

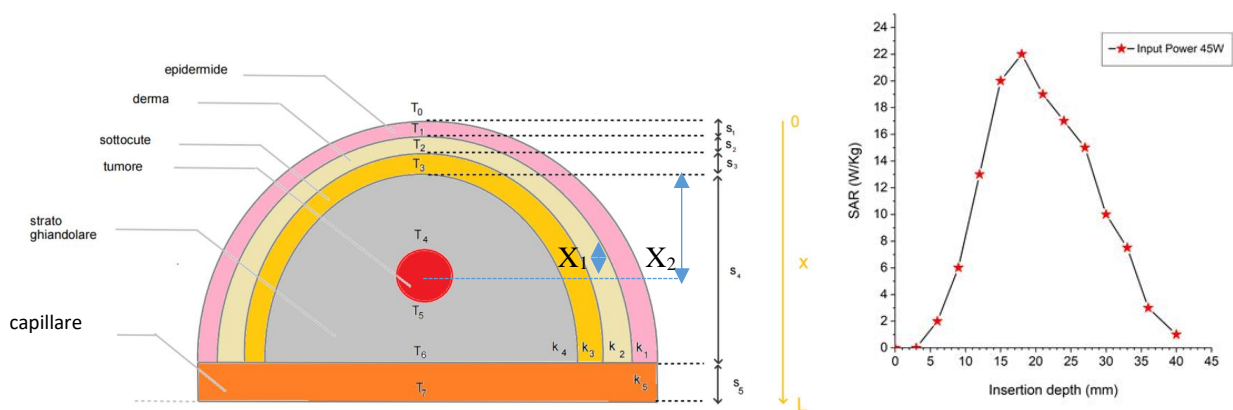
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DEL MOLISE

DIPARTIMENTO DI MEDICINA E SCIENZE DELLA SALUTE

CORSO DI TRASMISSIONE DEL CALORE IN APPLICAZIONI BIOMEDICALI (A.A. 2023-24)

TESINA Gruppo Masone-Cirnelli

La tesina in oggetto riguarda l'analisi dello scambio termico durante una procedura di termoablazione per indurre necrosi in tessuti umani. Lo scopo principale è comprendere in quanto **tempo** e in quali **condizioni** si raggiungono la temperatura necessaria alla necrosi. Si ipotizza di avere un'antenna all'interno di un tessuto tumorale da trattare; tale tessuto è circa una sfera di raggio pari ad x_1 . La potenza applicata per unità di massa (W/kg), nota dalla risoluzione del campo elettromagnetico, dipende dallo spazio e dal tempo. L'evoluzione spaziale è riportata sulla destra, mentre, per quanto riguarda il tempo, questa sorgente si spegne nel momento in cui $T(x = x_1) = 55^\circ\text{C}$.



Nel presente problema, è possibile assumere il campo di temperatura come **monodimensionale**, con origine posta al centro del tumore da trattare, e di utilizzare coordinate rettangolari. Si consideri un capillare avente un diametro di $10\ \mu\text{m}$ che costituisca una condizione del terzo tipo con una temperatura del sangue che varia con legge sinusoidale, mentre la velocità media è riferita a dei capillari ($d = 10\ \mu\text{m}$) e reperibile tramite valori tipici riscontrabili in letteratura in m/s. Si trascurano gli effetti dell'evaporazione e i fenomeni radiativi, e si utilizzi il seguente database per le proprietà termofisiche sono reperibili in <https://itis.swiss/virtual-population/tissue-properties/database/>.

Considerare la dipendenza dalla temperatura della perfusione sanguigna e delle proprietà elettriche dei tessuti, mentre la conducibilità termica può essere assunta costante.

