인하대학교
INHA UNIVERSITY

일반물리학

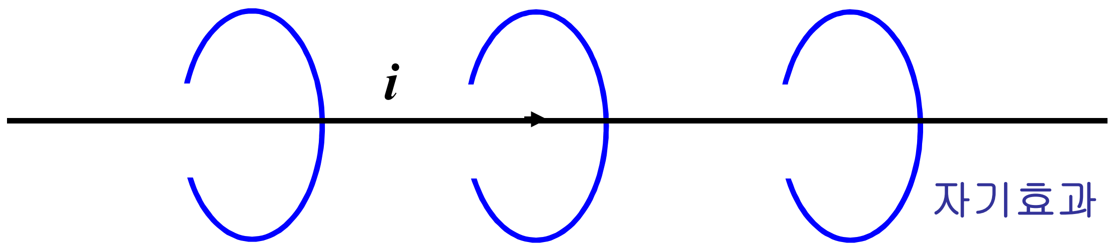
제20장. 전류와 자기장

목차

들어서며

- **그리스 시대 : 영구자석 → 자기력 (전기와 무관?)**

Oersted(1820) : **전류(움직이는 전하)가 자기력을 유도**



- **전기 : 전하** → **전기장** (E) → **다른 전하**

유도 영향

자기 : 전류 → **자기장** (B) → **다른 전류**

- **전자기 법칙**
  - **전기 : 쿨롱법칙(가우스법칙)**
  - **자기 : 비오-사바르법칙 (암페어법칙)**

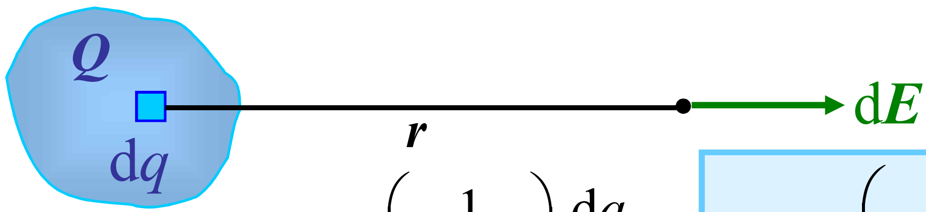
$$F_E = q\,E$$
$$F_B = q\,v \times B$$

(로렌츠법칙)

1. 비오-사바르 법칙

자기 : 전류 $\xrightarrow[\text{유도}]{}$ 자기장 $\xrightarrow[\text{영향}]{}$ 다른 전류

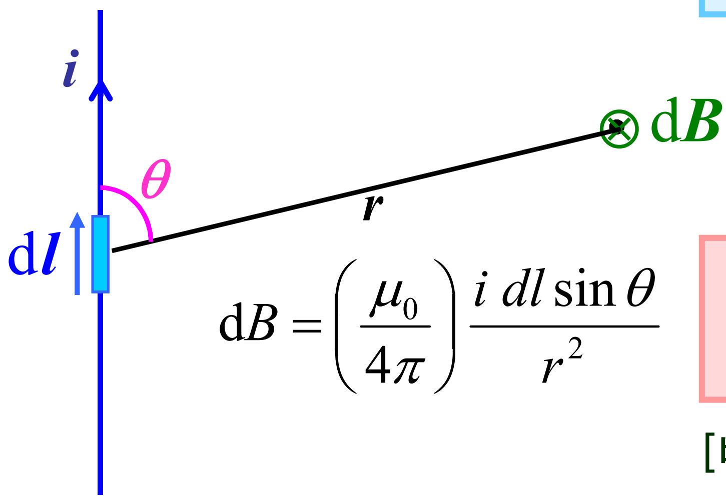
- **전기:**



$$dE = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{dq}{r^2}$$

$$\boxed{d\boldsymbol{E} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{dq}{r^3}\boldsymbol{r}}$$

- **자기:**



$$dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\,dl\sin\theta}{r^2}$$

$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i\,d\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}}$$

[비오-사바르의 법칙]

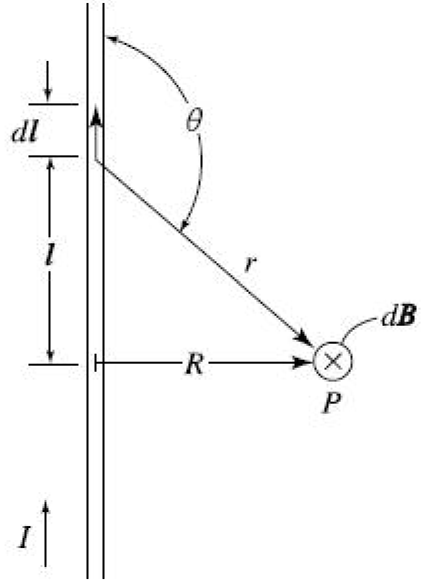
- 진공의 투과상수[μ_0] $\dfrac{\mu_0}{4\pi} \cong 10^{-7}$ [T · m/A]

