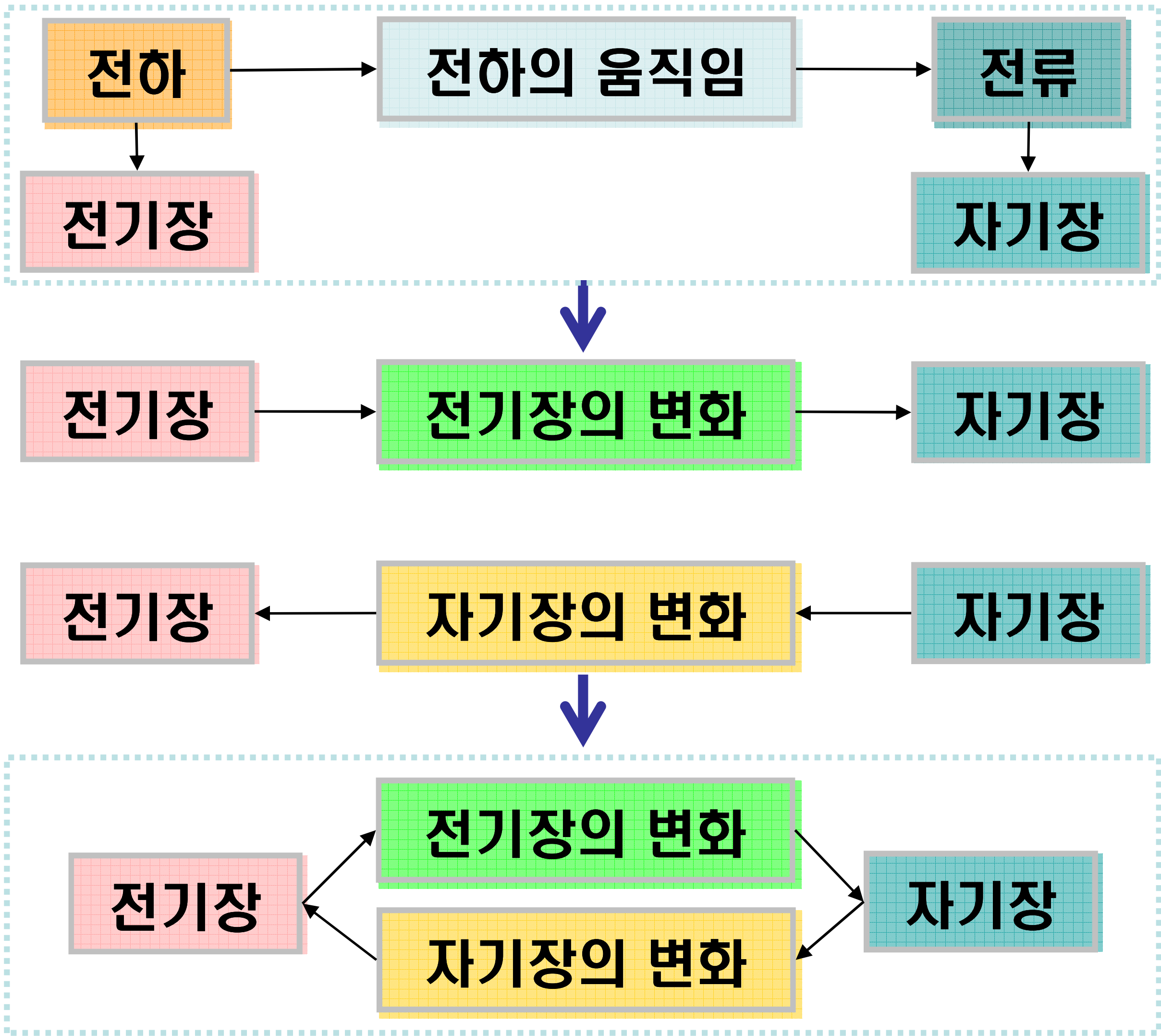
인하대학교
INHA UNIVERSITY

일반물리학

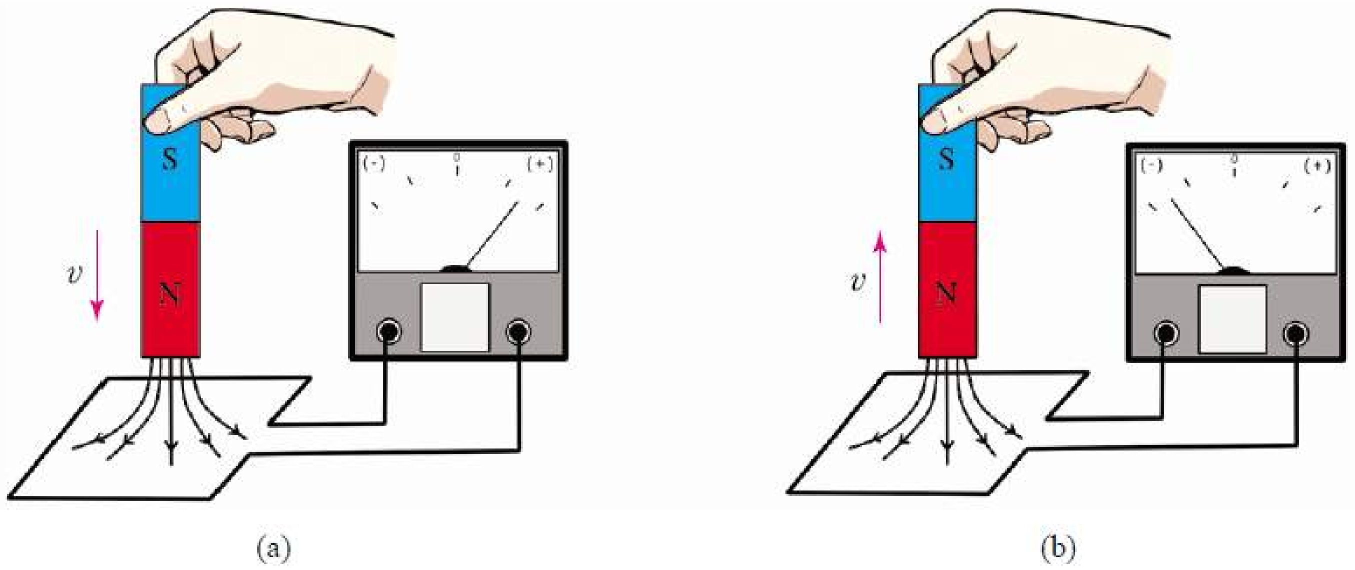
제21장. 자기유도

목차

들어서며


전하
전하의 움직임
전류
전기장
자기장
전기장
전기장의 변화
자기장
전기장
자기장의 변화
자기장
전기장의 변화
전기장
자기장
자기장의 변화

1. 패러데이 유도법칙



▲ 그림 21.1 | (a) 자석을 회로에 가까이 가져온다. (b) 자석을 회로에서 멀리 가져간다.

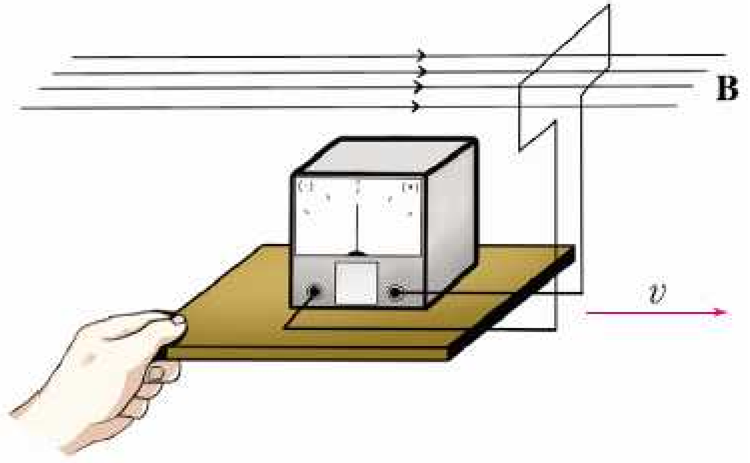
- 자석을 회로에 가까이 또는 멀리 하거나, 회로를 자석에 가까이 또는 멀리 할 때, 회로에는 아무런 기전력 장치가 없더라도 (유도) 전류가 생긴다.
  - 자석의 운동 방향(접근, 후퇴)에 따라 전류 방향(시계, 반시계)도 변화
  - 자석의 속도에 따라 전류의 크기도 변화
- 자석을 고정시키고 폐회로만 움직여도 유도전류 발생
- 도선에 (유도)전기장 발생

유도 기전력

- 전자기 유도현상

$$\varepsilon = \oint \boldsymbol{E}_{\text{유도}} \cdot d\boldsymbol{l}$$

- 자석과 회로를 같이 움직여, 자석과 회로가 상대적 위치가 변하지 않는다면, 회로에는 아무런 전류가 유도되지 않는다.
