

# Fondements des Bases de données : *Normalisation*

## M1 - Informatique

Lhouari Nourine, Karima Ennaoui et *Simon Vilmin*.

Institut d'informatique, ISIMA

2020-2021

## Les décompositions

- ▶ Une couverture  $\Sigma$  sur  $R$  donne un cadre pour différencier un bon d'un mauvais schéma de relation.
- ▶ Un schéma (en particulier  $R$ ) et une relation peuvent contenir :
  - ▷ des *anomalies*, (définies par les DF)
  - ▷ de la *redondance*.
- ▶ Pour ôter ces problèmes intra-relation, on *décompose*  $R$  pour atteindre des schémas dits en *forme normale*, c'est la *normalisation*.
- ▶ Cependant, ces schémas doivent dans la mesure du possible *conserver* les données initiales des relations et les contraintes.
- ▶ Deux grandes formes normales : la *forme normale de Boyce-Codd* et la *3ème forme normale*.
- ▶ ***Disclaimer*** : d'autres formes normales utilisant plus de contraintes (multivaluées, dépendances d'inclusions) existent, mais on ne les voit pas ici.

## Retour des nuages

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ▶  $R = \{Forme, Structure, Nom, Couleur\}$ ,
- ▶  $\Sigma = \{Forme, Structure \rightarrow Nom; Nom \rightarrow Forme; Couleur \rightarrow Structure\}$ ,
- ▶ Les clés sont  $\{Couleur, Forme\}$  et  $\{Couleur, Nom\}$ .

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir
galet	gouttelettes	cumulus	gris

✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir
galet	gouttelettes	cumulus	gris

✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.
- ✗ Par erreur, une modification *cassant les contraintes* est apportée au troisième tuple. Celui-ci *respectant les clés*, l'erreur passe inaperçu.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	altostratus	translucide
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.
- ✗ Par erreur, une modification *cassant les contraintes* est apportée au troisième tuple. Celui-ci *respectant les clés*, l'erreur passe inaperçu.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	altostratus	translucide
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.
- ✗ Par erreur, une modification *cassant les contraintes* est apportée au troisième tuple. Celui-ci *respectant les clés*, l'erreur passe inaperçu.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.
- ✗ Par erreur, une modification *cassant les contraintes* est apportée au troisième tuple. Celui-ci *respectant les clés*, l'erreur passe inaperçu.
- ✗ Le *fait* qu'un cumulonimbus ait une forme de mouton *apparaît plusieurs fois*. De même pour le fait que la couleur grise provienne de cristaux et de gouttelettes.

## Est-ce un bon schéma ?

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

- ✗ Le nouveau tuple *est bien identifié* par les clés, pourtant il ne *respecte pas* toutes les contraintes.
- ✗ Par erreur, une modification *cassant les contraintes* est apportée au troisième tuple. Celui-ci *respectant les clés*, l'erreur passe inaperçu.
- ✗ Le *fait* qu'un cumulonimbus ait une forme de mouton *apparaît plusieurs fois*. De même pour le fait que la couleur grise provienne de cristaux et de gouttelettes.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
galet	cumulus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
		gouttelettes	gris	cumulonimbus	noir
				cumulus	gris

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
galet	cumulus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir
				cumulus	gris

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	translucide	altostratus	gris
mouton	altostratus	gouttelettes	blanc	altostratus	translucide
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	altostratus	translucide
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✓ La redondance a disparu.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✓ La redondance a disparu.

## Première alternative

Forme	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
		gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
				cumulonimbus	noir

- ✓ Un tuple ne peut plus être inséré dans une des relations *sans respecter toutes les contraintes*. (relativement aux attributs de chaque relation)
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✓ La redondance a disparu.
- ✗ On a perdu la DF *Forme, Structure → Nom*.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
					cumulonimbus	noir

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
galet	gouttelettes	cumulus	gouttelettes	gris	cumulonimbus	noir
					cumulus	gris

✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom
couche	cristaux	cirrostratus
couche	c + g	altostratus
mouton	c + g	cumulonimbus
mouton	gouttelettes	cumulonimbus
galet	gouttelettes	cumulus

