인하대학교
INHA UNIVERSITY

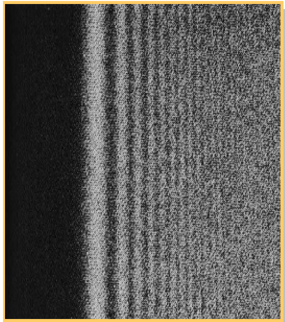
일반물리학

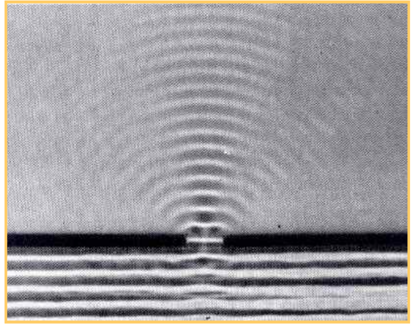
제24장. 간섭과 회절

목차

파동의 종류

- 구면파 : 점 파원에서 퍼져 나온 파로서 파면이 구면
- 평면파 : 파면이 평면





파동의 속력 : $v = f \cdot \lambda$

파동 : 변위 = 크기(진폭) + 위상

- 변위 : 시간과 위치에 의존하는 물체의 변화량

파동의 성질 : 간섭 및 회절

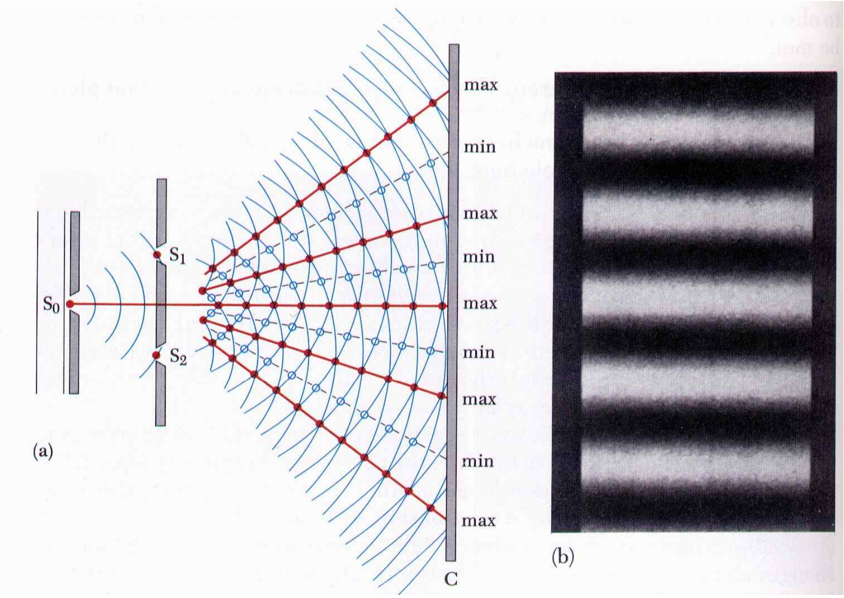
변위 : 수면파의 경우에는 수면이 위–아래로 움직이는 높이
음파의 경우에는 기준 값으로 부터 변화된 기체의 압력
빛(전자기파)의 경우에는 전기장 또는 자기장의 크기

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r})\sin(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} + \phi)$$

1. 빛의 간섭 현상

간섭 (interference) : 중첩 원리의 결과

- 같은 파장의 진폭이 같은 두 파동이 한 점에서 만날 때



$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kr_1 + \phi)$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - kr_2 + \phi)$$

$$E = E_1 + E_2$$

단색광 : 한가지 색을 가진 빛

빛의 세기 (intensity) $I \propto |E|^2$

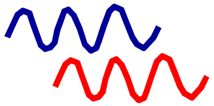
1. 빛의 간섭 현상

보강 간섭과 상쇄 간섭

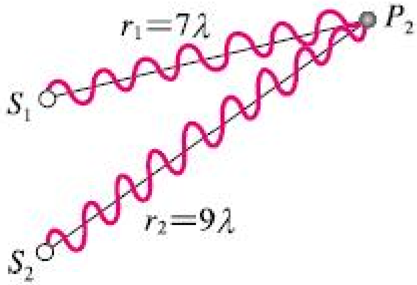
❖ **간섭** (interference) : **중첩의 결과**
진폭과 파장이 같은 두 파동이 한 점에서 만날 때

- 경로차가 파장의 정수배일 때

$$r_1 - r_2 = m\lambda, \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

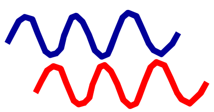


- 보강간섭 (constructive interference)
- 합성파의 진폭이 원래 파동의 두 배

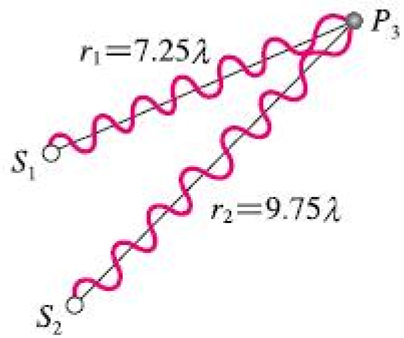


- 경로차가 반파장의 홀수배일 때

$$r_1 - r_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$



- 상쇄간섭 (destructive interference)
- 합성파의 진폭이 항상 0



1. 빛의 간섭 현상

결맞음 (Coherence)

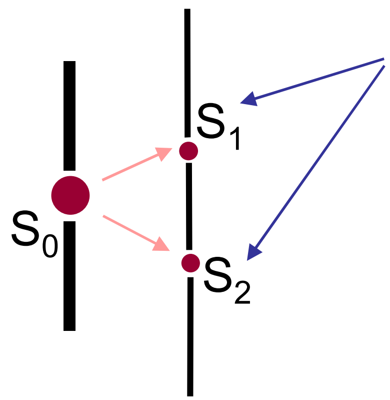
- 두 빛의 간섭현상이 지속적으로 유지될 때, 두 빛을 결맞는 빛이라 한다.
- 두 빛이 결맞지 않다면 간섭현상은 발생할 수 없다.

결맞음시간 (Coherent Time) : 일정한 위상관계가 유지되는 시간

- 백열전구, 형광등 : 오직 수십 10^{-9} 초 (수십 ns)
- 레이저 : 수십 초

2차광원

- 1차 광원을 분리하여 얻은 두 광원
- 1차 광원이 결맞지 않더라도,
  2차광원은 결맞을 수 있음



예제 24.1 간섭조건

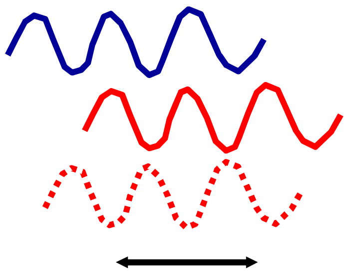
파장이 0.55 μm이며 결맞는 빛을 둘로 나누고, 경로를 달리한 후에 한곳에 도달하도록 하였다. 한쪽 빛의 경로를 조절하여 두 빛이 보강간섭이 되도록 하였다. 두 빛이 상쇄간섭을 일으키도록 하려면 한쪽 빛의 경로를 얼마만큼 조절해야 하는가?

풀이]

