



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DEL MOLISE
DIPARTIMENTO DI MEDICINA E SCIENZE DELLA SALUTE

Corso di Studio in
INGEGNERIA MEDICA

Tesi di Laurea in
MODELLAZIONE E SIMULAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI IN
INGEGNERIA MEDICA

**ANALISI FEM DELLA PROPAGAZIONE DI UN DIFETTO
NELLO STELO FEMORALE IN LEGA DI TITANIO
DI UNA PROTESI D'ANCA**

Relatore
Chiar.mo Prof. Domenico Gentile

Correlatore
Ing. Gabriel Testa

Candidato
Simone Cirnelli

Matricola
165858

Anno Accademico 2021/2022

INDICE

RINGRAZIAMENTI	4
SOMMARIO	5
CAPITOLO 1: INTRODUZIONE	7
<i>1.1 Articolazione dell'anca</i>	7
<i>1.2 Impianto protesico</i>	8
<i>1.3 Processo produttivo e nuovi sviluppi</i>	11
CAPITOLO 2: STATO DELL'ARTE	13
<i>2.1 FEM e protesi d'anca</i>	13
<i>2.2 FEM e meccanica della frattura</i>	16
CAPITOLO 3: MECCANICA DELLA FRATTURA.....	18
<i>3.1 Fondamenti di meccanica della frattura.....</i>	18
<i>3.2 Implementazione della meccanica della frattura su Marc Mentat.....</i>	32
CAPITOLO 4: SIMULAZIONE NUMERICA	38
<i>4.1 Progettazione</i>	38
<i>4.2 Svolgimento.....</i>	41
<i>4.3 Analisi dei risultati.....</i>	46
CAPITOLO 5: CONCLUSIONI	53
<i>5.1 Osservazioni e sviluppi futuri.....</i>	54
BIBLIOGRAFIA	56

RINGRAZIAMENTI

Desidero rivolgere i miei più sentiti ringraziamenti al Prof. Gentile e al Prof. Testa, per la disponibilità e per l'attenzione che hanno avuto nel guidarmi durante la realizzazione di questo lavoro.

Alla mia famiglia, che mi è stata accanto e mi ha supportato fino ad oggi.

*A Lorenza e a Nicla, delle cui risate non potrò mai fare a meno.
La vostra vicinanza è e sarà sempre per me fondamentale.*

A Mariaconcetta, pensando alla quale ho trovato la forza tutte le volte che incontravo delle difficoltà. Per questo e non solo, questo traguardo oggi lo abbiamo raggiunto insieme.

A Flora, che seppur distante mi ha sempre saputo dare i consigli di cui avevo bisogno.

Ad Alessandra, sulla quale so di poter sempre fare affidamento.

A Camilla e a Benedetta, che sono state preziose compagne di viaggio e che sono felice di aver conosciuto.

SOMMARIO

Il seguente lavoro di tesi è il risultato finale che nasce a partire dall'esperienza di tirocinio svolta in collaborazione con l'università di Cassino.

Le prove sperimentali svolte hanno consentito di effettuare un'analisi delle proprietà meccaniche di alcune leghe metalliche, in particolare del titanio, mentre mediante i continui incontri didattici è stato possibile ampliare le proprie conoscenze nell'utilizzo del software Marc Mentat per la simulazione numerica computerizzata.

Considerando delle verifiche precedenti su un modello FEM di stelo femorale di una protesi d'anca, questa analisi si propone di estendere tale trattazione andando a considerare i casi in esercizio: verificare cioè, in presenza di un carico statico, le condizioni di inizio della propagazione di un ipotetico difetto già esistente.

L'obiettivo che ci si è posti è stato quello di capire se il software, riproducendo le condizioni operative in cui il modello considerato potrebbe trovarsi, è in grado di dimostrarne la robustezza. Cioè, si è voluto dimostrare se il modello realizzato sia adatto ad essere sottoposto ad un'analisi di meccanica della frattura e se il software sia in grado di estrapolarne informazioni utili alla sua possibile messa in esercizio.

L'elaborato in questo documento è stato strutturato nei seguenti capitoli.

Nel Capitolo 1 viene fornita una panoramica generale da un punto di vista anatomico sull'articolazione dell'anca e inoltre vengono descritte le principali caratteristiche di una protesi d'anca, considerando anche il processo produttivo che la riguarda.

Nel Capitolo 2 vengono riportate le principali pubblicazioni presenti in letteratura che descrivono le potenzialità nell'utilizzo del FEM in particolari ambiti di interesse, sia quello della biomeccanica ortopedica che quello della meccanica della frattura.

Nel Capitolo 3 la trattazione va a concentrare l'attenzione sui concetti fondamentali che caratterizzano la meccanica della frattura, partendo dagli studi iniziali condotti in ambito ingegneristico fino ad arrivare alla sua implementazione nei software di calcolo numerico come il Marc Mentat.

Nel Capitolo 4 si illustra l'analisi statica effettuata sul componente femorale della protesi d'anca, a partire dal modello iniziale già verificato fino alla simulazione con gli elementi finiti della presenza del difetto e della sua propagazione.

Per concludere nell'ultimo capitolo, il Capitolo 5, a partire dall'analisi appena conclusa, si confrontano i risultati raggiunti in termini di propagazione del difetto presente nella componente protesica con quelle che sono le future prospettive di ricerca in ambito bioingegneristico.

CAPITOLO 1: INTRODUZIONE

1.1 Articolazione dell'anca

Tra le numerose articolazioni dell'organismo umano, come la spalla, il ginocchio o la caviglia, l'articolazione dell'anca (Figura 1) è una delle più importanti.

Facendosi carico del peso del corpo contribuisce alla sua agilità e consente all'uomo di compiere diverse attività motorie. La sua flessibilità nel sopportare le forze e i carichi esercitati sul corpo permette tutti i tipi di movimento, ovvero flessione, estensione, adduzione, abduzione, circonduzione e rotazione.

Anatomicamente essa può essere definita come una robusta diartrosi ed enartrosi, formata da femore ed osso iliaco. La cavità presente nell'osso iliaco all'interno della quale si inserisce la testa del femore prende il nome di acetabolo. Entrambe le strutture sono ricoperte da cartilagine articolare, il cui compito è quello di minimizzare l'attrito fra le ossa grazie al liquido sinoviale permettendo loro di scorrere liberamente l'una sull'altra.

Oltre alle ossa, l'anca è rinforzata da quattro robusti legamenti: tre extracapsulari (l'ileo-femorale, l'ischio-femorale e il pubo-femorale), uno intracapsulare (ligamentum teres). Una stabilizzazione più importante è fornita anche dall'insieme di muscoli circostanti.

Poiché l'articolazione dell'anca non è in asse con la diafisi del femore, il peso corporeo viene distribuito lungo l'osso in modo che la parte mediale (interna) della diafisi venga compressa e la parte laterale (esterna) venga stirata.¹

¹ Martini, Nath, Bartholomew, Fondamenti di Anatomia e Fisiologia, 2019, EdiSES Università s.r.l., Napoli, ed. IV, pagg. 189

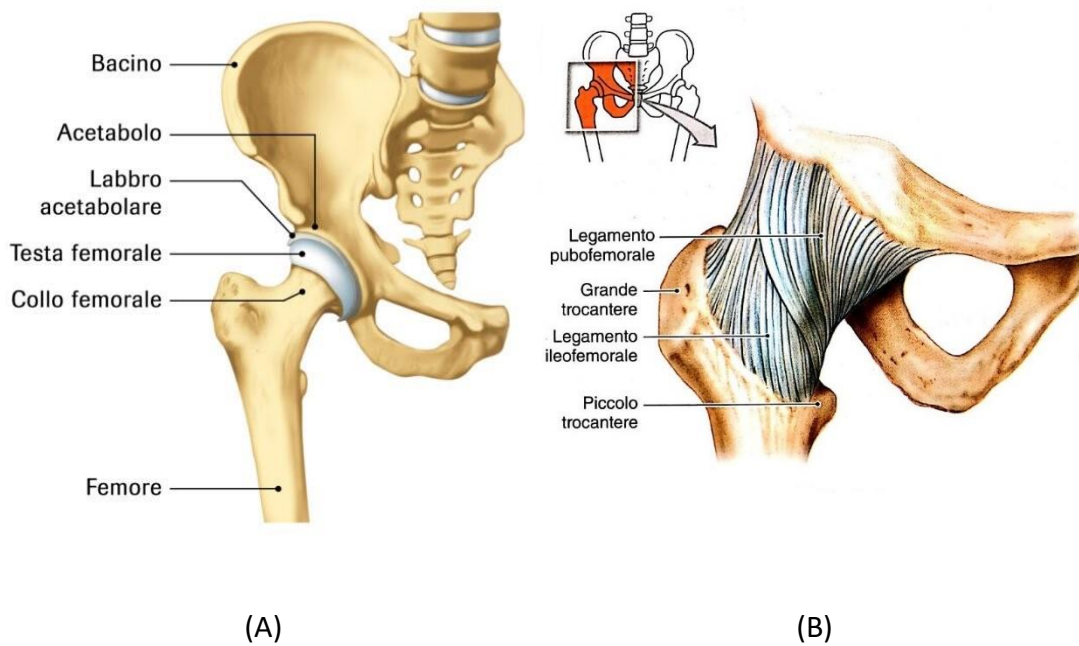


FIGURA 1 : A) ZONA ANATOMICA; B) ARTICOLAZIONE DELL'ANCA

1.2 Impianto protesico

L'artroplastica dell'anca è una strategia chirurgica di grande successo che oggi sta prendendo piede in medicina al punto tale da diventare sempre più una procedura di routine praticata in tutto il mondo.

Tale intervento consiste nell'inserimento di una protesi totale o parziale in sostituzione della articolazione, con lo scopo di ripristinare la mobilità articolare lì dove le funzionalità dell'articolazione sono state compromesse da frattura o degenerazione.

La protesi d'anca, intesa come impianto di supporto meccanico atto a ristabilire le capacità dell'articolazione danneggiata, presenta delle caratteristiche che sono sue proprie e al contempo offre una vasta gamma di opzioni che permettono di identificarne diversi tipi.

Così come illustrato in Figura 2 , i suoi componenti artificiali principali sono:

- Coppa Acetabolare
- Inserto Acetabolare
- Testa Femorale
- Stelo Femorale

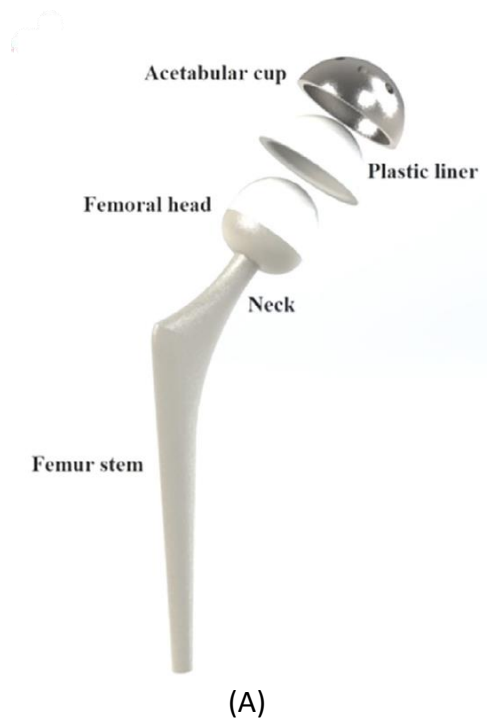


FIGURA 2 : A) COMPONENTI DELLA PROTESI; B) PROTESI D'ANCA

I diversi modelli di protesi d'anca si distinguono in base alle modalità di applicazione e ai materiali di realizzazione.

La modalità con cui la protesi viene fissata permette di parlare di protesi cementate e non cementate: nel primo caso il cosiddetto cemento da osso, cioè un "collante" in polimetil-metacrilato, viene inserito allo stato semi-liquido nell'osso con sua conseguente polimerizzazione, consentendo l'ancoraggio definitivo dell'impianto all'osso; nel secondo caso l'ancoraggio all'osso è diretto, per incastro (press-fit) senza uso del cemento.

La protesi d'anca stessa presenta inoltre componenti realizzati con materiali diversi: di solito, lo stelo femorale e la coppa sono in lega metallica, mentre l'inserito acetabolare e la testa possono essere anche di plastica o ceramica, oltre che di metallo. Di solito tre materiali vengono utilizzati: Co-Cr-Mo, Acciaio Inox, lega di titanio Ti-6Al-4V.

Tra questi materiali la lega di titanio viene impiegata per realizzare la protesi, in particolare lo stelo protesico femorale, perché ha dimostrato (Tabella 1) di avere delle caratteristiche alquanto adeguate da renderlo ad esempio migliore dell'acciaio:

- chimicamente inerte
- valori più alti di resistenza
- peso leggero (bassa densità)

TABELLA 1 - DIFFERENZE NELLE DENSITÀ DEI MATERIALI

Materiale	Densità
<i>Acciaio inox 316</i>	<i>7.98 g / cm³</i>
<i>Titanio Ti-6Al-4V</i>	<i>4.47 g / cm³</i>

1.3 Processo produttivo e nuovi sviluppi

Le dimensioni della protesi sono funzione del paziente, e quindi le verifiche ingegneristiche vengono fatte per vedere se il materiale studiato risponde bene ai diversi tipi di pazienti che possono ricevere la protesi.

La scelta della protesi dipende dunque da diversi fattori, che in parte dipendono dall'esperienza e dalle scelte del chirurgo e d'altra parte dalla singolarità del paziente. Per questo motivo va evidenziato come la progettazione della protesi, l'intero processo produttivo che la riguarda e l'aiuto dato in ciò dai progressi tecnologici e sperimentali stiano avendo un ruolo fondamentale nell'assicurare la riuscita dell'intervento e la realizzazione della più accurata ricostruzione articolare.

A prescindere dal tipo di dispositivo medico impiantabile, è possibile in generale delineare le fasi comuni di un processo produttivo (Figura 3) che parte dalla diagnosi medica del paziente fino ad arrivare al definitivo montaggio della protesi, e che quindi parte dal paziente per ritornare di nuovo ad esso.