Structure	Couleur
cristaux	translucide
c + g	gris
gouttelettes	blanc
gouttelettes	noir

Nom	Couleur
cirrostratus	translucide
altostratus	gris
cumulonimbus	gris
cumulonimbus	blanc
cumulonimbus	noir
cumulus	gris

✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
					cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	translucide	altostratus	gris
mouton	c + g	altostratus	gouttelettes	blanc	altostratus	translucide
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
					cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom
couche	cristaux	cirrostratus
couche	c + g	altostratus
<b>mouton</b>	<b>c + g</b>	<b>cumulonimbus</b>
mouton	gouttelettes	cumulonimbus

Structure	Couleur
cristaux	translucide
<b>c + g</b>	<b>gris</b>
gouttelettes	blanc
gouttelettes	noir

Nom	Couleur
cirrostratus	translucide
altostratus	gris
<b>altostratus</b>	<b>translucide</b>
cumulonimbus	blanc
cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
					cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✗ En revanche, on n'a *pas éliminé toute* la redondance.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom
couche	cristaux	cirrostratus
couche	c + g	altostratus
mouton	c + g	cumulonimbus
mouton	gouttelettes	cumulonimbus

Structure	Couleur
cristaux	translucide
c + g	gris
gouttelettes	blanc
gouttelettes	noir

Nom	Couleur
cirrostratus	translucide
altostratus	gris
cumulonimbus	gris
cumulonimbus	blanc
cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✗ En revanche, on n'a *pas éliminé toute* la redondance.

## Seconde alternative

Forme	Structure	Nom	Structure	Couleur	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	cristaux	translucide	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	c + g	gris	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gouttelettes	blanc	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	gouttelettes	noir	cumulonimbus	blanc
					cumulonimbus	noir

- ✓ A nouveau, notre problème d'insertion disparaît.
- ✓ Pareil pour les mises à jour.
- ✗ En revanche, on n'a *pas éliminé toute* la redondance.
- ✓ Mais la DF *Forme, Structure → Nom* est *préservée* !

## Avant tout : simplifions

- ▶ Pour des besoins scénaristiques, simplifions l'exemple.

Forme	Structure	Nom	Couleur
couche	cristaux	cirrostratus	translucide
couche	c + g	altostratus	gris
mouton	c + g	cumulonimbus	gris
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	blanc
mouton	gouttelettes	cumulonimbus	noir

## Avant tout : simplifions

- ▶ Pour des besoins scénaristiques, simplifions l'exemple.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

## Clés (Rappel)

- ▶ Un *petit* ensemble d'attributs  $K$  qui permet d'identifier un tuple dans une relation est une *clé*.
- ▶ En termes de DF :  $K \rightarrow R$
- ▶ Un attribut  $A$  qui appartient à une clé est dit *premier*.

### Définition - Clé (candidate), superclé

Soit  $\Sigma$  un ensemble de DF sur  $R$  et  $K \subseteq R$ . On dit que  $K$  est une *clé (candidate)* et que  $K \rightarrow R$  est une *dépendance clé* respectivement à  $\Sigma$  si :

- ▶  $\Sigma \models K \rightarrow R$ ,
- ▶ pour tout  $K' \subset K$ ,  $\Sigma \not\models K' \rightarrow R$ .

L'ensemble des dépendances clé de  $\Sigma$  est noté  $\mathbb{K}_\Sigma$ . Si  $X \subseteq R$  contient une clé, c'est une *superclé*.

## Notion d'anomalie (basée DF)

- Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .

## Notion d'anomalie (basée DF)

- ▶ Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .
- ▶ En particulier donc,  $r \models \mathbb{K}_\Sigma$ .

## Notion d'anomalie (basée DF)

- ▶ Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .
- ▶ En particulier donc,  $r \models K_\Sigma$ .
- ▶ Un SGBD ne gère que les dépendances *clés*.