직선 도선에 의한 자기장

- 미소전류요소에 의한 자기장: $dB = \left(\dfrac{\mu_0}{4\pi}\right)\dfrac{i\,dl\sin\theta}{r^2}$
- 총 자기장:

$$B = \int dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{i dl\sin\theta}{r^2}$$

$$\left[r = \sqrt{R^2 + l^2} \quad \textbf{and} \quad \sin\theta = \frac{R}{r}\right]$$

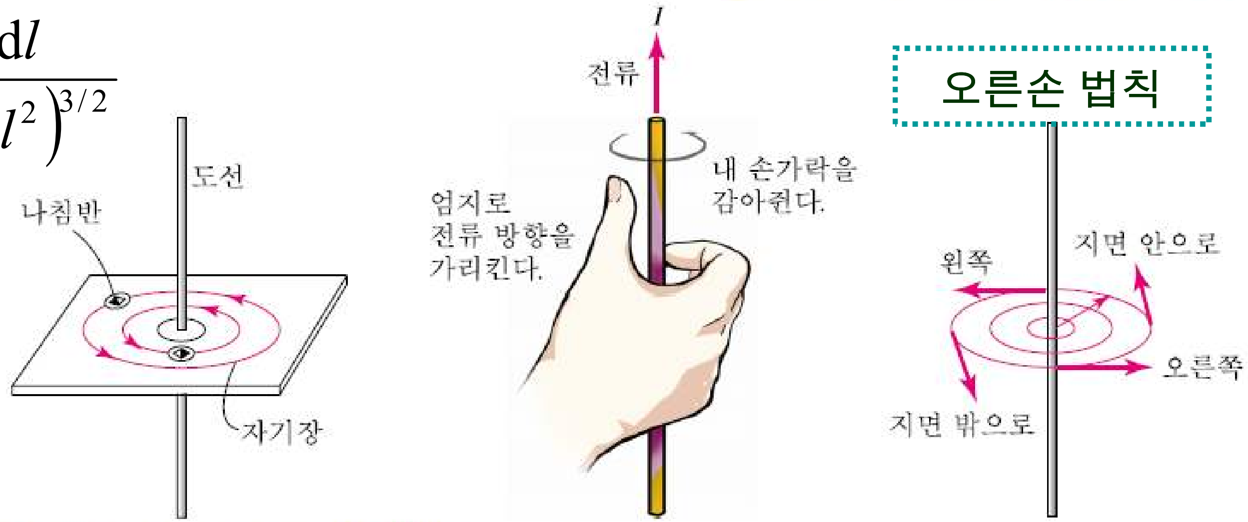


▲ 그림 20.3 | 직선 도선에 의한 자기장

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{R\,dl}{\left(R^2 + l^2\right)^{3/2}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

$$\left(B \propto \frac{1}{R}\right)$$

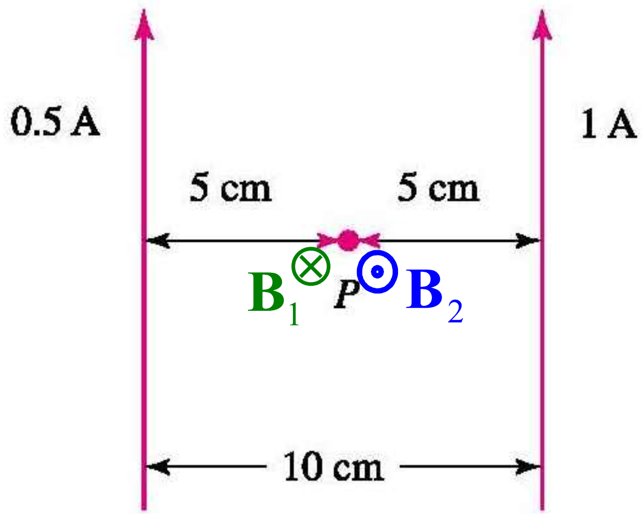


▲ 그림 20.1 | 전류가 흐르는 도선 주위의 자기장의 모습

예제 20.1 곧은 도선에 의한 자기장

그림과 같이 무한히 긴 두 직선 도선이 평행하게 10 cm 떨어져서 화살표 방향으로 각각 0.5 A와 1.0 A의 전류가 흐르고 있다. 두 도선의 중간 지점 P에서 자기장의 세기를 구하여라.

풀이]



- 점 P에서 자기장

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{0.5\ \mathrm{A}}{0.05\ \mathrm{m}} = \frac{\mu_0}{\pi} \times 5\ \mathrm{A/m}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{1.0\ \mathrm{A}}{0.05\ \mathrm{m}} = \frac{\mu_0}{\pi} \times 10\ \mathrm{A/m}$$

서로 반대 방향

$$\therefore B_P = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0}{\pi} \times 5\ \mathrm{A/m} = \frac{4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}}{\pi} \times 5\ \mathrm{A/m} = 2 \times 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

