

Introdução às Funções

2021

Notas: Algumas Definições

Antes de introduzirmos um dos mais importantes conceitos da Matemática, Funções, lembremos de algumas definições fundamentais para um melhor entendimento:

Pares ordenados: Dados dois elementos a e b formamos um novo elemento indicado por (a;b) e denominado par ordenado, cujo primeiro elemento é a e o segundo elemento é b. Impomos a seguinte condição de igualdade entre pares ordenados:

$$(a;b) = (c;d) \Leftrightarrow a = c \in b = d$$

Com a definição de igualdade acima, temos, por exemplo:

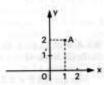
$$(1;2) \neq (2;1)$$

$$(2;3) = (x;y) \Leftrightarrow x = 2 \text{ e } y = 3$$

$$(x;1) = (0;y) \Leftrightarrow x = 0 \text{ e } y = 1$$

Representação gráfica: a representação gráfica de um par ordenado é um ponto pertencente a um plano (chamado plano cartesiano).

Exemplo: O par ordenado (1;.2) é representado pelo ponto A da figura seguinte; indicase: A(1;.2).



OBS: O 1° elemento do par ordenado é sempre representado no eixo Ox e o 2°, no eixo Oy.

Produto cartesiano de conjunto: Se A e B são conjuntos não vazios, o produto cartesiano de A por B é o conjunto de todos os pares ordenados com primeiro elemento em A e segundo elemento em B. Indica-se o produto cartesiano de A por B por $A \times B$.

$$A \times B = \{(a;b) | a \in A \in b \in B\}$$

Se A ou B é vazio, coloca-se $A \times B = \emptyset$.

OBS: O produto cartesiano de \mathbb{R} por \mathbb{R} indicamos por \mathbb{R}^2 . Isto é: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$.

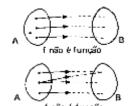
Relações: Se A e B são dois conjuntos quaisquer, podemos relacionar ou associar elementos de A com elementos de B de alguma maneira, à nossa escolha. Quando fazemos isso, dizemos que fica estabelecida uma relação binária entre os conjuntos A e B. Por exemplo, se $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{2,3,4,5\}$ vamos determinar o conjunto R formado pelos pares (x;y) que satisfaçam a seguinte propriedade x+y=5, ou seja, $R = \{(x,y) \in A \times B \mid x+y=5\}$. Temos $R = \{(1;4),(2;3),(3;2)\}$

Função: Dados dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x; y) \in f$. Ou seja, para uma relação f de A em B ser uma função:

- 1°) É necessário que todo elemento $x \in A$ participe de pelo menos um par $(x; y) \in f$, isto é, todo elemento de A deve servir como ponto de partida de flecha.
- 2°) É necessário que cada elemento $x \in A$ participe de apenas um único par $(x; y) \in f$, isto é, cada elemento de A deve servir como ponto de partida de uma única flecha.

Caso não satisfaça uma das condições acima uma relação f não é uma função, ou seja,

- 1°) se existir um elemento de A do qual não parta flecha alguma ou
- 2°) se existir um elemento de A do qual partam duas ou mais flechas.



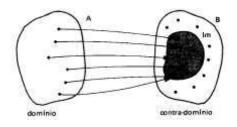
Seja f uma função de A em B.

Chamamos de domínio de f o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x; y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

Domínio= Conjunto de Partida (ou seja, D=A)

Chamamos de imagem de o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $(x; y) \in f$, portanto:

Imagem é subconjunto do contradomínio ($Im \subset B$)



Lista de Exercícios:

 1^a Questão: Determine a e b de modo que:

a)
$$(a+5,b+4)=(2a-3,8)$$

c)
$$(a^2-7a,3b)=(-12,5b-4)$$

b)
$$(3a-5,2b+1)=(3-5a,5-b)$$

d)
$$(a,3a) = (2b-1,5b)$$

2ª Questão: Represente num mesmo plano cartesiano os pontos M(2,3), N(-1,4), P(-2,-1), Q(3,-2), R(4,0), S(-3,0), T(0,1), V(0,-3).

