

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Biomedica

Esame di
Robotica medica

Lezione del 28/09/23

Cinematica Diretta

ESERCITAZIONE 1



Anno Accademico 2022/2023

Esercizio I

Calcolo della cinematica diretta per varie strutture (planare a 2 bracci, antropomorfo)

Predisporre dei moduli matlab/scilab per il calcolo della cinematica diretta e la sua rappresentazione grafica

- Utilizzare un file `init.m` per definire le variabili (numero di giunti, tabella di Denavit-Hartenberg, ecc)
- Predisporre un codice preferibilmente modulare
- Definire un numero opportuno di funzioni per il calcolo delle matrici di rotazione, le trasformazioni omogenee, ecc.
- Utilizzare la libreria grafica per rappresentare in 3D la configurazione del manipolatore

Una possibile implementazione è disponibile nel file `esercizio01.zip`

La prima esercitazione riguarda la cinematica diretta.

In particolare, bisogna implementare il calcolo della cinematica diretta per diverse strutture (planare a due braccia, antropomorfo...), predisponendo diversi script e funzioni.

La prima cosa da fare è creare uno script di inizializzazione `init.m` in cui vanno soltanto definite delle variabili di utilizzo, come ad esempio il numero di giunti, la tabella di Denavit-Hartenberg (DH).

Poi, occorre predisporre un codice modulare e definire un certo numero di funzioni per il calcolo delle matrici di rotazione, delle trasformazioni omogenee ecc. Ci si aspetta che vengano create due funzioni ("*Homogeneous*" e "*DirectKinematics*") più un file "`main.m`".

la funzione "*Homogeneous*" riceve in ingresso una riga della tabella DH e restituisce in uscita una matrice 4x4 che esprime la matrice di trasformazione omogenea tra un link ed il successivo.

La seconda funzione da dover implementare è "*DirectKinematics*" che prende in ingresso la tabella DH intera (non la singola riga) e restituisce una matrice di dimensioni 4x4xn (quindi n matrici 4x4, dove n è il numero di righe della tabella DH e quindi il numero di bracci) che colleziona tutte le matrici di trasformazione tra i vari link ed il loro successivo, a due a due, fino all'ultimo. È necessario disporre di ulteriori funzioni ("*DrawLink*", "*DrawFrame*"...) richiamate dalla funzione "*DrawRobot*", la quale data in ingresso una matrice DH restituisce una rappresentazione grafica molto semplice del robot scelto nella configurazione voluta. Affinché la funzione "*DrawRobot*" funzioni è necessario avere presenti nella stessa cartella in cui è inserito il "`main.m`" anche i file "`arrow3d`", "`CheckVector`", "`DrawFrame`", "`DrawLink`". Il file `main` serve semplicemente a richiamare in sequenza le funzioni implementate: prima lo script `init`, dove si è inizializzata la tabella DH, poi si richiama la funzione *DirectKinematics* (che presenta implementata al suo interno la funzione "*Homogeneous*") ed infine la funzione "*DrawRobot*" che permette di visualizzare il robot.

Svolgimento

Inizializzazione delle variabili nel file *init.m*

Nel file *init.m*, in realtà, è possibile inserire diverse tabelle DH relativamente a diverse strutture cinematiche (manipolatore a 2 link, a 3 link, antropomorfo). È anche opportuno inizializzare prima le varie variabili (parametri cinematici) contenute all'interno della tabella DH, tra cui la lunghezza dei bracci a_i , l'angolo ottenuto ruotando intorno alla normale comune agli assi dei giunti (α_i), la coordinata lungo l'asse del giunto i-1 esimo (d_i), e l'angolo ottenuto ruotando lungo l'asse del giunto i-1 esimo (θ_i). In particolare, la colonna dei θ_i ($[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$), costituisce l'insieme degli angoli di giunto e prende il nome di *configurazione* del braccio. Alla fine si costruisce l'intera tabella DH, mettendo affianco le varie colonne della matrice, ciascuna inizializzata per conto proprio (in modo da poter agire con facilità in caso di errore di una di esse).