지면 밖으로 나오는 방향

1. 비오-사바르 법칙

원형 고리에 의한 자기장

- 전류고리가 만드는 자기장

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin 90^\circ}{r^2}$$

$$dB_x = dB\cos\alpha \quad = \frac{\mu_0 i\cos\alpha\, ds}{4\pi r^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \qquad r = \sqrt{R^2+x^2}$$

$$= \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}ds$$

$$B = \int dB_x = \frac{\mu_0 i R}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}\int ds$$

$$\int ds = 2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{B_{dipole} \approx \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}} \Leftrightarrow \boxed{E_{dipole} \approx \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3}}$$

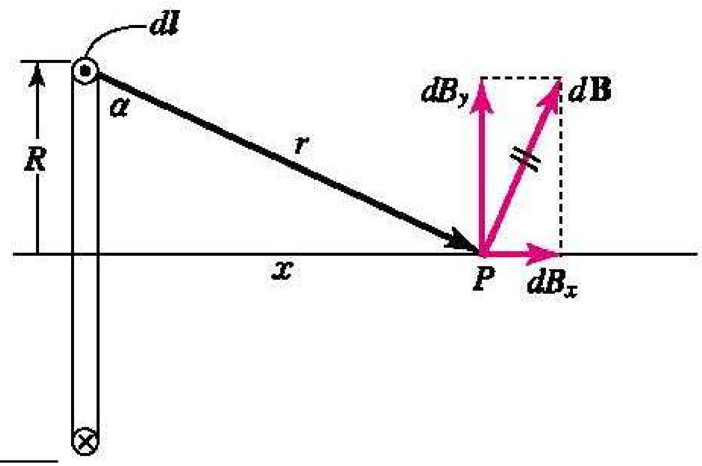
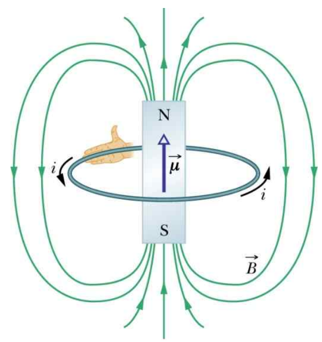


그림 20.4 원형 고리에 의한 자기장



예제 20.2 원형 고리에 의한 자기장

반지름이 10 cm인 원형 고리에 전류가 흐르고 있다. 이 원형 고리의 자기모멘트가 1.5×10^{-3} A·m²일 때 고리의 중심에서 자기장의 세기를 구하여라.

풀이]

- 원형 고리의 자기모멘트

  $$\mu = IA = \pi R^2 I$$

  전류 : $I = \dfrac{\mu}{\pi R^2}$

  원형고리 중심에서 자기장 : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R} = \dfrac{\mu_0 \mu}{2\pi R^3}$

  $$\therefore B = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}\right)\left(1.5 \times 10^{-3}\ \mathrm{A \cdot m^2}\right)}{2\pi (0.1\,\mathrm{m})^3} = 3 \times 10^{-7}\ \mathrm{T}$$

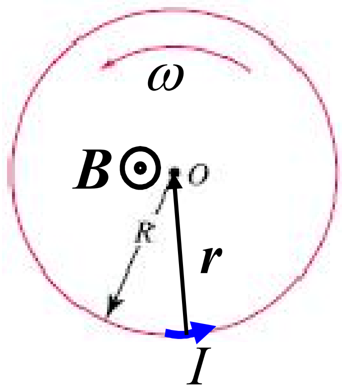
예제 20.3 회전하는 전하에 의한 자기장

반지름이 R인 원형 고리가 총 전하량 Q로 대전되어 있다. 이 고리가 중심 O를 회전축으로 각속도 ω로 돌고 있다. 이때 중심에서의 자기장의 세기는 얼마인가?

풀이]

- 운동하는 전하 : 전류

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{Q}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi} \quad \left(\because T = \frac{2\pi}{\omega}\right)$$



미소전류에 의한 자기장

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \hat{\boldsymbol{r}}}{R^2}$$ (지면에서 나오는 방향)

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{R^2}$$ (크기)

$$\therefore B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int \mathrm{d}l = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{R^2}\frac{Q\omega}{2\pi}2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q\omega}{R}$$

두 평행 도선 사이에 작용하는 힘

- 전류 I_1와 I_2가 흐르며 d만큼 떨어진 두 도선
  - 전류 I_1에 의해 도선 2에의 자기장

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

  - 도선 2에서 자기력

$$\boldsymbol{F}_{21} = I_2 \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}_1$$

$$F_{21} = I_2 L B_1 \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_1 I_2}{2\pi d}$$

[방향: 서로당기는 방향]