3ª Questão: Dados os conjuntos $A = \{-2, 0, 2\}$ e $B = \{-1, 1\}$, determine:

a)
$$A \times B$$

b)
$$B \times A$$

c)
$$A^2$$

d)
$$B^2$$

 4^a Questão: Sendo A e B dois conjuntos, calcule x nos seguintes casos:

a)
$$n(A) = 6$$
, $n(B) = x + 5$, $n(A \times B) = 54$

b)
$$n(A) = 3$$
, $n(B) = 7$, $n(A \times B) = 5x + 1$

c)
$$n(A) = x$$
, $n(B) = x - 2$, $n(A \times B) = 48$

d)
$$n(A) = 2x-1$$
, $n(B) = x+3$, $n(A \times B) = 8x-1$

 5^{a} Questão: Represente no plano cartesiano os produtos $A \times B$ nos seguintes casos:

a)
$$A = \{-3, -1, 1, 3\}$$
 e $B = \{2, 4\}$

d)
$$A = [-2, 3] e B = \{3\}$$

b)
$$A = \{1,4\}$$
 e $B = \{-3,-2,2,3\}$

e)
$$A = [1, 4]$$
 e $B = [2, 4]$

c)
$$A = \{2\}$$
 e $B = [-1, 4]$

f)
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 1\} e B = \{y \in \mathbb{R} \mid y \ge 2\}$$

6ª Questão: Dados os conjuntos $A = \{-1,0,1,3\}$ e $B = \{0,1,2,4,6,10\}$, determine as seguintes relações de A em B:

a)
$$R_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x + 4\}$$

c)
$$R_3 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = |2x|\}$$

b)
$$R_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2\}$$

7ª Questão: Sendo $A = \left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, 0\right\}$, determine:

a)
$$R_1 = \{(x, y) \in A^2 \mid y = x^{-1}\}$$

b)
$$R_2 = \left\{ (x, y) \in A^2 \mid y = x + \frac{1}{2} \right\}$$

8ª Questão: Sendo $A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, determine as seguintes relações:

a)
$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid x \cdot y = 18\}$$

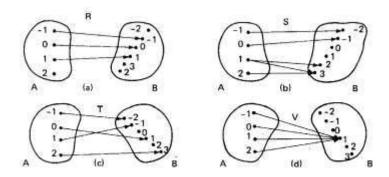
b)
$$S = \{(x, y) \in A^2 \mid x^2 + y^2 < 20\}$$

9ª Questão: Determine as seguintes relações:

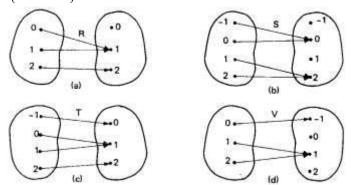
a)
$$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2x + y = 10\}$$
 b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z} \mid x^2 + y^2 = 25\}$

b)
$$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z} | x^2 + y^2 = 25 \}$$

10ª Questão: Estabeleça se cada um dos esquemas abaixo define ou não uma função de $A = \{-1,0,1,2\}$ e $B = \{-2,-1,0,1,2,3\}$:



11^a Questão: Quais dos esquemas abaixo definem uma função de $A = \{0,1,2\}$ e $B = \{-1,0,1,2\}$:



12^a Questão: Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ construa o esquema de flechas e, através dele, identifique as relações que são funções:

a)
$$R_1 = \{(-2,0), (-1,1), (0,2), (1,3), (2,4)\}$$

b)
$$R_2 = \{(-2,0), (-2,1), (0,2), (0,4)\}$$

c)
$$R_3 = \{(-2,2), (-1,2), (0,3), (1,3), (2,4)\}$$

d)
$$R_4 = \{(0,0),(1,1),(2,2),(2,3),(2,4)\}$$

13ª Questão: Sendo $A = \{-1,0,1,2\}$ e $B = \{0,1,2,3,4\}$, identifique as relações que são funções:

a)
$$R_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2\}$$

c)
$$R_3 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x + 1\}$$

b)
$$R_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$$

14ª Questão: O diagrama representa uma função de A em B. Pede-se:

a) f(1)