- 균일한 자기장 내에서 일정한 방향으로 회로 전체를 움직여도 회로에 전류가 유도되지 않는다.



▲ 그림 21.2 | 균일한 자기장에서 일정한 방향으로 회로 전체를 움직여도 회로에 전류가 유도되지 않는다.

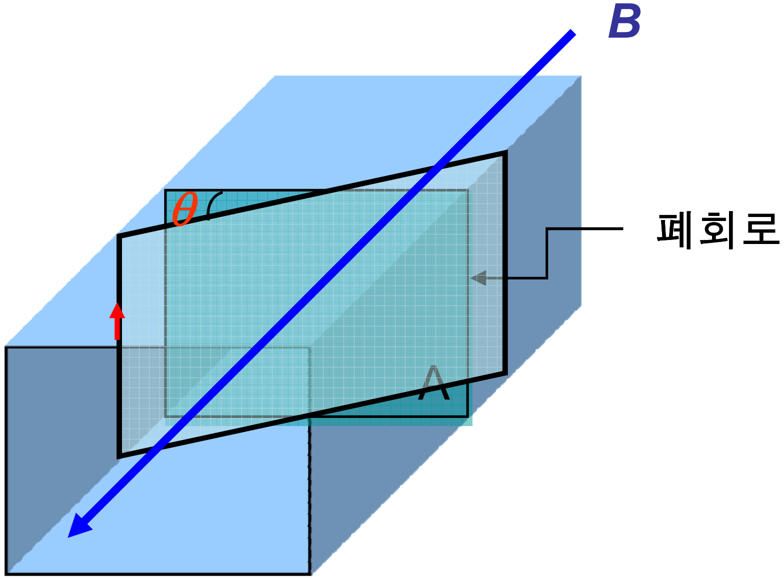
패러데이의 유도법칙

- 자기장의 변화 ⇒ 유도기전력 발생 ⇒ 유도전류 발생

폐회로를 통과하는자기력선의 수 (자기선속) Φ_B

$$\Phi_B = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{a} \quad (\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2 = \mathrm{Wb})$$

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$



패러데이의 유도법칙

유도기전력 $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{\mathrm{d}t}$

렌츠의 법칙

⇒ 변화를 억제하는 방향으로 유도기전력의 방향이 결정

예제 21.1 유도 기전력 (변화하는 자기장)

반지름이 6.0 cm인 원형 회로의 면에 수직으로 통과하는 균일한 자기장이 0.010 s 동안에 5.3 T에서 0 T까지 일정한 비율로 변하였다. 그 동안에 회로에 유도되는 기전력을 구하여라.