단위길이당 당기는 힘

$$\boxed{\frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{F_1}{L}}$$

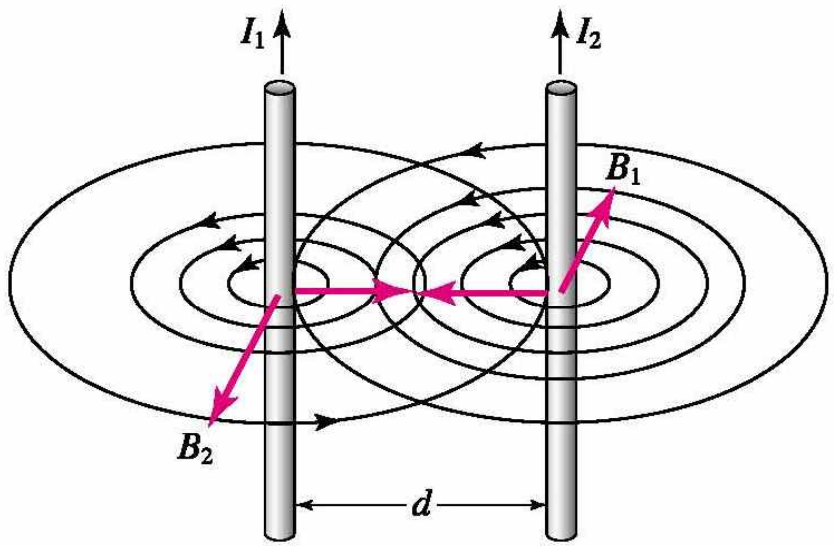


그림 20.5 두 평행 도선 사이의 자기력

예제 20.4 두 직선 도선 사이 작용하는 힘

아래 그림과 같이 간격이 $d = 1.0$ m인 두 개의 긴 직선 도선에 지면에서 나오는 방향으로 각각 전류 $I_1 = 0.6$ A와 $I_2 = 0.4$ A가 흐른다. 두 직선 도선 사이에 작용하는 단위길이당 힘의 크기와 방향을 구하여라. 이때 두 직선 도선 사이에 전류가 흐르는 제3의 도선을 두었을 때 이 도선이 받는 힘의 합력이 0이 되는 축상의 위치는 어느 곳인가?

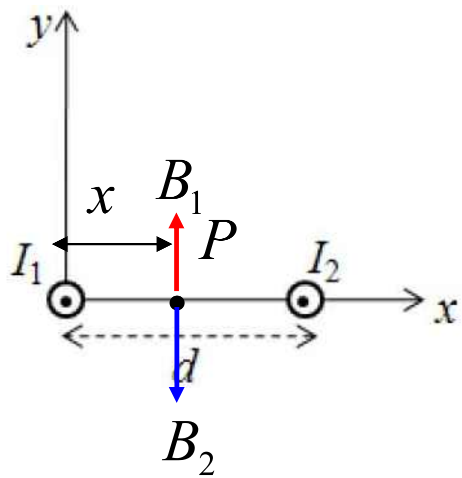
풀이]

- 점 P에서 자기장

$$B_P = B_1 - B_2 = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}$$

$$x = \frac{I_1}{I_1 + I_2} d = \frac{6}{10} \times 1\,\text{m} = 0.6\,\text{m}$$



예제 20.5 전류가 흐르는 회로에 작용하는 자기력

그림과 같이 긴 직선 도선에 전류 I_0가 흐르고 있으며 d만큼 떨어진 곳에 한 변이 a인 정사각형 도선에 전류 I가 흐르고 있다. 정사각형 도선에 작용하는 자기력을 구하여라.

풀이]

- 긴 도선 주변에서 자기장

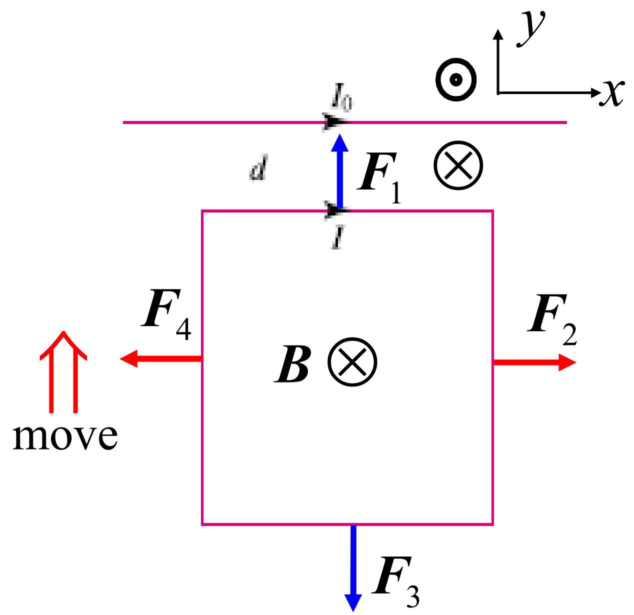
$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

정사각형 각 변에서 자기력

$$\boldsymbol{F}_1 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{F}_3 = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi(d+a)}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = -\boldsymbol{F}_4$$



$$\boldsymbol{F}_{tot} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4 = Ia\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a}\right)\boldsymbol{j} = \frac{\mu_0 I_0 I a^2}{2\pi d(d+a)}\boldsymbol{j}$$

