인하대학교
INHA UNIVERSITY

일 반 물 리 학

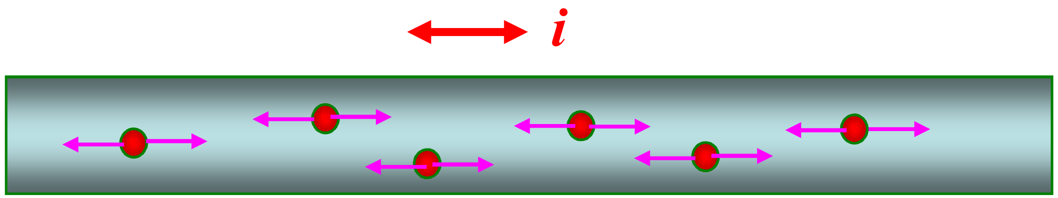
제22장. 교류회로

목차

들어서며

교류

- **자유전자의 유동속도** ~ 10^{-5} m/s
- 60 Hz　(**일반적**)
- **진폭**(1/240 **초 동안 전자가 이동한 거리**) :　$\approx 10^{-7}\,\mathrm{m}$



교류사용 이유

- **자연스런 형태 ⇐ 발전기 등 회전기계**
- **변압기 사용: 승압, 감압**
- **또다른 여러가지 응용성: 공명현상 등**

인덕터(Inductor) : 자기에너지 창고

- **인덕턴스**(Inductance) L : **창고의 크기**

$$\boxed{L = \frac{\Phi_B}{i}}$$ [T·m²/A=H : Henry]

$$\boxed{\varepsilon = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$$

저항회로

- 회로 방정식

$$\varepsilon(t) - iR = 0 \qquad (\because \varepsilon - v_R = 0)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

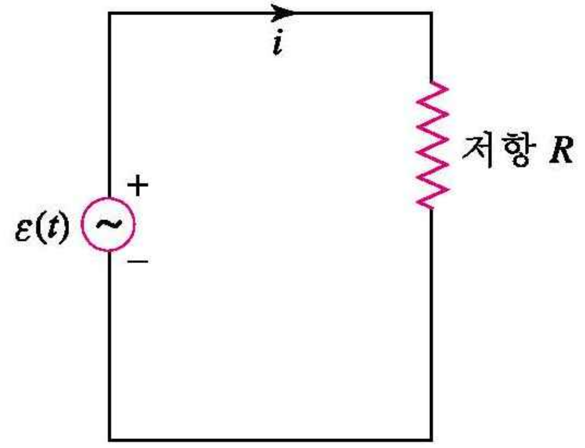
$$\omega = 2\pi f$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin \omega t$$

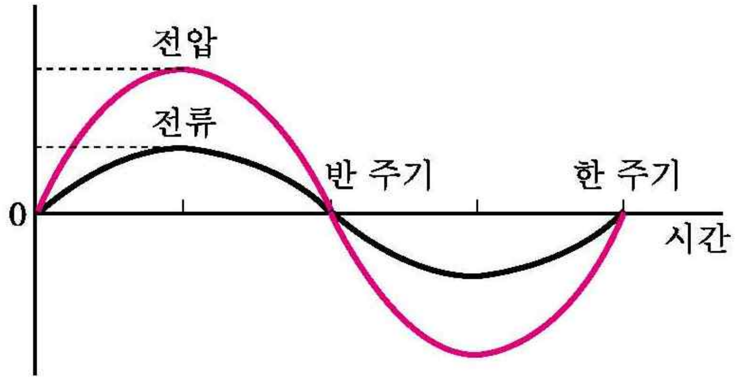
$$= i_0 \sin \omega t$$

$$\therefore i_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}, \quad \phi = 0$$

전류와 전위차는 동일 위상



(a)



(b)