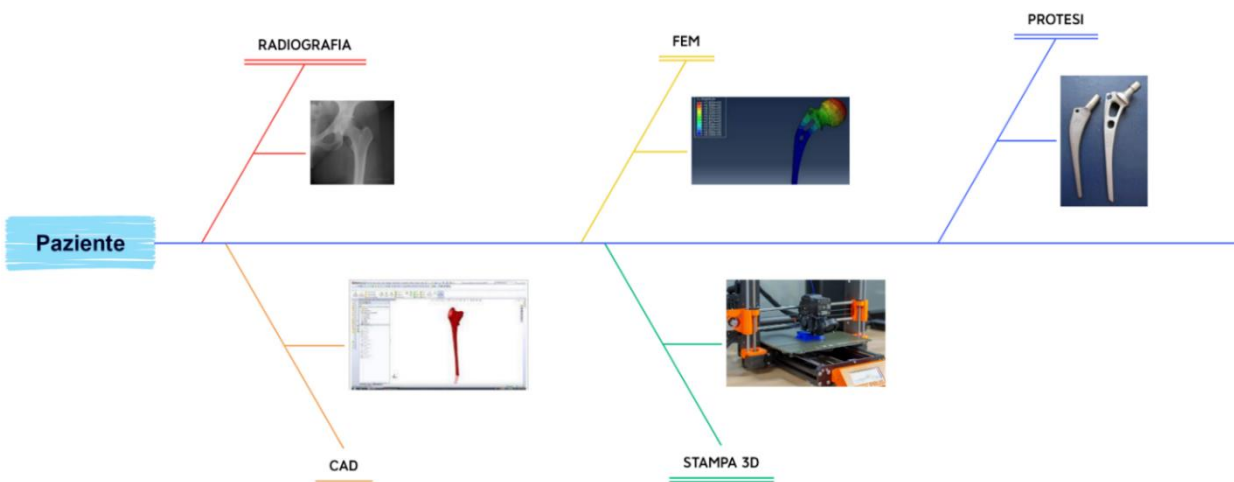


FIGURA 3 - FASI DEL PROCESSO PRODUTTIVO DI UN IMPIANTO PROTESICO

A partire dalle visite diagnostiche mediche è possibile recuperare le informazioni metriche, quindi le misure, necessarie alla definizione geometrica dell'impianto protesico. La ricostruzione anatomica 3D viene poi eseguita mediante software dedicati CAD (Computer Aided Design) a partire da immagini TAC o RMN.

Successivamente il processo di progettazione è seguito anche da una fase di simulazione e di analisi mediante ad esempio il FEM (Finite Element Analysis) in cui vengono effettuate verifiche sul modello per testarne l'approssimazione o meno ai casi reali di esercizio, senza dover affrontare i costi tradizionali legati alle prove sperimentali.

Infine la stampa 3D, ormai in uso nella routine clinica, permette il superamento delle criticità legate ai processi produttivi tradizionali e l'ottenimento di dispositivi biomedici altamente personalizzati grazie soprattutto a nuove ed efficienti tecnologie di stampa.

Questo processo riesce ad evidenziare così la possibilità di una sempre più stretta collaborazione tra la figura del chirurgo e quella dell'ingegnere biomedico, consentendo all'impianto protesico di essere realizzato "ad personam" ed interamente in ambito ospedaliero.

CAPITOLO 2: STATO DELL'ARTE

2.1 FEM e protesi d'anca

In biomeccanica ortopedica il FEM viene impiegato con crescente popolarità nella progettazione e nel fissaggio di articolazioni artificiali. L'applicazione più comune dell'analisi agli elementi finiti riguarda l'inserto femorale di una protesi totale d'anca, il quale generalmente consiste in uno stelo dritto o ricurvo, avente in alto una testa sferica, inserito all'interno del canale midollare dell'osso femorale.

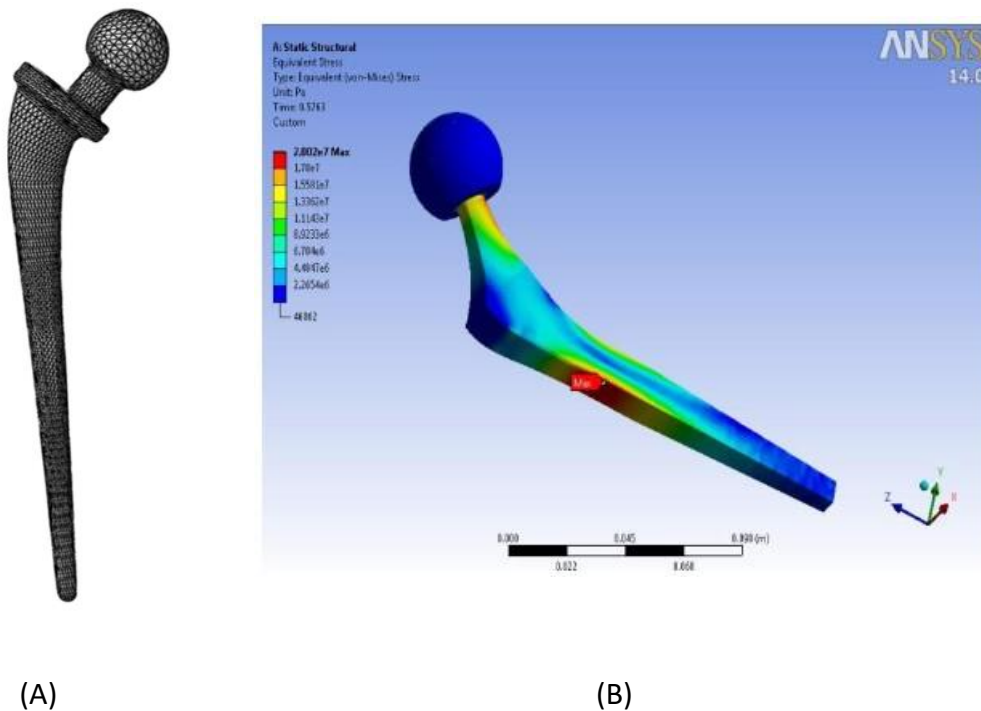


FIGURA 4 : A) MESH; B) ANALISI FEM

Il FEM viene definito come una tecnica informatica avanzata di calcolo computazionale numerico per l'analisi di sollecitazioni strutturali, come strumento efficace di modellazione e simulazione dei sistemi. È stato sviluppato più di 70 anni fa ed impiegato inizialmente in ingegneria aeronautica, per poi essere introdotto solo negli anni settanta del secolo scorso in biomeccanica ortopedica.

Le caratteristiche strutturali altamente irregolari delle ossa limitavano la possibilità di utilizzo degli strumenti meccanici disponibili in meccanica classica per l'analisi degli sforzi. Il FEM si è presentato dunque come una scelta logica potente per compensare quei limiti, parallelamente ad una progressiva sofisticazione dei computer.

Il suo impiego può essere differenziato in diverse attività: investigare il legame esistente tra architettura ossea e distribuzione degli sforzi; testare ed ottimizzare il design di giunture artificiali e di strumenti di fissazione per le fratture; analizzare il comportamento meccanico dei tessuti.

Le principali ragioni dell'utilizzo del FEM su dispositivi ortopedici sono:

- ottenere una comprensione fondamentale del comportamento di un sistema impiantistico osseo
- sperimentazione pre-clinica di nuovi dispositivi protesici con conseguente confronto in termini di prestazioni con i sistemi biomedicali già esistenti
- sfruttarlo come strumento di supporto decisionale per l'organizzazione della chirurgia ortopedica

Molti studiosi che lavorano in questo campo sono specializzati nell'uso di questo metodo, consapevoli sia delle sue potenzialità che delle sue limitazioni. Prima di lasciare che il metodo trovi le soluzioni è compito ingegneristico aver prima formulato correttamente il problema e aver compreso l'oggetto di studio, facendo attenzione ad aver creato un modello quanto più rappresentativo della struttura reale. Spesso infatti la complessità delle strutture biologiche è stata sottovalutata mentre il potenziale pratico del FEM è stato spesso sopravvalutato.

Le condizioni fisiche alle interfacce tra materiali sono difficilmente delineabili così come problemi ulteriori prevedono la non sempre presunta conoscenza delle condizioni di carico e al contorno, l'ampia variabilità nella popolazione di pazienti e la varietà delle procedure chirurgiche impiegate.

La potenza del FEM consiste però proprio nella capacità di poter effettuare facilmente diverse simulazioni per valutare le performance di un dispositivo sotto diverse condizioni di lavoro. È questa la ragione per cui è adatto alla valutazione di diversi scenari di fallimento per dispositivi protesici ortopedici, tra cui l'accumulo di danni, l'allentamento asettico, la schermatura delle sollecitazioni, l'usura distruttiva, il cedimento a fatica in presenza di cricche o difetti.

Il progresso della ricerca medica-ingegneristica si sta quindi dirigendo verso l'estensione della vita in esercizio di questi impianti riducendo il rischio di cedimenti meccanici.

2.2 FEM e meccanica della frattura

Il termine “meccanica della frattura computazionale” (CFM, Figura 5) racchiude l’insieme dei differenti metodi numerici che mediante l’utilizzo di software informatici consentono di risolvere problemi di meccanica della frattura. Tra questi metodi il FEM risulta lo strumento più potente per la simulazione numerica di un tal tipo di problemi. In particolare la sua applicazione alla propagazione statica delle cricche, per giungere alla modellazione micromeccanica di un materiale, sia per quanto riguarda la frattura fragile² che quella duttile³, è stata il punto naturale di partenza in questo ambito di interesse. Le difficoltà iniziali incontrate oggi sembrano ormai superate solo grazie al notevole contributo dato dalle capacità di pre-processamento e di post-processamento acquisite dai software informatici nel corso degli anni. Il FEM ha trovato un terreno fertile di sviluppo nel campo della modellazione della propagazione delle cricche, finché l’XFEM⁴ non si è presentato per la modellazione della discontinuità in domini dal mono al tri-dimensionale.

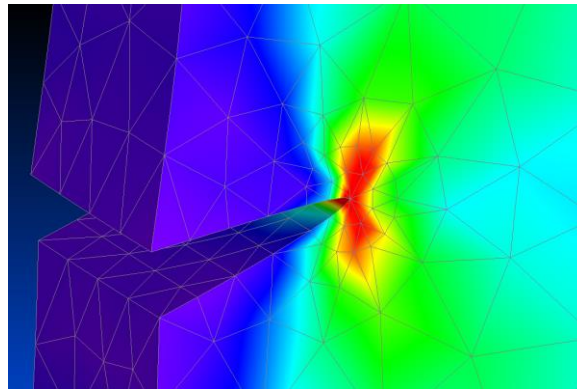


FIGURA 5 - COMPUTATIONAL FRACTURE MECHANICS

² Fenomeno meccanico che può avvenire in tutti i materiali caratterizzato da una rottura veloce in campo totalmente elastico.

³ Fenomeno meccanico che generalmente interessa i metalli in cui la frattura avviene solo in seguito a deformazione plastica e a basse velocità di propagazione della rottura.

⁴ Tecnica di calcolo numerico vista come estensione del FEM dato che arricchisce lo spazio delle soluzioni di equazioni differenziali con funzioni discontinue.

I primi obiettivi che vennero posti consistevano nel calcolo mediante l'utilizzo del computer dei fattori di intensificazione degli sforzi (SIF), senza riuscire ad avere molto successo a causa di errori relativamente grandi pur in presenza di mesh ben rifinite. Un primo approccio prevedeva l'uso di elementi singolari a 4/8 punti mentre un altro prevedeva di utilizzare una rifinitura non uniforme della mesh per la risoluzione di problemi meccanici dovuti alla presenza di cricche. Grazie ai seguenti sviluppi hardware e software, si ottennero risultati efficienti adottando un numero elevato di elementi.

Mladen Berkovic nel 1980, applicando il FEM in campo lineare-elastico ad un semplice problema di piastra in tensione criccata al centro, e utilizzando elementi particolari con una rifinitura uniforme della mesh, è riuscito a calcolare i SIF per mezzo dei J-integral.

Babic et al. nell'analisi lineare-elastica agli elementi finiti di una protesi d'anca hanno tentato di osservare da un punto di vista meccanico la regione nella quale si trovavano i massimi valori di sforzi, sia di trazione che di compressione, tali da influenzare la vita a fatica e l'iniziazione di cricche.

Anche altre tre pubblicazioni, come quelle di Tracey, Levy et al., Rice e Tracey, hanno creato le fondamenta per la meccanica della frattura computazionale già a partire dagli anni '70.

Oggi non si sta facendo altro che riciclare i risultati e i numerosi sforzi ottenuti dal lavoro pionieristico nella meccanica computazionale della deformazione all'apice della cricca, e poi estesa considerando la fatica, che ha caratterizzato gli anni sessanta e settanta del secolo scorso.

CAPITOLO 3: MECCANICA DELLA FRATTURA

3.1 Fondamenti di meccanica della frattura

La meccanica ha posto sempre, tra i suoi vari obiettivi, lo studio delle condizioni che potessero portare al cedimento di un qualsiasi elemento strutturale. L'approccio tradizionale di progettazione prevede, per la verifica meccanica di un componente, un confronto tra il valore di tensione esercitato su di esso e il valore limite di sforzo ammissibile dal materiale con cui viene realizzato.

Già a partire dagli anni venti del secolo scorso, però, sono stati osservati fenomeni (Figura 6) per cui, pur avendo ammesso la correttezza delle verifiche progettuali, si è verificata comunque la rottura delle strutture durante la messa in esercizio: tra i casi più eclatanti è solito ricordare gli incidenti disastrosi delle navi americane Liberty ⁵e degli aerei Comet⁶.

Questi cedimenti sono stati improvvisi e del tutto imprevisi, senza che vi fossero state premonitrici deformazioni macroscopiche apprezzabili, nonché raggiunti a valori di sollecitazione statica minori rispetto a quello di rottura del materiale.

Analisi successive di questi eventi hanno rilevato come cedimenti di questo tipo fossero soliti in presenza di strutture saldate e non chiodate, e come la rottura originasse in particolare in corrispondenza delle stesse saldature o in vicinanza di difetti sottovalutati o di variazioni brusche di sezione.