직선 도선에 끌리는 힘 작용

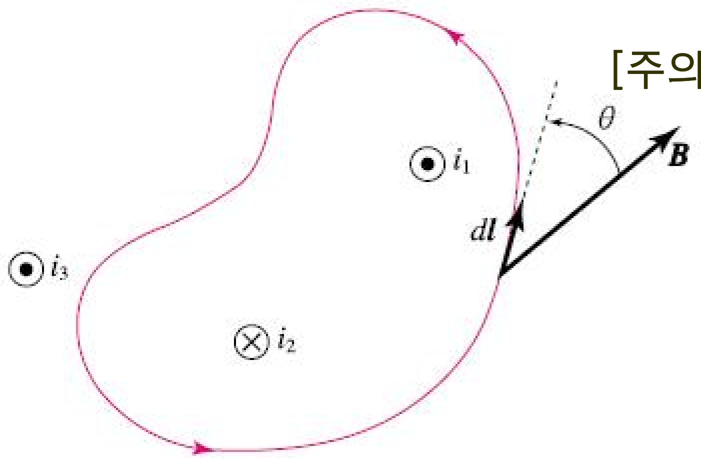
- 전기 : 쿨롱의 법칙 ↔ 가우스의 법칙

$$\varepsilon_0 \oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{a} = q$$

- 자기 : 비오-사바르의 법칙 ↔ 암페어의 법칙

$$\oint_C \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0\, i$$

TOP view



[주의: $\boldsymbol{i}$ 는 폐곡선 $\boldsymbol{C}$ 내부를 통과하는 전류량]

⊙ [양의 전류]

⊗ [음의 전류]

$$\oint_C \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0\,(i_1 - i_2)$$

[시계반대방향]

전류가 흐르는 긴 도선 내부에서의 자기장

- 균일한 전류 I가 흐르는 반지름 R인 긴도선
  - 전류밀도 = 일정
  - 반지름 r의 원형경로를 지나는 전류 I'

$$I' = \frac{A'}{A} I = \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) I \qquad \left(\because J = \frac{I}{A} = \frac{I'}{A'} \right)$$

  - 암페어의 법칙을 적용

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

  - 도선 내부에서 자기장 크기

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r$$

  - 도선 외부에서 자기장 크기

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

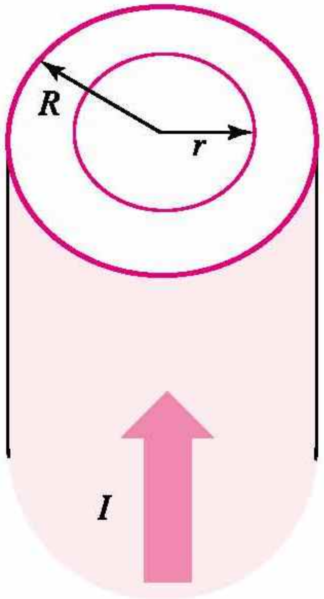


그림 20.7 균일한 전류 I가 흐르는 반지름 R의 긴 직선 도선

예제 20.6 원통형 도선에 의한 자기장

반지름이 10 cm인 원통형 직선 도선에 2 A의 전류가 균일하게 흐르고 있다. 이때 중심으로부터 거리가 각각 5 cm, 10 cm, 20 cm 떨어진 위치에서 자기장의 크기를 구하여라.

풀이]

- 도선 내부에서 자기장 : $B = \left(\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r$
- 도선 외부에서 자기장 : $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

가) $r = 5\text{ cm} < R$

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) r = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(2\ \text{A})}{2\pi (0.1\ \text{m})^2}(0.05\ \text{m}) = 2\times 10^{-6}\ \text{T}$$

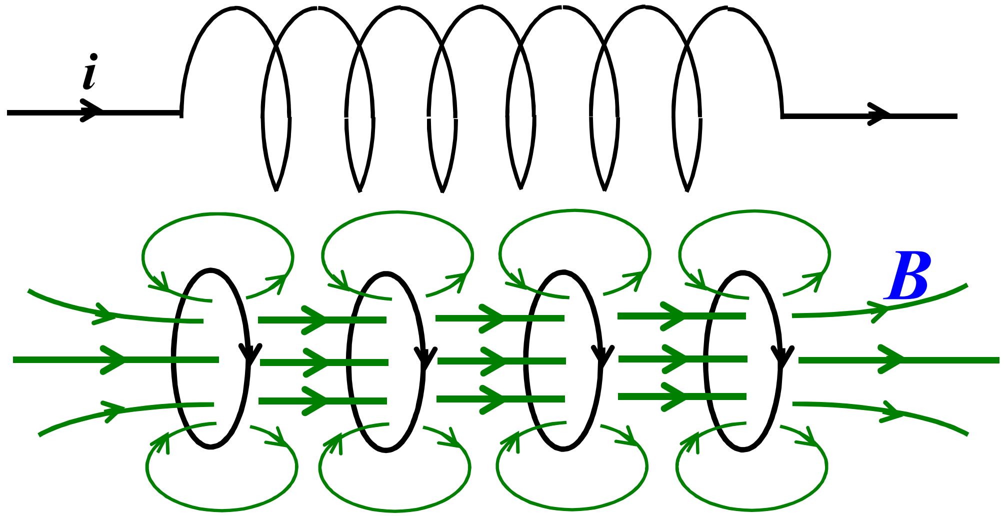
나) $r = 10\text{ cm} = R$

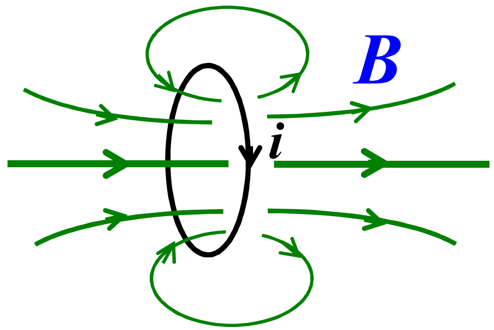
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(2\text{A})}{2\pi (0.1\text{m})} = 4\times 10^{-6}\ \text{T}$$