Sono di seguito riportate le condizioni ai limiti, ed i dati relativi alla geometria:

Condizioni ai limiti (C. C.)	Geometria
Superficie sinistra ($x = 0$) \rightarrow Condizione al contorno del 3° Tipo: $u_{\text{inf}} = 0.2\ \text{m/s}$, $T_{\text{inf}} = 20^\circ\text{C}$.	$s_1 = 3.5\ \text{mm}$
Superficie inferiore ($x = L$) \rightarrow C.C. del 3° tipo: $d = 10\ \mu\text{m}$, flusso sviluppato, $T_b(t) = T_{b,A} + A_b \sin(\omega t)$ con $T_{b,A} = 37^\circ\text{C}$, $A_b = 1.2^\circ\text{C}$ e periodo $T = 0.8$ secondi.	$s_2 = 4.0\ \text{mm}$
Condizione iniziale \rightarrow Temperatura pari a $T_i = 37^\circ\text{C}$	$s_3 = 3.5\ \text{mm}$
	$s_4 = 25\ \text{mm}$
	$s_5 = 10\ \mu\text{m}$
	$x_1 = 2\ \text{mm}$
	$x_2 = 10\ \text{mm}$

$T_b \rightarrow$ temperatura del tessuto in condizioni standard.

Nell'ipotesi di **regime transitorio**, di non trascurabilità degli effetti dovuti alla perfusione sanguigna (i. e., utilizzo dell'equazione di Pennes) e della generazione termica metabolica, e di sorgente termica (SAR) che nel

tempo si disattiva appena $T_4(x = x_1) = 55 \text{ }^\circ\text{C}$, si risolvano i seguenti quesiti attraverso la scrittura di codice di calcolo in ambiente MATLAB:

- 1) Implementare il metodo numerico dei volumi finiti per valutare il campo di temperatura attraverso un codice di calcolo in grado di utilizzare i metodi esplicito, implicito e di Crank-Nicolson. Valutare e giustificare le condizioni in corrispondenza delle quali si osserva l'instabilità del metodo esplicito. Rappresentare l'andamento della temperatura in un punto qualsiasi del dominio, confrontando i risultati forniti dai tre metodi, per mettere in evidenza l'instabilità del metodo esplicito. Scegliere quindi il metodo ritenuto più opportuno (motivandone la ragione) da utilizzare nelle successive simulazioni.
- 2) Verificare la consistenza della griglia, confrontando i risultati ottenuti – in termini di temperatura – per diversi valori dei passi spaziali e temporali. Scegliere la griglia ed il passo temporale ritenuti più adatti – motivandone la ragione – per le successive simulazioni.
- 3) Rappresentare (utilizzando gli strumenti grafici ritenuti più opportuni) l'andamento temporale e spaziale del campo di temperatura in tutto il dominio considerato.
- 4) Per poter stabilire se vi è necrosi, come criterio si può utilizzare il metodo basato sulla legge di Arrhenius. In particolare, è possibile stimare la percentuale di danno attraverso il seguente sistema di equazioni

$$\Omega_t(t) = \ln \left[\frac{c(0)}{c(t)} \right] = \int_0^t A e^{-\frac{\Delta H}{R_g T}} dt \approx \sum_{i=1}^{N_t} \left(\sum_{j=1}^{N_x} A e^{-\frac{\Delta H}{R_g T_j}} \right) \Delta t_i$$

$$P_t = 1 - e^{-\Omega_t(t)}$$

Dove A è il fattore di attivazione dell'energia cinetica, ΔH l'energia di attivazione, R_g la costante universale dei gas in J/mol K, T la temperatura in kelvin, N_t il numero di time-step con intervallo costante Δt_i , N_x il numero di nodi, e P_t la probabilità di danno. Per il fegato si fissino $A = 7.39 \cdot 10^{39} \text{ 1/s}$ e $\Delta H = 2.577 \cdot 10^5 \text{ J/mol}$. Note queste costanti, con riferimento al tessuto da trattare ($0 \leq x \leq d_1$) si diagrammi l'andamento del danno in percentuale in funzione del tempo.

- 5) In seguito ad un aumento (o diminuzione) della SAR (moltiplicare il profilo fornito per un coefficiente correttivo), valutare la massima potenza termica applicabile affinché la probabilità di necrosi all'interno del capillare sia inferiore al 20%. Indicare anche il valore di temperatura raggiunto all'interno e nella superficie esterna del tumore.