⁵ La scelta della saldatura rispetto alla classica giunzione consentì in fase di produzione di accelerare il processo di produzione, tuttavia 140 navi spezzate in due su un totale di circa 2500 mentre altre riportarono danni irreparabili.

⁶ L'assenza di finestrini arrotondati ma l'utilizzo di finestrini di forma quadrangolare per gli aerei Comet causò una crescita progressiva delle cricche generate dalle sollecitazioni con conseguente raggiungimento della frattura, e la comparsa di diversi incidenti nel corso degli anni.

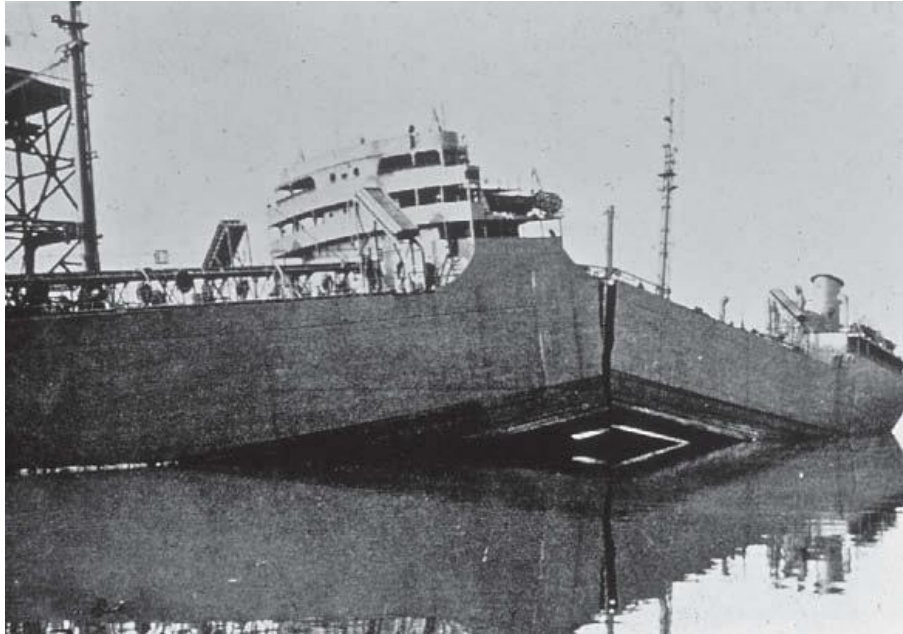


FIGURA 6 - INCIDENTE DELLE NAVI LIBERTY

È questo il motivo per cui ha preso sempre più piede una nuova disciplina, detta “Meccanica della frattura”, che andasse a valutare gli effetti che la presenza di difetti comporta sullo stato tensionale dei componenti analizzati.

Un difetto (Figura 7), a volte anche detto cricca, può essere inteso come una discontinuità avente dimensioni e geometria eventualmente rilevabili tramite opportune prove meccaniche non distruttive, dovuta ad esempio ad inclusioni, corrosioni, prove a fatica (carichi ripetuti).

I difetti che sono presenti in un materiale possono essere:

- Preesistenti alla messa in esercizio e generati durante il processo di produzione.
- Formati in esercizio a causa dei carichi applicati.

Essi inoltre differiscono da quelli che sono generalmente definiti come intagli: sia l'intaglio che il difetto comportano una variazione della sezione, che causa una intensificazione dello stato tensionale nel punto in cui sono presenti.

Mentre però l'intaglio è un elemento strutturale che nasce da una necessità progettuale, quindi è voluto e controllato nella geometria, il difetto è un effetto indesiderato, che si manifesta senza il volere del progettista, e la sua geometria non può essere modificata a piacimento ma soltanto rilevata ed analizzata.

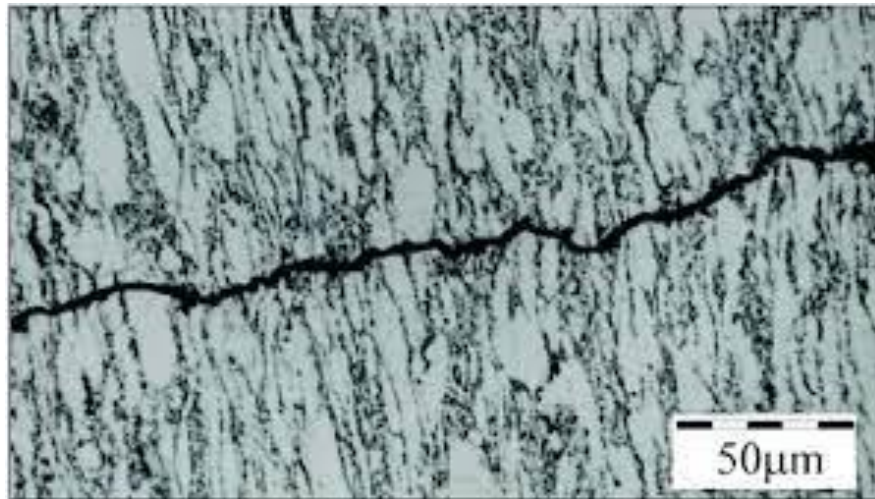


FIGURA 7 - PROPAGAZIONE DI UNA CRICCA A FATICA IN UNA LEGA DI TITANIO Ti-6Al-4V

É stata avanzata così una nuova filosofia di progettazione del tipo “damage tolerant”: l’obiettivo della progettazione non può essere quello di tentare in tutti i modi di evitare la presenza dei difetti nei componenti pensando in questo modo di assicurare la stabilità di quest’ultimi.

Il difetto deve dunque essere visto non come un punto di intrinseca debolezza di un materiale, ma come un correttore o modificatore dello stato di sforzo che deve essere analizzato e manipolato al punto tale da minimizzarne gli effetti disastrosi.

Se la progettazione classica assume un materiale omogeneo, isotropo ed esente da difetti, la meccanica della frattura evidenzia come per i materiali sia necessaria sempre l'assunzione della possibile presenza di un difetto.

Non aveva più senso scartare o riparare componenti presentanti difetti. Bastava valutare la pericolosità del difetto, e capire se, pur in sua presenza, fosse possibile continuare ad utilizzare il componente.

La meccanica della frattura si è posta allora diversi obiettivi:

- Analizzare microscopicamente lo sviluppo e la propagazione dei difetti per predire il comportamento macroscopico a frattura di un materiale con cui realizzare un componente
- Avanzare leggi di previsione che trovino relazioni quantitative tra dimensione dei difetti, sforzo applicato e caratteristiche del materiale
- Definire quantitativamente la condizione critica che provoca il cedimento della struttura quando vi sono difetti

3.1.1 Studi preliminari di Inglis

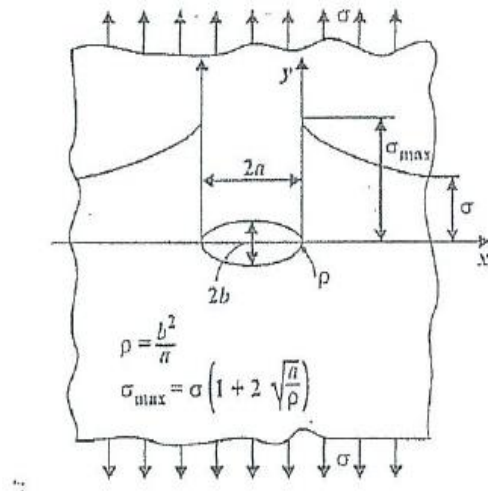


FIGURA 8 - LASTRA SOTTILE CON FESSURA PASSANTE DI TIPO ELLITTICO STUDIATA DA C.E. INGLIS

Le prime analisi volte a trovare una relazione iniziale tra stato di sforzo e dimensione del difetto sono state condotte agli inizi del Novecento (1913) da C.E. Inglis⁷, mediante lo studio di una lastra piana sottile con fessura passante ellittica, avente dimensioni $2a$ e $2b$ con raggio di raccordo ρ , soggetta allo sforzo di snervamento $\sigma = \sigma_y$ lungo la direzione normale all'asse maggiore (Figura 8).

Come è possibile vedere da letteratura [1] Inglis è riuscito a definire lo sforzo massimo presente all'apice della fessura come:

$$\sigma_{max} = \sigma \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (1)$$

⁷ Ingegnere civile inglese (1875-1952) che ha condotto diversi studi sull'analisi degli effetti provocati da onde vibrazionali sugli elementi strutturali e della resistenza delle lamiere di acciaio in presenza di difetti.

Questa soluzione presenta però delle criticità, perché si adatta poco a quelli che sono i casi che si verificano nella realtà.

Secondo essa, indipendentemente dal valore dello sforzo applicato a remoto, al tendere ad un valore nullo del raggio di curvatura ρ dell'intaglio, lo sforzo massimo σ_{max} tende ad infinito, e quindi diventa insostenibile per alcun tipo di materiale.

Studi successivi dimostrano come, per avere una maggiore aderenza con la realtà, sia necessaria la valutazione di una zona di plasticità ai limiti dell'apice della cricca, che permetta così una redistribuzione degli sforzi ⁸ e promuova un maggior arrotondamento dell'apice (blunting⁹).

3.1.2 Approccio energetico di Griffith

All'inizio degli anni venti del secolo scorso A.A. Griffith¹⁰ pubblica un suo lavoro in cui segue uno studio diverso per l'analisi dei componenti in presenza di cricche, basato essenzialmente su un approccio energetico.

Il suo lavoro ha presentato la possibilità di trovare combinazioni di sforzo-difetto non critiche per il materiale, nonché la formalizzazione di una condizione critica di propagazione a frattura che parte semplicemente dal primo principio della termodinamica sulla conservazione della energia:

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (2)$$

⁸ Le deformazioni plastiche assorbono una parte dell'energia generata dagli sforzi presenti.

⁹ Maggiore smussamento dell'apice della cricca causato dal maggior consumo di energia dovuto alla presenza della zona plastica che rende minore il quantitativo di energia disponibile per la propagazione della cricca e perciò comporta una maggior resistenza del materiale alla frattura.

¹⁰ Ingegnere britannico (1893-1963) conosciuto per i suoi studi su sforzi e rottura a fatica nei metalli, nonché capace di fornire una base teorica soddisfacente per lo studio dei motori a reazione.

dove:

- E = energia totale
- Π = energia potenziale somma di energia di deformazione U e lavoro delle forze esterne F
- W_s = lavoro necessario per creare nuove superfici della cricca
- A = area della cricca

La condizione critica per cui si giunge a frattura stabilisce che il difetto si genera, o cresce se è già esistente, con variazione nulla dell'energia totale, quindi a partire da una condizione di equilibrio.

La frattura per propagazione instabile del difetto quando la variazione di energia disponibile G ¹¹, dovuta all'incremento della dimensione dello stesso, diventa sufficientemente grande da superare quella necessaria per la frattura, definita dalla energia superficiale resistente del materiale R ¹².

$$G > R \quad (3)$$

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (4)$$

$$R = \frac{dW_s}{dA} \quad (5)$$

¹¹ Il rateo di rilascio energetico va inteso come la variazione di energia resa disponibile dal sistema al momento della propagazione.

¹² La resistenza in termini energetici viene vista come la variazione di energia di cui sia ha bisogno per avere propagazione e che dipende dal materiale.

dove:

- G = rateo di rilascio energetico (crack driving force)
- R = resistenza del materiale (resistance)

È però necessario per l'utilizzo del criterio energetico di Griffith riuscire a quantificare il quantitativo di energia liberata dal sistema durante la frattura, prendendo in considerazione due diverse condizioni estreme di propagazione:

- in controllo di carico, P = costante
- in controllo di spostamento, δ = costante

A controllo di carico, durante la propagazione del difetto il carico è costante $P = P_1$, lo spostamento passa da δ_1 a δ_2 e la forza esterna compie un lavoro pari a $dF = P_1 \cdot (\delta_2 - \delta_1)$.

A controllo di spostamento, a spostamento costante $\delta = \delta_1$ il carico abbassa il proprio valore da P_1 a P_2 , mentre il lavoro compiuto dalla forza esterna è uguale a zero, $dF = 0$, come illustrato in Figura 9.

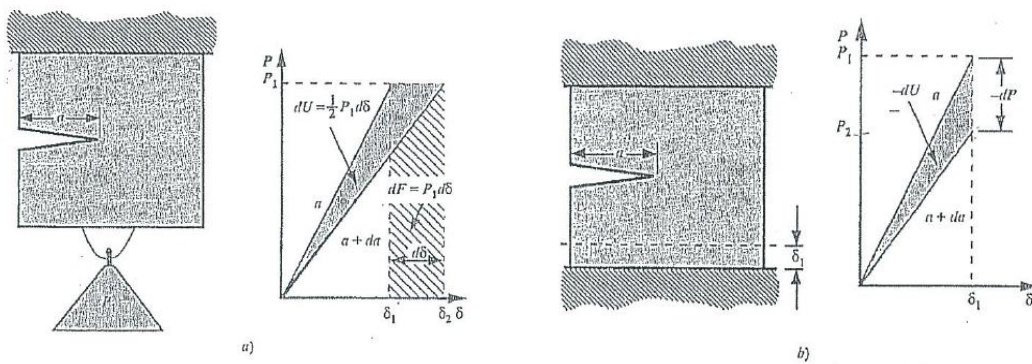


FIGURA 9 - PROPAGAZIONE DEI DIFETTI: A) IN CONTROLLO DI CARICO; B) IN CONTROLLO DI SPOSTAMENTO

In entrambi i casi considerati, il quantitativo di energia liberata durante la propagazione da del difetto coincide con l'energia di deformazione dU :

$$dU = \frac{1}{2} P d\delta \quad \text{in controllo di carico} \quad (6)$$

$$dU = \frac{1}{2} \delta dP \quad \text{in controllo di spostamento} \quad (7)$$

È opportuno considerare, infine, come numerose evidenze sperimentali abbiano dimostrato che l'approccio di Griffith presenta limite di applicabilità nella realtà perché valido per materiali fragili a comportamento lineare elastico.