다) $r = 20\text{ cm} > R$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\ r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(2\ \text{A})}{2\pi (0.2\ \text{m})} = 2\times 10^{-6}\ \text{T}$$

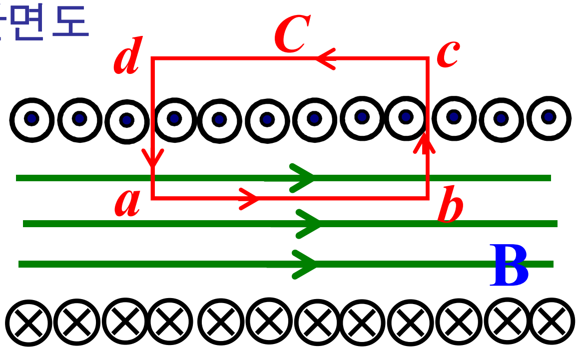
솔레노이드 (Solenoid)





외부 : 매우 약한 자기장
내부 : 강한 자기장 [균일]

단면도



(n: 단위길이당 감긴 수, $\overline{ab} = l$)

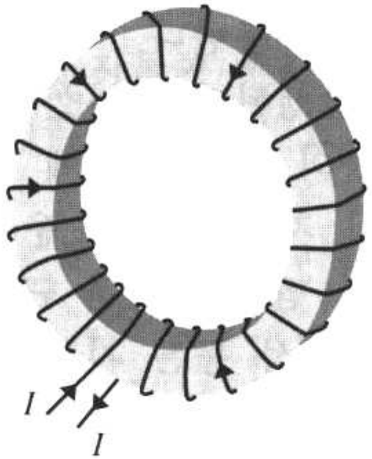
$$\oint_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \left\{\int_a^b + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a \right\}\boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

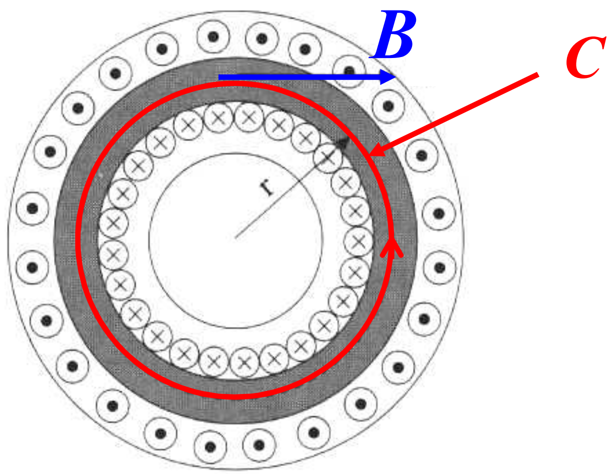
$$= \int_a^b \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B\,l = \mu_0 (i\,n\,l)$$

$$\boxed{B = \mu_0\, n\, i}$$

내부위치에 관계없이 일정
균일한 자기장을 가두는 창고

토로이드 (Toroid)





(N: 총 감긴 수)

$$\oint_C \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\oint_C B\,\mathrm{d}l = -B\oint_C \mathrm{d}l = -B2\pi r = \mu_0(-Ni)$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}}$$

가운데와 바깥쪽에서 자기장 = 0 ← (총전류량 = 0)

균일하지 않은 자기장을 가두는 창고

예제 20.7 긴 솔레노이드

긴 솔레노이드 코일에 전류를 흘려주어 솔레노이드 중심에 1.0×10^{-4} T의 자기장을 만들었다. 이때 흘려준 전류는 얼마인가? (단, 솔레노이드의 길이는 20 cm이고 솔레노이드 전체 길이에 대해 도선을 감은 횟수는 100회이다.)