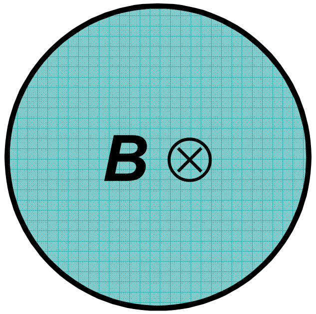
풀이]

- 유도기전력

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \qquad \left[\because A = \pi r^2 = \pi(0.06\mathrm{m})^2 = 0.011\mathrm{m}^2\right]$$

$$\Delta\Phi_B = (B_t - B_0)A = -0.0583\ \mathrm{Wb}$$

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right| = \frac{0.058\ \mathrm{Wb}}{0.010\mathrm{s}} = 5.83\ \mathrm{V}$$



- 유도전류의 방향
  - 렌즈의 법칙
  : 시계방향으로 유도전류

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{5.8\ \mathrm{V}}{58\ \Omega} = 0.1\ \mathrm{A} \qquad \text{(원형회로의 저항이 58 Ω인 경우)}$$

그림 21.3에 보인 것처럼, 지면에 수직인 방향의 균일한 자기장 ***B***가 존재하는 곳에 ㄷ−자 모양의 도선이 놓여 있고, 그 위에 길이가 l인 금속 막대가 있다. 금속 막대를 일정한 속력 v로 잡아끌 때 다음 질문에 답하여라.

풀이]

(a) 이 회로에 유도되는 기전력의 크기는 얼마인가?

– 시간 간격 Δt 동안 넓이의 변화량

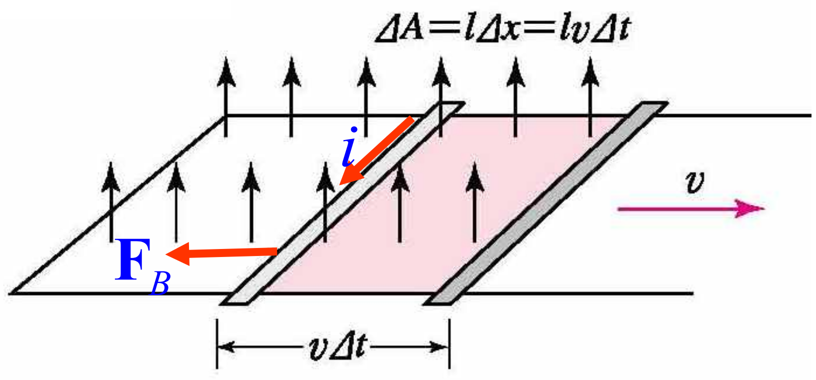
$$\Delta A = l\Delta x = lv\Delta t$$

– 자속의 변화량

$$\Delta\Phi_B = B\Delta A = Blv\Delta t$$

– 도선에 유도되는 기전력

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = \frac{Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv$$



(b) 이 회로에 만들어지는 유도전류의 방향은 어느 방향인가?

– 자속을 감소 시키는 방향으로 유도전류

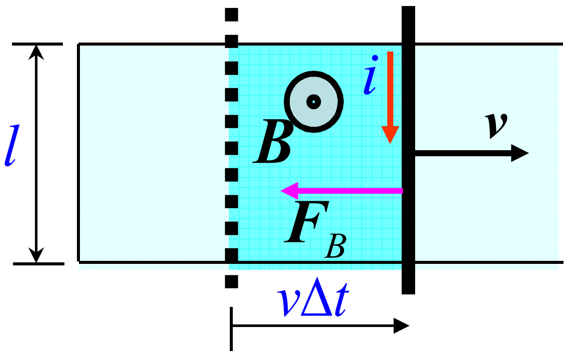
: 유도 전류에 의해 원래 자기장에 반대 방향으로 자기장 발생

: 시계방향의 유도전류

(c) 유도 전류에 의해 금속 막대에 작용하는 자기력의 방향은 어느 방향인가?

$$\boldsymbol{F}_B = i\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

자기력은 왼쪽 방향
막대를 끌어내는 힘과 반대 방향



(d) 이 회로 전체가 자기장 속에서 움직일 때도 유도전류가 생기겠는가?

– 자속변화가 없으므로,

: 유도전류가 없다.

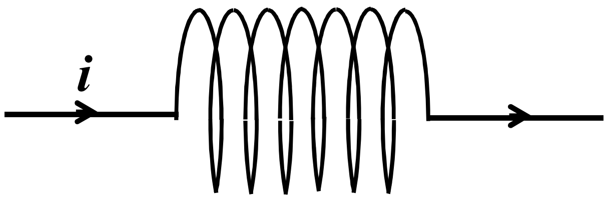
자체유도

- 어떤 도선에 흐르는 전류 때문에 자체 폐회로에 유도 현상이 발생

인덕터

- 시간에 따라 변하는 전류 (교류)에 대해 유도기전력을 갖는 소자
- 솔레노이드인 경우,

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_o n^2 l S \frac{di}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$



인덕턴스

- 인덕터에 유도되는 유도기전력이 전류의 변화에 비례하는 비례상수
- 솔레노이드인 경우, $L = \mu_o n^2 l S$
- 오로지 기하학 구조에 의해서만 결정
- 단위: 헨리(henry, H)
  - 1 H = 1 Wb/A

예제 21.3 솔레노이드의 인덕턴스

단위길이당 감은 수가 n이며, 코일의 단면적이 S인 솔레노이드가 있다. 이것의 길이가 l이라 할 때 이 인덕터의 인덕턴스는 얼마인가?