저항회로에서의 전력 손실

- 전력

$$P = i(t)\varepsilon(t) = i_0^2 R \sin^2 \omega t$$

- 평균

$$< X >= \frac{1}{T}\int_0^T X dt$$

- 평균 전력

$$< P >= \left\langle i^2 \right\rangle R$$

$$< i^2 >= \frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T i_0^2 \sin^2(\omega t)\mathrm{d}t = \frac{i_0^2}{2T}\int_0^T [1-\cos(2\omega t)]\mathrm{d}t = \frac{i_0^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} i_0^2 R$$

- 제곱평균제곱근 [유효값, 실효값]

$$(X)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T X^2 \mathrm{d}t}$$

$$< P >= V_{rms} i_{rms} = i_{rms}^2 R \quad \left(\because i_{rms} = \sqrt{< i^2 >} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0.707 i_0, \quad V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707 V_0 \right)$$

$$\varepsilon_{rms} = i_{rms} R$$

예제 22.1 유효전류와 유효전압

전력이 100 W인 전구를 낀 전등을 유효전압이 220 V인 전원에 연결하였다.
(a) 전등에 흐르는 유효 전류와 최대 전류의 세기를 구하여라.
(b) 전등에 연결된 전선들의 저항을 무시한다면 전구의 저항은 얼마인가?

풀이]

(a) 평균 전력

$$\langle P \rangle = i_{rms}\varepsilon_{rms}$$

$$i_{rms} = \frac{\langle P \rangle}{\varepsilon_{rms}} = \frac{100\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} = 0.455\ \mathrm{A}$$

$$i_0 = i_{rms}\sqrt{2} = 0.643\ \mathrm{A}$$

(b) 전구의 저항

$$R = \frac{\varepsilon_{rms}}{i_{rms}} = \frac{220\ \mathrm{V}}{0.455\ A} = 484\ \Omega$$

축전기 회로

- **회로 방정식**

$$\varepsilon(t) - \frac{q(t)}{C} = 0$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$q(t) = Cv(t) = C\varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = \omega C \varepsilon_0 \cos \omega t = \frac{\varepsilon_0}{1/\omega C} \cos \omega t$$

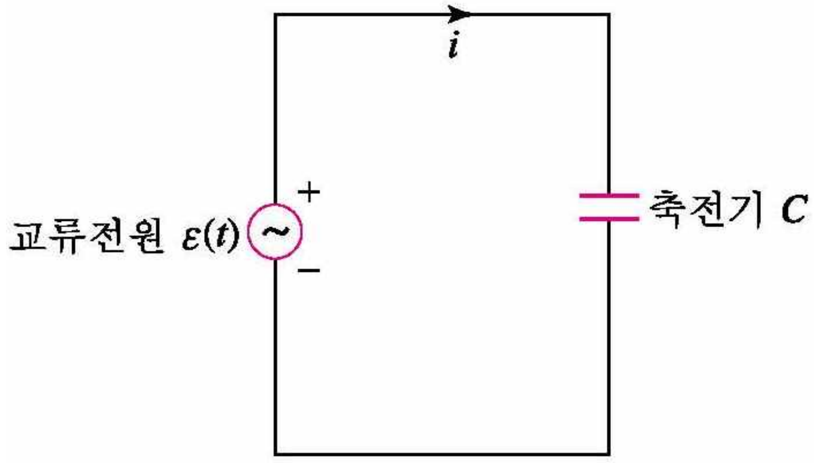
$$= (\frac{\varepsilon_0}{X_C}) \cos \omega t = i_0 \sin(\omega t + 90^\circ)$$

전압이 전류보다 1/4 주기만큼 느림

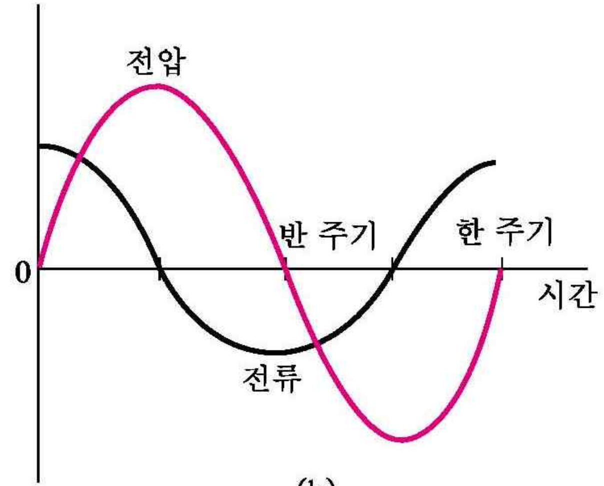
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \; [\Omega]$$