풀이]

- 단위 길이당 담긴 횟수

$$n = \frac{100}{20\,\text{cm}} = 500\,\text{m}^{-1}$$

- 솔레노이드 자기장

$$B = \mu_0 n I$$

$$I = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{1.0\times10^{-4}\ \text{T}}{(4\pi\times10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(500\,\text{m}^{-1})} = 0.16\ \text{A}$$

5*. 원자의 자성

원운동하는 전자의 궤도운동에 의한 자기 모멘트

- 원운동하는 입자의 각운동량 : $L = rm_q \mathrm{v}$
- 한바퀴 도는 주기 : $T = 2\pi r / \mathrm{v}$
- 전류 : $i = \dfrac{q}{T} = \dfrac{q\mathrm{v}}{2\pi r}$
- 자기 모멘트 : $\mu_e = iA = \dfrac{q\mathrm{v}}{2\pi r}\pi r^2 = \dfrac{q\mathrm{v}r}{2}$
- 각운동량으로 다시 표현하면 : $\mu_e = \dfrac{qL}{2m_q}$

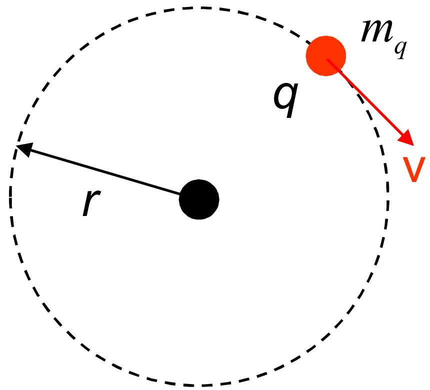


그림 22.1

전자의 스핀 자기 모멘트 : $\mu_s = -\dfrac{eS}{m_e}$

양자론에 의하면, 자기모멘트는 보어자자수(Bohr Magneton)의 정수배만 가지며, 전자의 스핀 자기모멘트는 1 보어자자수이다.

자기화와 자기감수율

- 자기화 : 단위 부피당 자기 쌍극자

$$M = \frac{\Delta\mu}{\Delta V}$$

- 보통 금속인 경우
  – 자기화는 외부의 자기장의 크기에 비례

$$M = \chi_m \frac{B_{외부}}{\mu_o}$$

  – χ_m : 자기감수율

- 자성물질의 분류
  – 상자성 : 자기감수율이 양수
  – 반자성 : 자기감수율이 음수

  – 몇몇 물질의 자기 감수율 참조 [표 20.1]

상자성

- 알루미늄, 나트륨, 티타늄, 텅스텐 등

- 각 원자나 분자들은 독립적으로 자기모멘트를 갖고 있으나, 모두 제멋대로 배열되어 있기 때문에 평소에는 물질이 자성을 갖지 않는다

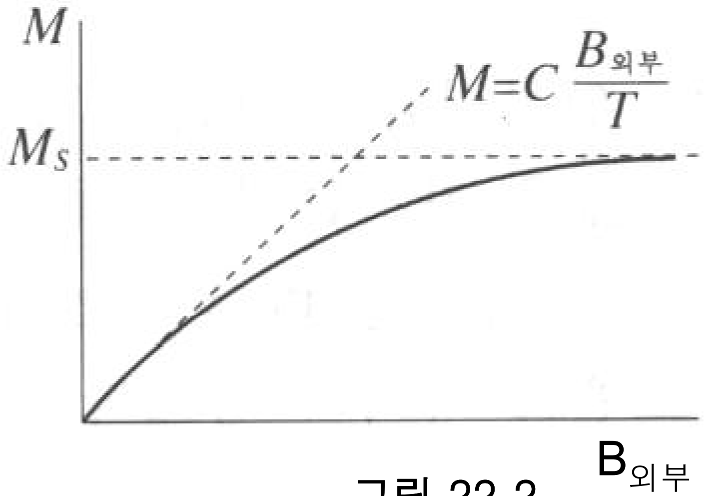


그림 22.2

- 외부의 자기장을 받으면, 각 자기모멘트들은 같은 방향으로 배열을 하려 하나, 열운동 때문에 완전히 나란하게 배열하지 못한다

- 온도가 매우 낮으면, 물질의 자기화는 외부의 자기장에 비례하며, 온도에 반비례한다.

큐리법칙: $M = C\frac{B_{외부}}{T}$

강자성

- 철, 코발트, 니켈, 또는 디스프로슘, 가돌리니움 등의 희토류 금속이나 합금처럼
  외부자기장이 없더라도 자기화 되어있는 물질

- 교환상호작용 때문이며,
  전기적 쿨롱 상호작용 중 양자역학적인 효과이다

- 큐리온도 이상에서는 상자성 상태가 된다

- 자기 구역들로 이루어져 있으며,
  정렬된 정도에 따라 총 자기모멘트가 달라진다

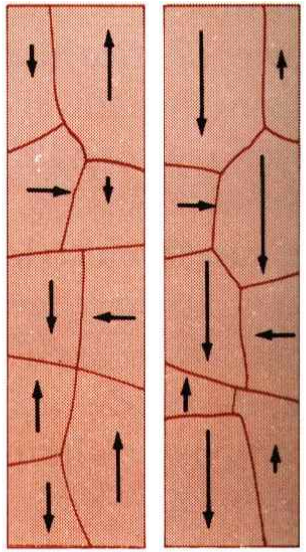
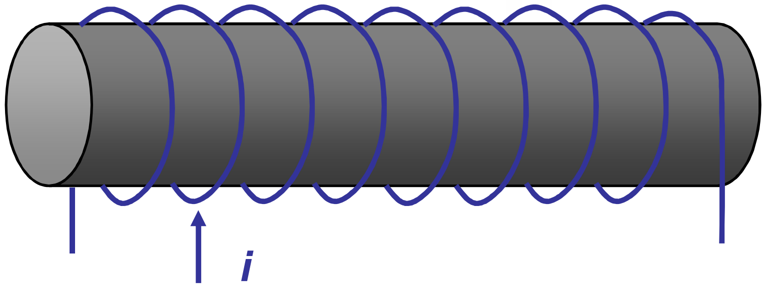