- 간섭조건

  보강간섭 조건 : $\delta r = m\lambda$

  상쇄간섭 조건 : $\delta r = (m + \frac{1}{2})\lambda$



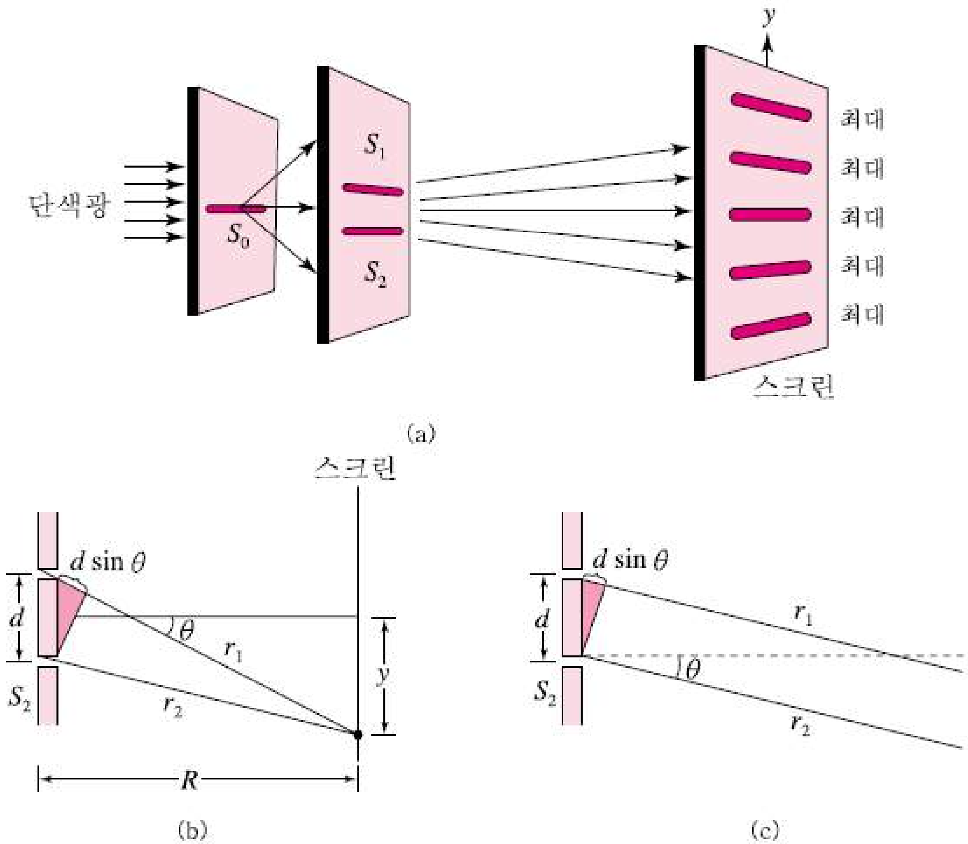
보강간섭과 상쇄간섭 사이에는 반파장 경로차

즉, 0.275 μm

유일한가?

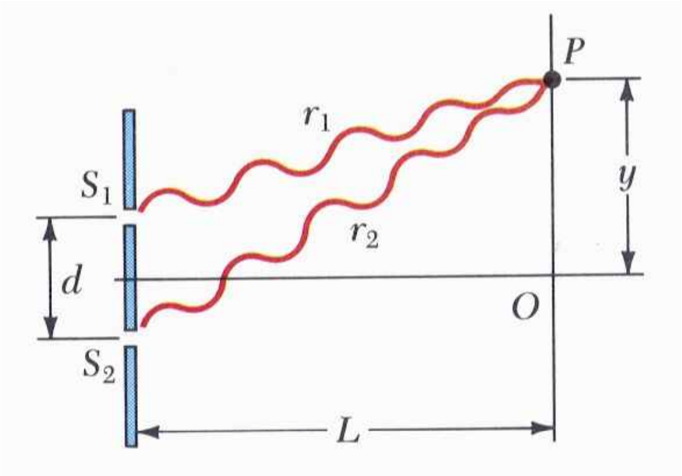
Young의 이중슬릿 실험

- 빛의 간섭현상에 대한 가장 기초적인 실험
- 1800년 경 영국의 과학자 영(Thomas Young)이 간섭을 이용하여 가시광선의 파장을 측정한 최초의 실험



▲ 그림 24.2 | 영의 이중 슬릿 실험

이중슬릿에 의한 간섭효과 계산



$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kr_1 + \phi_1)$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - kr_2 + \phi_2)$$

$$E = E_1 + E_2 \qquad (\text{if } \phi_1 = \phi_2)$$

$$= E_0 \sin(\omega t - kr_1 + \phi) + E_0 \sin(\omega t - kr_2 + \phi)$$

$$= \underbrace{2E_0 \sin\left(\omega t - k\frac{r_1 + r_2}{2} + \phi\right)}_{E_1 \text{ or } E_2} \cos\left(k\frac{(r_2 - r_1)}{2}\right)$$

점 P에서의 빛의 세기 : $I = |E|^2$

$$I = 4I_0 \cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]$$

관계식 $\sin x \pm \sin y = 2\sin\left\{\frac{1}{2}(x \pm y)\right\}\cos\left\{\frac{1}{2}(x \mp y)\right\}$ 이용

1) $when\ \ r_2 - r_1 = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, ...) \quad \rightarrow \quad I = 4I_0 \quad (\text{max.})$

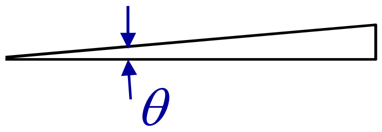
2) $when\ \ r_2 - r_1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (n = 0, 1, 2, ...) \rightarrow \quad I = 0 \quad (\text{min.})$

2. Young의 이중슬릿 실험

이중 슬릿을 이용한 2차 광원의 간섭현상

- 이중 슬릿이 1차 광원으로부터 같은 거리에 있다면, 스크린의 중앙에는 항상 밝은 무늬가 생긴다

두 빛의 경로차 : $r_1 - r_2 = d\sin\theta$



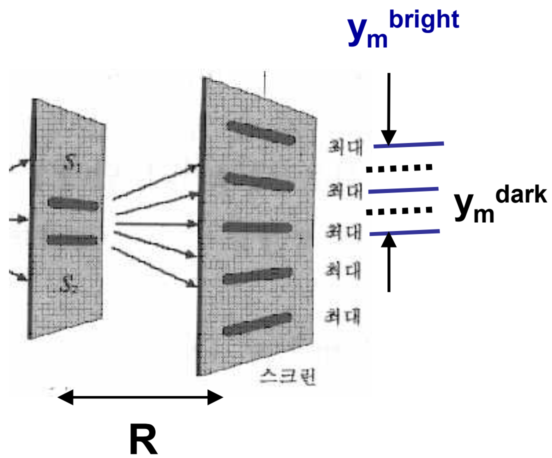
- 보강간섭 : $d\sin\theta = m\lambda, (m = 0, \pm 1, \ldots)$
- 상쇄간섭 : $d\sin\theta = (m + 1/2)\lambda, \ (m = 0, \pm 1, \ldots)$
- 스크린 상에서 m번째 밝은 무늬까지의 거리 :

$$y_m^{bright} = R\tan\theta_m \approx R\theta_m \approx R\sin\theta_m \approx R\frac{m\lambda}{d}$$

- 스크린 상에서 m번째 어두운 무늬까지의 거리 :

$$y_m^{dark} = R\tan\theta_m' \approx R\theta_m' \approx R\sin\theta_m' \approx R\frac{(m+1/2)\lambda}{d}$$

- R, d, y_m 을 측정하면, 빛의 파장을 구할 수 있다.
  - 예) R = 1 m, d = 0.1 mm, y_1^{bright} = 5 mm 이면, 파장 = 0.5 μm



예제 24.2 빛의 파장 측정

영의 이중 슬릿 실험을 통해 레이저 포인터의 파장을 측정하고자 한다. 슬릿의 간격은 0.1 mm이며 슬릿으로부터 5 m 떨어진 스크린에 밝은 무늬 간격이 2.5 cm이다. 빛의 파장은 얼마인가?

풀이]

- 스크린 상의 밝은 무늬 간격

$$\Delta y = R\frac{\lambda}{d}$$

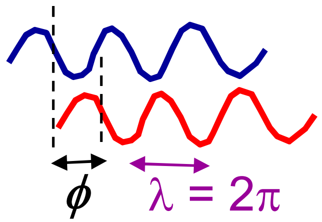
$$\lambda = \frac{d}{R}\Delta y = \frac{(1\times10^{-4}\ \mathrm{m})}{(5\ \mathrm{m})}(2.5\times10^{-2}\ \mathrm{m})$$

$$= 5\times10^{-7}\ \mathrm{m} = 0.5\ \mu\mathrm{m}$$

이중슬릿에 의한 간섭무늬 세기 분포 *

간섭무늬의 세기 분포

- 두 광원이 같은 편광방향을 갖고 진폭도 같다면,
  스크린에 도달한 두 빛은 경로차 (r_1-r_2)에 의한 위상차(ϕ)가 발생



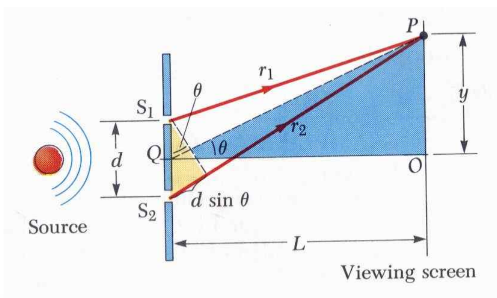
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