풀이]

- 솔레노이드의 자기장

$$B = \mu_0 i n$$

총자속

$$\Phi_B = NBS = nlBS = \mu_0 n^2 l S i$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{(nl)(BS)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 i n)(S)}{i}$$

$$= \mu_0 n^2 l S$$

단위길이당 유도용량

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S$$

기하학적 요소(S, l)에 의존

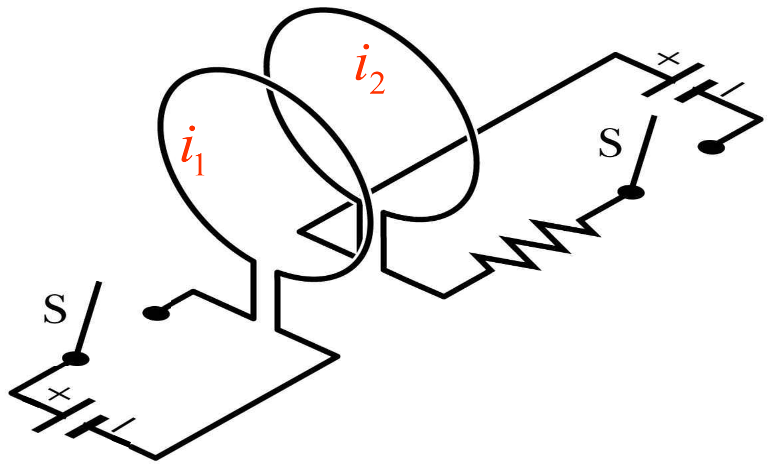
상호유도

- 주위의 다른 코일의 전류에 의해 발생되는 유도
- 2번째 코일의 자속은
  - 2번째 코일에 흐르는 전류에 의해 발생
    : 자체유도
  - 1번째 코일에 흐르는 전류에 의해 발생
    : 상호유도

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$$

$$\Phi_{22} = Li_2 \qquad \Phi_{21} = M_{21}i_1$$

$$= Li_2 + M_{21}i_1$$

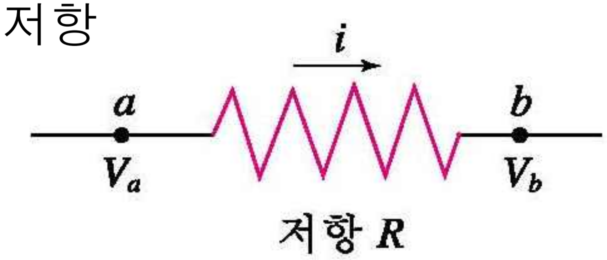


- 상호유도계수
  - $M_{12} = M_{21} = M$
  - 순전히 기하학적인 양

3. RL 회로

변화하는 전류에 의한 전위차 변화

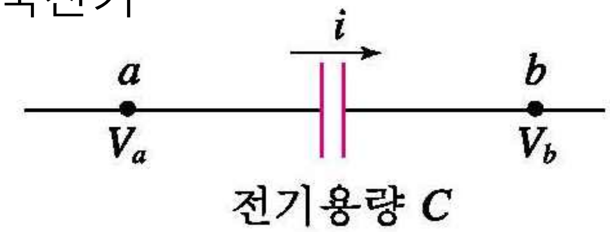
- 저항



$$V_a - V_b = iR$$

(a)

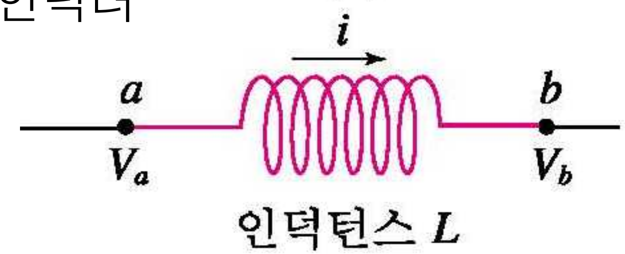
- 축전기



$$V_a - V_b = \frac{q}{C}$$

(b)

- 인덕터



$$V_a - V_b = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

(c)

RL 회로

- 키르히호프의 고리법칙

$$\mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

: 1차 미분방정식(비교 – RC 회로)