## Notion d'anomalie (basée DF)

- ▶ Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .
- ▶ En particulier donc,  $r \models \mathbb{K}_\Sigma$ .
- ▶ Un SGBD ne gère que les dépendances *clés*.
- ▶ Il se pourrait qu'en *modifiant r*, on *respecte toujours*  $\mathbb{K}_\Sigma$ , mais *plus*  $\Sigma$ .

## Notion d'anomalie (basée DF)

- ▶ Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .
- ▶ En particulier donc,  $r \models \mathbb{K}_\Sigma$ .
- ▶ Un SGBD ne gère que les dépendances *clés*.
- ▶ Il se pourrait qu'en *modifiant r*, on *respecte toujours*  $\mathbb{K}_\Sigma$ , mais *plus*  $\Sigma$ .
- ▶ Et ce, *sans* que le SGBD ne le remarque !

## Notion d'anomalie (basée DF)

- ▶ Soit  $R$ ,  $\Sigma$  et  $r$  telle que  $r \models \Sigma$ .
- ▶ En particulier donc,  $r \models K_\Sigma$ .
- ▶ Un SGBD ne gère que les dépendances *clés*.
- ▶ Il se pourrait qu'en *modifiant r*, on *respecte toujours*  $K_\Sigma$ , mais *plus*  $\Sigma$ .
- ▶ Et ce, *sans* que le SGBD ne le remarque !
- ▶ Alors,  $r$  contient des *anomalies*, ainsi que le schéma  $R$ .

## Compatibilité d'un tuple

- Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Compatibilité d'un tuple

- Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
1	2	4	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Compatibilité d'un tuple

- Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
1	2	4	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Compatibilité d'un tuple

- Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
2	3	5	4

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Compatibilité d'un tuple

- Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
2	3	5	4

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Compatibilité d'un tuple

- ▶ Soit  $r$  une relation sur  $R$  et des DF  $\Sigma$ .
- ▶ Note : ici on a pas forcément  $r \models \Sigma$ .
- ▶ Un *tuple compatible* avec  $r$  est un tuple que l'on peut ajouter à  $r$  *sans fausser* les clés  $\mathbb{K}_\Sigma$ .

### Définition - Tuple compatible

Soit  $r$  une relation sur  $R$  avec les DF  $\Sigma$ , et  $t$  un tuple sur  $R$ . Le tuple  $t$  est *compatible* avec  $r$  (respectivement à  $\Sigma$ ) si  $r \cup \{t\} \models \mathbb{K}_\Sigma$ .

## Anomalies : Insertion

- ▶ On a une relation  $r$  qui satisfait  $\Sigma$ .
- ▶ On peut y ajouter un tuple  $t$  *compatible* avec  $r$ .
- ▶ Mais il se pourrait que certaines DF de  $\Sigma$  ne soient *plus satisfaites* par  $r \cup \{t\}$ .
- ▶ C'est une *anomalie d'insertion* de  $r$  et du *schéma R*.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Anomalies : Insertion

- ▶ On a une relation  $r$  qui satisfait  $\Sigma$ .
- ▶ On peut y ajouter un tuple  $t$  *compatible* avec  $r$ .
- ▶ Mais il se pourrait que certaines DF de  $\Sigma$  ne soient *plus satisfaites* par  $r \cup \{t\}$ .
- ▶ C'est une *anomalie d'insertion* de  $r$  et du *schéma R*.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
0	1	1	2

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Anomalies : Insertion

- ▶ On a une relation  $r$  qui satisfait  $\Sigma$ .
- ▶ On peut y ajouter un tuple  $t$  compatible avec  $r$ .
- ▶ Mais il se pourrait que certaines DF de  $\Sigma$  ne soient *plus satisfaites* par  $r \cup \{t\}$ .
- ▶ C'est une *anomalie d'insertion* de  $r$  et du schéma R.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3
0	1	1	2

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Anomalies : Insertion

- ▶ On a une relation  $r$  qui satisfait  $\Sigma$ .
- ▶ On peut y ajouter un tuple  $t$  compatible avec  $r$ .
- ▶ Mais il se pourrait que certaines DF de  $\Sigma$  ne soient *plus satisfaites* par  $r \cup \{t\}$ .
- ▶ C'est une *anomalie d'insertion* de  $r$  et du schéma R.