3.1.3 Soluzione di Irwin

La possibilità di trovare, prendendo in considerazione diverse strutture presentanti difetti, una formulazione matematica della distribuzione del campo di sforzi nei dintorni dell'apice della cricca è stata data dall'analisi svolta da G.R. Irwin e dal suo gruppo di lavoro. Una tale valutazione poteva essere effettuata, però, soltanto per quei materiali che presentavano isotropia e un comportamento lineare-elastico.

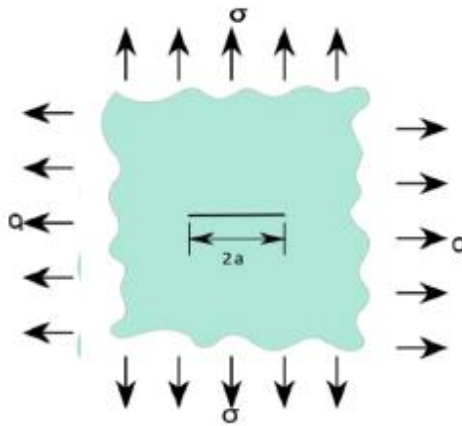


FIGURA 10 - PIASTRA PIANA INFINITAMENTE ESTESA PRESENTANTE DIFETTO E CARICATA IN MANIERA EQUIBIASSIALE

Prendendo in considerazione in Figura 10 una piastra piana con difetto infinitamente estesa caricata in maniera equibiaassiale, si è riusciti ad analizzare quello che succede in termini di sforzo intorno alla cricca in base al valore di tensione applicato.

Sono stati individuati tre modi di apertura del difetto: una qualunque propagazione, in qualunque direzione, può essere considerata come combinazione di questi tre modi, come viene illustrato in Figura 11:

- I modo, quando il carico viene applicato in direzione normale al piano della cricca
- II modo, quando il carico di taglio viene applicato nel piano della cricca
- III modo, quando il taglio viene applicato nel piano normale alla cricca

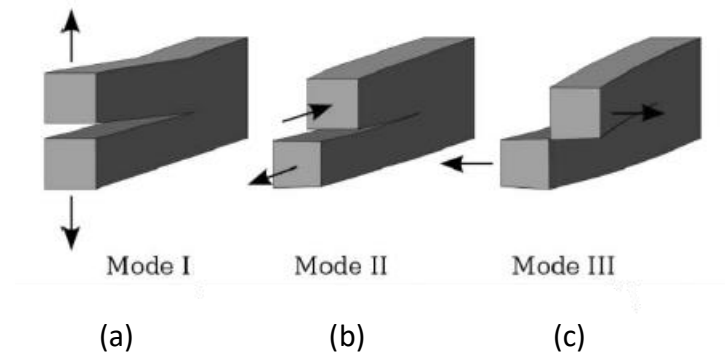


FIGURA 11 - MODI DI CARICO: A) TRAZIONE; B) TAGLIO; C) LACERAZIONE

Da letteratura [1] il lavoro di Irwin si concentra nell'individuazione del valore di K . La costante K , che prende il nome di SIF (*Stress Intensity Factor*), cioè fattore di intensificazione degli sforzi, esprime l'intensità del campo di sforzo all'apice permettendo di identificarlo univocamente e la sua unità di misura è il $MPa \cdot m^{1/2}$.

Per una piastra infinita caricata in modo biassiale l'espressione del SIF calcolata risulta:

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

con σ_0 tensione applicata da remoto alle estremità del componente e a dimensione del difetto.

Se invece si considerano strutture aventi geometrie diverse da quella teorica di riferimento (piastra caricata equi-biassialmente) la soluzione deve essere adattata mediante l'introduzione di un parametro di scalatura del valore di K che prende il nome di fattore di forma Y e tenendo conto della larghezza W :

$$K_I = Y \left(\frac{a}{W} \right) \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (9)$$

Il fattore di intensificazione degli sforzi dipende dunque dalla sola geometria, dal carico applicato e dalle dimensioni della cricca, quindi tutti gli effetti di questi sono incorporati nel solo parametro K .

È possibile inoltre legare funzionalmente il concetto di SIF con quello di rateo di rilascio energetico mediante le seguenti equazioni:

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \quad (10)$$

$$K_I = \sqrt{EG} \quad (11)$$

Irwin, lasciando l'approccio energetico seguito da Griffith, ha definito come condizione di propagazione instabile della cricca il raggiungimento da parte degli sforzi all'apice della cricca di valori che il materiale non è in grado di sopportare.

Poiché K definisce tale stato di sforzo, il SIF visto come criterio di rottura prevede che il raggiungimento da parte sua di un valore critico K_C porta alla frattura del componente.

$$K_I \geq K_{IC} \quad (12)$$

Il parametro K_C prende il nome di tenacità a frattura (*Fracture Toughness*) e rappresenta il più alto valore del fattore di intensificazione degli sforzi K che può essere supportato da una struttura criccata realizzata con un dato materiale.

Essendo una proprietà propria del materiale, K_C esprime la capacità dello stesso di resistere all'avanzamento di una cricca. Il SIF è sfruttabile anche come criterio di progettazione, come è possibile vedere in Figura 12.

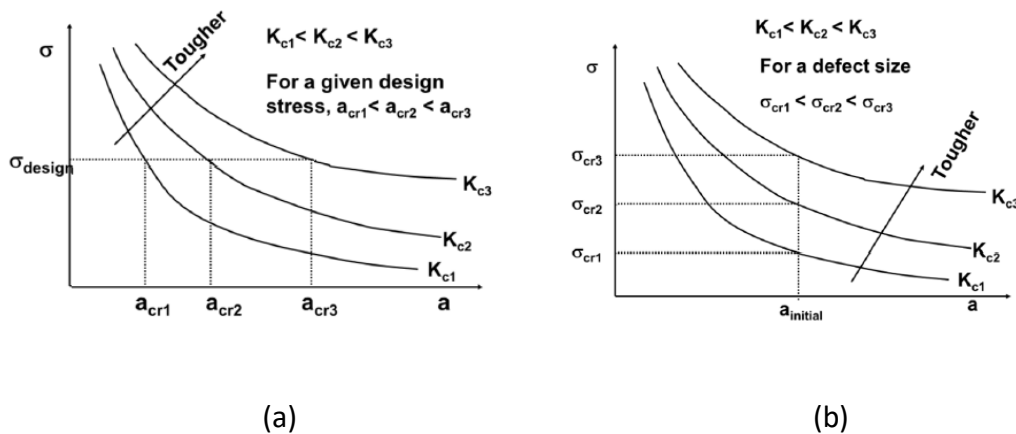


FIGURA 12 - CRITERIO DI PROGETTAZIONE: A) PER UN ASSEGNATO SFORZO; B) PER UNA ASSEGNATA DIMENSIONE

Assegnato uno sforzo di progetto, considerando materiali a tenacità crescente significa avere dimensioni limite (prima che si giunga a frattura) della cricca maggiori, quindi una migliore tolleranza al danno;

Assegnata una dimensione iniziale della cricca, considerando materiali a tenacità crescente significa poter generare valori ammissibili di sforzo più elevati.

Nella realtà lo stato di sforzo all'apice del difetto, seppur espresso dal valore del K , per essere davvero valutato, deve tener conto anche dello spessore e quindi dal tipo di analisi meccanica, se di sforzo piano¹³ (spessori elevati) o di deformazione piana¹⁴ (spessori sottili).

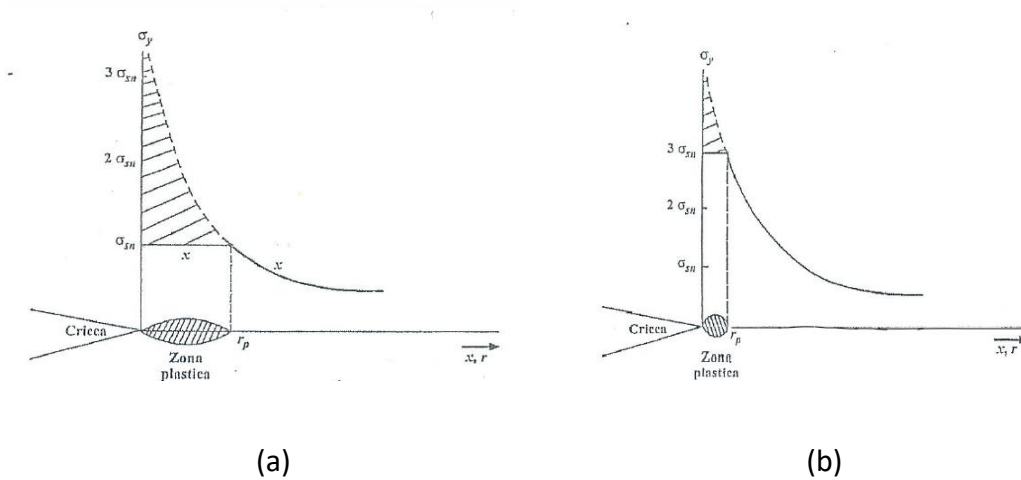


FIGURA 13 - ESTENSIONE DELLA ZONA PLASTICA ALL'APICE DELLA CRICCA ED ANDAMENTO DEGLI SFORZI
NEL CASO DI: A) SFORZO PIANO; B) DEFORMAZIONE PIANA

In Figura 13 è possibile constatare come i due casi differiscano non solo per il valore dello sforzo all'apice della cricca e quindi all'inizio della zona plasticizzata, ma anche per l'estensione di quest'ultima.

L'estensione della zona plasticizzata r_p vale:

$$\frac{K}{\sqrt{2\pi r_p}} = \sigma_y \rightarrow r_p = \frac{K^2}{2\pi\sigma_y^2} \quad , \quad \text{sforzo piano} \quad (13)$$

$$\frac{K}{\sqrt{2\pi r_p}} = 3\sigma_y \rightarrow r_p = \frac{K^2}{18\pi\sigma_y^2} \quad , \quad \text{deformazione piana} \quad (14)$$

¹³ Si parla di stato tensionale piano se: $\sigma_z = 0$; $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$.

¹⁴ Si parla di deformazione piana se: $\varepsilon_z = 0$; $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$.

Sono stati trovati inoltre anche valori di tenacità a frattura K_C diversi nonostante il materiale fosse lo stesso: il valore è influenzato anche dallo spessore B della struttura criccata in esame.

Ciò mostra come in realtà il SIF non abbia un vero e proprio significato fisico e come la frattura si verifichi non per il raggiungimento soltanto di un valore critico, ma perché i valori degli sforzi diventano troppo alti per essere sopportati dal materiale.

Poiché si deve definire però un valore univoco di K_C per ciascun materiale, il valore di tenacità a frattura caratteristico lo si sceglie per convenzione come quello ottenuto nello stato di deformazione piana.

3.2 Implementazione della meccanica della frattura su Marc Mentat

Questa parte della trattazione descrive le procedure di analisi offerte da Marc Mentat e applicabili a problemi strutturali legati alla meccanica della frattura.

Con l'avanzare degli anni, sono stati numerosi i pacchetti software agli elementi finiti che sono stati sviluppati, con lo scopo di ottimizzare le modalità di previsione del comportamento a rottura dei materiali e il design strutturale dei dispositivi.

Tra i vari software di analisi non lineare sviluppati dalla MSC Software Corporation, Marc Mentat costituisce una soluzione di simulazione non lineare avanzata che permette di simulare accuratamente il comportamento di un prodotto considerando scenari di carico di diverso tipo: statici, dinamici, multi-fisici. È anche l'unica soluzione commerciale che offre solide capacità di simulazione della produzione e del collaudo dei prodotti, con la possibilità di prevedere danni, guasti e propagazione delle cricche¹⁵.

¹⁵ Marc, *Advanced Non Linear Simulation Solution*, <https://www.mscsoftware.com/product/marc>

Le funzionalità di Marc in meccanica della frattura consistono nell'analisi del tasso di rilascio energetico e quindi del J -integral nonché nella valutazione della propagazione automatica di una cricca. Principalmente sono due i metodi che possono essere utilizzati: l'opzione Lorenzi permette di implementare il metodo di separazione dei modi, mentre l'opzione VCCT concede l'attuazione dell'omonima Virtual Crack Closure Technique.

3.2.1 Opzione LORENZI e metodo VCCT

L'opzione LORENZI fornisce una modalità per la stima del valore del J -integral che prende il nome di metodo del dominio di integrazione.

Tale metodo prevede la considerazione dei soli nodi che definiscono il fronte della cricca (si parla di apice della cricca nel caso bidimensionale), purché venga assicurata la continuità degli elementi.

Seguendo questa modalità, il programma Marc non solo è in grado di individuare autonomamente i percorsi di integrazione che ritiene più idonei ma, in caso di elasticità lineare e quindi di assenza di carichi esterni sulle facce della cricca, consente anche la separazione dei modi di carico (I, II, III) per il calcolo del SIF.

Il metodo VCCT, invece, propone una tecnica per la valutazione del J -integral proposta da Rybicki e Kanninen ¹⁶ nel 1977. La tecnica di chiusura virtuale della cricca viene usata per valutare i ratei di rilascio energetico: essa si basa sulla uguaglianza tra l'energia rilasciata durante l'estensione della cricca e quella necessaria alla chiusura di quest'ultima. Il rateo di rilascio energetico viene calcolato localmente andando ad esaminare le forze nodali agenti sul fronte della cricca e gli spostamenti nodali ad esso retrostanti.

¹⁶ Ingegneri e ricercatori americani membri dell'ASTM

Seppur tale metodo risulta ampiamente usato in meccanica della frattura, richiede comunque una modifica della mesh (remeshing) se risulta necessario definire il percorso compiuto dalla cricca durante la sua propagazione, e ciò ovviamente comporta tempi di calcolo aggiuntivi. Inoltre, un'altra limitazione che interessa entrambi i metodi appena trattati riguarda la sola possibilità di simulare la propagazione di una cricca esistente, e non di poterne osservare la nucleazione.

3.2.2 Valutazione numerica del J-integral

La rilevanza quantitativa della regione di singolarità tramite il calcolo del fattore di intensificazione degli sforzi non è l'unico fattore da dover considerare per analizzare l'inizio della propagazione delle cricche in condizioni di non linearità.

