МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 3343 Силяев Р.А.

Преподаватель Жангиров Т.Р.

Санкт-Петербург
2025

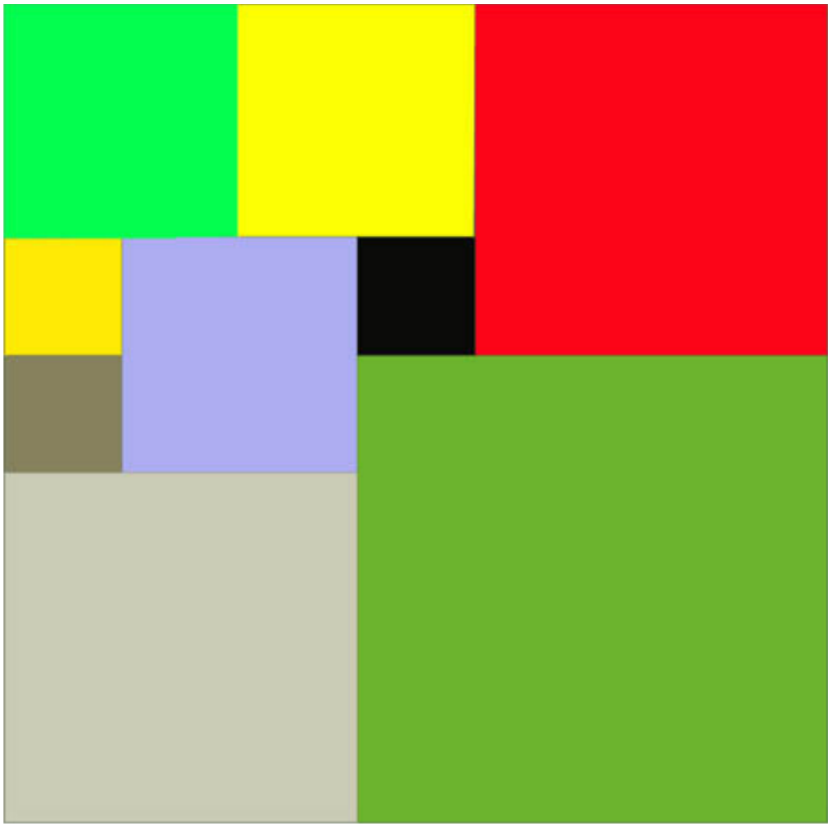
Цель работы.

Решение классической задачи квадрирования квадрата (с заданными относительно размера ограничениями) посредством программы, основанной на алгоритме поиска с возвратом (англ. backtracking).

Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до $N-1$, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу - квадрат размера N. Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков(квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за

пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы - одно целое число N ($2 \le N \le 40$).

Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу(квадрат) заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x, y и w…, задающие координаты левого верхнего угла ($1 \le x, y \le N$) и длину стороны соответствующего обрезка(квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

3 4 1

Вариант 2р. Рекурсивный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата

Описание функций и структур данных.

Класс *Square*

Структура, описывающая квадрат:

- ***x***, ***y*** - координаты левого верхнего угла квадрата
- ***size*** - длина стороны квадрата
- ***right***, ***bottom*** - вычисляемые координаты правой и нижней границ квадрата

Класс BacktrackState

Основной класс, реализующий алгоритм поиска с возвратом:

- ***squares*** - список размещенных квадратов
- ***occupied_area*** - занятая площадь
- ***current_count*** - текущее количество квадратов
- ***start_x***, ***start_y*** - начальные координаты для поиска места
- ***grid_size*** - размер основного квадрата
- ***best_count***, ***best_solution*** - лучшее найденное решение

Методы:

- ***is_overlapping(x, y)*** - проверяет, пересекается ли точка с существующими квадратами
- ***backtrack()*** - основной рекурсивный метод поиска с возвратом
- ***calculate_max_size(x, y)*** - вычисляет максимальный размер квадрата для данной точки
- ***try_place_squares(x, y, max_size)*** - пробует разместить квадраты разных размеров
- ***should_skip()*** - проверяет, стоит ли пропускать текущую ветвь поиска
- ***update_best_solution()*** - обновляет лучшее решение

Вспомогательные функции

1. ***initialize_initial_squares(grid_size)*** - создает начальное разбиение для оптимизации
2. ***find_max_square_size(grid_size)*** - находит максимальный делитель для оптимизации

Основная функция

main() - считывает входные данные, инициализирует поиск и выводит результат

Алгоритм работы

Инициализация:

- Считывается размер квадрата N
- Находится оптимальный размер для разбиения
- Создается начальное разбиение (оптимизация)

Поиск с возвратом:

- Рекурсивно перебираются возможные размещения квадратов
- На каждом шаге проверяется возможность улучшения текущего решения
- При нахождении полного покрытия проверяется его оптимальность

Оптимизации:

- Для четных N используется разбиение на 4 равных квадрата
- Для чисел вида N = 2^r-1 применяется специальный шаблон разбиения
- Используется отсечение ветвей, которые заведомо не приведут к улучшению

Сложность алгоритма

- **Пространственная сложность**: O(N^2) для хранения информации о размещенных квадратах
- **Временная сложность**:
- O(1) для четных N и специальных случаев (например, N=7)
- Экспоненциальная в худшем случае для произвольных N

Исследование.

С помощью функции *BenchmarkSolve(b *testing.B)* замерено время выполнения программы для каждого размера ребра квадрата в диапазоне

от 2 до 20.