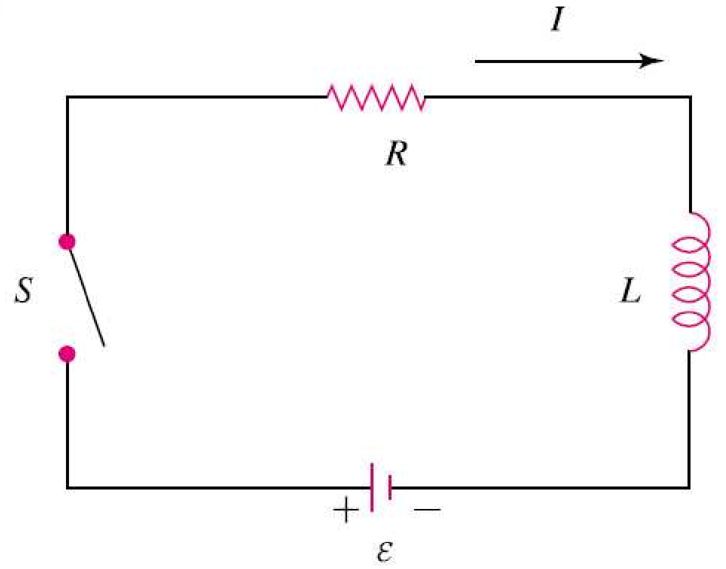
- 해

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L})$$

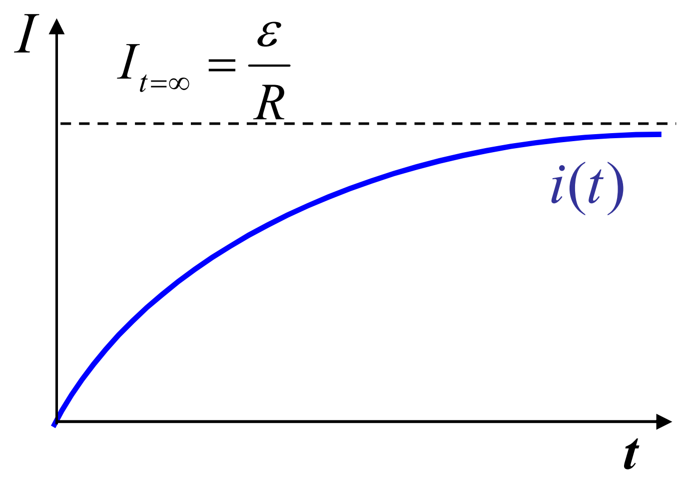
$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (\text{시간상수})$$

$$V_R = IR = \varepsilon\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

$$V_L = L\frac{di}{dt} = \varepsilon e^{-Rt/L}$$



▲ 그림 21.6 | 저항과 인덕터가 직렬로 연결된 RL 회로



충분한 시간이 흐르면 유도기는 이상도체와 같아진다.

예제 21.4 RL 회로

그림 21.6의 RL 회로에서 $\varepsilon = 6.0$ V, $R = 5.0\ \Omega$, $L = 10$ mH라고 하자. 이때, 이 회로의 시간 상수를 구하여라. 그리고, 시간 $t = 0$에서 스위치가 닫힐 때, 시간 $t = 1.0$ ms에서 이 회로의 전류를 계산하여라.

풀이]

- 시간 상수

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.01\,\mathrm{H}}{5.0\,\Omega} = 0.002\,\mathrm{s} = 2.0\,\mathrm{ms}$$

- 1.0 ms에서 전류

$$i(t = 2\,\mathrm{ms}) = \frac{6.0\,\mathrm{V}}{5.0\,\Omega}(1 - e^{-1.0\,\mathrm{ms}/2.0\,\mathrm{ms}}) = 1.2(1 - e^{-0.5})\ \mathrm{A}$$

$$(\because e^{-0.5} = 0.607)$$

$$= 0.472\ \mathrm{A}$$

인덕터에 저장된 에너지

- 키르히호프의 고리법칙

$$\mathcal{E} - iR - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$$

- 양변에 i 곱

$$\mathcal{E}i = Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i^2 R$$

저항에 소비되는 전력

인덕터에 저장되는 에너지율

전지가 공급하는 전력

- 인덕터에 저장되는 에너지율($\mathrm{d}U/\mathrm{d}t$)

$$\frac{\mathrm{d}U_B}{\mathrm{d}t} = Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_0^{U_B} \mathrm{d}U_B = \int_0^{i_0} Li\mathrm{d}i$$

$$\boxed{U_B = \frac{1}{2}Li_0^2} \Leftrightarrow \boxed{U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}$$

예제 21.5 솔레노이드에 저장된 자기에너지

길이가 l이고 단면적의 넓이가 S인 솔레노이드에 단위길이당 n개로 균일하게 코일이 감겨 있다. 이 솔레노이드에 전류 i가 흐른다고 할 때 솔레노이드에 저장된 총 자기에너지와 내부의 에너지 밀도는 얼마인가?

풀이]

- 솔레노이드의 자기에너지

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \qquad (\because L = \mu_0 n^2 l S)$$

$$= \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2 Sl = \frac{1}{2}\mu_0^2 n^2 i^2 Sl \frac{1}{\mu_0}$$

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} Sl \quad (\because B = \mu_0 i n)$$

$$\therefore u_B = \frac{U_B}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}} \Leftrightarrow \boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

4. 발전기의 원리

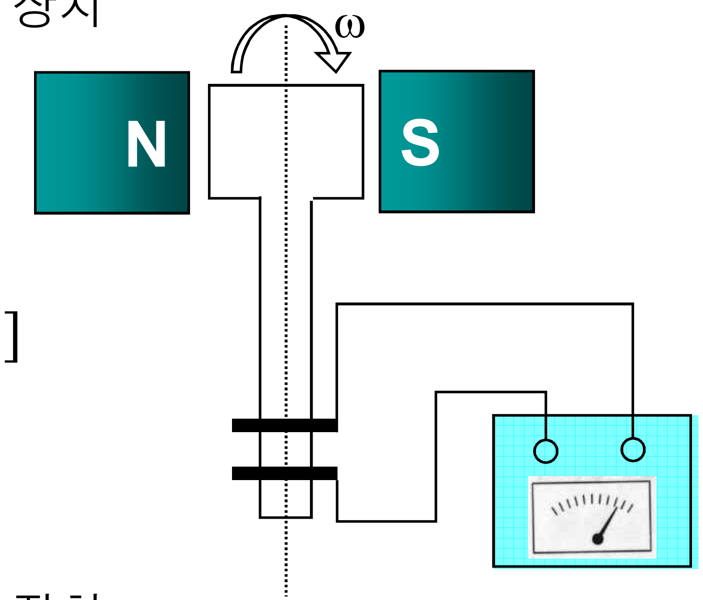
발전기

- 역학적 에너지를 전기 에너지로 바꾸는 장치
- 교류발전기의 유도 기전력 :