### Définition - Anomalie d'insertion

Soit  $r$  une relation sur R et  $\Sigma$  avec  $r \models \Sigma$ . On dit que  $r$  possède une *anomalie d'insertion* s'il existe un tuple  $t$  compatible avec  $r$  tel que  $r \cup \{t\} \not\models \Sigma$ . Le schéma R a également une *anomalie d'insertion* s'il existe une relation  $r$  sur R avec cette anomalie.

## Anomalies : Modification

- ▶ On veut mettre à jour  $r$  en changeant un tuple  $t$ .
- ▶ Si en changeant  $t$  on *ne satisfait plus*  $\Sigma$  mais que l'on reste compatible avec  $r$ ,  $r$  et  $R$  possèdent une *anomalie de modification*.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Anomalies : Modification

- ▶ On veut mettre à jour  $r$  en changeant un tuple  $t$ .
- ▶ Si en changeant  $t$  on *ne satisfait plus*  $\Sigma$  mais que l'on reste compatible avec  $r$ ,  $r$  et  $R$  possèdent une *anomalie de modification*.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	1	2	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Anomalies : Modification

- ▶ On veut mettre à jour  $r$  en changeant un tuple  $t$ .
- ▶ Si en changeant  $t$  on *ne satisfait plus*  $\Sigma$  mais que l'on reste compatible avec  $r$ ,  $r$  et  $R$  possèdent une *anomalie de modification*.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	1	2	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

- ▶ On veut mettre à jour  $r$  en changeant un tuple  $t$ .
- ▶ Si en changeant  $t$  on *ne satisfait plus*  $\Sigma$  mais que l'on reste compatible avec  $r$ ,  $r$  et  $R$  possèdent une *anomalie de modification*.

### Définition - Anomalie de modification

Soit  $r$  une relation sur  $R$  et  $\Sigma$  avec  $r \models \Sigma$ . On dit que  $r$  possède une *anomalie de modification* s'il existe un tuple  $u$  et un tuple  $t \in r$  tel que  $u$  soit compatible avec  $r \setminus \{t\}$  mais  $(r \setminus \{t\}) \cup \{u\} \not\models \Sigma$ . Le schéma  $R$  possède alors une *anomalie de modification*.

## Redondance

- Une DF  $X \rightarrow A$  représente un « *fait* ».
- $r$  est *redondante* par rapport à ce « *fait* » s'il est représenté plusieurs fois.
- En dur, on a deux tuples *distincts* de  $r$  qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- **Remarque :** prendre deux tuples distincts implique que  $X$  n'est pas une clé !

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Redondance

- Une DF  $X \rightarrow A$  représente un « *fait* ».
- $r$  est *redondante* par rapport à ce « *fait* » s'il est représenté plusieurs fois.
- En dur, on a deux tuples *distincts* de  $r$  qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- **Remarque :** prendre deux tuples distincts implique que  $X$  n'est pas une clé !

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Redondance

- Une DF  $X \rightarrow A$  représente un « *fait* ».
- $r$  est *redondante* par rapport à ce « *fait* » s'il est représenté plusieurs fois.
- En dur, on a deux tuples *distincts* de  $r$  qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- **Remarque :** prendre deux tuples distincts implique que  $X$  n'est pas une clé !

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$$\Sigma = \{C \rightarrow S, N \rightarrow F, FS \rightarrow N\}$$

$$\mathbb{K}_\Sigma = \{CF \rightarrow NS, CN \rightarrow FS\}$$

## Redondance

- ▶ Une DF  $X \rightarrow A$  représente un « *fait* ».
- ▶  $r$  est *redondante* par rapport à ce « *fait* » s'il est représenté plusieurs fois.
- ▶ En dur, on a deux tuples *distincts* de  $r$  qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- ▶ **Remarque** : prendre deux tuples distincts implique que  $X$  n'est pas une clé !