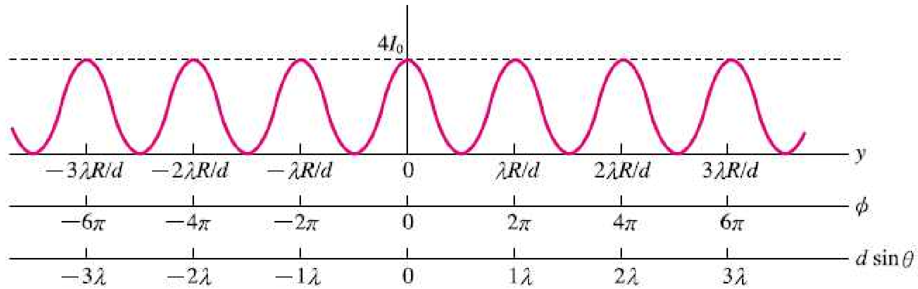
- 빛의 총 세기 : $I \propto \langle E_t^{\,2} \rangle$

$$E_t = E\cos(\omega t) + E\cos(\omega t + \phi)$$

$$E_t^{\,2} = \underbrace{E^2\cos^2(\omega t)}_{\text{첫번째 빛의 세기}} + \underbrace{E^2\cos^2(\omega t + \phi)}_{\text{두번째 빛의 세기}} + \underbrace{2E^2\cos(\omega t)\cos(\omega t + \phi)}_{\text{간섭효과}}$$

$$I \propto 4E^2\cos^2(\phi/2) = 4I_0\cos^2(\phi/2) = 4I_0\cos^2(\pi d\sin\theta/\lambda)$$

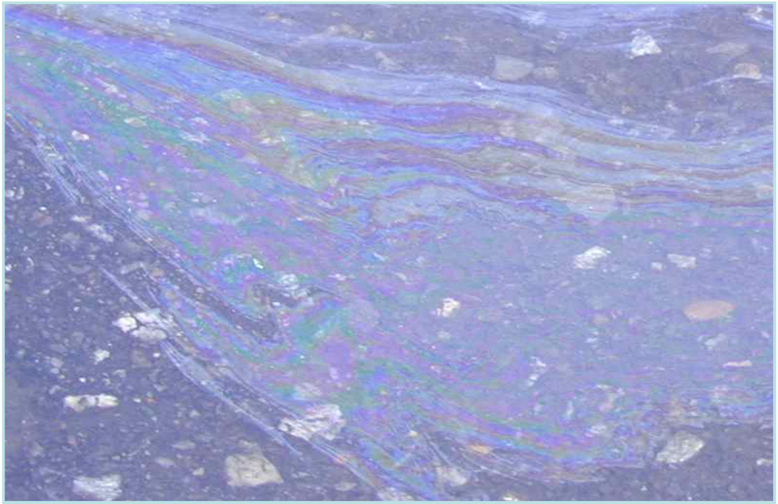


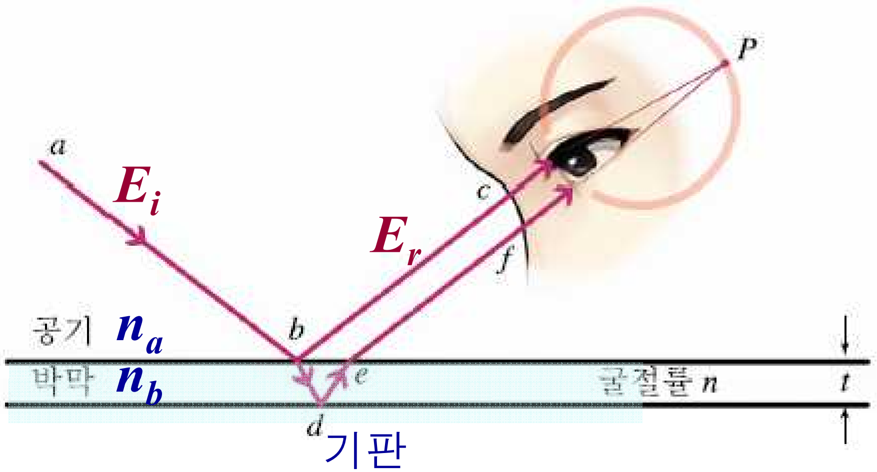


▲ 그림 24.3 | 이중 슬릿에 의한 간섭무늬

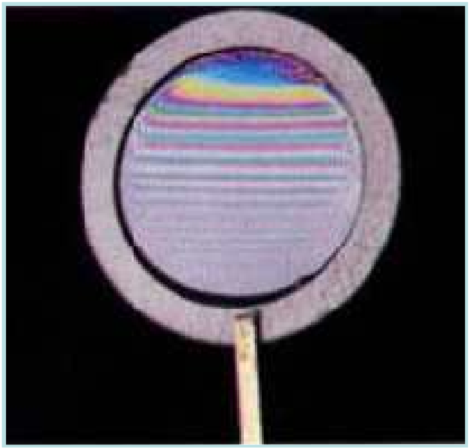
3. 박막에서의 간섭

- 박막의 윗면과 아래 면에서 반사한 두 빛의 간섭으로 얼룩 무지개 무늬 형상





▲ 그림 24.4 | 박막에서의 반사광

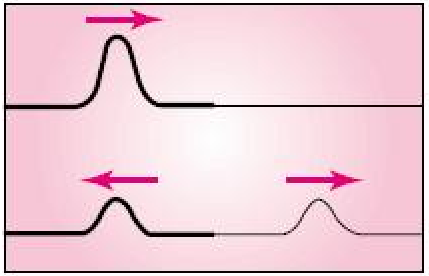


3. 박막에서의 간섭

인하대학교

매질 경계면에서의 파동의 반사파 및 투과파 위상

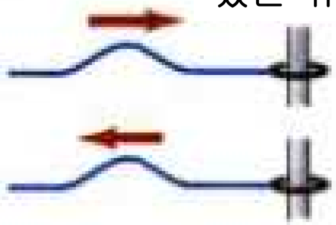
파원

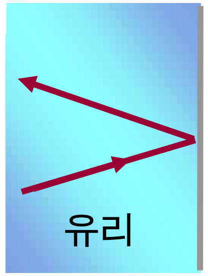


반사파 투과파

밀도가 높은 (무거운) 끈 쪽에서 입사할 때

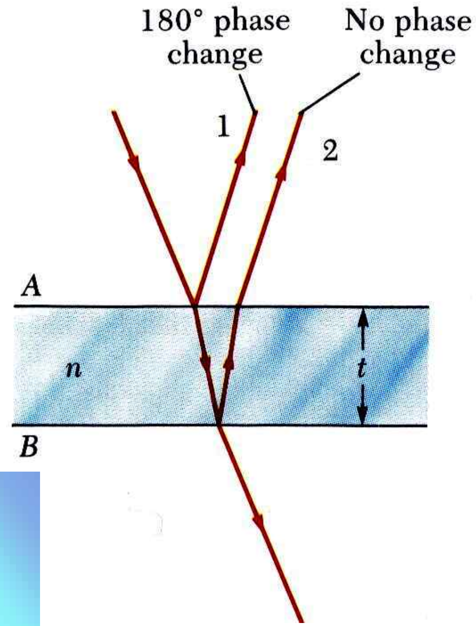
움직일 수 있는 묶음



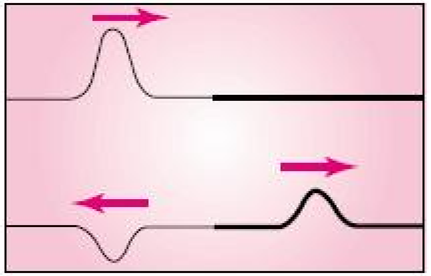


공기

반사파 위상 변화 없음

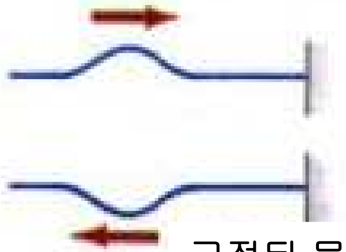


파원



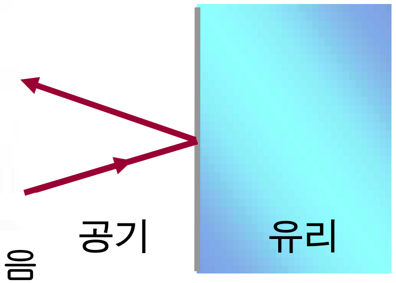
반사파 투과파

밀도가 낮은 (가벼운) 끈 쪽에서 입사할 때



고정된 묶음

공기



반사파 180° 위상 변화

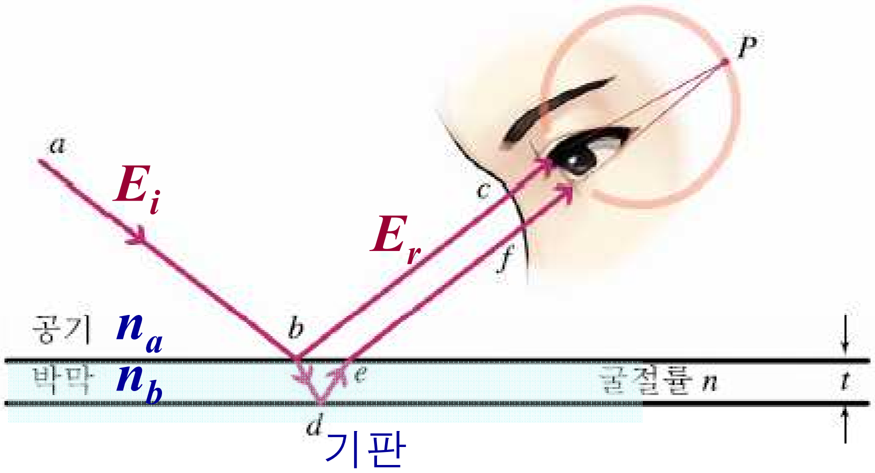
빛은 굴절률이 낮은 쪽에서 높은 쪽으로 가면서 반사될 때에는 위상이 180° 변화된다.