Si dubita quindi che sia unico il fattore dal quale dipende l'inizio della propagazione. Per fare però in modo che si analizzi un singolo parametro tale da inglobare in sé questa molteplicità di fattori è stato introdotto il *J-integral*.

Il J-integral è in grado di offrire probabilmente la migliore possibilità di relazionarsi con l'inizio della propagazione delle cricche, nonostante la trattazione teorica si sia sempre focalizzata sul calcolo del SIF.

Essendo equiparabile al rateo di rilascio energetico G per un modello di materiale dal comportamento lineare-elastico, permette però una estensione della trattazione anche a casi di non linearità.

Nel 1968 Rice¹⁷ ha sviluppato un metodo per il calcolo del *J-integral* che consiste nell'esprimerlo come un integrale di linea indipendente dal percorso intorno alla cricca e che permette l'analisi di quest'ultima.

Poiché però la definizione del percorso di integrazione Γ può presentare delle complicazioni, è lecito, nelle due dimensioni, convertire l'integrale di linea in una integrazione di area considerando l'area racchiusa dal percorso.

In due dimensioni, la formulazione matematica risulta allora modificata in questo modo:

$$\bar{J} = \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - W \delta_{1i} \right) \frac{\partial q_1}{\partial x_i} dA \quad (15)$$

dove:

- A = area racchiusa dal percorso Γ
- σ_{ij} = tensore degli sforzi
- u_j = vettore di spostamento
- x_1 = direzione x nel sistema locale dell'apice della cricca
- W = densità di energia di deformazione
- q_1 = funzione generica avente valore unitario in corrispondenza dell'apice della cricca ed invece uguale a zero sulla curva Γ

Una tale conversione è esatta quando ci si trova in condizioni di elasticità lineare, e risulta ugualmente tale in caso di non linearità solo se il carico risulta proporzionale, cioè se non si verifica alcuno scarico.

¹⁷ Ingegnere e scienziato americano (1940 -) che ha contribuito alla formulazione del concetto di J-integral in meccanica della frattura e alla spiegazione di come le deformazioni plastiche si localizzino in una fascia ristretta.

La funzione q_1 viene scelta in Marc in modo che essa abbia valore costante unitario su tutti i nodi interni al percorso Γ che decresce a zero man a mano che ci si avvicina all'anello esterno di elementi in A.

In questo modo un contributo all'equazione (15) viene dato solo dagli elementi facenti parte di questo anello esterno.

È così possibile definire come regione rigida (Rigid Region) l'insieme dei nodi spostati rigidamente e nominare la funzione utilizzata come funzione di spostamento o vettore di spostamento (Shift Vector).

Come illustrato in Figura 14, nel calcolo del J-integral la direzione di questo vettore corrisponde generalmente all'asse x relativo al sistema locale dell'apice della cricca.

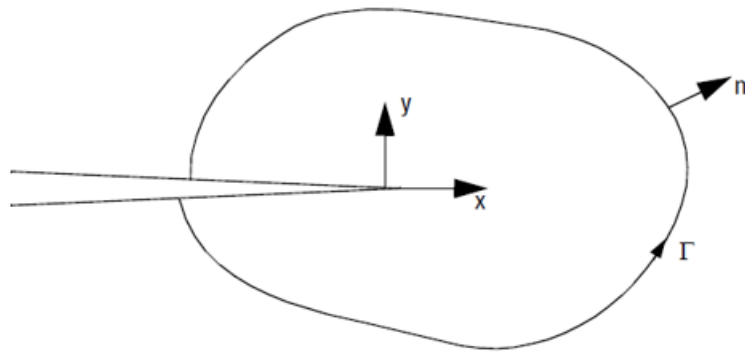


FIGURA 14 - J-INTEGRAL

Quando si lavora invece nelle tre dimensioni, l'integrale viene convertito in un integrale di volume valutato su un insieme di elementi in cui la determinazione dell'area di integrazione risulta un po' più ostica rispetto al caso bidimensionale. Ovviamente anche in questo caso l'integrale prende maggior contributo da quegli elementi i cui nodi, ma non per forza tutti, siano contenuti all'interno della regione rigida.

3.2.3 Scheda Toolbox

Su Marc la scheda (tab) Toolbox racchiude tutto ciò che è legato alla meccanica della frattura (Figura 15). Tale scheda in realtà contiene un numero elevato di strumenti per compiere analisi agli elementi finiti. Il compito di questi strumenti è quello di riuscire a facilitare la modellazione e ovviamente quelli utili a modellare una frattura sono contenuti nella sezione Fracture Mechanics

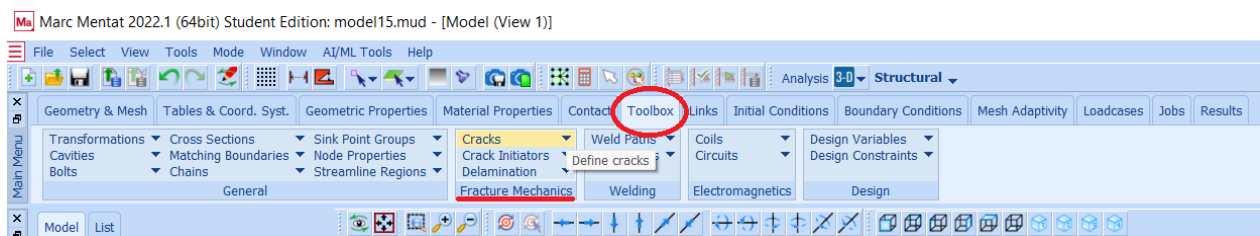


FIGURA 15 - SCHERMATA DI TOOLBOX / FRACTURE MECHANICS

Su Marc le funzionalità della meccanica della frattura si basano sulla analisi di una struttura avente delle cricche esplicitamente modellate. Esiste sia la possibilità di creare dei difetti durante l'analisi effettuata dal software sia quella di fare in modo che esse siano presenti già inizialmente.

Sia su Marc (solutore) che su Mentat (interfaccia grafica) quando si parla di "cricca" ci si riferisce, almeno a livello bidimensionale, al nodo all'estremità di una cricca.

In 3-D con "cricca" si intende la sequenza di nodi che vanno a costituire il fronte della cricca stessa.

In base all'ordine in cui vengono create, a ciascuna cricca viene associato un numero identificativo. Ovviamente, oltre ad un numero ad una cricca viene anche dato arbitrariamente un nome.

CAPITOLO 4: SIMULAZIONE NUMERICA

4.1 Progettazione

La simulazione numerica che è stata effettuata adottando il metodo agli elementi finiti permette di verificare, una volta confermate le caratteristiche geometriche e le proprietà meccaniche del materiale richieste per la protesi, se essa abbia da un punto di vista meccanico i requisiti necessari per poter essere realizzata ed infine impiantata nel paziente.

L'attività di tirocinio svolta in collaborazione con l'Università degli Studi di Cassino ha consentito la partecipazione a delle prove sperimentali (Figura 16), durante le quali è stato possibile in via preliminare ottenere informazioni interessanti sul materiale che può essere scelto per la realizzazione di una protesi d'anca.



(A)



(B)

FIGURA 16 - PROVE SPERIMENTALI: A) MACCHINA INSTRON DI PROVA DEI MATERIALI; B) PROVINI

Dalle curve di trazione e dalle micrografie ottenute da queste prove è stato dimostrato come un materiale stampato, che dovrebbe essere meno affidabile rispetto a quello ottenuto per fusione, risulti invece ottimo per la fabbricazione di un impianto protesico. Seppur lo stampato viene sottoposto ad un processo metallurgico che lo renda martensitico, e quindi più resistente, e tale da causare la comparsa in esso di microvuoti potenzialmente originari di cricche, la sua curva di trazione risulta comunque migliore rispetto a quella del materiale ottenuto da fonderia.

A seguito dei risultati ottenuti dall'esperienza sperimentale, è stato necessario incominciare il processo di modellazione della protesi d'anca per verificare se il modello ottenuto dall'analisi FEM segue le curve di trazione ottenute in laboratorio, focalizzando l'attenzione sul solo comportamento lineare-elastico del materiale (Figura 17 - Figura 18).

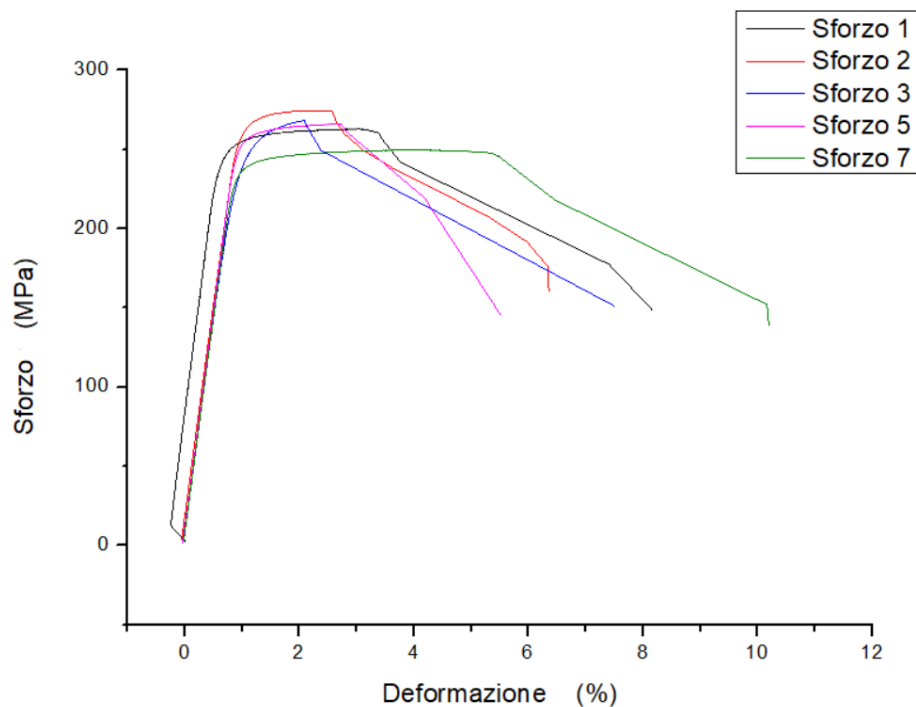


FIGURA 17 - CURVE INGEGNERISTICHE DI TRAZIONE OTTENUTE DALLE PROVE SPERIMENTALI SVOLTE ALL' UNICAS

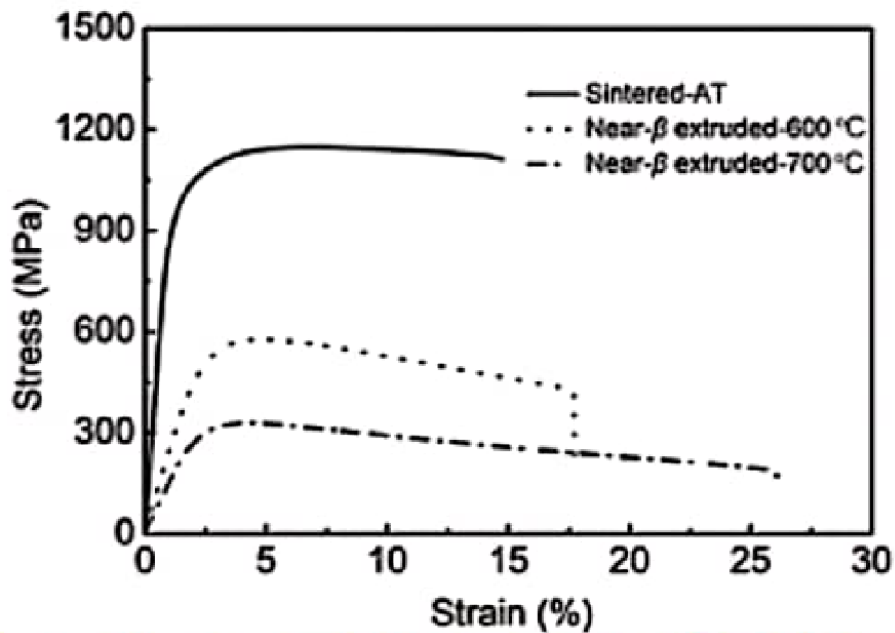


FIGURA 18 - STRESS-STRAIN CURVE DEL TITANIO Ti-6Al-4V

Gli sforzi (1, 2, 3, 5, 7) illustrati in Figura 17 sono relativi a diversi provini RBU-S-RT-(1, 2, 3, 5, 7).

A partire poi dalle verifiche del modello FEM svolte in precedenza, che hanno dimostrato la loro validità, esso è stato utilizzato per verificarne ulteriormente la messa in esercizio.

La simulazione numerica qui trattata vede quindi aggiungere al modello verificato anche la verifica delle sue condizioni operative: è stata svolta un'analisi atta a studiare gli effetti della presenza di una cricca originatasi o già esistente all'interno della protesi per capire se sul modello considerato sia possibile seguirne la propagazione.

4.2 Svolgimento

4.2.1 Modellazione

Una generica protesi d'anca presenta delle regioni critiche le quali, durante comuni attività di camminata, potrebbero cedere mentre sono caricate soprattutto a causa della presenza di cricche. Riuscire allora ad identificare queste regioni e a comprendere quali tipi di design protesici siano più adatti consente di evitare l'inizializzazione di cricche e le fratture.

Il modello sul quale si vuole effettuare un'analisi di meccanica della frattura per verificare le condizioni di propagazione è il risultato di uno studio di partenza nel quale ci si è soffermati ad effettuare (Figura 19) verifiche geometriche, di mesh, di comportamento lineare-elastico del materiale e di condizioni statiche di carico.

Tale analisi preliminare ha rilevato comportamenti del modello non soltanto simili a quelli presenti in letteratura ma oltretutto anche vicini alle situazioni reali di esercizio.