### Définition - Redondance

Soit  $r$  une relation  $R$  et  $\Sigma$  tel que  $r \models \Sigma$ . La relation  $r$  a un problème de *redondance* (par rapport à  $\Sigma$ ) s'il existe une DF  $X \rightarrow A \in \Sigma$  et deux tuples distincts  $t_1, t_2$  de  $r$  tels que  $t_1[X \cup \{A\}] = t_2[X \cup \{A\}]$ . Le schéma  $R$  souffre donc également de *redondance*.

**Théorème :** Soit  $\Sigma$  un ensemble de DF sur un schéma de relation R. Les propriétés suivantes sont équivalentes :

- ▶ R possède une anomalie d'insertion,
- ▶ R possède une anomalie de modification,
- ▶ R a un problème de redondance.

## Décomposition

- ▶ On a des anomalies et de la redondance, comment faire pour les enlever ?
- ▶ **Solution** : Décomposition !!!
  - ▷ On découpe R en une multitude de sous-ensembles  $R_1, \dots, R_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
  - ▷ Donc, une relation  $r$  sur R est elle même *projetée* sur chacun de ces sous-schémas.
  - ▷ On note  $r[R_1]$  la projection de  $r$  sur  $R_1$ , c-à-d  $r[R_1] = \pi_{R_1}(r)$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

## Décomposition

- ▶ On a des anomalies et de la redondance, comment faire pour les enlever ?
- ▶ **Solution** : Décomposition !!!
  - ▷ On découpe R en une multitude de sous-ensembles  $R_1, \dots, R_n, n \in \mathbb{N}$ .
  - ▷ Donc, une relation  $r$  sur R est elle même *projetée* sur chacun de ces sous-schémas.
  - ▷ On note  $r[R_1]$  la projection de  $r$  sur  $R_1$ , c-à-d  $r[R_1] = \pi_{R_1}(r)$ .

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

Projection sur  $FSN$

## Décomposition

- ▶ On a des anomalies et de la redondance, comment faire pour les enlever ?
- ▶ *Solution* : Décomposition !!!
  - ▷ On découpe R en une multitude de sous-ensembles  $R_1, \dots, R_n, n \in \mathbb{N}$ .
  - ▷ Donc, une relation  $r$  sur R est elle même *projetée* sur chacun de ces sous-schémas.
  - ▷ On note  $r[R_1]$  la projection de  $r$  sur  $R_1$ , c-à-d  $r[R_1] = \pi_{R_1}(r)$ .

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2

# Décomposition

- ▶ On a des anomalies et de la redondance, comment faire pour les enlever ?
- ▶ *Solution* : Décomposition !!!
  - ▷ On découpe R en une multitude de sous-ensembles  $R_1, \dots, R_n, n \in \mathbb{N}$ .
  - ▷ Donc, une relation  $r$  sur R est elle même *projetée* sur chacun de ces sous-schémas.
  - ▷ On note  $r[R_1]$  la projection de  $r$  sur  $R_1$ , c-à-d  $r[R_1] = \pi_{R_1}(r)$ .

## Définition - Décomposition

Une *décomposition* d'un schéma de relation R est un ensemble  $\mathbf{R} = \{R_1, \dots, R_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  telle que pour tout  $1 \leq i \leq n$ ,  $R_i \subseteq R$  et telle que  $\bigcup_{1 \leq i \leq n} R_i = R$ .

La décomposition d'une relation  $r$  sur R par rapport à  $\mathbf{R}$  est l'ensemble de relations  $\{r[R_1], \dots, r[R_n]\}$ , pour  $1 \leq i \leq n$ .

## Décomposition sans perte de données

- ▶ Une décomposition sépare une relation en d'autres, plus petites.
- ▶ Les tuples sont donc éclatés dans ces petites relations.
- ▶ **Question** : si on recolle les morceaux (par  $\bowtie$ ), revient-t-on au point de départ ?

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2

## Décomposition sans perte de données

- ▶ Une décomposition sépare une relation en d'autres, plus petites.
- ▶ Les tuples sont donc éclatés dans ces petites relations.
- ▶ **Question** : si on recolle les morceaux (par  $\bowtie$ ), revient-t-on au point de départ ?