경계면에서의 반사와 박막에 의한 간섭

- 굴절률이 n_a 인 매질에서 진폭이 E_i 인 전자기파가 굴절률이 n_b 인 매질 표면에 수직 입사하는 경우, 반사되는 전자기파의 전기장은

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i$$

$n_a < n_b$ 이면
전기장의 부호가 바뀐다.
(180^0의 위상변화가 발생)



▲ 그림 24.4 | 박막에서의 반사광

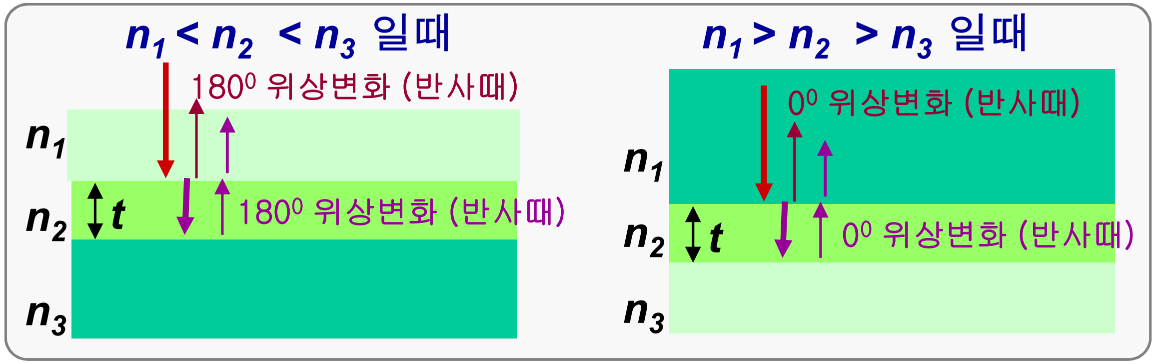
간섭현상 = 경로차에 의한 효과 + 반사에 의한 위상변화 효과

- 무반사 코팅 : $n_{air} \langle n_{film} \langle n_{substrate}$
- 고반사 코팅 : $n_{air} \langle n_{substrate} \langle n_{film}$

박막두께 : $t = \dfrac{\lambda}{4}$

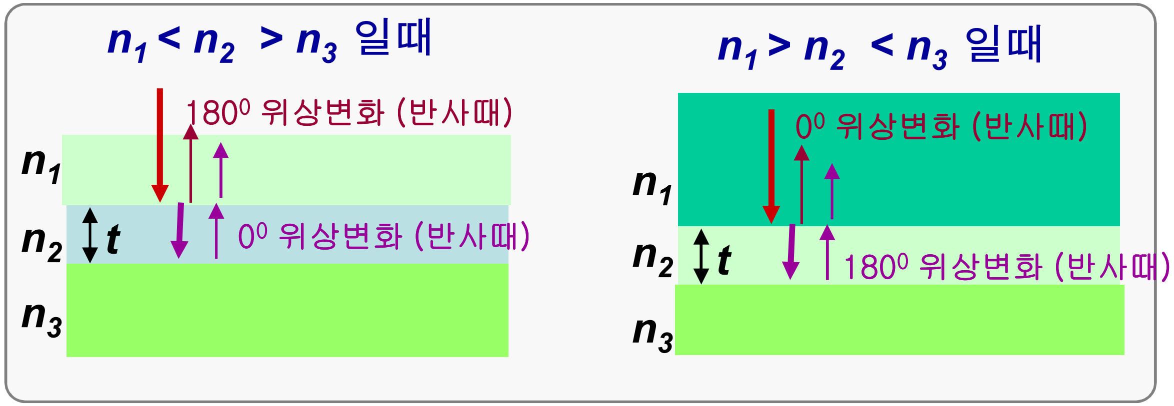
3. 박막에서의 간섭

박막에서의 반사광 간섭



$2n_2 t = m\lambda$: 보강 간섭 조건

$2n_2 t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$: 상쇄 간섭 조건



$2n_2 t = m\lambda$: 상쇄 간섭 조건

$2n_2 t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$: 보강 간섭 조건

예제 24.3 무반사 코팅

굴절률이 각각 n_1, n_2, n_3인 유전체들이 그림과 같이 놓여 있다. 이때 굴절률의 대소 관계는 $n_1 < n_2 > n_3$이다. 두 번째 층의 두께는 t이며 첫 번째 층과 세 번째 층은 무한히 두껍다고 가정한다면, 반사된 두 빛의 상쇄간섭 조건을 만족하는 가장 얇은 두께 t는 얼마인가? 진공 중에서 빛의 파장은 λ이고 면에 수직으로 입사한다고 가정한다.

풀이]

- 박막의 간섭은 경로조건 + 위상조건에 의해 결정
  위상조건 : 상쇄간섭 조건
  위상에 의해 상쇄되므로 경로가 보강간섭이 되어야 두 빛은 상쇄

$$\delta r = 2t = m\lambda_n \qquad \left(\because \lambda_n = \frac{\lambda}{n}\right)$$

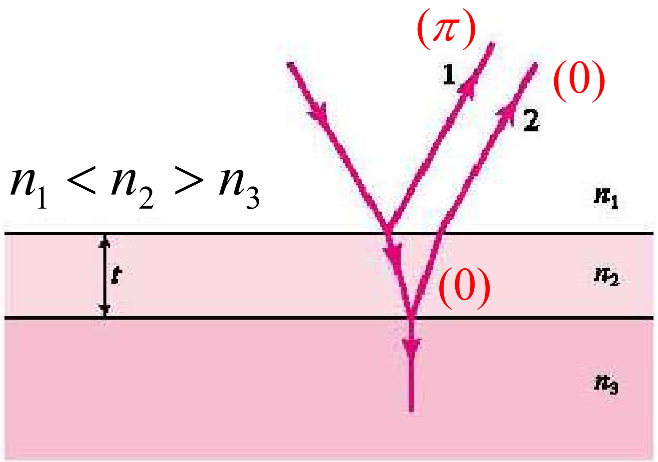
λ와 λ_n의 차이는?

상쇄간섭을 위한 최소(간섭 차수) 두께?

$$t = \frac{\lambda_n}{2} = \frac{\lambda}{2n_2}$$

n_2 : 경로차가 발생하는 매질의 굴절률

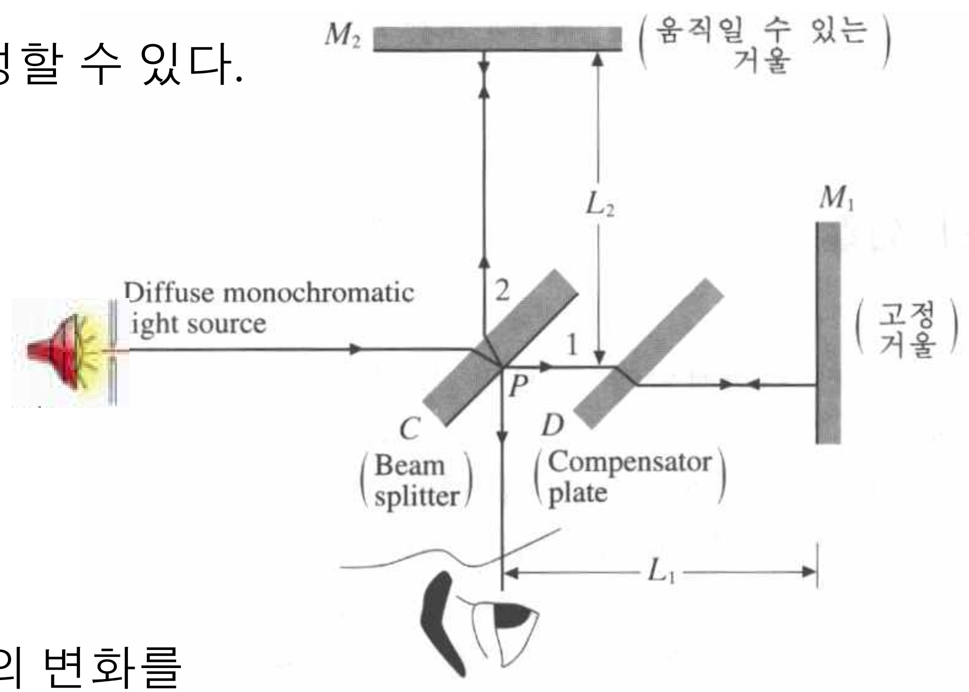
$n_1 < n_2 > n_3$



마이켈슨 간섭계 (Michelson Interferometer)