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = BA\omega \sin \omega t$$

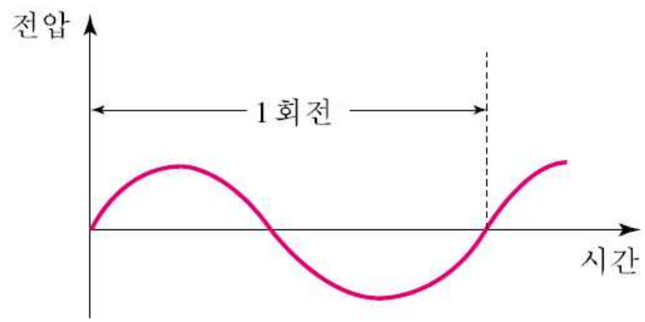
$$[\Phi = BA\cos\theta = BA\cos\omega t]$$

$$= \varepsilon_o \sin \omega t$$



전동기

- 전기 에너지를 역학적 에너지로 바꾸는 장치
- 자기장 내에 교류를 흘려주면
  코일에 토크 발생하여 회전
- 회전하면 코일에 역기전력 발생:
  회로전류의 세기를 약화시키는 방향으로



예제 21.6 발전기의 기전력

교류 진동수가 60 Hz인 어떤 발전기가 낼 수 있는 최대 기전력은 200 V이다. 기전력 크기가 0인 어떤 순간으로부터 1/120 s 뒤 기전력 크기를 구하여라.

풀이]

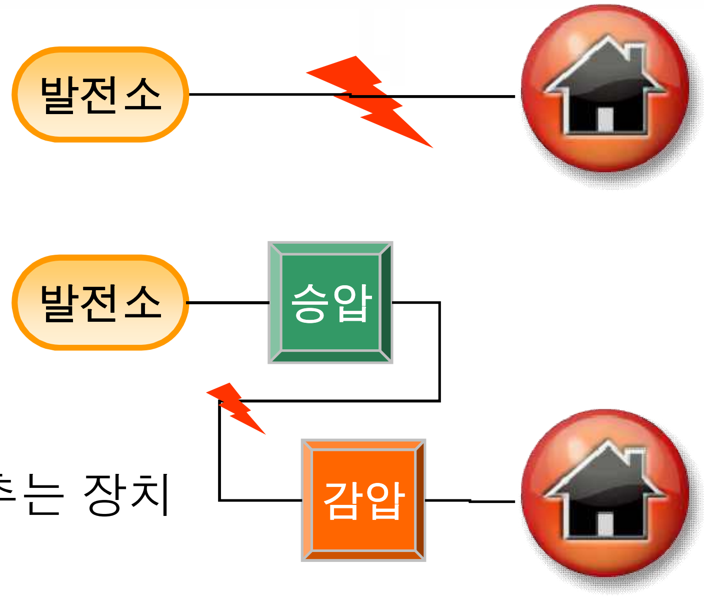
- 발전기의 유도기전력

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 \sin \omega t \\ &= \varepsilon_0 \sin 2\pi f t = (200\ \text{V})\left[\sin 2\pi (60\ \text{Hz})(1/120\ \text{s})\right] \\ &= 0\ \text{V} \end{aligned}$$

