

# TPC 1: Probabilidades - Turma 1

**André Filipe Gomes Silvestre Nº104532 CDB1**

---

## Exercício

Considere a experiência aleatória na qual é efetuado o lançamento de dois dados, o primeiro com 6 faces, numeradas de 1 a 6, equilibrado; o segundo com 8 faces, numeradas de 1 a 8, também equilibrado.

1. Crie o espaço de resultados para o exercício em causa, com a respetiva probabilidade.
2. Construa o acontecimento

**A** - a soma dos pontos dos 2 dados é maior do que 8

(ou seja, construa o subconjunto do espaço de resultados onde o somatório dos números obtidos é maior do que 8).

Calcule a probabilidade de ocorrência deste acontecimento.

3. Construa o acontecimento

**B** - os pontos dos dois dados são iguais

(ou seja, crie o subconjunto do espaço de resultados onde os números do primeiro dado são iguais aos números do segundo dado). Calcule a probabilidade de ocorrência deste acontecimento.

4. Calcule a probabilidade do acontecimento “A soma dos dois dados é maior do que 8 e os pontos dos dados são iguais”.
  5. Calcule a probabilidade do acontecimento “A soma dos dois dados é maior do que 8 ou os pontos dos dois dados são iguais”.
-

## 1. Resolução

Os resultados possíveis para o lançamento do 1º dado são 6: 1,2,3,4,5,ou 6.

Os resultados possíveis para o lançamento do 2º dado são 8: 1,2,3,4,5,6,7,ou 8.

Então o espaço de resultados ( $\Omega$ ) correspondente ao lançamento dos dois dados contém 48 resultados elementares, que resulta da combinação de cada um dos resultados elementares do lançamento do primeiro dado com cada um dos resultados elementares do lançamento do segundo.

(**TC**→ Os dados são equilibrados, logo a probabilidade de ocorrência de cada par é igual para todos os pares:)

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{48} \simeq 0.02$$

```
library(tidyverse) # EXTRA (apenas para visualizar algumas linhas e não todas)
```

```
dado1<-1:6
dado1
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6
```

```
dado2 <- 1:8
dado2
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8
```

```
esp_res_dado1_dado2 <- expand.grid(dado1,dado2)
as_tibble(data.frame(esp_res_dado1_dado2))
```

```
## # A tibble: 48 x 2
##   Var1 Var2
##   <int> <int>
## 1     1     1
## 2     2     1
## 3     3     1
## 4     4     1
## 5     5     1
## 6     6     1
## 7     1     2
## 8     2     2
## 9     3     2
## 10    4     2
## # ... with 38 more rows
```

---

Uma vez que, quer o 1º dado , quer o 2º dado, são equilibrados, todos os resultados elementares - neste caso, os pares formados pela face obtida no dado 1 e no dado 2 - são também **equiprováveis**.

Assim , o espaço completo (resultados e probabilidades) poderá ser dado por:

```
probs<-rep(1/nrow(esp_res_dado1_dado2),times=nrow(esp_res_dado1_dado2))
dado1_dado2<-data.frame(esp_res_dado1_dado2,probs)
as_tibble(dado1_dado2)
```

```
## # A tibble: 48 x 3
##   Var1  Var2 probs
##   <int> <int> <dbl>
## 1     1     1 0.0208
## 2     2     1 0.0208
## 3     3     1 0.0208
## 4     4     1 0.0208
## 5     5     1 0.0208
## 6     6     1 0.0208
## 7     1     2 0.0208
## 8     2     2 0.0208
## 9     3     2 0.0208
## 10    4     2 0.0208
## # ... with 38 more rows
```

---

## 2. Resolução

Seja **A** o acontecimento *a soma dos pontos dos 2 dados é maior do que 8*, a probabilidade que tal ocorra ( $P[A]$ ) é dada por:

```
#cálculos auxiliares
soma <- dado1_dado2$Var1 + dado1_dado2$Var2
soma_dados <- data.frame(esp_res_dado1_dado2,probs, soma)

#probabilidade do acontecimento A
quais_A <- which(soma_dados$soma > 8) # Encontrar as linhas que validam a condição
length(quais_A)
```

```
## [1] 21
```

```
acontecimento_A <- soma_dados[quais_A,] # Extrair essas linhas
#acontecimento_A
```

Sendo a probabilidade desse acontecimento dado pela soma das probabilidades dos casos elementares que o compõem.

```
p_de_A<-sum(acontecimento_A$probs)
p_de_A
```

```
## [1] 0.4375
```

---

### 3. Resolução

Seja **B** o acontecimento *os pontos dos dois dados são iguais*, a probabilidade que tal ocorra ( $P[B]$ ) é dada por:

```
#probabilidade do acontecimento B
quais_B<-which(dado1_dado2$Var1 == dado1_dado2$Var2)
acontecimento_B <- dado1_dado2[quais_B,]

p_de_B <- sum(acontecimento_B$probs)
p_de_B
```

```
## [1] 0.125
```

---

### 4. Resolução

Seja **C** o acontecimento *a soma dos dois dados é maior do que 8 e os pontos dos dados são iguais*, a probabilidade que tal ocorra ( $P[A \cap B]$ ) é dada por:

```
#probabilidade do acontecimento C
quais_C<-which(soma_dados$soma > 8 & soma_dados$Var1 == soma_dados$Var2)
# O acontecimento A "e" B pode ser obtido recorrendo a intersect(dplyr)
# A_e_B <- intersect(A,B)

acontecimento_C <- dado1_dado2[quais_C,] # Alternativa

p_de_C <- sum(acontecimento_C$probs)
p_de_C # = p_de_AeB
```

```
## [1] 0.04166667
```

---

### 5. Resolução

Seja **D** o acontecimento *a soma dos dois dados é maior do que 8 ou os pontos dos dois dados são iguais*, a probabilidade que tal ocorra ( $P[A \cup B]$ ) é dada por:

```
#probabilidade do acontecimento D
quais_D<-which(soma_dados$soma > 8 | soma_dados$Var1 == soma_dados$Var2)
# O acontecimento A "ou" B pode ser obtido recorrendo a union(dplyr)
# A_ou_B <- union(A,B)

acontecimento_D <- dado1_dado2[quais_D,] # Alternativa

p_de_D <- sum(acontecimento_D$probs)
p_de_D # = p_de_AouB
```

```
## [1] 0.5208333
```