TPC 4: Variáveis Aleatórias - Turma 1 (+ 2)

André Filipe Gomes Silvestre Nº104532 CDB1

Exercício (Turma 2)

Um analista político acredita que a privatização de alguns sectores estratégicos no domínio do sector público é um tema polémico e afirma que somente 40% dos indivíduos têm uma opinião favorável.

Se um entrevistador conseguir contactar 200 pessoas numa semana qual a probabilidade de encontrar mais de 100 indivíduos com opinião favorável às privatizações, se o analista tiver razão quanto à incidência de opiniões favoráveis?

Calcule esta probabilidade:

- **i)** de forma exata, recorrendo a uma função r apropriada;
- **ii)** de forma aproximada, através de uma simulação com 10000 repetições.

Resolução

X - número de pessoas em 200 que têm opinião favorável

$$p = P[sucesso] = P[ter\ opinião\ favorável] = 0.4$$

$$X \sim Bi(n = 200, p = 0.4)$$

Pretende-se $P[X > 100] = 1 - P[X \leq 100]$

Opção i):

```r
quantos<-200
prob1<-0.4
prob_1i<-pbinom(100,quantos,prob1,lower.tail = FALSE)
round(prob_1i,4)
```

```
## [1] 0.0017
```

Opção ii):

```r
simula1<-rbinom(10000,size=quantos,prob = prob1)
mean(simula1>100)
```

```
## [1] 0.0018
```

TPC 4 (Turma 1)

Exercício

1.

Considere que a procura diária, num certo supermercado, do novo artigo de limpeza, X, lançado no mês passado pela empresa TudoBrilha, pode ser modelizada através de uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 3,1.

a) Qual a probabilidade de, num dia, a procura de X ser no máximo 3?

b) Qual a probabilidade de, numa semana (7 dias) a procura ser no mínimo 22?

c) Qual a probabilidade de, em 7 dias, ocorrerem no máximo 4 dias onde a procura diária é no máximo 3?

Em cada alínea

1. Defina teoricamente a variável aleatória de interesse
2. Especifique teoricamente o modelo probabilístico em causa
3. Explicite teoricamente a probabilidade pedida
4. Calcule a probabilidade pedida, recorrendo a funções R apropriadas.

2.

Certa fábrica possui um depósito de combustível que é completamente atestado no primeiro dia de cada mês. O volume de combustível (em milhões de litros) consumido mensalmente nessa fábrica é uma variável aleatória com a seguinte função densidade: $f(x) = 3(1-x)^2, \quad 0 < x < 1$.

a) Represente graficamente a função densidade indicada.

b) Qual a probabilidade de, em certo mês, o consumo se situar entre 0,2 e 0,8 milhões de litros?

c) Calcule o consumo médio mensal.

- **Dica:** recorra à função *integrate* do R sempre que necessário.

---

1. Resolução

Primeiramente, formalizamos o modelo de *Poisson* a estudar.

Assim, seja $X \sim$ procura diária, num certo supermercado, do novo artigo de limpeza, X, lançado no mês passado pela empresa TudoBrilha,

podemos definir como sendo

$$X \sim Po(\lambda = 3,1)$$

Logo,

$$f(x) = \frac{e^{-3,1} 3,1^x}{x!}$$

a) Sendo probabilidade de, num dia, a procura de X ser no máximo 3, dada por $P[X \leq 3]$

e seja $\lambda_X = 3,1$ - em média, 3.1 unidades do produto são procurados em 1 dia

Assim sendo, a probabilidade solicitado pode ser obtido por:

```
round(ppois(3, lambda = 3.1),4)
```

```
## [1] 0.6248
```

---

b) Seja X_2- Procura semanal (7 dias), num certo supermercado, do novo artigo de limpeza da TudoBrilha

A probabilidade de, numa semana a procura ser no mínimo 22, é dada por $P[X_2 \geq 22]$

$$\begin{array}{c} 1(dia) \cdots\cdots 3.1(produtos) \\ 7(dias) \cdots\cdots \lambda_{X_2}(produtos) \end{array}$$

Logo, $lambda_{X_2} = 21.7$ - em média, 21.7 unidades do produto são procurados em 1 semana (7 dias)

(**TC** - Pela proporcionalidade de efeitos, $\lambda_2 = 7 \times 3.1 = 21.7$)

Assim sendo, a probabilidade solicitado pode ser obtido por:

$$P[X_2 \geq 22] = 1 - P[X_2 < 22] = 1 - P[X_2 \leq 21]$$

```
# 1 - ppois(21, lambda = 21) OU
round(ppois(21, lambda = 21.7, lower.tail = FALSE), 4)
```

```
## [1] 0.5028
```

c)

Seja X_3- Número de dias, em 7, onde a procura é no máximo 3

A probabilidade de, em 7 dias, ocorrerem no máximo 4 dias onde a procura diária é no máximo 3, simbolicamente representado por $P[X_3 \leq 4]]$

```
# Parâmetros de Z - n=7 (dias) e p = ?

#(Probabilidade de, em 7 dias, a procura diária é no máximo 3)
p_X1 <- ppois(3, 3.1)
p_X1                        # a)
```

```
## [1] 0.6248399
```

onde

$$X_3 \sim Bi(n = 7, p = 0.625)$$

Assim sendo, a probabilidade solicitado pode ser obtido por:

```
pbinom(4, size = 7, prob = p_X1)
```

```
## [1] 0.5250135
```