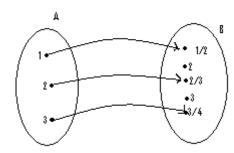
d) D(f)

b) f(2)

e) C(f)

c) f(3)

f) Im(f)



15^a Questão: Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f(x) = 5x - 3, determine:

a) f(-2)

d) f(-3)

b) $f\left(\frac{1}{5}\right)$

e) x, sabendo que f(x) = 2

c) f(0)

f) x, sabendo que f(x) = -1

16ª Questão: Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5x^2 - 8x + 3$, calcule:

a) f(-1)

d) $f(\sqrt{2})$

b) f(0)

e) x, de modo que f(x) = 0

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

f) x, de modo que f(x) = 7

17^a Questão: Dados os conjuntos $A = \{-1,0,1\}$ e $B = \{-3,0,\frac{1}{3},1,2,3,4\}$ determine o conjunto imagem da função $f: A \rightarrow B$, definida por:

- a) f(x) = x+3 b) f(x) = 3x c) $f(x) = 3^x$ d) $f(x) = \frac{|x|}{2}$

18ª Questão: Dada a função f de \mathbb{N} em \mathbb{R} definida por $f(x) = x^2 - 3x - 3$, determine x tal que f(x)=1.

19ª Questão: Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f(x+1) = 5x - 2, calcule f(x).

20ª Questão: Na função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f(3x-2) = 2x+5, calcule f(4).

21ª Questão: Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f(x+2) = x+2, calcule $\frac{f(3)}{f(4)}$.

22^a Questão: Dadas as funções f(3x+1) = x+2 e g(x-3) = 4x+7 de \mathbb{R} em \mathbb{R} , calcule o valor de f(4)+g(-1).

23^a Questão: Dados os conjuntos $A = \{-2, 1, 3\}, B = \{0, 1\}, C = \{2, 4\},$ represente pelos elementos e pelo gráfico cartesiano os seguintes produtos:

- a) AxB
- b) A x C
- c) B x C
- d) C x B

24^a Questão: Represente graficamente A x B. Dados:

a)
$$A = (-1,3] e B = [1,2]$$

a)
$$A = (-1,3] e B = [1,2]$$
 f) $A = (-2,+\infty) e B = (-4,1]$

b)
$$A = \{1,2,3\}e B = (4,5]$$

g)
$$A = (-1,3] e B = (-\infty,1]$$

c)
$$A = \mathbb{R} e B = [1,2]$$

$$h) A = (1,9) e B = \mathbb{R}$$

b)
$$A = \{1,2,3\}e \ B = \{4,5\}$$
 g) $A = \{-1,3\}e \ B = \{-\infty,1\}$
c) $A = \mathbb{R} \ e \ B = [1,2]$ h) $A = \{1,9\}e \ B = \mathbb{R}$
d) $A = \{2,4\}e \ B = \{-2,0,1,3\}$ i) $A = \{1,6\}e \ B = [0,5)$

i)
$$A = (1,6] e B = [0,5)$$

e)
$$A = [-1,2] e B = [-2,1]$$

e)
$$A = [-1,2] e B = [-2,1]$$
 j) $A = (-\infty,3] e B = [1,+\infty)$

25^a **Questão:** Dados os conjuntos $A = \{-1,2,3,4,5\}$ e $B = \{-4,-3,-2,-1,2,3,4\}$,

- i) Enumere pares ordenados
- ii) Represente por meio de flechas
- Faça o gráfico cartesiano iii)

Das relações de A em B definidas por:

a)
$$R_1 = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$$

c)
$$R_3 = \{(x, y) \mid x + y < 2\}$$

b)
$$R_2 = \{(x, y) \mid (x - y)^2 = 1\}$$
 d) $R_4 = \{(x, y) \mid x + y = -3\}$

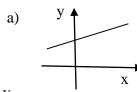
d)
$$R_4 = \{(x, y) \mid x + y = -3\}$$

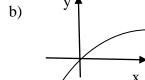
26ª Questão: Dada a função f(x) = 3x + 5, determine $f(x) = \frac{f(-3) + f(0)}{-4}$.