용량 리액턴스(Ω)

$$V_{rms} = i_{rms} X_C$$: 축전기에 대한 옴의 법칙



(a)

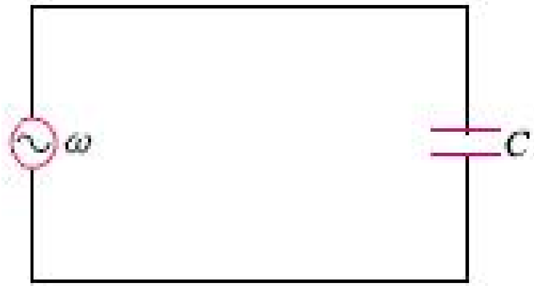


(b)

예제 22.2 축전기 회로

아래의 회로에서 C = 10 μF, f = 50 Hz, V_0 = 31.8 V이다. 용량 리액턴스와 전류의 진폭을 구하여라.

풀이]



- 용량 리액턴스

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi \times 50\ \mathrm{Hz})(10\times 10^{-6}\ \mathrm{F})} = 318\,\Omega$$

$$I_0 = \frac{V_0}{X_C} = \frac{31.8\ \mathrm{V}}{318\,\Omega} = 0.1\ \mathrm{A}$$

인덕터 회로

- 회로 방정식

$$\varepsilon(t) - L\frac{\mathrm{d}i(t)}{dt} = 0$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

$$i(t) = \int \mathrm{d}i(t) = \frac{\varepsilon_0}{L}\int \sin \omega t \mathrm{d}t = -\left(\frac{\varepsilon_0}{\omega L}\right)\cos \omega t$$

$$= -\left(\frac{\varepsilon_0}{X_L}\right)\cos \omega t = i_0 \sin(\omega t - 90^\circ)$$

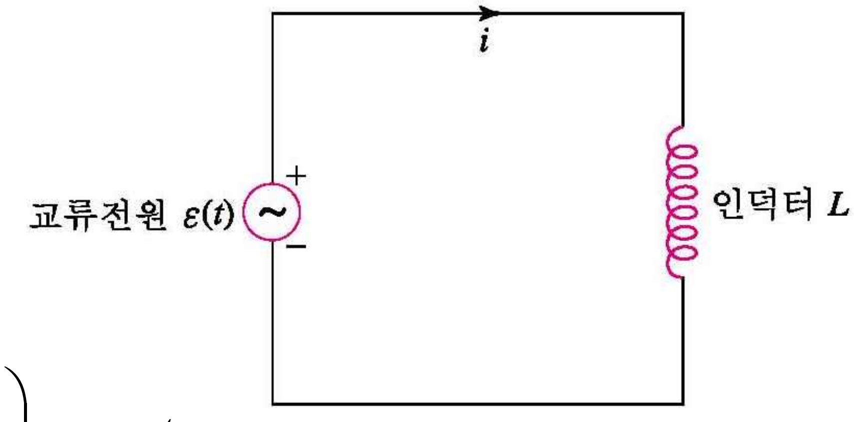
전압이 전류보다 1/4 주기만큼 빠름

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \ [\Omega]$$

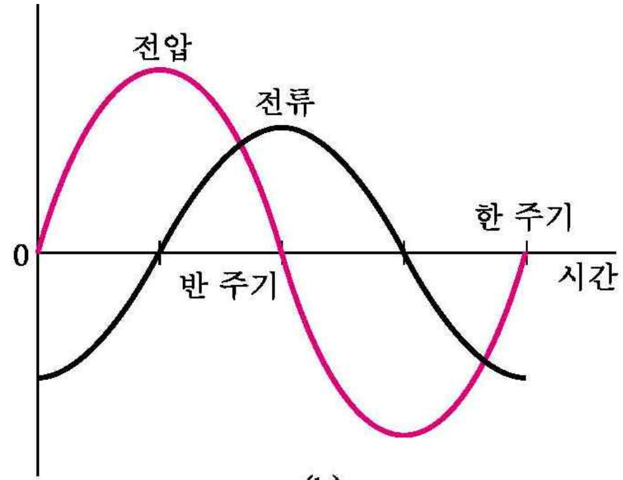
유도 리액턴스(Ω)

$$V_{rms} = i_{rms} X_L$$

: 인덕터에 대한 옴의 법칙



(a)