5. 변압기와 전력 수송

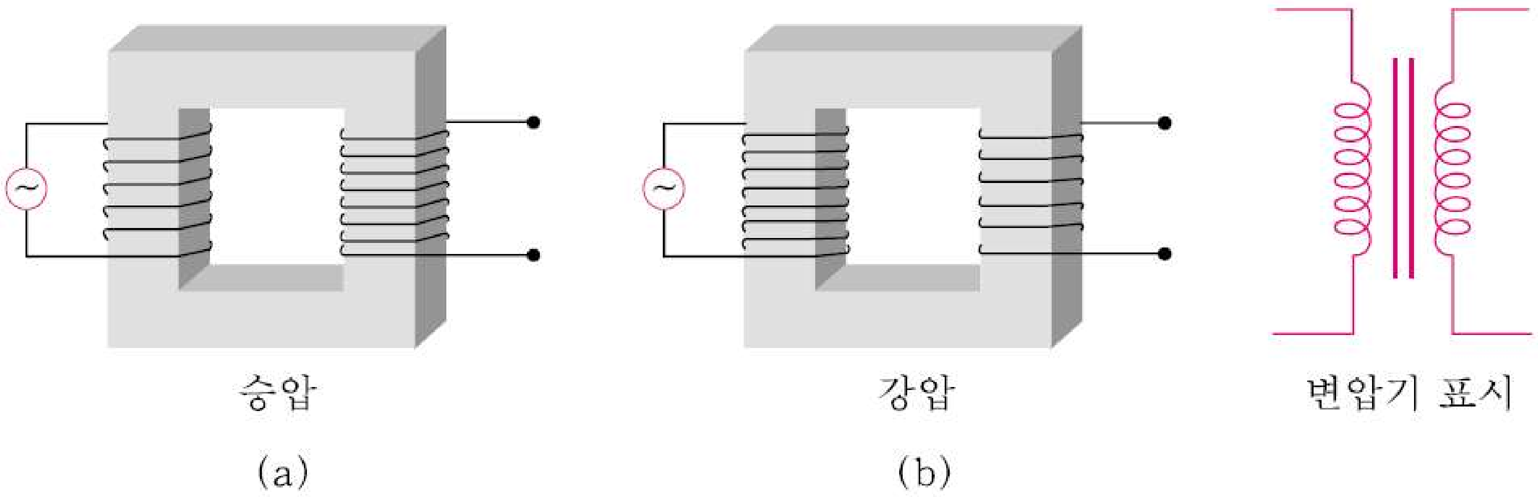
전력 수송

- 발전소에서 만들어내는 전력 : $P=IV$
- 단위 시간 당 전력 손실 : I^2R



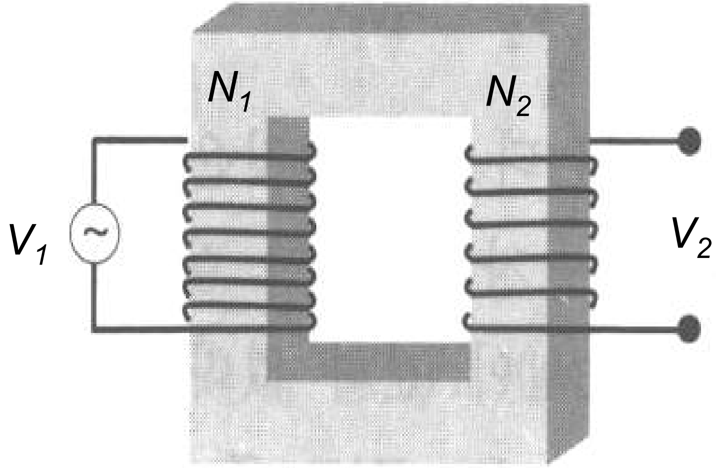
변압기

- 전력의 소모없이 전위차를 높이거나 낮추는 장치



▲ **그림 21.9** | 변압기의 원리

변압기의 원리



- 부코일에 유도된 전압

$$V_2 = -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- 주코일에 유도된 역기전력

$$V_1 = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- 주코일의 저항을 무시한다면

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

- 코일에서 전력 손실이 없다면, 에너지보존 성립
변압기에 들어온 전력은 나간 전력과 동일

$$P = I_1 V_1 = I_2 V_2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

예제 21.7 전력 손실

전압이 440 V이고 전류가 10 A인 전기를 만드는 발전기를 생각하자. 이 전기를 40 km 떨어진 곳까지 수송하기 위하여 전력 손실이 없는 이상적인 변압기를 이용하여 4,400 V까지 전압을 올렸다. 전깃줄 1 km의 저항이 0.5 Ω이라 하고 다음 물음에 답하여라.

풀이]

(a) 만일 변압기를 이용하지 않고 주어진 거리까지 전력을 수송한다면 수송 도중에 잃어버리는 전력량은 원래 발전된 전력량의 몇 퍼센트인가?

$$P_1 = i_1 V_1 = (10\ \mathrm{A})(440\ \mathrm{V}) = 4400\ \mathrm{W}$$

전선 저항: $R = (0.5\Omega/\mathrm{km})(40\mathrm{km}) = 20\Omega$

$$P_{손실,\ 전} = i^2 R = (10\ \mathrm{A})^2 (20\ \Omega) = 2000\ \mathrm{W}$$

$$\therefore \mathrm{loss}_{전}(\%) = \frac{P_{손실,\ 전}}{P_1} \times 100 = \frac{2000\ \mathrm{W}}{4400\ \mathrm{W}} = 45\%$$

예제 21.7 전력 손실

(b) 변압기를 이용하여 문제와 같이 승압하여 전력을 수송할 때 일어나는 전력 손실은 원래 발전된 전력의 몇 퍼센트인가?

$$i_2 = i_1 \frac{V_2}{V_1} = (10\ \text{A}) \frac{440\ \text{V}}{4440\ \text{V}} = 1\ \text{A}$$ 승압 후 전류

$$P_{\text{손실, 후}} = i_2^2 R = (1\ \text{A})^2 (20\ \Omega) = 20\ \text{W}$$

$$\therefore\ \text{loss}_{\text{후}}(\%) = \frac{P_{\text{손실, 후}}}{P_1} \times 100 = \frac{20\ \text{W}}{4400\ \text{W}} = 0.45\%$$

맥스웰 방정식 (Maxwell's equations)

- 모든 전자기 현상을 수식으로 기술할 수 있는 네 가지 기본 법칙

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ Gauss' law for E-field

전하와 전기장 사이의 관계식

$$\oint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{a} = 0$$ Gauss' law for B-field

자기 홀극의 부재

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$ Faraday's law

유도 전기장과 자기 선속의 변화

$$\oint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0(i + i_d)$$ Ampere-Maxwell's law

$$i_\mathrm{d} = \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t}$$ (변위 전류)

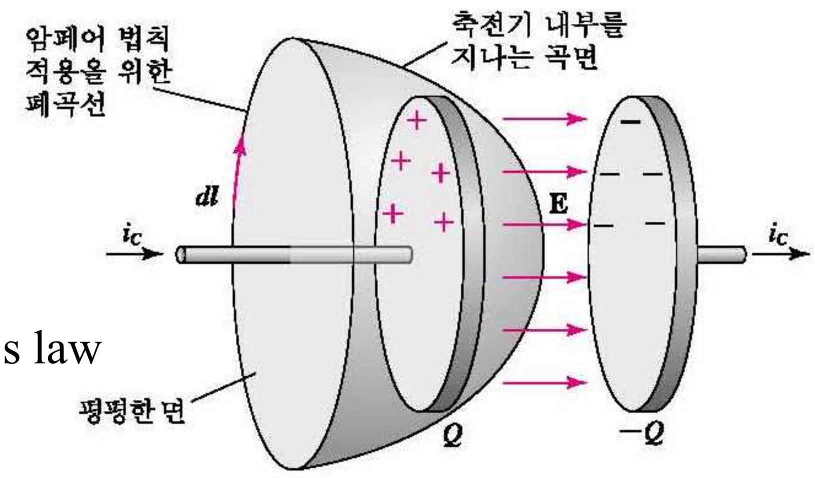


그림 21.10 축전기 내부에서의 암페어 법칙 적용

전도 전류와 전기 선속의 변화에 의해 자기장 생성

전자기파(electromagnetic wave)