2. Resolução

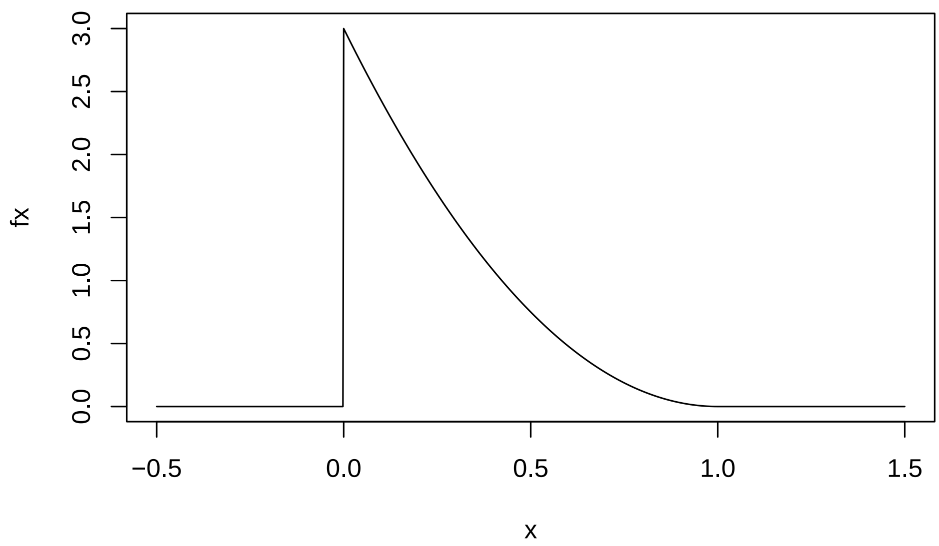
$$f(x) = \begin{cases} 3(1-x)^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & outros.valores \end{cases}$$

a)

X - Consumo mensal de combustível (milhões m^3)

```
#Em primeiro lugar definir a função
fx = function(x){(x< 0)*0 +(0<=x & x<=1)*(3*(1-x)^2)+(x>1)*0}
```

```
# Criar o gráfico em causa
# curve(f_x,n=10001,from=0,to=1) OU
plot(fx, -0.5, 1.5,xlim=c(-0.5,1.5),n=1001)
```



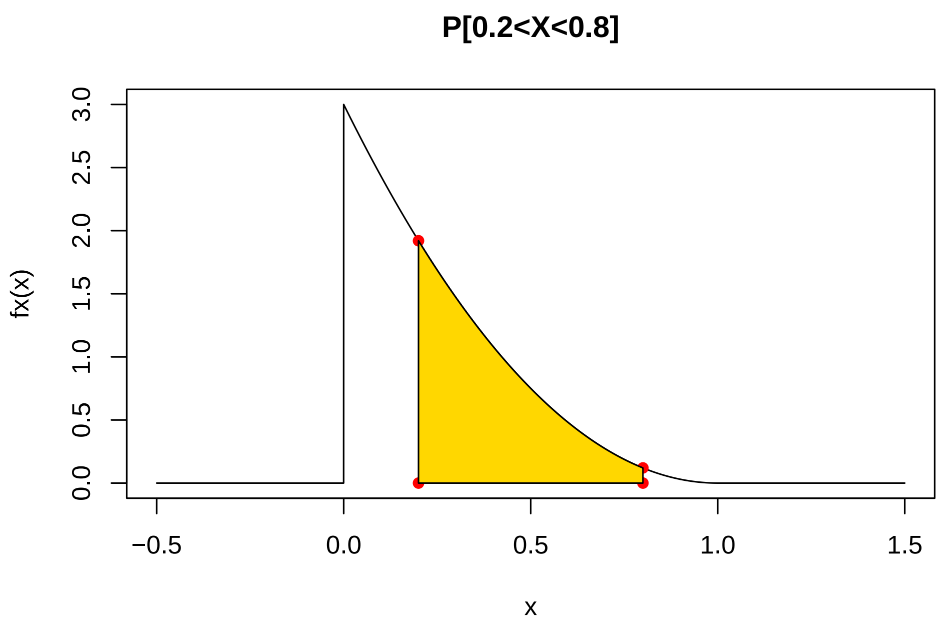
b)

$$P[0.2 < X < 0.8] = \int_{0.2}^{0.8} f(x)dx$$

```
curve(fx,n=10001,from=-0.5,to=1.5, main="P[0.2<X<0.8]")

#Para vermos graficamente a área em causa
points(x = c(0.2,0.8,0.8,0.2),
       y = c(0,0,fx(0.8),fx(0.2)),
       pch = 16,
       col = "red")
```

```r
pontos<- seq(0.2,0.8,0.01)
cord.x <- c(0.2,pontos,0.8)
cord.y <- c(0,fx(pontos),0)
polygon(cord.x,cord.y,col='gold')
```




```r
#A probabilidade pedida usando a função **integrate**:
prob <- integrate(fx, 0.2, 0.8, abs.tol = TRUE)
prob$value
```

```
## [1] 0.504
```

c)

$$E[X] = \int_0^1 f(x)dx$$

```r
# Para sabermos o consumo médio mensal, calculamos o E(X)

# Temos que criar uma nova função dado que, para calcular o valores esperado, precisamos
# de ter o x a multiplicar pela função:
xf_x <- function(x){(x< 0)*0 +(0<=x & x<=1)*(x*(3*(1-x)^2))+(x>1)*0}


# Depois disto podemos calcular o integral da nova função para ter o valor esperado:
E_X=integrate(xf_x, 0, 1)
round(E_X$value, 4)
```

```
## [1] 0.25
```

Logo o consumo médio mensal é de **0.25** milhões de litros de combustível.