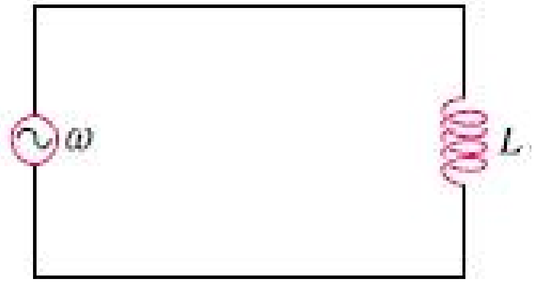


(b)

예제 22.3 인덕터 회로

아래의 회로에서 L = 100 mH. f = 0.5 kHz, V_0 = 31.4 V이다. 유도 리액턴스와 전류의 진폭을 구하여라.

풀이]



- 유도 리액턴스

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 2\pi f L$$

$$= (2\pi \times 500\ \text{Hz})(100 \times 10^{-3}\ \text{H}) = 314\ \Omega$$

$$I_0 = \frac{V_0}{X_L} = \frac{31.4\ \text{V}}{314\ \Omega} = 0.1\ \text{A}$$

RC 회로 : 보다 실질적인 축전기 회로

- 회로 방정식

$$\varepsilon(t) - iR - \frac{q(t)}{C} = 0$$

- 전류가 위상변화

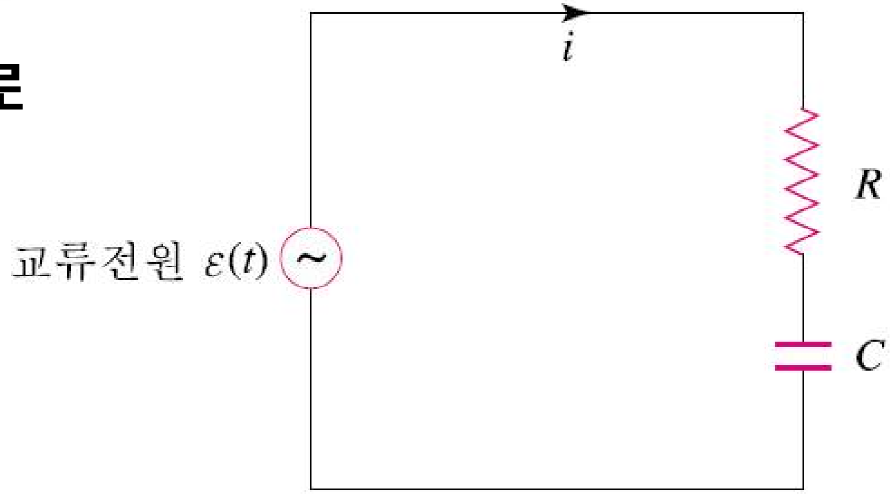
$$i(t) = i_0 \sin(\omega t - \phi)$$

- RC 회로의 임피던스 :

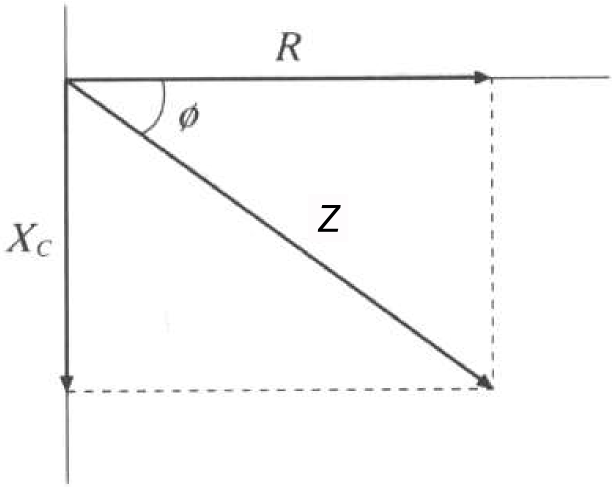
$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \ [\Omega]}$$