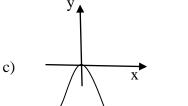
27ª Questão: Na função real $f(x) = \frac{3x-1}{2}$, o elemento 7 é a imagem do elemento:

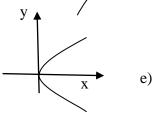
d)

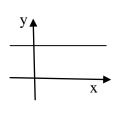
28ª Questão: Qual dos seguintes gráficos não representa uma função f: $R \rightarrow R$?





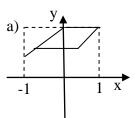


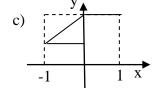


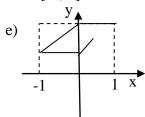


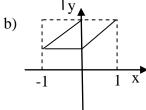
 $\mathbf{29^a}$ Questão: Dos gráficos, o único que representa uma função de domínio D = [-1, 1]

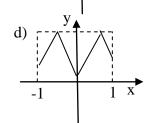
é:











30ª Questão: Sejam as funções reais f e dadas por $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{\sqrt[3]{x-2}}$

Sendo o conjunto A o domínio da função f e o conjunto B o domínio da função g, a soma dos valores inteiros do conjunto $A \cap B$ é igual a:

- 12 a)
- b) 9
- c) 16
- d) 20
- e) 17

31ª Questão: Determine o domínio da seguintes funções reais:

a)
$$y = \sqrt{3-x}$$

b)
$$y = \sqrt{6 + x - x^2}$$

a)
$$y = \sqrt{3-x}$$
 b) $y = \sqrt{6+x-x^2}$ c) $y = \frac{1}{x+7}$ d) $y = \frac{x}{x-3}$

$$e) \quad y = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$$

f)
$$y = \frac{x}{\sqrt{2x-3}}$$

e)
$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$$
 f) $y = \frac{x}{\sqrt{2x-3}}$ g) $y = \frac{1}{x^2 + 6x + 5} + \frac{1}{4+x}$

32ª Questão: Determine o domínio das funções:

a)
$$y = 3x + 2$$

b)
$$y = x^2 - 4$$

g)
$$y = \frac{3x+1}{x^2-1}$$

m)
$$y = \frac{5}{x} + \frac{2}{\sqrt{x-2}}$$

$$c) y = \frac{2x-1}{x-2}$$

h)
$$y = \frac{x+4}{x^2 - 7x + 12}$$

n)
$$y = \frac{5}{x} + \frac{2}{\sqrt{x+2}}$$

d)
$$y = \sqrt{3x+5}$$

i)
$$y = \sqrt[6]{-3x+1}$$

o)
$$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2x-1}$$

e)
$$y = \sqrt[3]{3x+5}$$

j)
$$y = \frac{\sqrt{3x+5}}{2x-1}$$

p)
$$y = \sqrt{x-2} + \frac{x-1}{x+3}$$

f)
$$y = \frac{2x-1}{\sqrt{3x+5}}$$

1)
$$y = \frac{5}{x} + \frac{2}{x-2}$$

33ª Questão: Construa o gráfico da função f(x) = 2x + 1 nos seguintes casos:

a)
$$D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$
 b) $D(f) = [-2, 2]$ c) $D(f) = \mathbb{R}$

b)
$$D(f) = [-2, 2]$$

c)
$$D(f) = \mathbb{R}$$

34ª Questão: Construa o gráfico da função $f(x) = x^2 - 3$ nos seguintes casos:

a)
$$D(f) = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$
 b) $D(f) = [-3, 3]$ c) $D(f) = \mathbb{R}$

b)
$$D(f) = [-3,3]$$

c)
$$D(f) = \mathbb{R}$$

35ª Questão: Construa o gráfico da função $f(x) = 4 - x^2$ nos seguintes casos:

a)
$$D(f) = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$
 b) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x \le 3\}$ c) $D(f) = \mathbb{R}$

b)
$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x \le 3\}$$

c)
$$D(f) = \mathbb{R}$$

36ª Questão: Construa o gráfico da função $f(x) = 2^{x+1}$ nos seguintes casos:

a)
$$D(f) = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$
 b) $D(f) = [-3, 1]$ c) $D(f) = \mathbb{R}$

b)
$$D(f) = [-3,1]$$

c)
$$D(f) = \mathbb{R}$$

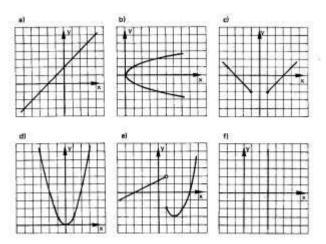
37ª Questão: Construa o gráfico da função f(x) = 2x + 1 nos seguintes casos:

a)
$$D(f) = \left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$$
 b) $D(f) = \mathbb{R}^*$

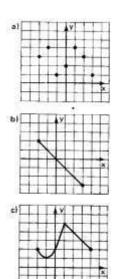
b)
$$D(f) = \mathbb{R}^3$$

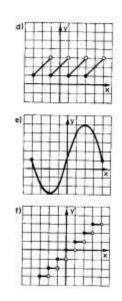
38ª Questão: Construa o gráfico da função $f(x) = x^3$ sendo $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

39ª Questão: Quais das relações de $\mathbb R$ em $\mathbb R$, cujos gráficos aparecem abaixo, são funções? Justificar.



40ª Questão: Considerando que os gráficos abaixo são gráficos de funções, estabelecer o domínio e a imagem:





41ª Questão (Osec-SP): Os conjuntos A e B são tais que $\{(0,2),(0,3),(1,2),(2,3)\}\subset A\times B$. Então:

a) $(2,1) \in A \times B$

d) $\{(1,3),(2,2)\}\subset A\times B$

b) $A \times B$ tem 6 elementos.

- e) $(0,0) \in A \times B$
- c) $A \cup B = \{0,1,2,3\}$ e $A \cap B = \{2\}$

42ª Questão (UFES): Se $A = \{0,1,2\}$ e $B = \{0,2,4,5\}$, então o número de elementos distintos do conjunto $(A \times B) \cup (B \times A)$ é:

- a) 4
- b) 8
- c) 12
- d) 20
- e) 24

43ª Questão (Osec-SP): Seja a função real definida pela sentença $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{\sqrt{x}-1}}$. O domínio da função é:	
a) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 1\}$ b) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 1\}$ c) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x = -1\}$	d) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\}$ e) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$
44ª Questão (UEBA): Sendo $f(2x+1) = x+1$ e $g(2x-1) = x$, o valor de $f(5) + g(3)$ é:	

- a) 15 b) 5 c) 1 d) 7 e) 8
- 45ª Questão (U. Católica de Salvador-BA): Se o domínio da função f, definida por f(x)1-2x, é o intervalo]-3,2], o seu conjunto imagem é o intervalo:
- a)]-7,3] b) [-3,7[c)]-3,7[d) [-3,5[e)]-3,3[
- **46ª Questão (UECE-Adaptada):** Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = kx^2$, sendo kuma constante positiva. Se $f(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$, então $f(\sqrt{6})$ é igual a:
- b) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{18}$ d) $\sqrt{27}$ e) $\sqrt{6}$ a) $\sqrt{8}$
- 47ª Questão (Fuvest-SP): Uma função f de variável real satisfaz a condição f(x+1) = f(x) + f(1), qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo-se que f(2)=1, podemos concluir que f(5) é igual a:
- b) 1 c) $\frac{5}{2}$ d) 5 e) 10 a) $\frac{1}{2}$
- **48ª** Questão (IBEMEC 98): Considere a função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} , tal que f(x+1) = f(x) + 2 e f(2) = 3. Então, f(50) é igual a:
- a) 105 b) 103 c) 101 d) 99 e) 97
- **49ª Questão (Fuvest-SP):** Seja f uma função tal que $f(x+3) = x^2 + 1$ para todo xreal. Então f(x) é igual a:
- a) x^2-2 b) 10-3x c) $-3x^2+16x-20$ d) $x^2-6x+10$ e) $x^2+6x-16$