Braccio	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	a_1	0	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	a_3	0	0	θ_3

% Definizione della tabella di Denavit-Hartenberg

```
DH = [0.5 0 0 pi/6;  
      0.5 0 0 pi/2;  
      0.3 0 0 pi/3];
```

Figura 1: Inizializzazione arbitraria della tabella DH

Funzione "Homogeneous"

La funzione *Homogeneous* prende in ingresso una riga della tabella DH e restituisce in uscita una matrice di trasformazione tra il giunto i-esimo ed il suo precedente.

In particolare implementa la *matrice di trasformazione omogenea*, di dimensioni 4x4, tra link consecutivi ricevendo in input ciascuna riga (DH_{row}) di dimensione 1x4 della tabella di Denavit-Hartenberg.

$$A_i^{i-1}(q_i) = A_i^{i-1} A_i^{i'} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 2: Matrice di trasformazione omogenea

```

function T = Homogeneous(DH_row)

%parametri cinematici
a = DH_row(1);
alpha = DH_row(2);
d = DH_row(3);
theta = DH_row(4);

% funzioni trigonometriche
ct = cos(theta);
st = sin(theta);
ca = cos(alpha);
sa = sin(alpha);

% matrice di trasformazione omogenea
T = [ct -st*ca st*sa a*ct;
     st -st*ca -ct*sa a*st;
     0 sa ca d;
     0 0 0 1];

```

Figura 3: Codice funzione "Homogeneous"

Funzione "DirectKinematics"

La funzione *DirectKinematics* a sua volta chiama la funzione *Homogeneous*.

Serve per ottenere la matrice di trasformazione dell'end effector rispetto alla terna base, attraverso il prodotto ricorsivo (Fig 6), di giunto in giunto, delle varie matrici di trasformazione omogenee, ciascuna relativa a soli due giunti. Dunque, posta in ingresso la matrice DH (dim nx4), la funzione *Direct Kinematics* restituisce una matrice di trasformazione (dim 4x4xn).

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & a_i c_i \\ s_i & c_i & 0 & a_i s_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3$$

Figura 4: Matrice di trasformazione omogenea del giunto i rispetto al giunto $i-1$

$$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} + a_3 c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} + a_3 s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 5: Matrice di trasformazione omogenea del giunto 3 rispetto al giunto base 0

```
T0(:,:,i) = T0(:,:,i-1) * Homogeneous(DH(i,:));
```

Figura 6: *Calcolo dell'elemento i-esimo dell'output della funzione DirectKinematics.*

Visualizzazione dei risultati nel file *main.m*

Il file *main.m* comincia sempre con un *clear* e *close all*.

Per prima cosa viene chiamato il file di inizializzazione *init.m*; in seguito la funzione cinematica diretta tramite funzione Matlab "DirectKinematics"; ed infine la funzione matlab "DrawRobot" ponendole in ingresso la tabella DH per visualizzare la struttura cinematica del manipolatore.

```
clc
clear all

init

T = DirectKinematics(DH);

DrawRobot(DH)
```

Figura 7: *Codice del file "main.m"*

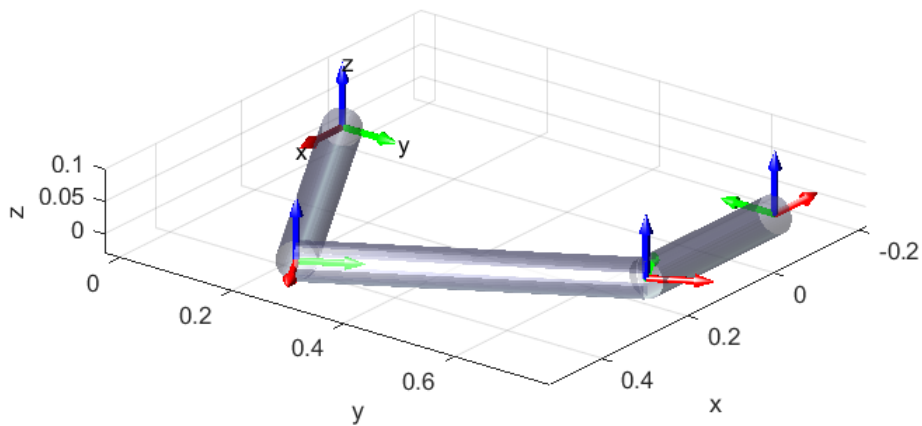


Figura 8: *rappresentazione grafica del manipolatore robot tramite "DrawRobot"*