- 전압과 전류의 위상 차이 :

$$\boxed{\tan\phi = \frac{X_C}{R}}$$

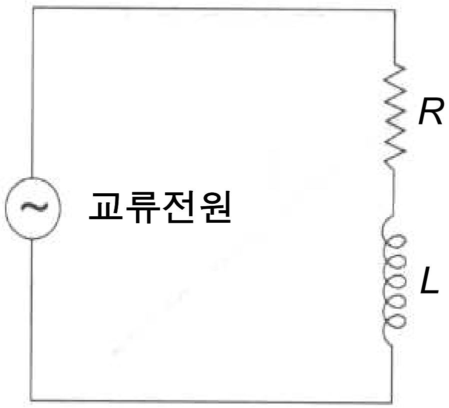


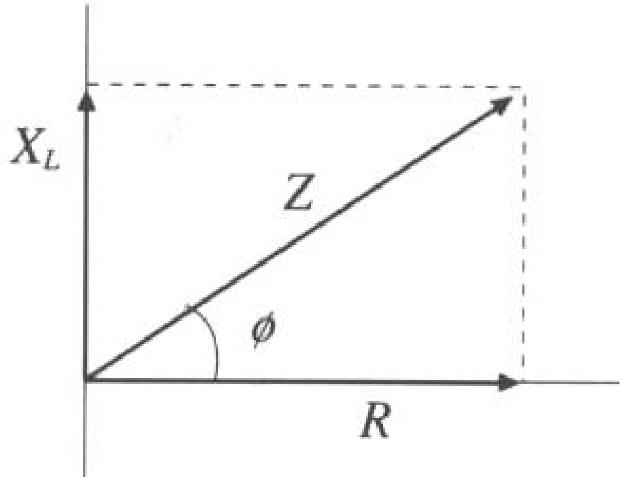
▲ 그림 22.4 | RC 회로



RL 회로 : 보다 실질적인 인덕터 회로

- RL 회로의 임피던스 : $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}\ [\Omega]$
- 전압과 전류의 위상 차이 : $\tan\phi = \dfrac{X_L}{R}$





RLC 회로

- 회로 방정식

$$\varepsilon(t) - iR - \frac{q(t)}{C} - L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = 0$$

- 전류가 위상변화

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t - \phi)$$

- RLC 회로의 임피던스 :

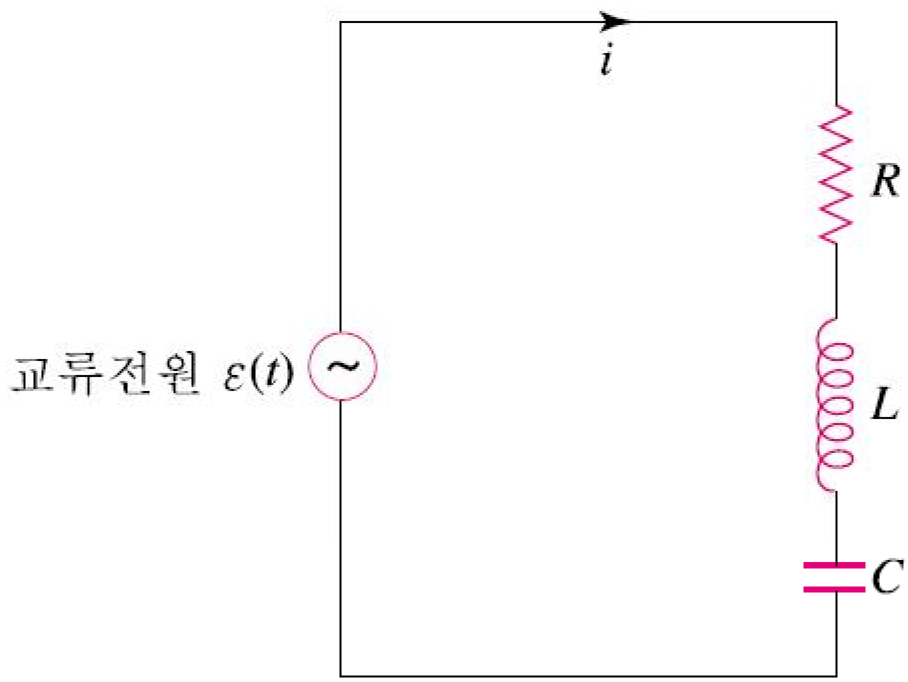
$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad [\Omega]}$$