그림 22.3

강자자기이력 현상

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_M + \boldsymbol{B}_o \qquad B_o = \mu n i$$



- a-b-c-d-e-f-g-b-c…
- a : 처음에 자기화가 되어 있지 않은 상태
- b : 포화상태
- c : 외부자기장이 없더라도 잔류 자기가 남아있는 상태
- d : 잔류 자기를 없애기 위한 반대방향의 외부 자기장
- e : 반대방향의 포화상태
- f : 상태 c와 동일
- g : 상태 d와 동일

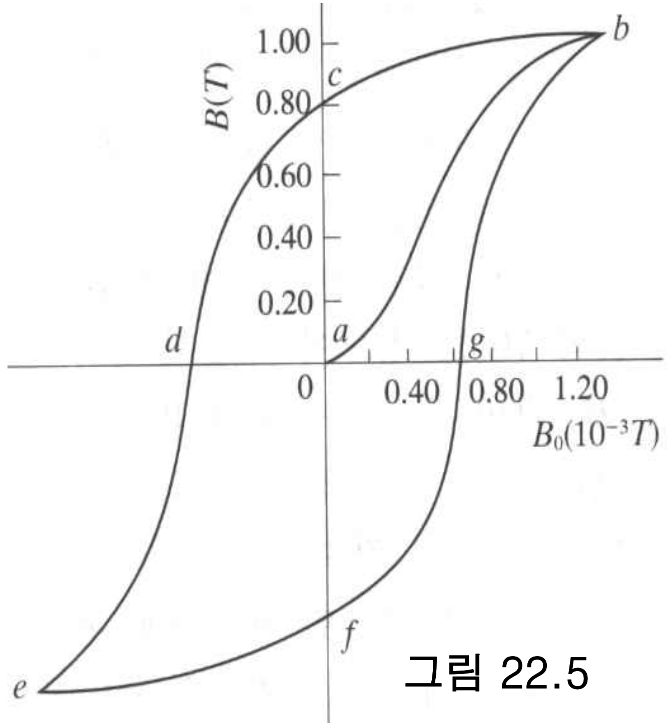


그림 22.5

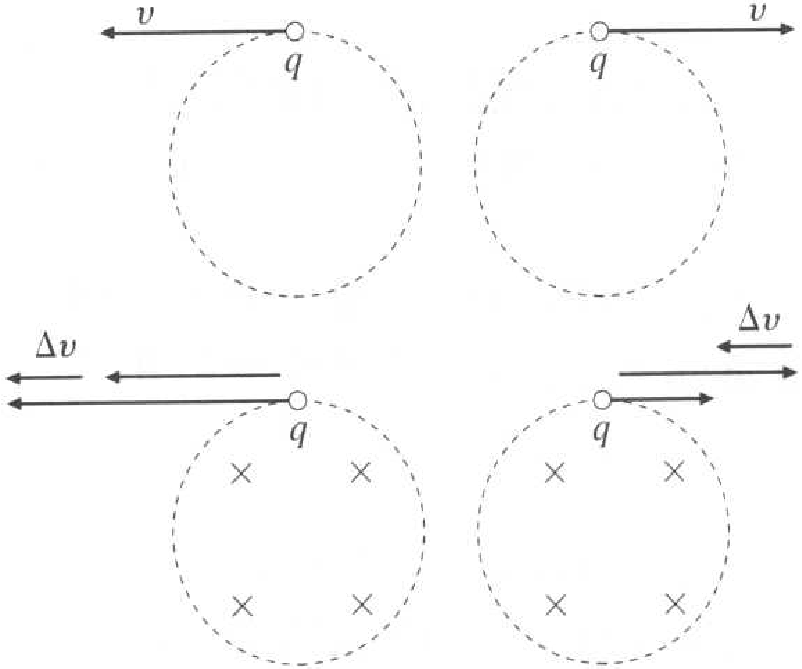
반자성

- 구리, 비스무스 등과 같이 자석을 갖다 대면 약하게 반발한다

- 왼쪽 입자에 $B_{외부}$이 그림과 같이 주어지면, 렌츠 법칙에 의해 $B_{외부}$의 반대방향으로 자기선속이 증가해야 하므로, 입자의 속도가 증가한다

- 마찬가지로 오른쪽 입자는 자기선속이 감소해야 하므로 입자의 속도가 감소 한다

외부자기장이 없는 경우



외부자기장이 있는 경우

그림 22.6

두 입자의 총 자기모멘트는 렌츠법칙에 의해 $B_{외부}$와 반대방향으로 생긴다