Благодаря оптимизациям алгоритм крайне эффективно справляется с чётными числами и числом 7 = 2**3-1. В остальных случаях наблюдается повышенное время исполнения, так как приходится делать полный перебор по площади квадрата.

Тестирование.

Входные данные	Выходные данные	Комментарий

7	9 1 1 4 1 5 3 5 1 3 6 4 2 4 6 2 6 6 2 5 4 1 4 5 1 5 5 1	Оптимизация 3) Результат верный
15	12 1 1 8 1 9 7 9 1 7 12 8 4 8 12 4 12 12 4 10 8 2 8 10 2 10 10 2 9 8 1 8 9 1 9 9 1	Оптимизация 4) Результат верный
16	4 1 1 8 1 9 8 9 1 8 9 9 8	Оптимизация 1) Результат верный
19	13 1 1 10 1 11 9 11 1 9 11 10 3 14 10 6 10 11 1 10 12 1 10 13 4 14 16 1	Оптимизация 2) Результат верный

	15 16 1 16 16 4 10 17 3 13 17 3	

Выводы.

В соответствии с заданным условиям была написана программа, осуществляющая покрытие квадрата меньшими квадратами посредством поиска с возвратом. В ходе изучения поставленной задачи были выявлены и применены оптимизации, обеспечивающие значительное сокращение перебираемых решений.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Файл main.py

```
class Square:
    def __init__(self, x, y, size):
        self.x = x
        self.y = y
        self.size = size
        self.right = x + size
        self.bottom = y + size


class BacktrackState:
    def __init__(self, squares, occupied_area, current_count, start_x,
start_y, grid_size, best_count, best_solution):
        self.squares = squares.copy()
        self.occupied_area = occupied_area
        self.current_count = current_count
        self.start_x = start_x
        self.start_y = start_y
        self.grid_size = grid_size
        self.best_count = best_count
        self.best_solution = best_solution


    def is_overlapping(self, x, y):
        for square in self.squares:
            if (x >= square.x and x < square.right) and (y >= square.y
and y < square.bottom):
                return True
        return False


    def backtrack(self):
        if self.occupied_area == self.grid_size * self.grid_size:
            if self.current_count < self.best_count[0]:
                self.best_count[0] = self.current_count
                self.best_solution[:] = self.squares.copy()
            return

        for x in range(self.start_x, self.grid_size):
            for y in range(self.start_y, self.grid_size):
                if self.is_overlapping(x, y):
```

```
                continue

            max_size = self.calculate_max_size(x, y)
            if max_size <= 0:
                continue

            self.try_place_squares(x, y, max_size)
            return
        self.start_y = 0

def calculate_max_size(self, x, y):
    max_size = min(self.grid_size - x, self.grid_size - y)
    for square in self.squares:
        if square.right > x and square.y > y:
            max_size = min(max_size, square.y - y)
        elif square.bottom > y and square.x > x:
            max_size = min(max_size, square.x - x)
    return max_size

def try_place_squares(self, x, y, max_size):
    for size in range(max_size, 0, -1):
        new_square = Square(x, y, size)
        new_occupied_area = self.occupied_area + size * size

        if self.should_skip(new_occupied_area, x, y, size):
            continue

        self.squares.append(new_square)
        if new_occupied_area == self.grid_size * self.grid_size:
            self.update_best_solution()
            self.squares.pop()
            continue

        if self.current_count + 1 < self.best_count[0]:
            new_state = BacktrackState(
                self.squares,
                new_occupied_area,
                self.current_count + 1,
                x,
                y,
                self.grid_size,
                self.best_count,
```

```
                    self.best_solution
                )
                new_state.backtrack()
            self.squares.pop()

    def should_skip(self, new_occupied_area, x, y, size):
        remaining_area = self.grid_size * self.grid_size -
new_occupied_area
        if remaining_area > 0:
            max_possible_size = min(self.grid_size - x, self.grid_size
- y)
            if max_possible_size == 0:
                return True
            min_squares_needed = (remaining_area + (max_possible_size
** 2 - 1)) // (max_possible_size ** 2)
            if (self.current_count + 1 + min_squares_needed) >=
self.best_count[0]:
                return True
        return False

    def update_best_solution(self):
        if self.current_count + 1 < self.best_count[0]:
            self.best_count[0] = self.current_count + 1
            self.best_solution[:] = self.squares.copy()

def initialize_initial_squares(grid_size):
    half_size = (grid_size + 1) // 2
    small_size = grid_size // 2
    return [
        Square(0, 0, half_size),
        Square(0, half_size, small_size),
        Square(half_size, 0, small_size)
    ]

def find_max_square_size(grid_size):
    max_divisor = 1
    for i in range(grid_size // 2, 0, -1):
        if grid_size % i == 0:
            max_divisor = i
            break
    return max_divisor, grid_size // max_divisor

def main():
```

```
    grid_size = int(input().strip())

    square_size, new_grid_size = find_max_square_size(grid_size)
    best_count = [2 * new_grid_size + 1]
    initial_squares = initialize_initial_squares(new_grid_size)
    best_solution = []

    initial_occupied_area = initial_squares[0].size ** 2 + 2 *
initial_squares[1].size ** 2
    start_x = initial_squares[2].bottom
    start_y = initial_squares[2].x

    state = BacktrackState(
        initial_squares,
        initial_occupied_area,
        3,
        start_x,
        start_y,
        new_grid_size,
        best_count,
        best_solution
    )
    state.backtrack()

    print(best_count[0])
    for square in best_solution:
        print(f"{1 + square.x * square_size} {1 + square.y *
square_size} {square.size * square_size}")

if __name__ == "__main__":
    main()
```