- 전압과 전류의 위상 차이 :

$$\boxed{\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}}$$

- 전류 진폭

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}$$



▲ 그림 22.5 | RLC 회로

위상 도표법

- 위상자
  - sin 함수적으로 변하는 양들을 기술하는 회전 vector
  - 단독회로의 전압 진폭

$$V_R = i_0 R,\quad V_C = i_0 X_C,\quad V_L = i_0 X_L$$

직렬회로에서 전류는 공통

  - 파타고라스 정리

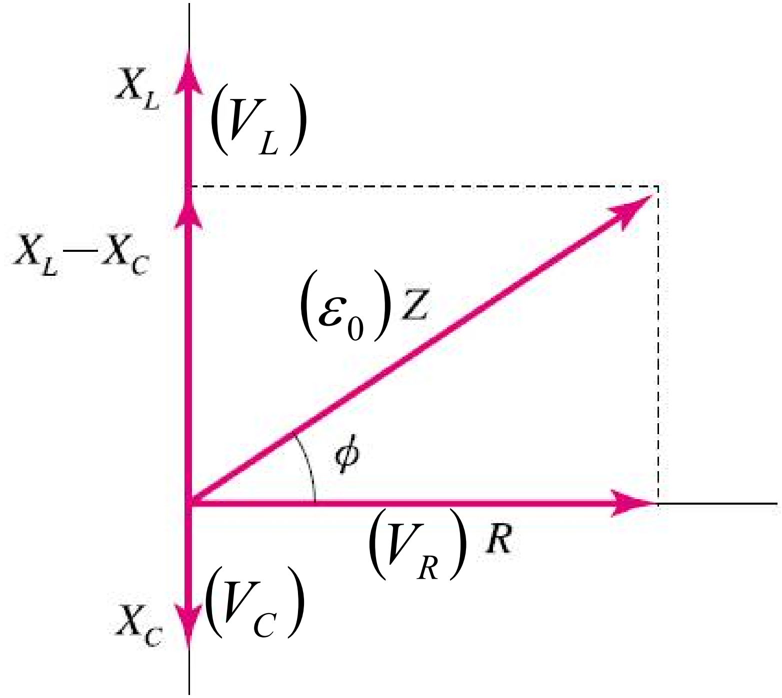
$$\varepsilon_0^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$= (i_0 R)^2 + (i_0 X_L - i_0 X_C)^2$$

$$i_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\varepsilon_0}{Z}$$

$$Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$: 임피던스

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$: 위상차



▲ 그림 22.6 | RLC 위상 도표

RLC 회로에서의 전력 손실

- 전력

$$P(t) = \varepsilon(t) \cdot i(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t \cdot \frac{\varepsilon_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