- 전자기파 생성의 근본 원인
  - 시간에 따라 변화하는 자기장은 전기장을 생성
  - 시간에 따라 변화하는 전기장은 자기장을생성

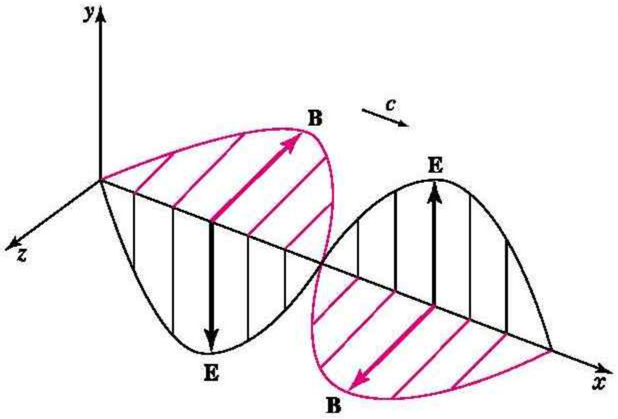


그림 21.11 전자기파가 진행하는 동안의 전자기장

전기장 → 전기장의 변화 → 자기장 → 자기장의 변화 → 전기장

↓

전자기파의 생성

전자기파의 진행속도 $c = f\lambda = 3.00 \times 10^8$ m/s

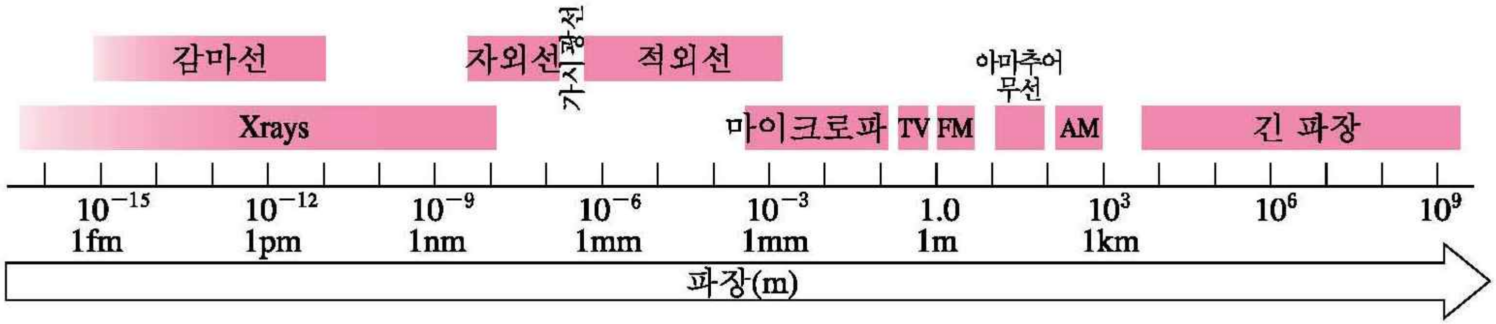


그림 21.12 전자기파 스펙트럼

- 여러 종류의 전자기파

구 분	진동수 영역(Hz)	파장 영역(m)	만들어지는 원인
전력	60	5.00×10^{6}	전류
라디오파			전기회로
AM	$0.530 \sim 1.70 \times 10^{6}$	$570 \sim 186$	
FM	$88.0 \sim 108 \times 10^{6}$	$3.40 \sim 2.80$	
TV	$54.0 \sim 890 \times 10^{6}$	$5.60 \sim 0.340$	
마이크로파	$10^{9} \sim 10^{11}$	$10^{-1} \sim 10^{-3}$	특수한 진공관
적외선	$10^{11} \sim 10^{14}$	$10^{-3} \sim 10^{-7}$	뜨거운 물체
가시광선	$4.00 \sim 7.00 \times 10^{14}$	10^{-7}	태양, 전등
자외선	$10^{14} \sim 10^{17}$	$10^{-7} \sim 10^{-10}$	매우 뜨거운 물체, 특수전등
X선	$10^{17} \sim 10^{19}$	$10^{-1} \sim 10^{-12}$	제동복사, 원자 내 전자 천이
감마선	10^{19} 이상	10^{-12} 이하	핵반응, 입자 가속기

예제 21.8 전자기파

진동수가 100 MHz인 사인 파형의 전자기파가 자유공간에서 x방향으로 진행하고 있다. 이 전자기파의 주기와 파장은 얼마인가? 이 전자기파에서 전기장의 진폭이 100 N/C일 때 전기장에 대해서 전자기파의 표현식을 써라.

풀이]

- 전자기파의 주기와 파장

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^8\ \text{Hz}} = 10^{-8}\ \text{s}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times 10^8\ \text{m/s}}{10^8\ \text{Hz}} = 3\ \text{m} \qquad (\because c = \lambda f)$$

- 전기파

$$E(x,t) = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}\ \text{m}^{-1} \qquad \omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^8\ \text{rad/s}$$

$$= 100 \sin 2\pi\left(\frac{x}{3} - 10^8 t\right) [\text{N/C}]$$