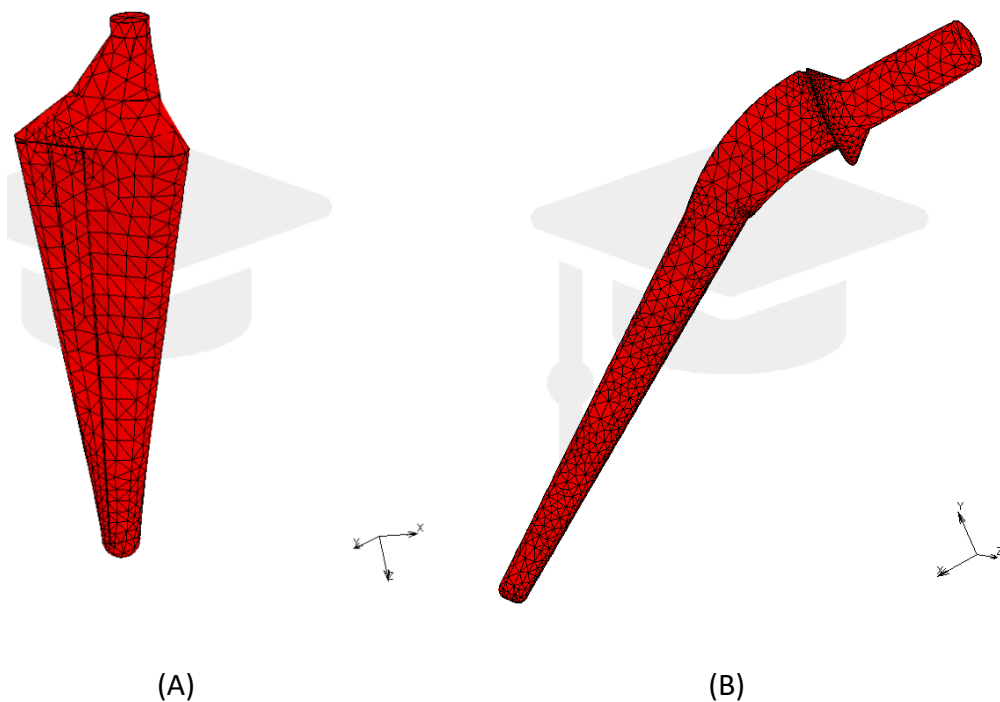


FIGURA 19 - DIVERSE GEOMETRIE (A-B) E MESH DELLA PROTESI D'ANCA

Il materiale considerato durante la simulazione per la realizzazione della protesi d'anca è una lega di titanio Ti-6Al-4V, le cui proprietà meccaniche principali sono illustrate nella seguente tabella (Tabella 2).

TABELLA 2 - PROPRIETÀ MECCANICHE DELLA LEGA DI TITANIO Ti-6Al-4V

LEGA DI TITANIO Ti-6Al-4V	Modulo di Young E [GPa]	Coefficiente di Poisson ν [-]	Densità ρ [g/cm ³]	Sforzo di snervamento σ_y [MPa]	Tenacità a frattura K_{IC} [MPa√m]
Valore Minimo (S.I.)	110	0.31	4.429	786	84
Valore massimo (S.I.)	119	0.37	4.512	910	107

Le condizioni di carico e al contorno devono seguire, secondo letteratura, la normativa ISO 7206-4 che norma il test per la determinazione delle proprietà di resistenza/prova di fatica sullo stelo femorale di una protesi d'anca (Figura 20 - Figura 21).

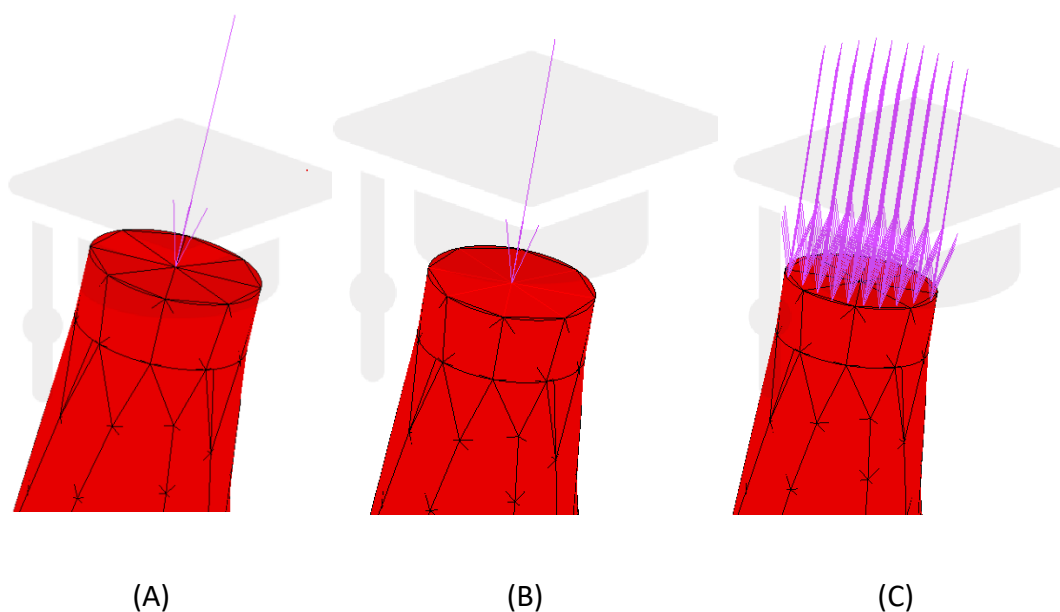


FIGURA 20 - CONDIZIONI DI CARICO: A) POINT LOAD; B) LINKS; C) PRESSURE

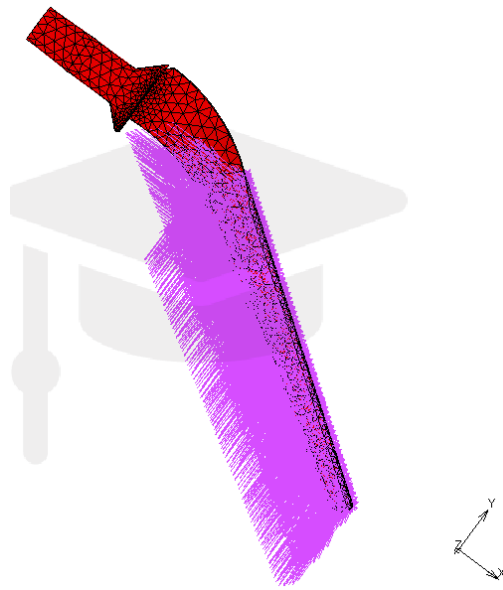


FIGURA 21 - CONDIZIONI AL CONTORNO: INCASTRO

4.2.2 Iniziazione e propagazione dei difetti

Il processo di costruzione di una cricca tramite *Crack Initiator* (Figura 22) prevede l'utilizzo del *3D-Remeshing* e richiede:

- *Insert Crack In Body*, cioè un corpo definito come corpo deformabile per sapere quale sia la mesh dentro la quale il software deve costruire la cricca
- *Template Crack*, per definire non solo la cricca ma anche i calcoli che su di essa vanno effettuati
- *Faceted Surfaces*, un oggetto geometrico che definisca la forma del difetto

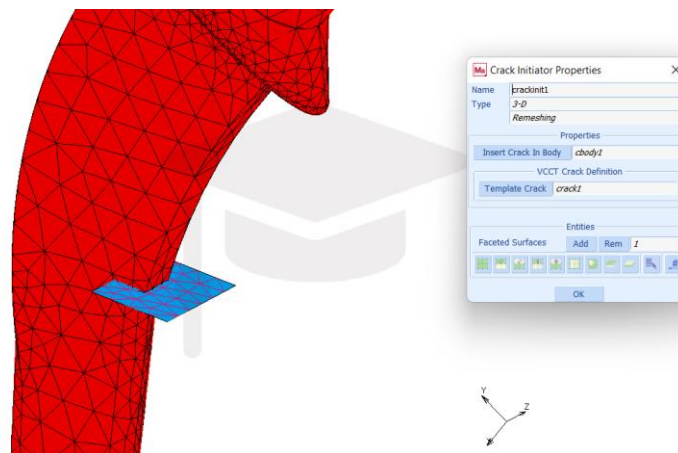


FIGURA 22 - CRACK INITIATOR PROPERTIES

La procedura da seguire su Marc Mentat per la creazione di una cricca è la seguente:

- scelta del corpo deformabile nel tab *Contact* dopo aver cliccato sull'opzione *Meshed (Deformable)* e aver selezionato tutti gli elementi
- nella scheda *Toolbox*, la sequenza *Cracks > New > 3-D VCCT* consente di ottenere un template per l'iniziazione di una cricca, ottimo per una soluzione lineare elastica, soltanto dopo aver spuntato l'opzione *Template Only*
- costruzione di una *Faceted Surface* attraverso la conversione mediante comando *Convert* di uno *Sheet Bodies Quad*, impostando come *Scale Factor* un valore che tenga conto della dimensione degli elementi della mesh.

La *Faceted Surface* rappresenta la geometria a partire dalla quale il software costruisce la cricca, ed è simile ad una sorta di "puzzle" di tante altre superfici

- nel tab *Mesh Adaptivity* viene definito un criterio di *Remeshing*, come il *Patran Tetra*, che si usa quando gli elementi sono tetraedrici
- tramite il *Loadcase* viene detto al codice di utilizzare l'iniziazione tramite l'opzione *Crack Initiator*

Dopo aver seguito i vari passaggi e aver eseguito il *Run* del file tramite il *Job* nel plot dei risultati si può osservare una modifica della mesh (*Remeshing*) lì dove c'è il difetto, cioè una regione reticolata costituita da elementi dalla dimensione sufficientemente piccola da descrivere bene il campo degli sforzi, come illustrato in Figura 23.

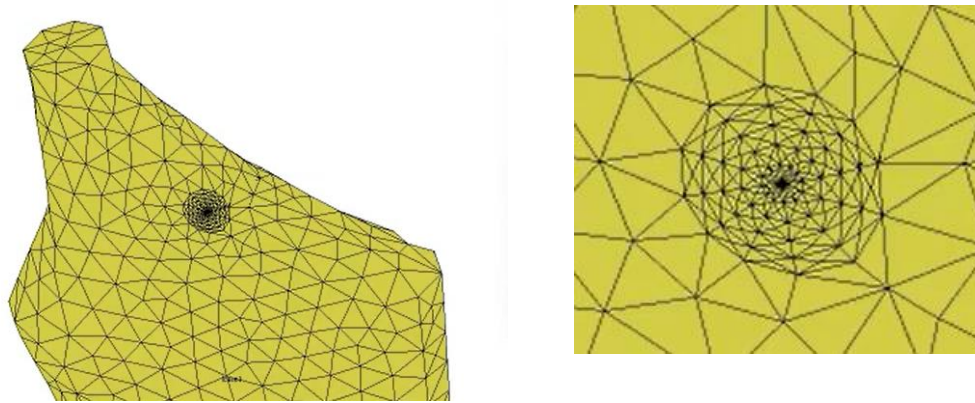


FIGURA 23 – REMESHING

Selezionando poi in *Model Plot > Scalar Plot* la visualizzazione del *VCCT Energy Release*, è possibile osservare le regioni tipiche a forma di lobo che circondano l'apice della cricca (Figura 24-A) indicativi dell'alterazione del valore di sforzo (Figura 24-B).

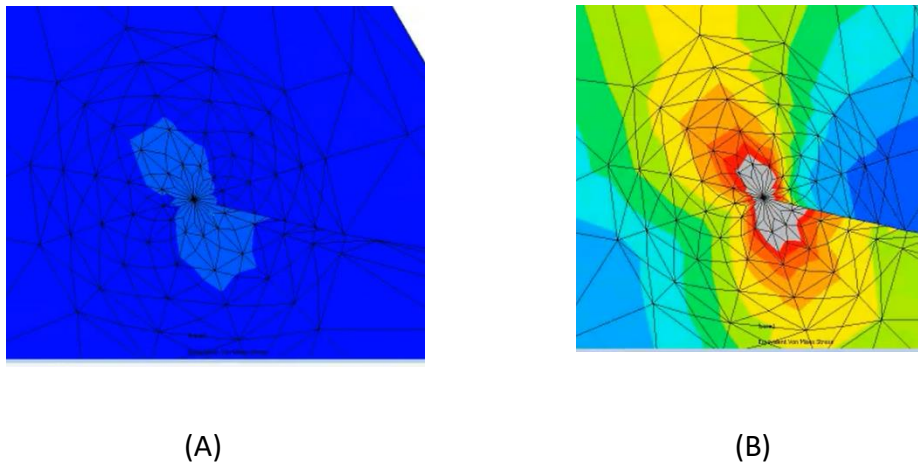


FIGURA 24 - A) REGIONE ATTORNO L'APICE DELLA CRICCA; B) ALTERAZIONE DEGLI SFORZI

4.3 Analisi dei risultati

Come è stato esaminato dagli studi presenti in letteratura, è possibile valutare la condizione di raggiungimento della frattura combinando criticamente condizioni di carico e dimensioni della cricca. In questo studio si è tentato di simulare la situazione eventuale in cui, pure eseguendo processi produttivi di rifinitura e di lavorazione atti a scongiurare la comparsa dei difetti, la presenza di un difetto iniziale possa essere sfuggita durante gli opportuni controlli.

L'anca è in grado di sopportare un carico pari anche a 5-7 volte il peso corporeo, dato che i carichi dipendono non solo dal peso ma anche dalla velocità di camminata e dal tipo di attività motoria che si compie. Questo è il motivo per cui in una tipica analisi statica il valore di carico può risultare pari a diverse volte il peso corporeo effettivo, anche se tale situazione può risultare clinicamente non veritiera.

Poiché la normativa ISO 7206-4 per i test sperimentali sullo stelo femorale riporta che il carico ciclico da applicare varia tra un minimo di 300 N ad un massimo di 2300 N, anche in questa analisi i valori di carico presi in considerazione sono appunto questi. In particolare per il carico minimo è stato considerato il valore di 343 N per simulare la condizione di carico di metà peso medio di una persona avente una massa di 70 kg. Poiché il software Marc consente di definire il regime di carico sia in termini di pressione (*Boundary Conditions > Face Load > Pressure*) sia in termini di forza puntuale (*Boundary Conditions > Point Load*), le prove di cricca effettuate hanno considerato entrambi questi casi per entrambe le geometrie di protesi considerate (vedi Figura 19).

