

Trabalho a Pares 1 - ME

1º Semestre 2023/24

André Silvestre N°104532 | Margarida Pereira N°105877

1.

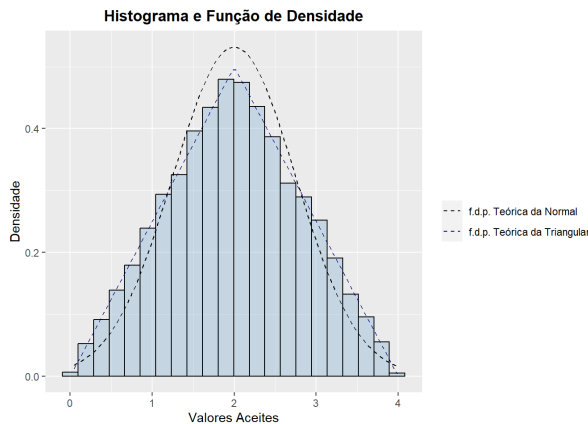


Fig. 1 – Histograma resultante do Método da Aceitação-Rejeição

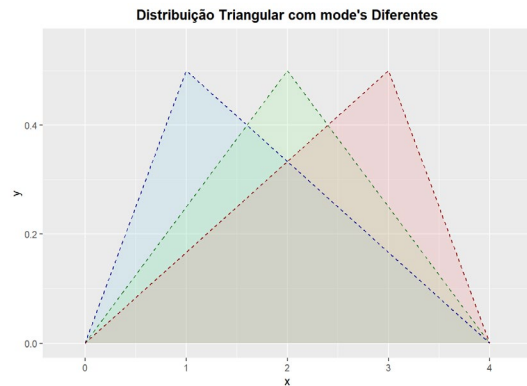


Fig. 2 – Gráfico do Estudo teórico da Distribuição Triangular.

Para a implementação do método de Aceitação-Rejeição, utilizámos a f.d.p. da distribuição triangular da biblioteca **EnvStats** com parâmetros $min = 0$, $máx = 4$, $mode = 2$ e considerámos a função candidata, $g(x)$, a distribuição normal com $\mu = 2$ e $\sigma = 0.75$, de modo a se ajustar o mais possível à nossa distribuição alvo, $f(x)$.

Na resolução do problema, começámos por verificar a *Constante de Rejeição*, c , tal como apresentado no ficheiro R, tendo-se obtido $c \approx 1.8507$. Face a este valor, para gerar os 10 000 NPAs pretendidos, é esperado serem necessários 18 507 iterações ($n \times c$) do algoritmo, sendo que a simulação empírica careceu de 18 572 iterações. A densidade aproximada dos valores aceites pelo método é visível no histograma da esquerda (**Fig. 1**) e observa-se que se ajustam satisfatoriamente à distribuição triangular teórica em estudo, revelando-se uma consistência notável entre os quantis estimados (Q_{hat}) e os quantis teóricos (Q) em diferentes percentis.

No âmbito da análise da função de raiz para a determinação da distribuição triangular (**Fig. 2**), optámos por realizar um estudo onde se alterou a *mode* dos parâmetros, permanecendo os restantes inalterados. Neste contexto, observa-se que a variação ocorre exclusivamente no vértice superior do triângulo, destacando-se que o triângulo transita para configurações angulares distintas, demonstrando a notável influência do parâmetro *mode* na morfologia e na natureza geométrica da distribuição triangular em estudo.

2.

n	Estimador	SE	MSE
20	s ₁	0.0266	0.0702
100		0.0131	0.0184
1,000		0.0034	0.0012
20	s ₂	0.0188	0.0350
100		0.0081	0.0069
1,000		0.0025	0.0006

Tabela 1 – Erro-Padrão e Erro Quadrático Médio dos estimadores em diferentes amostras.

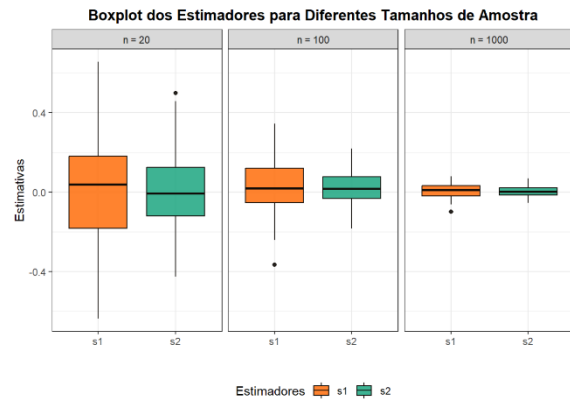


Fig 3 – Boxplot dos 2 estimadores para diferentes dimensões da amostra.

No decorrer deste estudo comparativo de estimadores para o coeficiente de assimetria amostral, foram considerados 2 estimadores: o s_1 , definido em termos dos quartis da distribuição, e o s_2 formulado em função da média, μ , e mediana, v .

Para realizar a análise, foram geradas 100 amostras para cada uma das seguintes dimensões solicitadas, utilizando a distribuição *t-student*, que teoricamente é simétrica, pelo que a assimetria esperada é 0. É relevante salientar que o estudo se concentrou exclusivamente na comparação em termos do tamanho da amostra, n , considerando os graus de liberdade, df , fixados em 20 para todas as amostras.

Para cada amostra e cada estimador, foram obtidas as estimativas correspondentes para a assimetria amostral e, posteriormente, o cálculo do erro-padrão (SE) e do erro quadrático médio (MSE) para cada combinação de dimensão da amostra e estimador, sendo os resultados apresentados na **Tabela 1** e **Figura 3**.

Analisando os resultados, verifica-se nuances pouco significativas entre os dois estimadores em consideração. No cenário das amostras geradas, o estimador s_2 demonstrou uma tendência a proporcionar estimativas mais precisas (**Fig. 3**), obtendo um menor erro em amostras de menor dimensão. Em termos formais, o estimador s_2 é mais eficiente, pois tem uma variância menor. No entanto, à medida que a dimensão da amostra aumenta, a diferença entre os estimadores torna-se pouco expressiva.

De forma geral, constata-se uma conformidade com as expectativas, onde o comportamento dos estimadores, em relação ao tamanho da amostra, n , revela uma inversamente proporcional diminuição do erro-padrão e do erro quadrático médio. Este facto é indicativo de uma maior precisão nas estimativas à medida que a dimensão da amostra aumenta.

Em suma, com base nos resultados obtidos, podemos concluir que o estimador s_2 é preferível ao estimador s_1 .