50^a Questão: Se $f(n+1) = \frac{2 \cdot f(n) + 1}{2}$ para n = 1, 2, 3, ... e se f(1) = 2, então o valor de f(101) é:

a) 49

b) 50 c) 53

d) 52

e) 51

Respostas:

1ª Questão: a) a = 8 e b = 4 b) a = 1 e $b = \frac{4}{2}$ c) a = 3 ou a = 4 e b = 4

d) a = 5 e b = 3

2ª Questão: Desenvolver em sala

3ª Questão: a) $A \times B = \{(-2, -1), (-2, 1), (0, -1), (0, 1), (2, -1), (2, 1)\}$

b) $B \times A = \{(-1, -2), (-1, 2), (-1, 0), (1, -2), (1, 2), (1, 0)\}$

c) $A^2 = A \times A = \{(-2, -2), (-2, 0), (-2, 2), (0, -2), (0, 0), (0, 2), (2, -2), (2, 0), (2, 2)\}$

d) $B^2 = B \times B = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$

4^a Ouestão: a) x = 4

b) x = 4 c) x = 8 d) x = 2

5ª Questão: Desenvolver em sala

6ª Questão: a) $R_1 = \{(-1,2), (0,4), (1,6), (3,10)\}$ b) $R_2 = \{(-1,1), (0,0), (1,1)\}$

c) $R_3 = \{(-1,2),(0,0),(1,2),(3,6)\}$

7a Questão: a) $R_1 = \left\{ \left(-2, -\frac{1}{2} \right), \left(-1, -1 \right), \left(-\frac{1}{2}, -2 \right) \right\}$ b) $R_2 = \left\{ \left(-1, -\frac{1}{2} \right), \left(-\frac{1}{2}, 0 \right) \right\}$

8ª Questão: a) $R = \{(2,9), (3,6), (6,3), (9,2)\}$

b) $S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$

9a Questão: a) $R = \{(010), (1,8), (2,6), (3,4), (4,2), (5,0)\}$

b) $R = \{(0,5), (5,0), (3,4), (4,3), (0,-5), (3,-4), (4,-3)\}$

10^a Questão: Apenas c) e d) representam funções.

11^a Questão: Somente d)

12ª Questão: a) e c) são funções

13^a Questão: a) e b) são funções

14ª Questão: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\{1,2,3\}$ e) $\left\{\frac{1}{2},2,\frac{2}{3},3,\frac{3}{4}\right\}$

15^a Questão: a) -13 b) -2 c) -3 d) -18 e) 1 f) $\frac{2}{5}$

16^a Questão: a) 16 b) 3 c) $\frac{1}{4}$ d) $13-8\sqrt{2}$ e) x=1 ou $x=\frac{3}{5}$

f) x = 2 ou $x = -\frac{2}{5}$

17^a Questão: a) $\{2,3,4\}$ b) $\{-3,0,3\}$ c) $\left\{\frac{1}{3},1,3\right\}$ d) $\left\{0,\frac{1}{3}\right\}$

18ª Questão: 4

19^a Questão: 5x - 7

20ª Questão: 9

21ª Questão: $\frac{3}{4}$

22ª Questão: 18

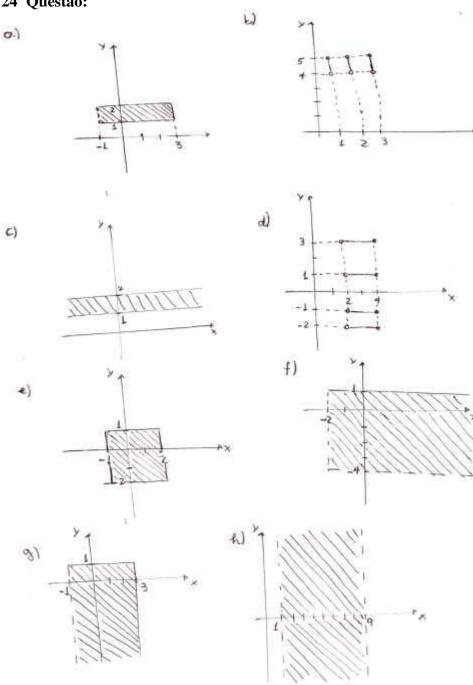
23^a Questão: a) A x B = {(-2,0), (-2,1), (1,0), (1,1), (3,0), (3,1)}