- 움직일 수 있는 거울의 위치에 따라
  두 거울에서 반사된 빛의 간섭결과가
  달라지는 현상을 이용하여
  빛의 파장을 정밀하게 측정할 수 있다.
  - x : 거울의 이동거리
  - m : 이동한 줄무늬 개수

$$x = m\frac{\lambda}{2}$$

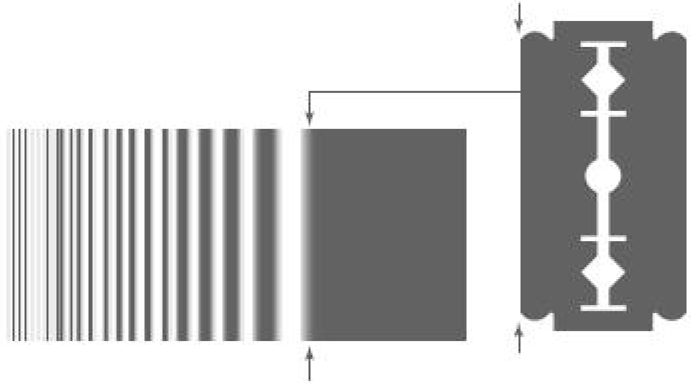


- 1881년 Morley와 함께
  지구 속도에 의한 빛 속도의 변화를
  측정하는 데 사용
  - 아인스타인의 상대성 이론 가설에 지대한 영향을 줌

4. 빛의 회절

인하대학교

- 그림자의 분명한 경계선을 어디일까?
- 그림자 경계선이 존재하지 않는 이유는 **빛의 회절** (diffraction 또는 **에돌이**) 때문이다.
- **빛의 회절** : 빛이 진행 경로에 놓인 장애물 주위로 휘어져 진행하는 것

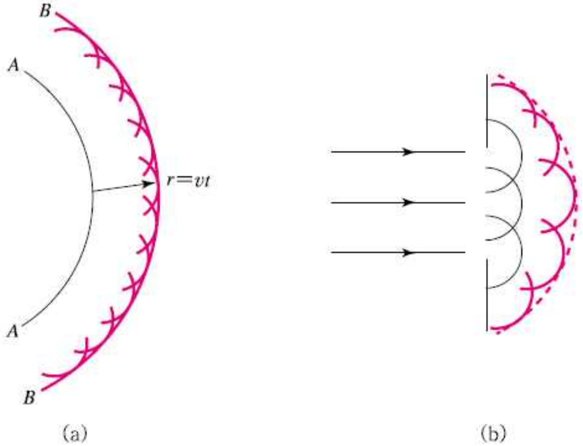


▲ 그림 24.7 | 면도날에서의 회절무늬

호이겐스의 원리

- 한 파면의 각 점은 2차 파원으로 간주할 수 있으며, 새로운 2차 파들의 싸개선(envelope)으로 만들어지는 면이 새로운 파면이 된다.

파면 : 위상이 같은 면

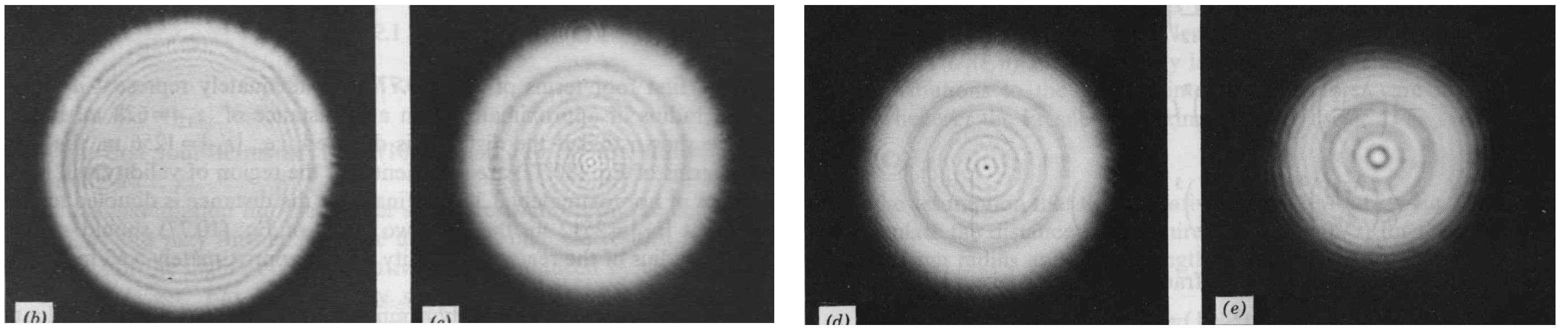


▲ 그림 24.8 | (a) 호이겐스의 원리와 (b) 회절의 설명

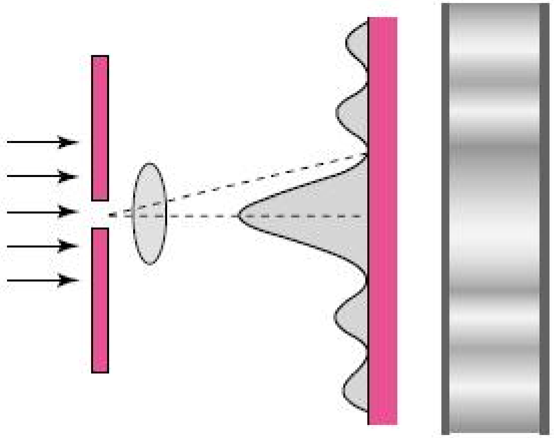
4. 빛의 회절

빛이 장애물을 지나갈 때 항상 회절이 일어난다.

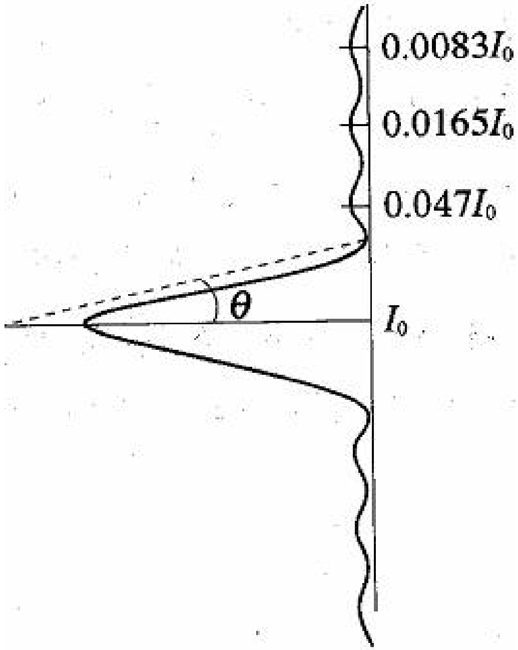
- 회절현상은 장애물과 광원 사이 간격, 그리고 스크린과 장애물 사이 간격에 의존한다.
- 원거리 회절 (프라운호퍼 회절) Fraunhofer diffraction
  - 모두 충분히 멀리 떨어져 있는 경우
  - 모든 광선을 평행광선으로 취급 가능
  - 회절무늬는 거리에 상관없이 동일
- 근거리 회절 (프레넬 회절) Fresnel diffraction
  - 거리가 가까울 때
  - 거리에 따라 회절무늬가 달라짐.