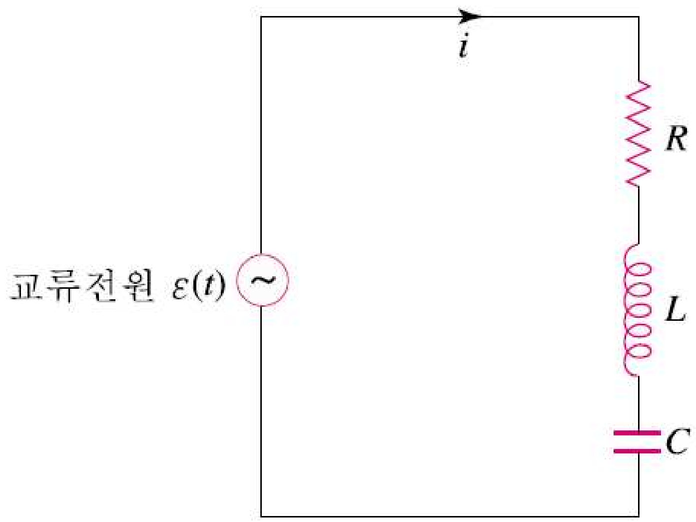
$$= \frac{\varepsilon_0^2}{Z}[\sin^2(\omega t)\cos\phi - \sin(\omega t)\cos(\omega t)\sin\phi]$$

- 평균 전력

$$< P > = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0^2}{Z}\cos\phi \quad (\because \cos\phi ; \text{전력인자})$$

$$= \frac{1}{2} i_0^2 Z \cos\phi \quad \left(\because \cos\phi = \frac{V_R}{V_0} = \frac{R}{Z}\right)$$

$$= \frac{1}{2} i_0^2 R = i_{rms}^2 R$$



전력 손실은 오직 저항에서만 발생

예제 22.4 RLC 회로의 임피던스 계산

기전력이 220 V이고 진동수가 60 Hz인 교류 전원에 25 Ω의 전기저항과 50 μF인 축전기 그리고 0.30 H인 인덕터를 직렬로 연결한 회로를 생각하자. (a) 이 회로의 임피던스를 구하여라. (b) 이 회로에 흐르는 전류는 얼마인가? (c) 전압과 전류 사이의 위상차를 구하여라.

풀이]

(a) 임피던 스

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi \times 60\ \text{Hz})(50\times 10^{-6}\ \text{F})} = 53.1\,\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = (2\pi \times 60\ \text{Hz})(0.30\ \text{H}) = 113\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25)^2 + (110-53)^2} = 65\,\Omega$$

(b) 전류

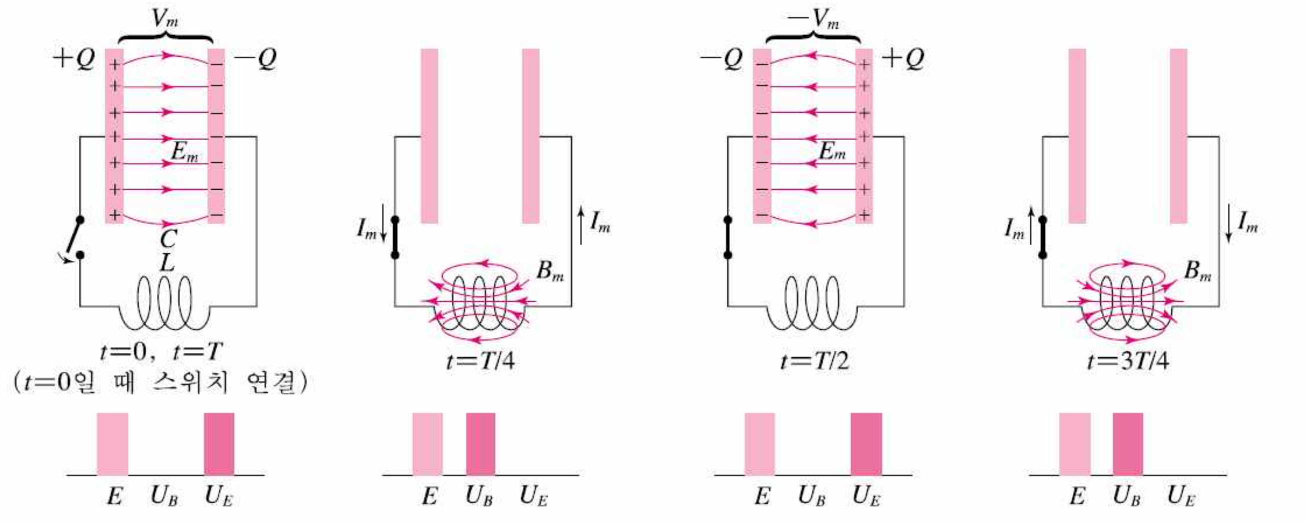
$$i_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{220\ \text{V}}{65\,\Omega} = 3.38\ \text{A}$$