Una volta che dai risultati della modellazione si ricavano le zone che sono in trazione (*Mean Normal Stress*) e il punto più sollecitato (*Von Mises Stress*), è più facile capire in quale posizione della protesi sia più opportuno considerare una iniziazione di cricca.

Nei casi riportati in letteratura [2], si osservano massimi valori di sforzo di trazione nella zona laterale-posteriore, vicino il bordo della regione vincolata, mentre quelli di compressione nella zona anteriore-mediale della stessa regione.

Tuttavia, in questa analisi, la visualizzazione della distribuzione del Mean Normal Stress, illustrata in Figura 27, evidenzia nella regione anteriore-mediale la presenza di sforzi di trazione nonostante valori più alti di sforzo siano presenti nella zona posteriore, come in Figura 26. La stessa situazione è presente nella parte superiore dello stelo, al di sotto del collo del componente. Ciò accade sulla base della geometria considerata e della direzione di carico imposta. Infatti, come mostrato in Figura 25, l'altro tipo di geometria, quella di protesi avente maggiore spessore, sembra invece seguire i casi di letteratura sopra citati.

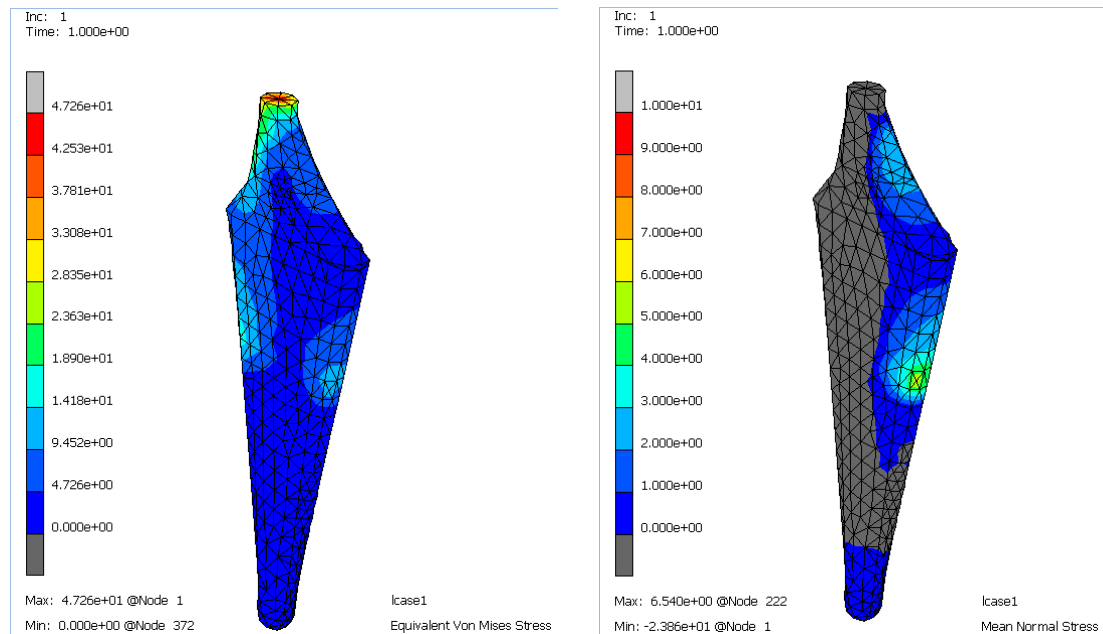


FIGURA 25 – CONFRONTO NELLA REGIONE POSTERO - LATERALE TRA LA DISTRIBUZIONE DI VON MISES STRESS E QUELLA DI MEAN NORMAL STRESS IN ASSENZA DI CRICCA

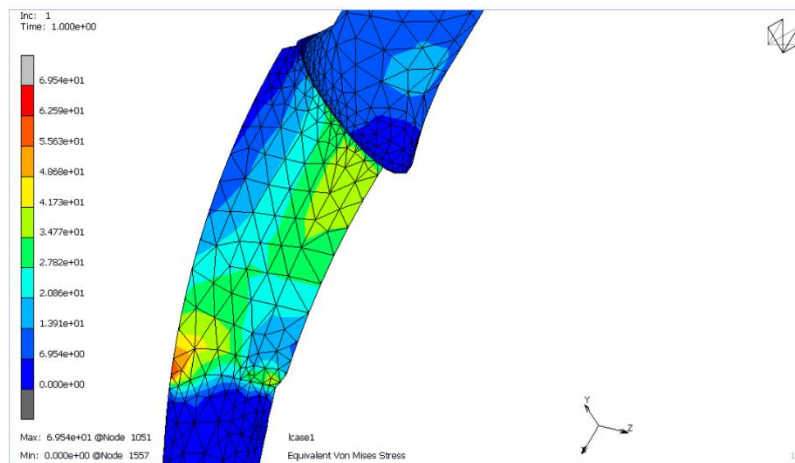


FIGURA 26 - EQUIVALENT VON MISES STRESS IN PROTESI SENZA CRICCA

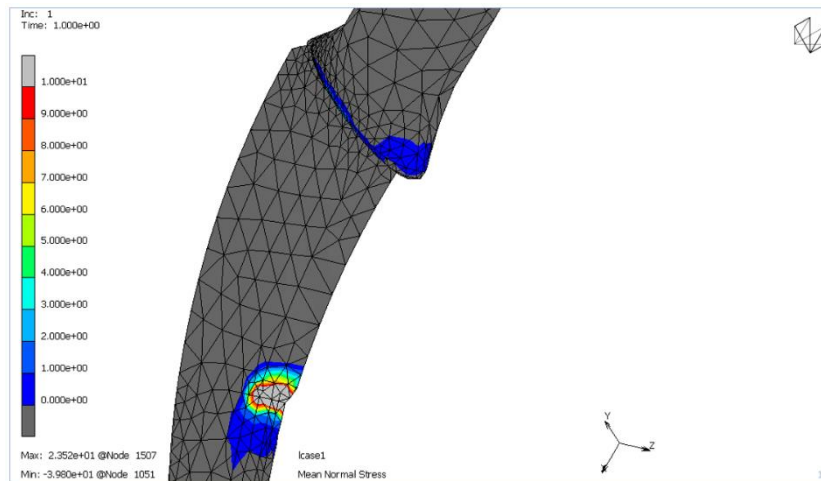


FIGURA 27 - MEAN NORMAL STRESS IN PROTESI SENZA CRICCA

Poiché non è detto che le zone evidenziate dal *Von Mises Stress* coincidano sempre con quelle del *Mean Normal Stress*, è lecito il compromesso secondo cui le zone considerate per l'iniziazione della cricca siano quelle aventi un alto valore di *Von Mises Stress* (non per forza massimo) ma comunque sempre evidenziate dal *Mean Normal Stress*. Quest'ultima condizione garantisce infatti che, essendo in trazione, la cricca in quella zona si apra e non si chiuda.

Dunque risulta lecito andare ad effettuare prove di insorgenza e propagazione di cricca proprio nelle aree evidenziate in Figura 25 - Figura 27. Come illustrato in Figura 28 -Figura 29, con l'opzione *Crack Initiator* su Marc Mentat sono inserite le *Faceted Surfaces*, per entrambe le geometrie, così da simulare l'introduzione di una cricca.

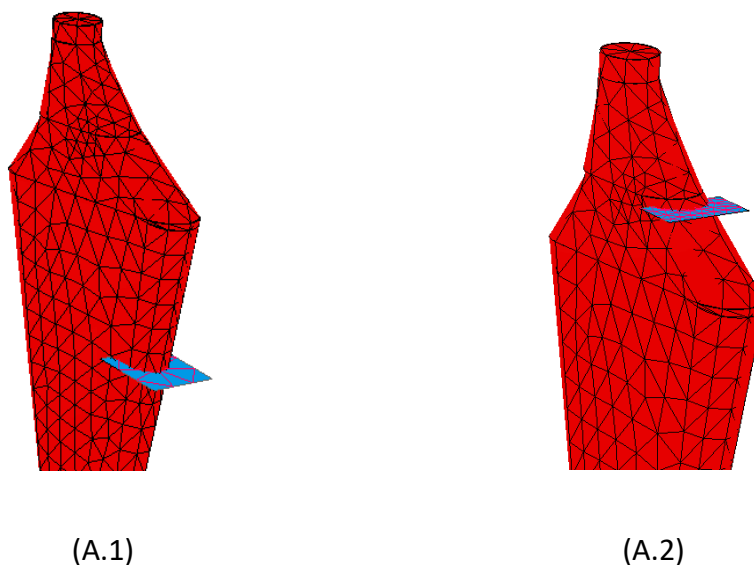


FIGURA 28 - POSIZIONE DELLE FACETED SURFACES PER LA PROTESI DI GEOMETRIA (A):
1) SHAFT; 2) NECK

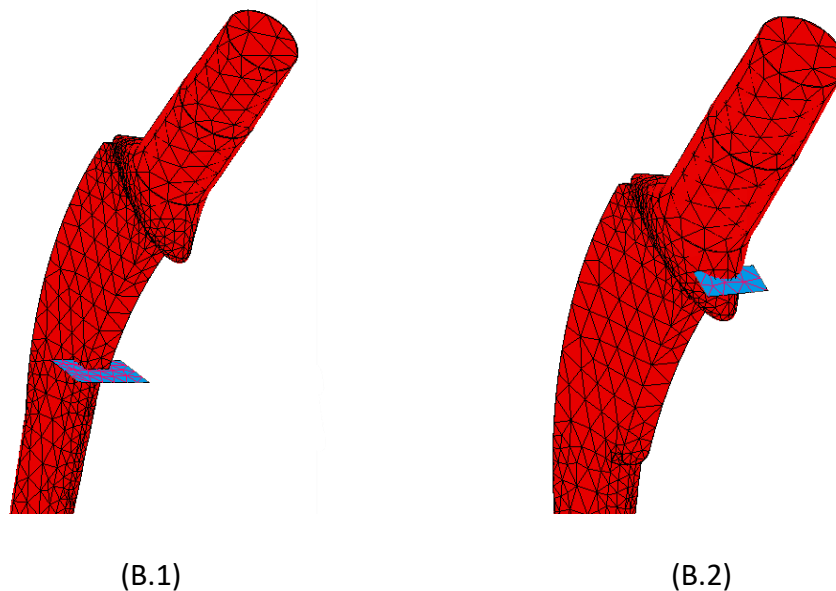


FIGURA 29 - POSIZIONE DELLE FACETED SURFACES PER LA PROTESI DI GEOMETRIA (B):
1) SHAFT; 2) NECK

Le condizioni geometriche e di carico per entrambe le geometrie sono le seguenti:

TABELLA 3 - GEOMETRIA E CARICHI DI ENTRAMBI I TIPI DI PROTESI

	Raggio [mm]	Area [mm ²]	Pressione [MPa]	
			Forza 2300 N	Forza 343 N
PROTESI CON GEOMETRIA (A)	6.00	113	20.4	3.04
PROTESI CON GEOMETRIA (B)	7.00	154	14.9	2.23

Dopo aver eseguito il *Job*, per le diverse condizioni di carico, sono stati restituiti dal software i seguenti risultati:

TABELLA 4 - VALORI DEL FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI IN BASE ALLE DIVERSE CONDIZIONI DI CARICO E AI DIVERSI SITI DI INNESCO DELLA CRICCA PER LA GEOMETRIA (A)

	Loads	Loading Conditions	SIF [$MPa\sqrt{m}$]	
			Shaft	Neck
PROTESI CON GEOMETRIA (A)	<i>min</i>	<i>Point Load (343 N)</i>	2.93E-1	3.51E-2
		<i>Face Load (3.04 MPa)</i>	8.63E-1	7.87E-3
	<i>max</i>	<i>Point Load (2300 N)</i>	1.97	2.35E-1
		<i>Face Load (20.4 MPa)</i>	1.96	5.28E-2

TABELLA 5 - VALORI DEL FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI IN BASE ALLE DIVERSE CONDIZIONI DI CARICO E AI DIVERSI SITI DI INNESCO DELLA CRICCA PER LA GEOMETRIA (B)

	Loads	Loading Conditions	SIF [$MPa\sqrt{m}$]	
			Shaft	Neck
PROTESI CON GEOMETRIA (B)	<i>min</i>	<i>Point Load (343 N)</i>	2.21E-1	5.38E-2
		<i>Face Load (2.23 MPa)</i>	6.66E-1	2.60E-2
	<i>max</i>	<i>Point Load (2300 N)</i>	1.65	1.00E-12
		<i>Face Load (14.9 MPa)</i>	2.84	8.03E-2

Sulla base dei dati osservati nelle tabelle (*Tabella 4 - Tabella 5*), si vede come il più alto valore del SIF ($2.84 \text{ MPa}\sqrt{m}$) lo si riscontri lungo il fusto femorale (*Shaft*) dello stelo per la geometria di protesi (B), quando il carico massimo considerato (2300 N) viene applicato come pressione (*Face Load*). Risulta quindi preferibile eseguire un'analisi di propagazione più dettagliata per questo caso particolare.

Nei siti di innesco di cricca previsti nello stelo femorale sono state modellate diverse profondità di cricca (Figura 30) in modo da verificare l'evoluzione della propagazione in presenza di carico statico.