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2

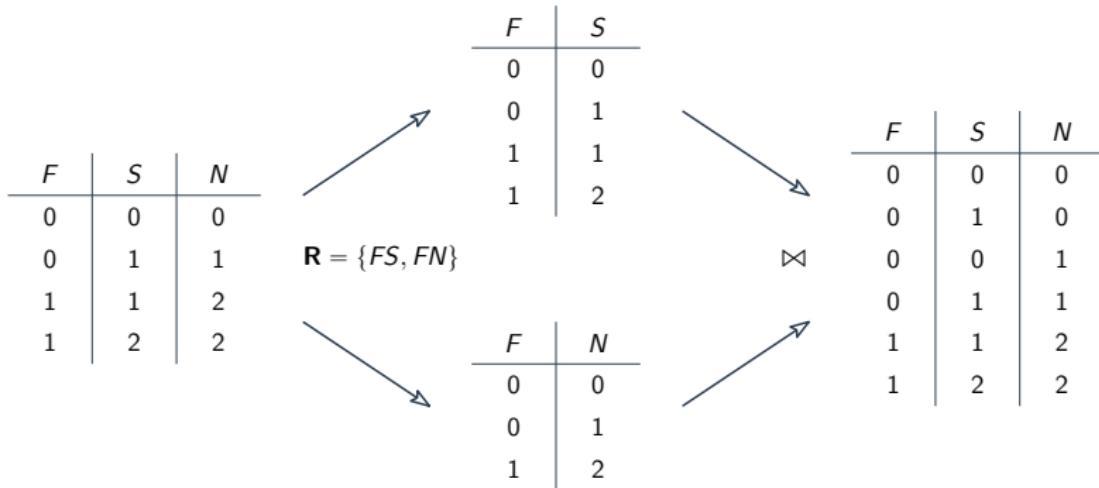


$F$	$S$
0	0
0	1
1	1
1	2

$F$	$N$
0	0
0	1
1	2

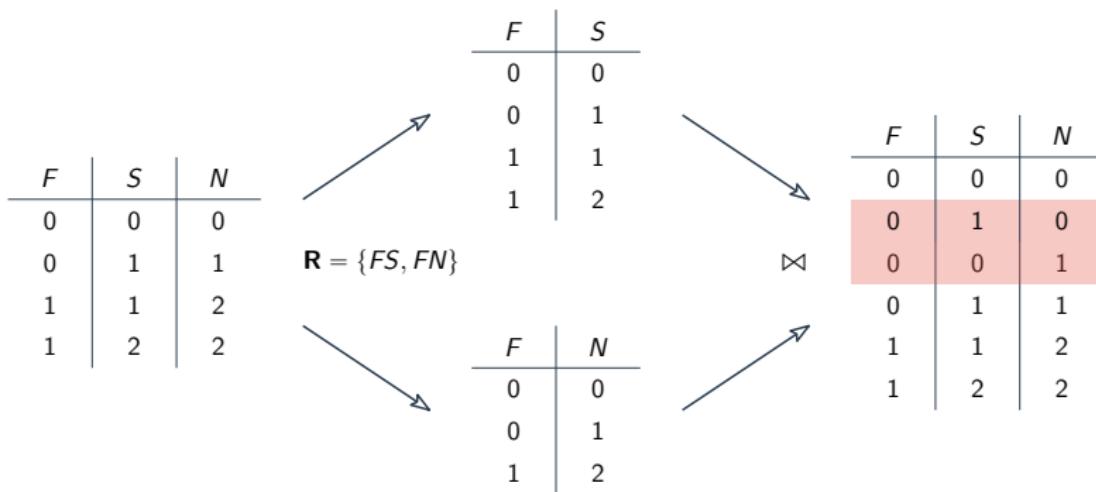
## Décomposition sans perte de données

- ▶ Une décomposition sépare une relation en d'autres, plus petites.
- ▶ Les tuples sont donc éclatés dans ces petites relations.
- ▶ **Question** : si on recolle les morceaux (par  $\bowtie$ ), revient-t-on au point de départ ?