(c) 위상차

$$\phi = \tan^{-1}\frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1}\frac{(110-53)\,\Omega}{25\,\Omega} = \tan^{-1} 2.4 = 67^o$$ 전류가 전압보다 느림

LC 진동회로

- 회로의 방정식 $-\dfrac{q}{C}-L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=0 \quad \left(\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=i\right)$
- $L\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}=-\dfrac{q}{C}, \quad q(t)=q_0\sin\omega t, \quad \omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
- 조화진동자 운동방정식과 동일 $\left(m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kx, \quad \omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right)$
- LC 회로에서 시간에 따른 에너지의 변화



▲ 그림 22.7 | LC 회로. U_B 는 인덕터에 저장된 자기에너지이고, U_E 는 축전기에 저장된 전기에너지이고, $E=U_B+U_E$ 로 전체 에너지이다.

공명현상

- $i_{rms} = \dfrac{V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$ 는 진동수에 따라 달라지며,
- $X_C - X_L = 0$ 일 때 최대의 유효전류 값을 갖는다

$$\frac{1}{2\pi f_o C} = 2\pi f_o L$$

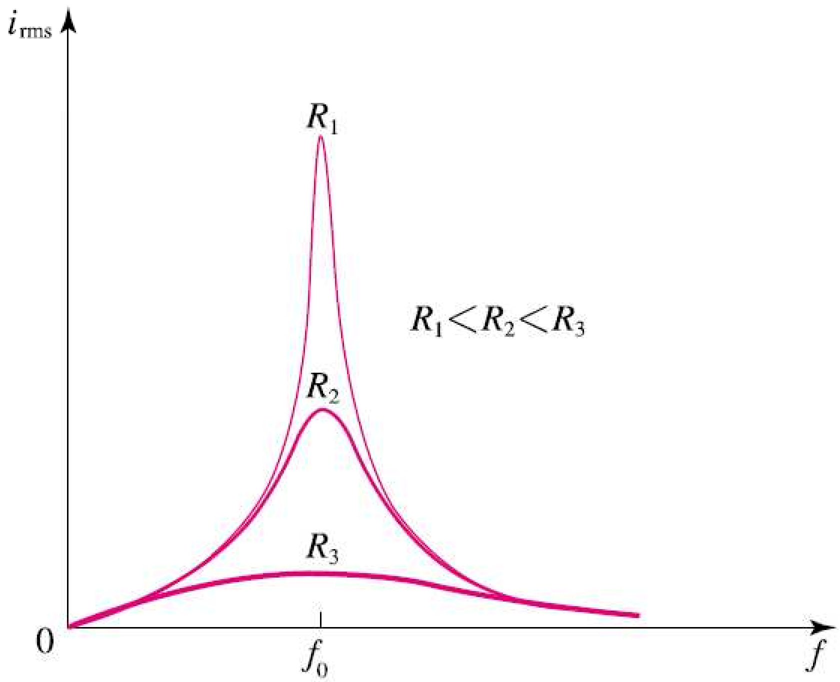
- 공명 진동수 (resonance frequency)

  - 주파수 선택 회로(동조회로)

$$\boxed{f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

- 최대의 유효전류는 저항에 반비례

$$i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z} = \frac{\varepsilon_{rms}}{R}$$



▲ 그림 22.8 | RLC 회로의 공명

예제 22.5 공명진동수 계산

L = 10 mH, R = 15 Ω, C = 100 μF인 RLC회로가 있다. 공명진동수를 구하여라.

풀이]

- 공명진동수

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{(10\times10^{-3}\ \mathrm{H})(100\times10^{-6}\ \mathrm{F})}} = 159\ \mathrm{Hz}$$