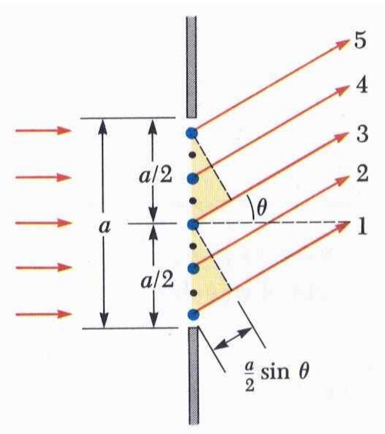


단일 슬릿에 의한 원거리 회절무늬



▲ 그림 24.9 | 단일 슬릿에 의한 회절무늬



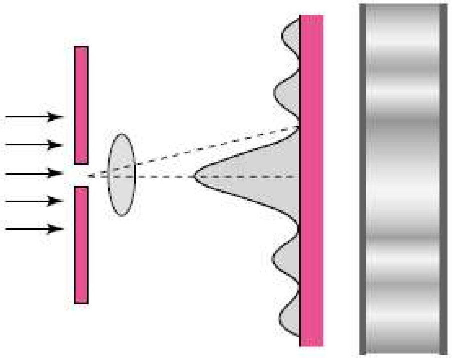


1-3, 2-4가 서로 상쇄

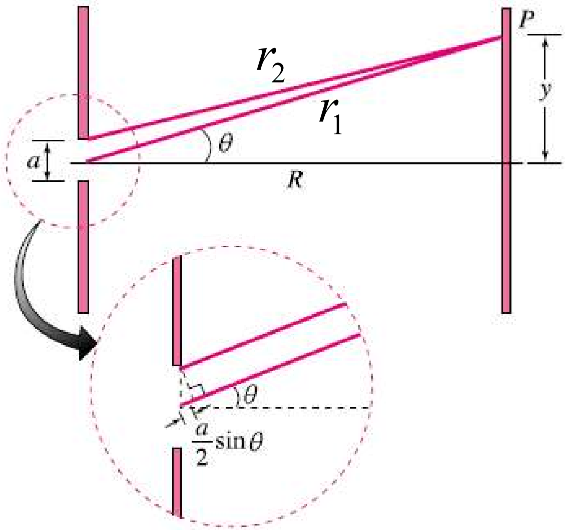
$$\frac{a}{2}\sin\theta = m\frac{\lambda}{2} \longrightarrow a\sin\theta = m\lambda$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

단일 슬릿에 의한 원거리 회절



▲ 그림 24.9 | 단일 슬릿에 의한 회절무늬



▲ 그림 24.10 | 단일 슬릿에서의 회절효과 설명도

경로차 : $r_1 - r_2 = \dfrac{a}{2}\sin\theta$

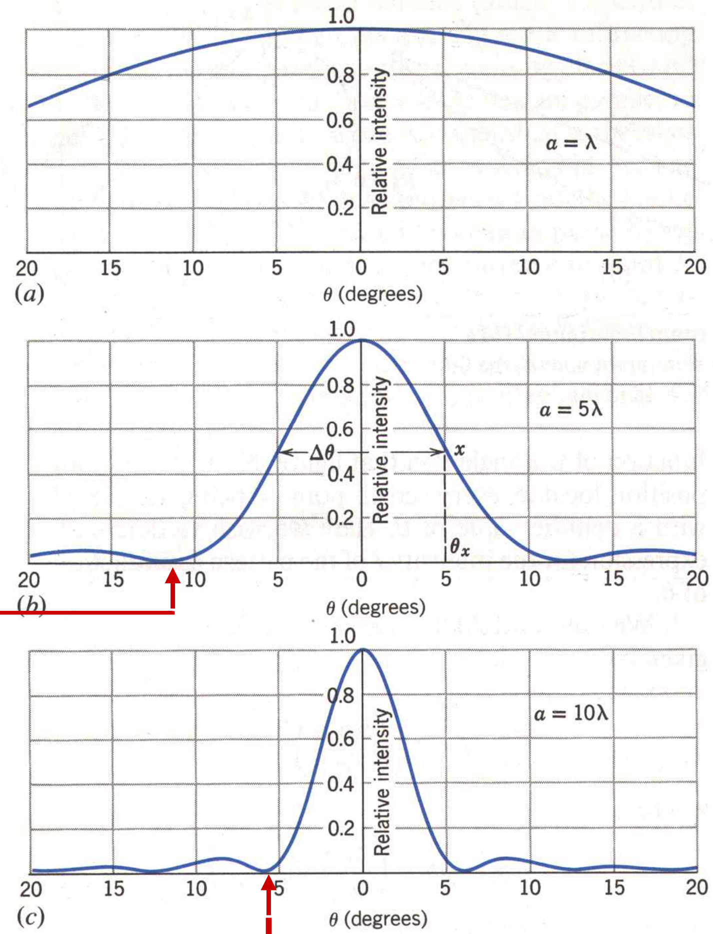
m번째 상쇄간섭 조건 : $\dfrac{a}{2}\sin\theta = \pm\dfrac{m\lambda}{2}$

$\theta << 1$ 이므로, $\theta = \pm\dfrac{m\lambda}{a}$ 또는 $\boxed{y_m = \pm\dfrac{m\lambda}{a}R}$

단일 슬릿에 의한 회절무늬

$$I_P = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta \approx \frac{2\pi}{\lambda} a\theta$$



첫번째 어두운 무늬의 위치

$$\boxed{\theta_1 = \frac{\lambda}{a}}$$

- 슬릿폭이 작을수록 밝은 무늬의 폭이 커지고
- 파장이 클수록 밝은 무늬의 폭이 커진다.

예제 24.4 회절무늬

0.05 mm의 폭을 가진 단일 슬릿에 파장이 0.5 μm인 빛을 비출 때, 첫 번째 어두운 무늬가 생기는 위치의 각도 θ를 구하여라.

풀이]

- m 번째 어두운 무늬의 각도

$$\theta = \frac{m\lambda}{a}$$

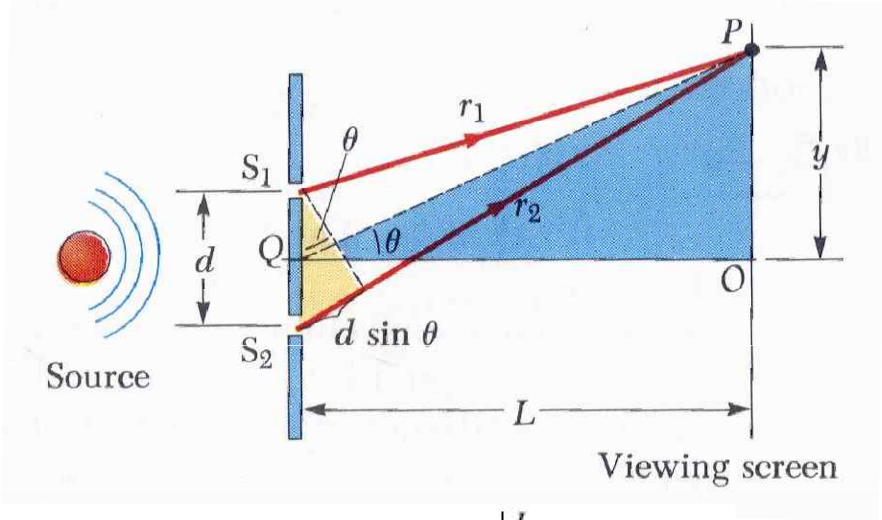
$$\theta_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{0.5\times10^{-6}\ \mathrm{m}}{0.05\times10^{-3}\ \mathrm{m}} = 0.01\,\mathrm{rad} = 0.57^{\circ}$$

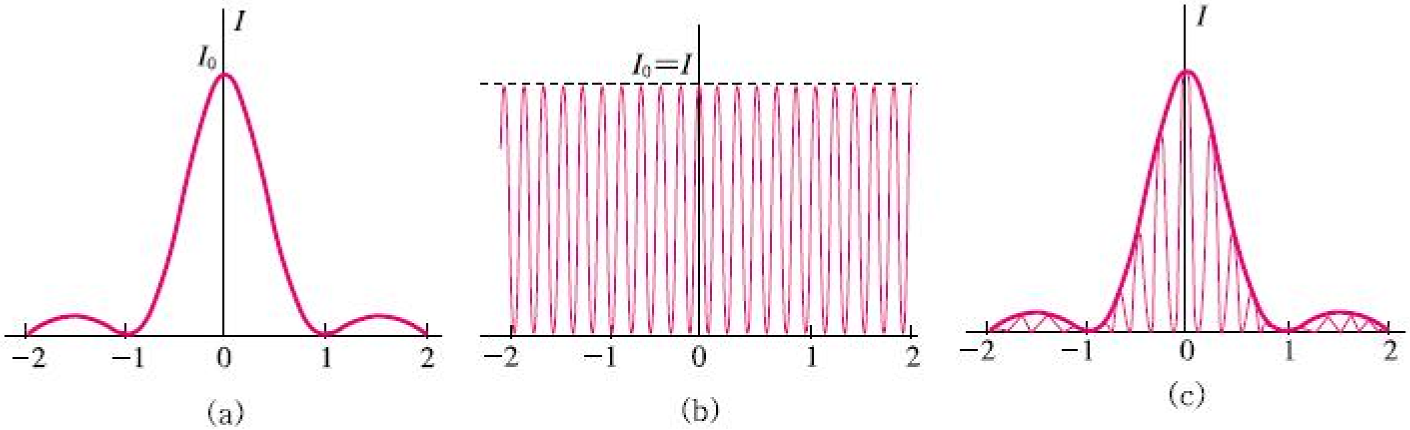
이중 슬릿에 의한 회절무늬

단일슬릿에 의한 회절무늬 × 두 슬릿에 의한 간섭무늬

$$I_P = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \times \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \qquad \beta = \frac{\pi}{\lambda} a \sin\theta$$