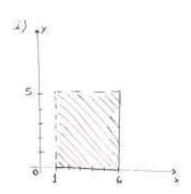
b) A x C = $\{(-2,2), (-2,4), (1,2), (1,4), (3,2), (3,4)\}$

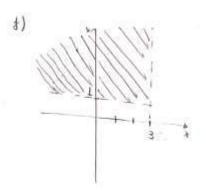
c) B x C = $\{(0,2), (0,4), (1,2), (1,4)\}$

d) C x B = $\{(2,0), (2,1), (4,0), (4,1)\}$

24ª Questão:



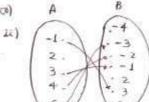




25ª Questão:

- a) i) $R_1 = \{(-1,3), (3,-1), (4,-2), (5,-3)\}$
- b) $R_2 = \{(-1,-2), (2,3), (3,4),$ (3,2),(4,3),(5,4)

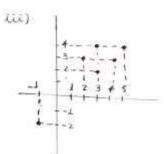
(0)



6) ii)

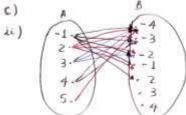
lii)



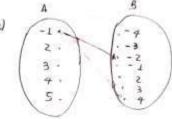


- c) i) $R_3 = \{(-1,-4), (-1,-3), (-1,-2), (-1,-1), (-1,2), (-1$
- (2,-4), (2,-3), (2,-2), (2,-1), (3,-4), (3,-3), (3,-2),
- (4,-4), (4,-3), (5,-4)

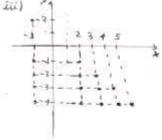
d) i) $R_4 = \{(-1,-2)\}$



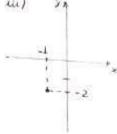
di



iii)



in)



26ª Questão:
$$-\frac{1}{4}$$

31° Questão: a)
$$D = (-\infty, 3]$$
 b) $D = [-2,3]$ c) $D = \mathbb{R} - \{7\}$ d) $D = \mathbb{R} - \{7\}$ e) $D = [1, +\infty)$ f) $D = (3/2, +\infty)$

g)
$$D = \mathbb{R} - \{-4,1,5\}$$

32ª Questão:

a)
$$\mathbb{R}$$

b)
$$\mathbb{R}$$

c)
$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2\}$$

$$d) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \ge -\frac{5}{3} \right\}$$

$$f) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{5}{3} \right\}$$

$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1 \text{ e } x \neq 1 \right\}$$

$$h) \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3 \text{ e } x \neq 4 \}$$

$$i) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \le \frac{1}{3} \right\}$$

j)
$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \ge -\frac{5}{3} \text{ e } x \ne \frac{1}{2} \right\}$$

$$1) \left\{ x \in \mathbb{R}^* \mid x \neq 2 \right\}$$

$$\mathbf{m}) \ \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \right\}$$

$$n) \left\{ x \in \mathbb{R}^* \mid x > -2 \right\}$$

o)
$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 2\}$$

$$p) \qquad \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 2\}$$

40^a Questão: a)
$$D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$
 e Im = $\{1, 2, 3, 4\}$

b)
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 3\}$$
 e $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid -3 \le y \le 2\}$

c)
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 4\}$$
 e $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \le y \le 5\}$

d)
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x < 5\}$$
 e Im $= \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \le y < 3\}$

e)
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \le x \le 4\}$$
 e $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid -3 \le y \le 5\}$

f)
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x < 3\}$$
 e Im = $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$