

Trabalho a Pares 2 - ME

1º Semestre 2023/24

André Silvestre N°104532 | Margarida Pereira N°105877

O Passeio Aleatório é um caso particular do algoritmo MCMC de *Metropolis-Hastings*. Nesta simulação de NPAs a partir da distribuição $\chi^2_{(2)}$, este algoritmo consiste num procedimento iterativo que começa com um ponto inicial, x_0 , e realiza passos sucessivos tendo em conta a distribuição normal $N(\mu = X_t, \sigma^2)$ como a distribuição proponente. Isto implica que o valor proposto para X_{t+1} é derivado de uma distribuição normal com o centro determinado pelo estado anterior, X_t , onde a probabilidade de cada decisão é deliberada pela distribuição de probabilidade desejada.

A especificidade deste algoritmo, face aos demais *Metropolis-Hastings*, deriva de duas condições fundamentais: a utilização de distribuições propostas simétricas e a modelagem da dependência entre passos, onde $Y = X_t + Z$. Nesta relação de dependência, propõe-se um número aleatório Y como resultado da soma do passo anterior (X_t) com um número gerado aleatoriamente de uma distribuição simétrica.

A Figura 1 representa quatro cadeias distintas, meramente variando σ , de forma a avaliar a velocidade de convergência do algoritmo para a distribuição $\chi^2_{(2)}$ na simulação de 10000 NPAs.

Na 1ª cadeia ($\sigma = 0.05$), o elevado valor de $\alpha(X_t, Y)$ resulta na aceitação de todos os pontos, porém estes pontos nada têm a ver com a distribuição-alvo. Na 2ª cadeia ($\sigma = 0.5$) demora a convergir até ao domínio de interesse. Já as duas últimas cadeias ($\sigma = 2$ e $\sigma = 16$) convergem rapidamente para o domínio, porém no primeiro caso a taxa de aceitação é máxima, pelo que a cadeia converge eficientemente para $\chi^2_{(2)}$, enquanto no segundo caso a taxa de rejeição é elevada, pelo que de estágio para estágio a cadeia rejeita muitos valores, convergindo de forma não eficiente.

Em suma, o Passeio Aleatório revela-se um algoritmo eficaz e simples para simular distribuições complexas, cuja velocidade de convergência está intrinsecamente condicionada pelo desvio-padrão da distribuição proponente, tornando-se, assim, sensível à escolha desta última.