## Décomposition sans perte de données

- Une décomposition sépare une relation en d'autres, plus petites.
- Les tuples sont donc éclatés dans ces petites relations.
- **Question** : si on recolle les morceaux (par  $\bowtie$ ), revient-t-on au point de départ ?



## Décomposition sans perte de données

- ▶ Une décomposition sépare une relation en d'autres, plus petites.
- ▶ Les tuples sont donc éclatés dans ces petites relations.
- ▶ **Question** : si on recolle les morceaux (par  $\bowtie$ ), revient-t-on au point de départ ?

*Pas toujours ...*

### Définition - Décomposition sans perte de données

Une décomposition  $\mathbf{R} = \{R_1, \dots, R_n\}$  de  $R$  est dite *sans perte de données* si quelque soit la relation  $r$  sur  $R$ ,

$$r = \pi_{R_1}(r) \bowtie \dots \bowtie \pi_{R_n}(r)$$

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.

R	F	S	N	C
FS				
CN				
CS				

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.

R	F	S	N	C
FS	$a_1$			
CN				
CS				

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$		
CN				
CS		$a_2$		

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$		
CN			$a_3$	
CS		$a_2$		

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$		
CN			$a_3$	$a_4$
CS		$a_2$		$a_4$

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.
  - ▷ On remplit le reste du tableau de *variables non-distinguées uniques*  $b_k$ .

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
CN			$a_3$	$a_4$
CS		$a_2$		$a_4$

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.
  - ▷ On remplit le reste du tableau de *variables non-distinguées uniques*  $b_k$ .

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$
CS		$a_2$		$a_4$

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.
  - ▷ On remplit le reste du tableau de *variables non-distinguées uniques*  $b_k$ .

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$

## Tableaux

- ▶ Difficile de tester *à priori* si une décomposition est sans perte ...
- ▶ Mais on a une solution, les *tableaux*!
  - ▷ Une colonne par attribut de R et une ligne par élément de R.
  - ▷ On associe une *variable distinguée*  $a_i$  à chaque attribut  $A_i \in R$ . Si l'élément  $R_j$  contient l'attribut  $A_i$ , on met  $a_i$  dans la case correspondante.
  - ▷ On remplit le reste du tableau de *variables non-distinguées uniques*  $b_k$ .

R	F	S	N	C
FS	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$

## Pourquoi faire

- Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure.

R	F	S	N	C
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$

## Pourquoi faire

- Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .

R	F	S	N	C
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$

## Pourquoi faire

- Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,

R	F	S	N	C	
FN	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	a <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	u
CN	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	
CS	b <sub>5</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	a <sub>4</sub>	

t	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
---	----------------	----------------	----------------	----------------

## Pourquoi faire

- Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Pourquoi faire

- Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Pourquoi faire

- ▶ Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- ▶  $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .
- ▶ Maintenant,  $u, v, w$  sont des tuples de  $r$ . Donc ils respectent  $\Sigma$  !

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$b_3$	$b_4$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Pourquoi faire

- ▶ Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- ▶  $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .
- ▶ Maintenant,  $u, v, w$  sont des tuples de  $r$ . Donc ils respectent  $\Sigma$ !
  - ▷  $u[N] = v[N]$  et  $N \rightarrow F$ , donc  $v[F] = t[F] = a_1$

R	F	S	N	C	
FN	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	a <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	u
CN	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	v
CS	b <sub>5</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	a <sub>4</sub>	w
$t$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	

## Pourquoi faire

- ▶ Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- ▶  $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .
- ▶ Maintenant,  $u, v, w$  sont des tuples de  $r$ . Donc ils respectent  $\Sigma$ !
  - ▷  $u[N] = v[N]$  et  $N \rightarrow F$ , donc  $v[F] = t[F] = a_1$

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$a_1$	$b_4$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Pourquoi faire

- ▶ Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- ▶  $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .
- ▶ Maintenant,  $u, v, w$  sont des tuples de  $r$ . Donc ils respectent  $\Sigma$ !
  - ▷  $u[N] = v[N]$  et  $N \rightarrow F$ , donc  $v[F] = t[F] = a_1$
  - ▷  $w[C] = v[C]$  et  $C \rightarrow S$ , donc  $v[S] = t[s] = a_2$

