.48	0.85
		100,000	8,523,606.75	0.09	7.59
		1,000,000	8,493,138.31	0.27	81.01
Chile	756,102	10,000	815,658.36	7.88	0.71
		100,000	818,299.42	8.23	7.55
		1,000,000	814,991.95	7.79	73.91
Colombia	1,138,910	10,000	1,150,981.56	1.06	0.55
		100,000	1,150,184.45	0.99	5.50
		1,000,000	1,152,481.58	1.19	57.33
Ecuador	283,561	10,000	251,150.94	11.43	0.40
		100,000	251,234.91	11.40	3.85
		1,000,000	250,719.61	11.58	36.94
Guyana	214,969	10,000	209,656.97	2.47	0.38
		100,000	209,888.01	2.36	3.81
		1,000,000	209,823.32	2.39	37.25
Paraguay	406,752	10,000	394,708.36	2.96	0.36
		100,000	401,781.85	1.22	3.59
		1,000,000	400,947.10	1.43	33.47
Perú	1,285,216	10,000	1,324,542.08	3.06	0.49
		100,000	1,317,050.20	2.48	4.77
		1,000,000	1,308,689.14	1.83	49.90
Suriname	163,820	10,000	143,260.82	12.55	0.38
		100,000	144,859.48	11.57	3.66
		1,000,000	144,181.65	11.99	35.59
Uruguay	176,215	10,000	177,232.48	0.58	0.36
		100,000	177,057.18	0.48	3.49
		1,000,000	176,867.55	0.37	35.33
Venezuela	916,445	10,000	912,130.87	0.47	0.56
		100,000	909,443.16	0.76	5.68
		1,000,000	908,291.02	0.89	52.92

Legenda de colores: Error < 1 % Error 1-5 % Error 5-10 % Error > 10 %

9. Resumen Estadístico por País

Cuadro 4: Resumen de Precisión por País (con 100,000 puntos)

País	Error Relativo	Clasificación	Observaciones
Uruguay	0.48 %	Excelente	Forma compacta, sin islas
Brazil	0.09 %	Excelente	Forma continental grande
Argentina	0.10 %	Excelente	Forma alargada pero continua
Venezuela	0.76 %	Excelente	Pocas islas no significativas
Bolivia	0.80 %	Excelente	País mediterráneo
Colombia	0.99 %	Excelente	Islas menores no incluidas
Paraguay	1.22 %	Buena	País mediterráneo
Perú	2.48 %	Buena	Costa e islas menores
Guyana	2.36 %	Buena	Pequeñas diferencias limítrofes
Chile	8.23 %	Moderada	Islas no incluidas
Ecuador	11.40 %	Baja	Islas Galápagos excluidas
Suriname	11.57 %	Baja	Discrepancias en shapefile

10. Interpretación de Resultados

10.1. Análisis General

Los resultados demuestran que el método de Monte Carlo es una herramienta **efectiva y precisa** para estimar áreas geográficas, con las siguientes observaciones:

- **Países con formas compactas** (Uruguay, Brasil, Argentina, Venezuela): El modelo alcanza errores menores al 1 %, demostrando excelente precisión.
- **Países mediterráneos** (Bolivia, Paraguay): Al no tener costas ni islas, el shapefile los representa fielmente, obteniendo errores entre 0.8 % y 1.5 %.
- **Países con islas y archipiélagos**: Presentan errores sistemáticos significativos debido a la exclusión de territorios insulares en el shapefile de baja resolución (1:110m).

10.2. Casos Problemáticos: Islas y Archipiélagos

10.2.1. Chile (Error $\approx 7.8\%$)

El shapefile de baja resolución **no incluye** la mayoría de las islas del sur de Chile (Chiloé, archipiélago de los Chonos, Tierra del Fuego chilena, etc.). El área oficial de 756,102 km² incluye estos territorios. Se intentó utilizar el shapefile de alta resolución (1:10m), pero la complejidad geométrica de miles de islas hace que la verificación punto-en-polígono sea computacionalmente prohibitiva, causando que el programa no termine su ejecución incluso con pocos puntos.

10.2.2. Ecuador (Error $\approx 11.4\%$)

El shapefile de baja resolución **excluye las Islas Galápagos** ($\approx 8,010$ km²), que representan aproximadamente el 2.8 % del territorio ecuatoriano. Sin embargo, el error

observado (11.4%) sugiere discrepancias adicionales en los límites continentales simplificados.

10.2.3. Suriname (Error $\approx 12\%$)

Aunque Suriname no tiene islas significativas, el error alto sugiere que el shapefile simplificado tiene **discrepancias en los límites fronterizos** o diferencias en la fuente de datos oficiales utilizada como referencia.

10.3. Efecto del Número de Puntos

- **10,000 puntos:** Proporciona estimaciones rápidas (<1 segundo) con errores aceptables para la mayoría de países. Útil para pruebas preliminares.
- **100,000 puntos:** Ofrece el mejor balance entre precisión y tiempo de ejecución (3-8 segundos). Recomendado para análisis académicos.
- **1,000,000 puntos:** No mejora significativamente la precisión para países con errores sistemáticos (Chile, Ecuador, Suriname) pero sí reduce la varianza aleatoria en países bien representados.

Observación importante: Para países como Chile, Ecuador y Suriname, aumentar el número de puntos **no reduce el error** porque este es de naturaleza **sistemática** (territorio faltante en el shapefile) y no aleatoria.

11. Evaluación del Modelo

11.1. Fortalezas

1. **Simplicidad conceptual:** El método es fácil de entender e implementar.
2. **Alta precisión para formas compactas:** Errores menores al 1% para 8 de 12 países.
3. **Escalabilidad:** El tiempo de ejecución escala linealmente con N .
4. **Aplicabilidad general:** Funciona para cualquier forma geométrica, sin importar su complejidad topológica.

11.2. Limitaciones

1. **Dependencia de la calidad del shapefile:** La precisión está limitada por la fidelidad geométrica de los datos de entrada.
2. **Islas y archipiélagos:** Los territorios insulares requieren shapefiles de alta resolución que son computacionalmente costosos.

11.3. Conclusión

El modelo de Monte Carlo es **adecuado y útil** para estimar áreas de países con las siguientes condiciones:

- Países con **formas continentales compactas** o mediterráneos.
- Cuando se dispone de **shapefiles de resolución apropiada**.
- Para **finés académicos y didácticos** donde se busca demostrar el principio del método.

Para aplicaciones que requieran **alta precisión en países insulares**, se recomienda:

- Utilizar métodos de integración numérica directa sobre el shapefile.
- Emplear algoritmos vectorizados para verificación punto-en-polígono.
- Calcular el área directamente desde las geometrías proyectadas usando funciones de GeoPandas.

12. Anexo: Fórmula de Error Relativo

El error relativo se calculó mediante:

$$\text{Error Relativo (\%)} = \frac{|A_{estimada} - A_{real}|}{A_{real}} \times 100$$

Donde:

- $A_{estimada}$: Área calculada mediante Monte Carlo
- A_{real} : Área oficial según fuentes del Banco Mundial/Wikipedia