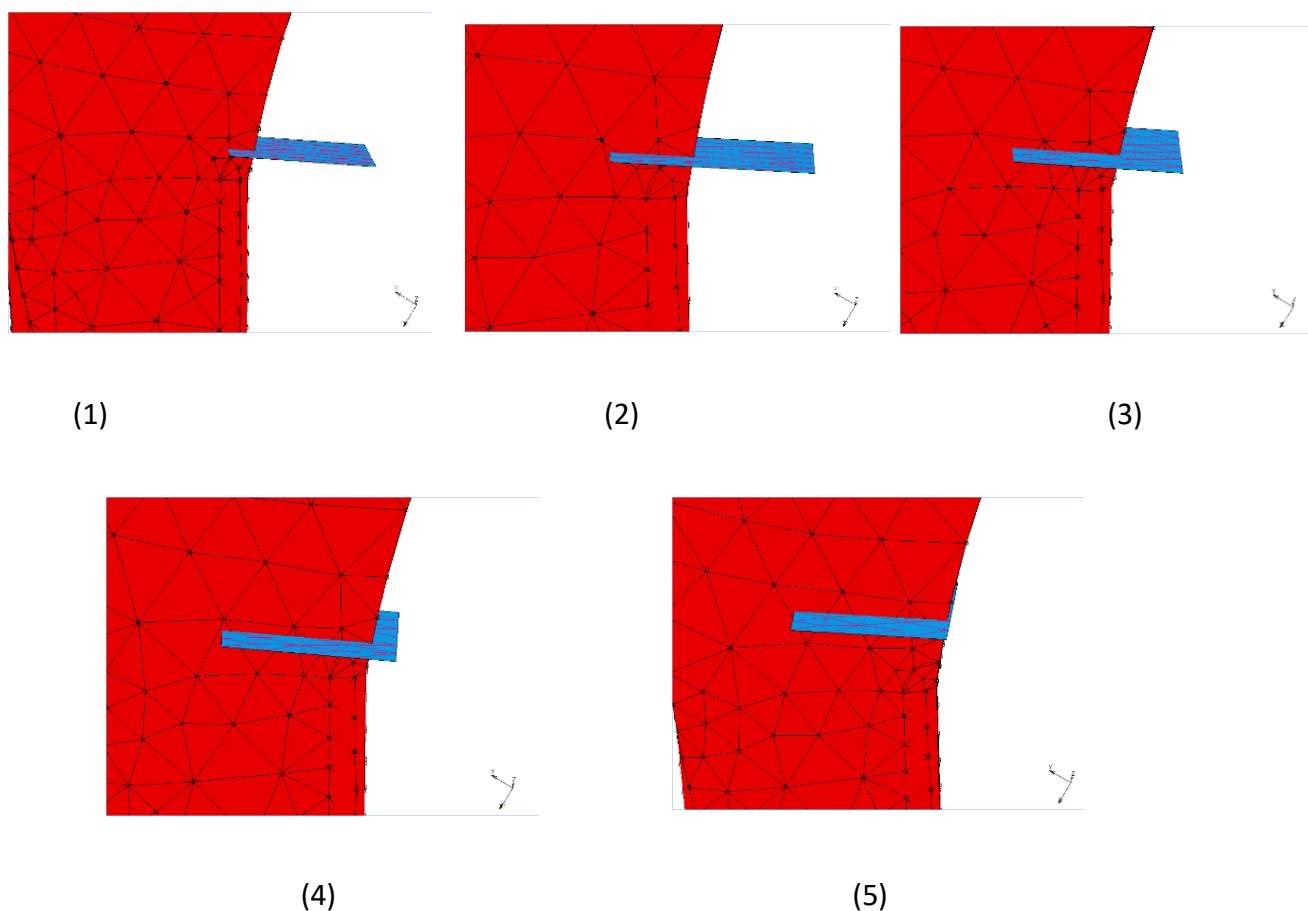


FIGURA 30 - DIVERSE PROFONDITÀ DI CRICCA (1-5) ANDANDO AD AUMENTARE PROGRESSIVAMENTE L'INTERSEZIONE TRA LA FACETED SURFACE E LA PROTESI

Per ciascuna profondità di cricca sono poi stati calcolati i valori del SIF per i nodi lungo il fronte della cricca (in Tabella 6 , ciascun SIF è riferito ad un solo nodo del fronte).

TABELLA 6 - VALORI DEL SIF E DELLA PROFONDITÀ DI CRICCA PER CIASCUNA DELLE SIMULAZIONI EFFETTUATE

SIMULAZIONE	SIF $K [MPa\sqrt{mm}]$	SIF $K [MPa\sqrt{m}]$	PROFONDITÀ DI CRICCA $a [mm]$
1	48.8	1.54	1.5
2	58.1	1.84	4.0
3	89.7	2.84	6.0
4	90.9	2.87	8.0
5	96.8	3.06	10.0

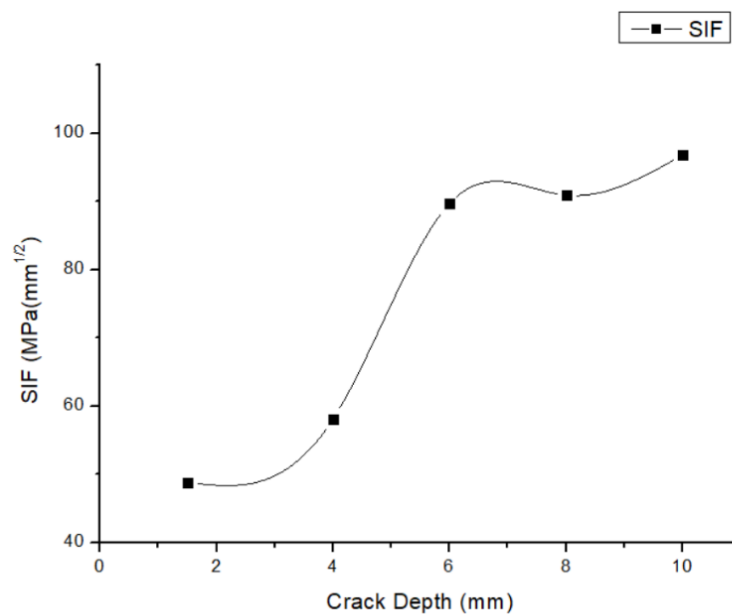


FIGURA 31 - VARIAZIONE DEL FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI (SIF) IN FUNZIONE DELLA PROFONDITÀ DI CRICCA

È possibile constatare, in concordanza a quanto affermato dalla teoria della meccanica della frattura, come il k aumenti progressivamente all'aumentare della profondità della cricca (Figura 31). Inoltre, pur considerando valori più alti di carico, come quello ad esempio esercitato nella fase di inciampo durante la camminata (10000 N), si osserva anche l'aumentare del valore del SIF all'aumentare del carico (Figura 32).

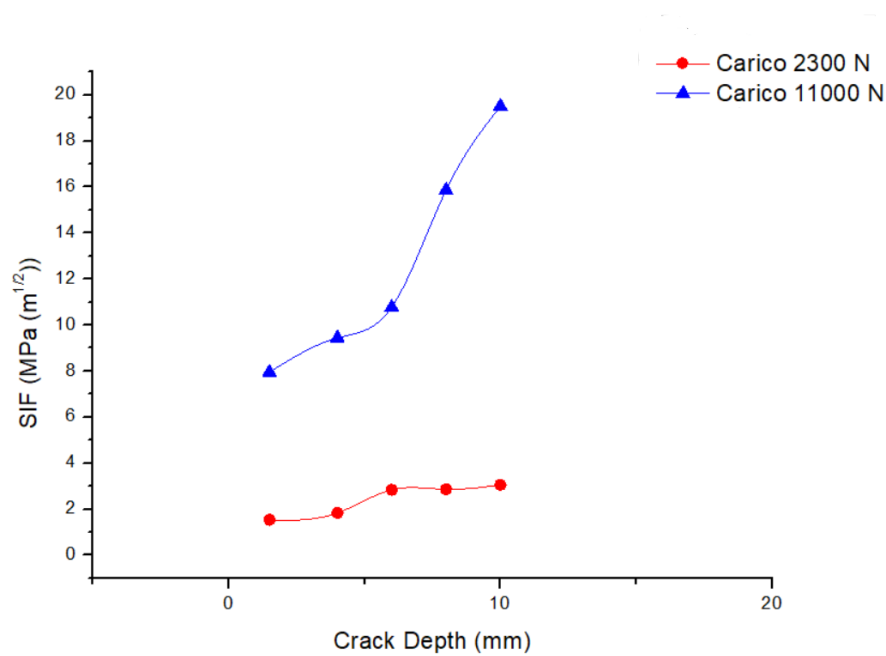


FIGURA 32 - AUMENTO DEI VALORI DEL SIF ALL'AUMENTARE DEL VALORE DI CARICO

Si riesce così a dimostrare come sul modello realizzato sia in effetti possibile andare a seguire la propagazione di una cricca superficiale e valutare l'eventuale criticità della lunghezza del difetto. E poiché l'obiettivo che ci si era prefissati era quello di dimostrare la robustezza del modello nell'effettuazione di un'analisi di meccanica della frattura, i risultati ottenuti permettono dunque di dare prova di ciò in tal senso.

CAPITOLO 5: CONCLUSIONI

5.1 Osservazioni e sviluppi futuri

L'analisi sperimentale qui eseguita su Marc Mentat è partita dalla costruzione del modello FEM di un componente femorale di una protesi d'anca, la cui geometria è stata precedentemente realizzata tramite software CAD Inventor.

La verifica statica di meccanica della frattura eseguita sullo stelo femorale ha avuto come scopo quello di verificare se la propagazione di un ipotetico difetto presente all'interno di una protesi potesse essere studiata con questo modello.

Poiché è stato possibile seguire la propagazione della cricca sul modello e ricavare da parte del software dei risultati, si può constatare sia la validità del primo che la potenzialità del secondo.

Per pura semplificazione nell'esecuzione del calcolo numerico da parte del software, il carico è stato assunto come carico di compressione e in più ci si è limitati a lavorare in campo esclusivamente lineare-elastico.

In realtà sarebbe opportuno dover considerare gli effetti della torsione relativi alla comparsa di sforzi di taglio in prossimità dell'apice della cricca.

Inoltre, i valori di carico utilizzati, presi da letteratura e rappresentanti una situazione standard, sono soltanto dei valori di peso statico (2300 N per lo standing-up).

Introducendo carichi più rispondenti alla realtà a partire dai dati reali ottenuti da analisi sperimentali della camminata e considerandone la variabilità durante le attività motorie eseguite nel quotidiano, questo modello potrebbe essere molto più efficace: esso fornirebbe una visione più completa delle sollecitazioni che la protesi subisce e permetterebbe di determinare con più facilità i valori critici a frattura.

In futuro ulteriori studi, a partire dall'analisi statica sulla propagazione della cricca qui trattata, potrebbero analizzare la crescita a fatica della cricca con un opportuno calcolo del numero di cicli che il componente femorale è in grado di sostenere da un valore dimensionale iniziale della cricca fino al suo valore critico.

Sulla base dei risultati ottenuti è possibile concludere con le seguenti considerazioni:

- Il FEM viene confermato come un valido e potente strumento di analisi e di indagine anche per l'effettuazione di una analisi meccanica di strutture dalla forma complessa, proprio come una protesi d'anca
- La modellazione e l'analisi di propagazione della cricca dimostrano come a partire da un difetto iniziale sia possibile calcolare i SIF seguendo l'evoluzione della propagazione e come, definendo l'opportuno regime di carico, la definizione della dimensione critica della cricca dipenda dalla conoscenza della tenacità a frattura del materiale
- Il modello realizzato, andando a considerare valori non solo più alti ma anche distribuiti diversamente, come ad esempio quelli relativi ad un inciampo o presenti nella fase di caduta, sarebbe comunque chiaramente in grado di restituire risposte reali.

BIBLIOGRAFIA

- [1] L. Vergani, *Meccanica dei materiali*, II a cura di, Milano: Roncoroni, 2006.
- [2] M. V. O. B. Ž. & S. Babić, «Fracture analysis of a total hip prosthesis based on reverse engineering,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 215, 261-271, 2019.
- [3] N. B. Martini, *Fondamenti di Anatomia*, Napoli: EdiSES Università s.r.l, 2019.
- [4] M. J. P. & A. Belwanshi, «A study on finite element analysis methodologies and approaches used for total hip arthroplasty,» *Materials Today: Proceedings*, 2022.
- [5] A. Sedmak, «Computational fracture mechanics: An overview from early efforts to recent achievements.,» *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, pp. 2438-2474, 2018.
- [6] M. V. O. B. Ž. & S. Babić, «Finite element modelling and fatigue life assessment of a cemented total hip prosthesis based on 3D scanning,» *Engineering Failure Analysis*, 2020.
- [7] A. Č. K. G. A. B. I. & B. Sedmak, «Numerical analysis of fatigue crack growth of hip implant,» *Engineering Fracture Mechanics*, 2019.
- [8] K. N. Z. M. S. S. & K. C. R. Chethan, «Static structural analysis of different stem designs used in total hip arthroplasty using finite element method,» *Heliyon*, 2019.
- [9] T. S. R. M. V. K. G. V. & K. G. Joshi, «Dynamic analysis of hip prosthesis using different biocompatible alloys,» *ASME Open Journal of Engineering*, vol. 1, 2022.

- [10] Humanitas, «Anca,» [Online]. Available:
<https://www.humanitas.it/enciclopedia/anatomia/apparato-muscolo-scheletrico/articolazioni/articolazioni-mobili/anca/>. [Consultato il giorno September 11, 2022].
- [11] Mypersonaltrainer.it, «Protesi d'anca,» [Online]. Available:
<https://www.my-personaltrainer.it/salute/protesi-anca.html>. [Consultato il giorno 11 September 2022].
- [12] F. P. L. Veneta, «Protesi d'anca: cos'è, le tipologie principali e i materiali utilizzati,» [Online]. Available:
<https://www.fatebenefratelli.it/blog/protesi-danca-cos%C3%A8-tipologie-principali-materiali-utilizzati>.
- [13] D. M. Scelsi, «Com'è fatta una protesi d'anca,» [Online]. Available:
<https://michelescelsi.it/come-fatta-una-protesi-danca/>.
- [14] 2. H. A. a. i. subsidiaries, «Volume A: Theory and User Information,» 2022.
- [15] 2. H. A. a. i. subsidiaries, «Volume C: Program Input,» 2022.
- [16] P. T. A. -. T. G. 5, «AZoM.com,» [Online]. Available:
<https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=1547>. [Consultato il giorno 19 September 2022].
- [17] A. Mastrofini, «Simulazione strutturale di una protesi d'anca,» 18 June 2022. [Online]. Available:
<https://alessandromastrofini.it/2022/04/22/femore-biomeccanica>. [Consultato il giorno 19 September 2022].
- [18] «Numerical Modeling of Non-linear Thermal Stress in Direct Metal Laser Sintering Process of Titanium Alloy Products,» *Proceeding of First Thermal and Fluids Engineering Summer Conference*, 2016.