▲ 그림 24. 12 | 두 슬릿에 의한 회절무늬

다중 슬릿에 의한 회절무늬

단일슬릿에 의한 회절무늬 × 다중슬릿에 의한 간섭무늬

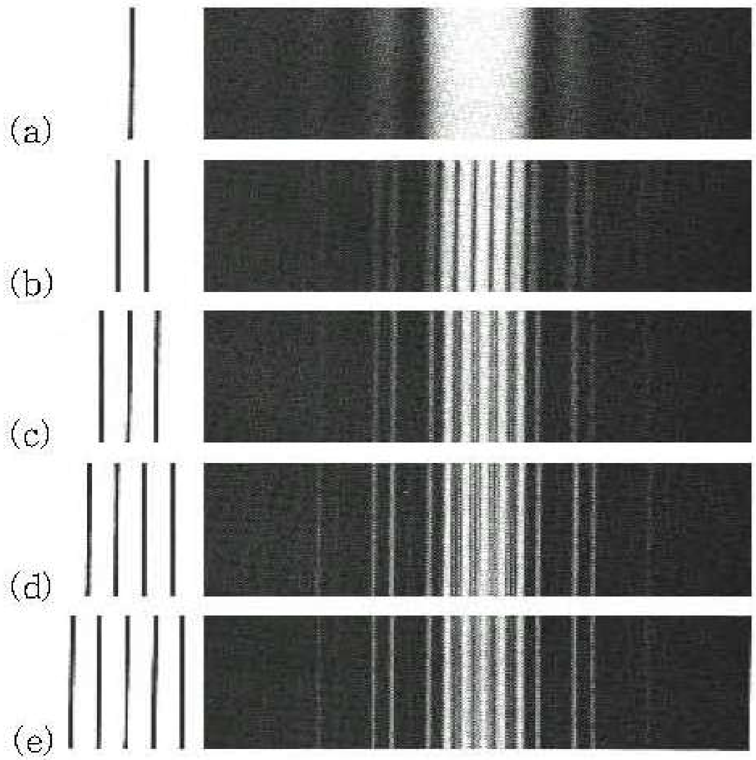


그림 24.14 슬릿 수의 증가에 따른 회절무늬의 변화 사진

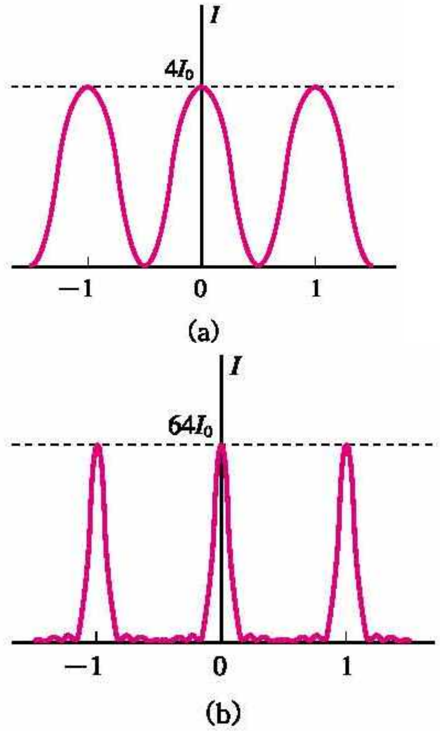


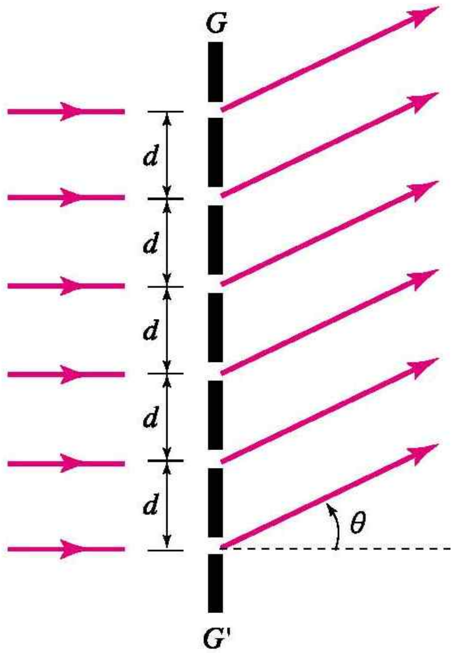
그림 24.13 슬릿 수의 증가에 따른 회절무늬의 변화.
(a) 2중 슬릿, (b) 8중 슬릿

4. 빛의 회절

회절격자 (diffraction grating; 에돌이발)

- 수 μm 의 폭을 갖는 수천 개의 슬릿의 다중슬릿
- 단색광인 경우, 특정한 각도에서만 밝은 선 무늬 발생

  $d \sin\theta = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$
- 백색광인 경우, 무지개와 같은 연속적인 빛 띠 발생
  - 여러 개의 연속적인 빛 띠들의 끝부분이 중첩될 수 있다.



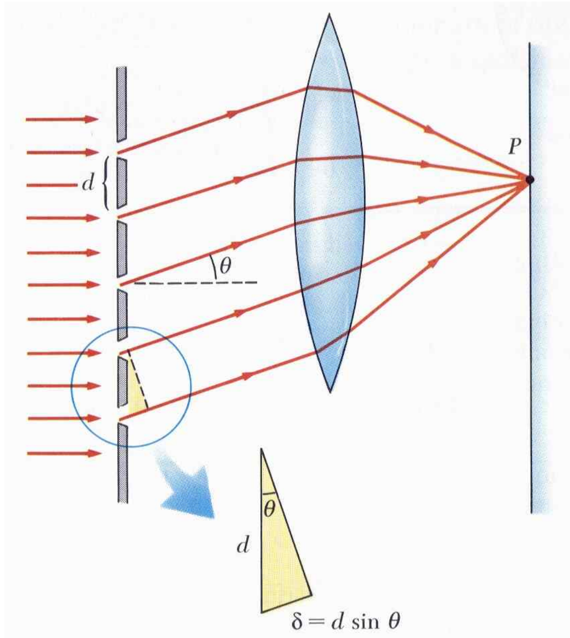


그림 24.15 회절격자의 단면도

예제 24.4 회절격자

유리판에 1 mm당 500개의 선을 그어 만든 회절격자를 만들었다. 이 회절격자에 어느 단색광을 비추었더니 30°방향에 2차의 밝은 무늬가 생겼다. 이 단색광의 파장은 얼마인가?

풀이]

- m 번째 밝은 무늬의 위치

$$d\sin\theta = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

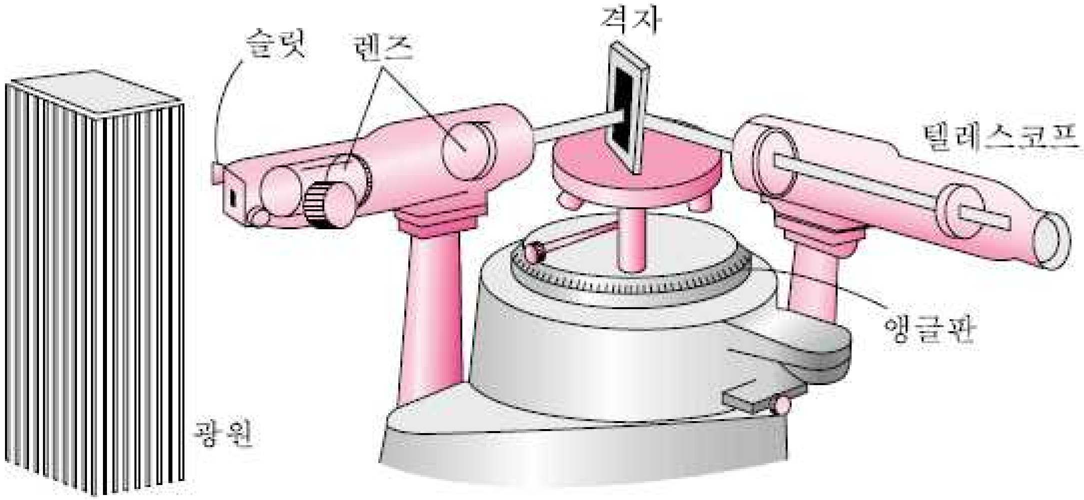
$$\lambda = \frac{d\sin\theta}{m}$$

$$= \frac{(1/500\ \mathrm{mm})\sin 30^{o}}{2} = 0.0005\ \mathrm{mm} = 0.5\ \mu\mathrm{m}$$

회절격자분광기 (spectrometer)

- 회절되는 빛의 위치가 정해져 있기 때문에 회절되는 각도로부터 미지 단색광의 파장을 결정할 수 있다.
- 프리즘과 같은 효과를 얻을 수 있으나, 슬릿의 폭과 슬릿의 개수를 달리하여 원하는 분광기의 분해능을 얻을 수 있는 장점이 있다.

- 분해능 : $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = \mathrm{Nm}$
  - N : 슬릿의 개수
  - m : 회절 차수



▲ 그림 24.16 | 회절격자 분광기

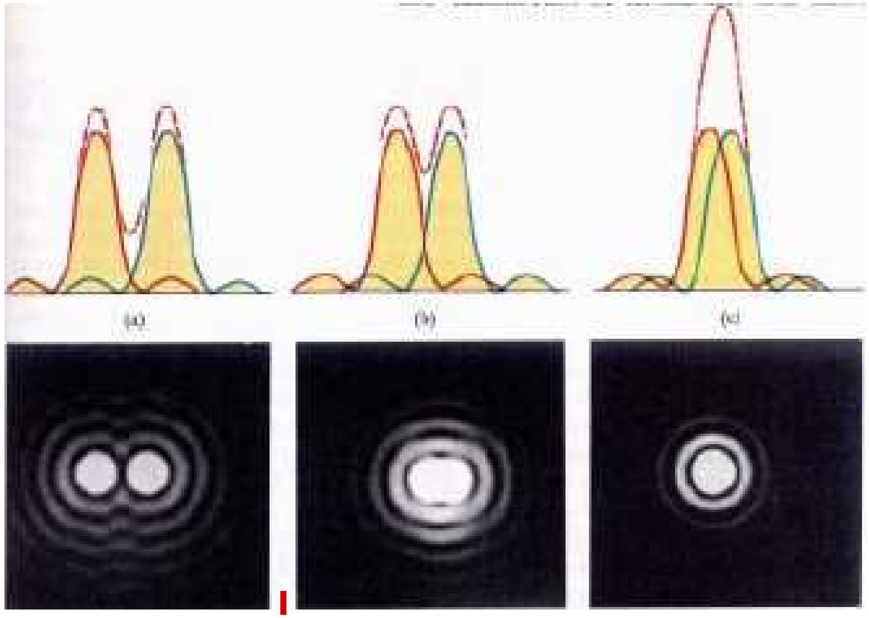
인하대학교

분광기의 분해능

- 단일 개구의 분해능

$$\boxed{\theta_1 = \frac{\lambda}{a}}$$

a : 개구의 직경

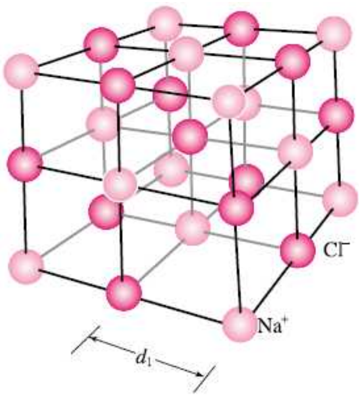


영상의
분해가 가능

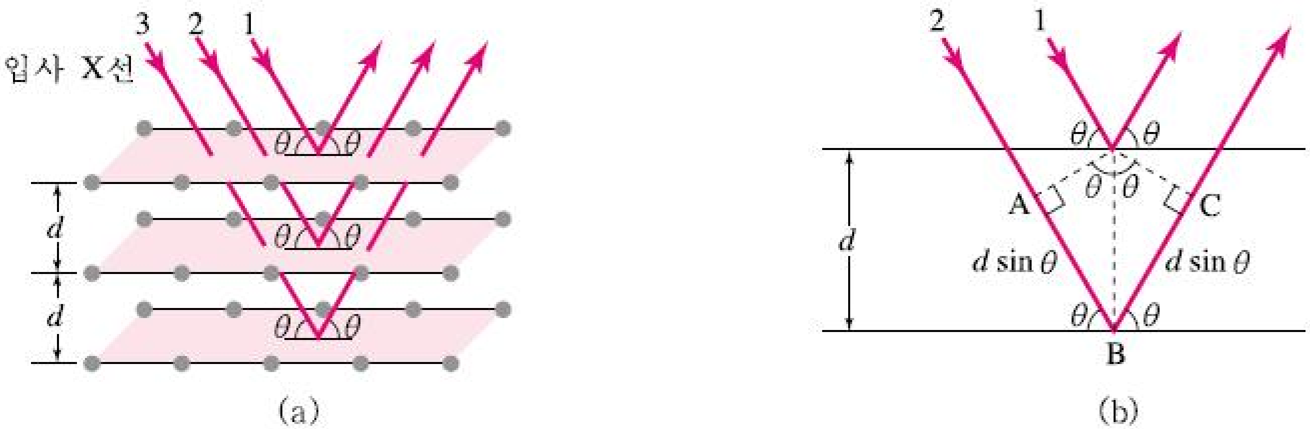
영상의
분해가 불가능

6*. X-선 회절

- **금속결정** = 3**차원 회절격자** (**격자 간격** = **약**10^{-10} m)
- X-**선** (**파장** = **수** 10^{-10} m)
  - 뢴트겐(Röntgen)이 1895년에 발견
  - 라우에(Laue)가 1912년에 X-선을 금속 결정등에 입사시켜 회절효과를 볼 수 있음을 제안

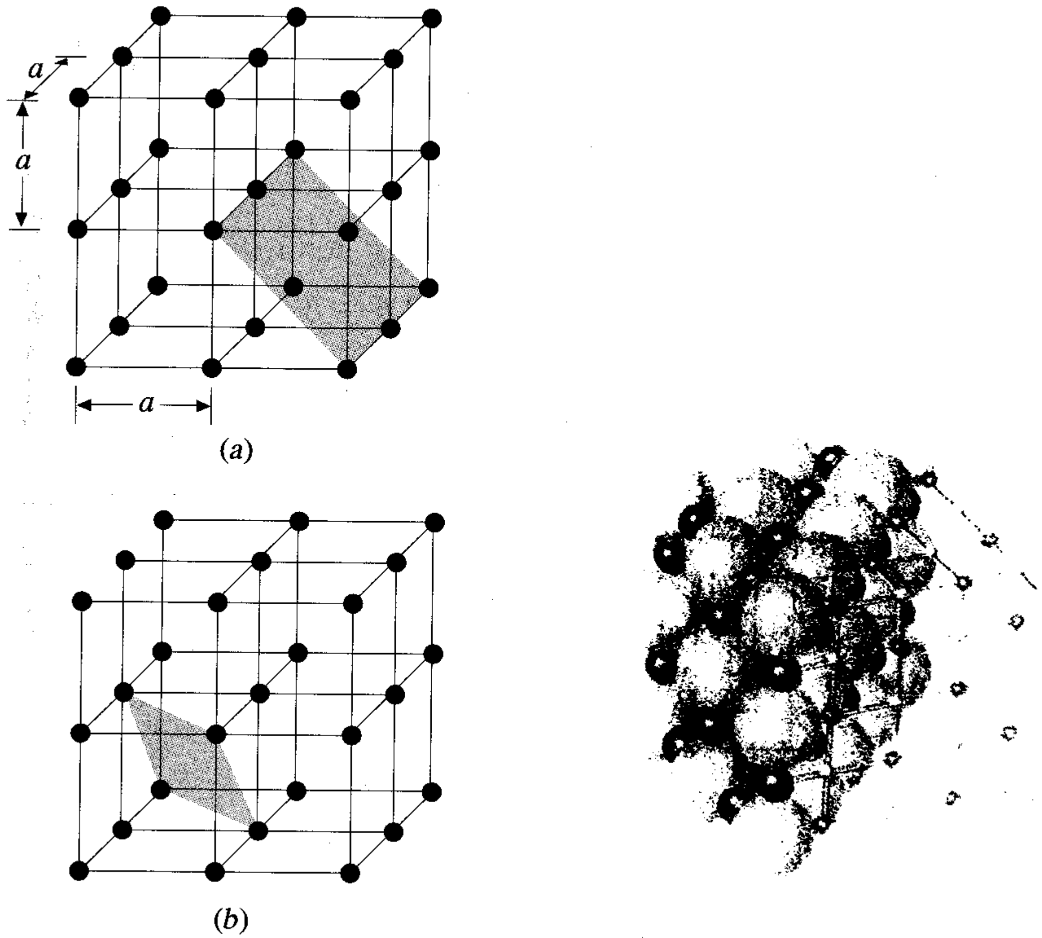


- **브라그 회절 원리** $$2d\sin\theta = m\lambda$$



▲ 그림 24.19 | X-선 브래그 회절의 원리

다양한 결정 구조



[그림 24.15] 결정구조