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$a_1$	$b_4$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Pourquoi faire

- ▶ Le tableau est un « *template* » pour construire un tuple de la jointure. Soit  $t$  un tuple de  $r[FN] \bowtie r[CN] \bowtie r[CS]$ . Disons que  $t = \langle a_1, a_2, a_3, a_4 \rangle$ .
- ▶  $t$  est un assemblage de trois tuples  $u[FN]$ ,  $v[CN]$ ,  $w[CS]$  qui sont des projections de tuples  $u, v, w$  de  $r$  sur la décomposition :
  - ▷  $u = \langle a_1, b_1, a_3, b_2 \rangle$  puisque  $t[FN] = u[FN]$ ,
  - ▷  $v = \langle b_3, b_4, a_3, a_4 \rangle$  puisque  $t[CN] = v[CN]$  (notons que  $v[N] = u[N] !$ )
  - ▷  $w = \langle b_5, a_2, b_6, a_4 \rangle$  puisque  $t[CS] = w[CS]$ .
- ▶ Maintenant,  $u, v, w$  sont des tuples de  $r$ . Donc ils respectent  $\Sigma$ !
  - ▷  $u[N] = v[N]$  et  $N \rightarrow F$ , donc  $v[F] = t[F] = a_1$
  - ▷  $w[C] = v[C]$  et  $C \rightarrow S$ , donc  $v[S] = t[s] = a_2$

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$
$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	

## Et donc ?

- ▶ Vu  $t = v \in r$ , on a *déduit* qu'un tuple  $t$  de la jointure est déjà dans  $r$ , donc la décomposition est *sans perte* !
- ▶ Implicitement, on a appliqué  $\Sigma$  sur le tableau en utilisant l'*algorithme CHASE* (avec  $a_i \leq b_j$  et  $b_j \leq b_k$  si  $j \leq k$ ) !

R	F	S	N	C	
FN	$a_1$	$b_1$	$a_3$	$b_2$	$u$
CN	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$v$
CS	$b_5$	$a_2$	$b_6$	$a_4$	$w$

$t$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
-----	-------	-------	-------	-------

**Théorème :** Soit  $\Sigma$  une couverture sur  $R$  et  $\mathbf{R}$  une décomposition de  $R$ . Alors,  $\mathbf{R}$  est une décomposition sans perte de données *si et seulement si* le tableau résultant de  $CHASE(\Sigma, T)$  contient la ligne  $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$  où  $T$  est le tableau associé à  $\mathbf{R}$ .

## Projection de DF

- ▶ Quand des DF  $\Sigma$  sont associées à  $R$ , elles se retrouvent aussi *projétée* par la décomposition  $R$ .
- ▶ La projection des DF sur  $R' \subseteq R$  représente toutes les DF de  $\Sigma$  relatives aux attributs de  $R'$ .

### Définition - Projection d'un ensemble de DF

Soit  $\Sigma$  une couverture sur  $R$  et  $R' \subseteq R$ . La *projection* de  $\Sigma$  sur  $R'$ , notée  $\Sigma[R']$  est définie par :

$$\Sigma[R'] = \{X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in \Sigma \text{ et } X \cup Y \subseteq R'\}$$

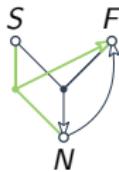
## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $R$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?



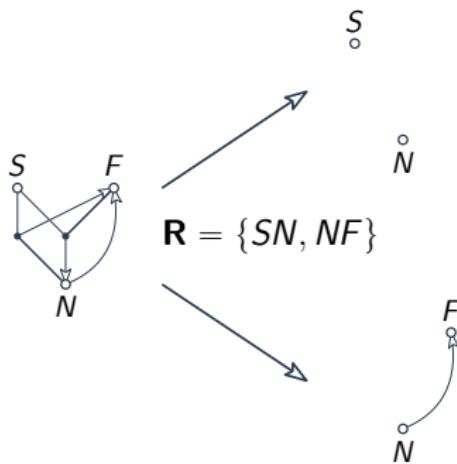
## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $R$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?



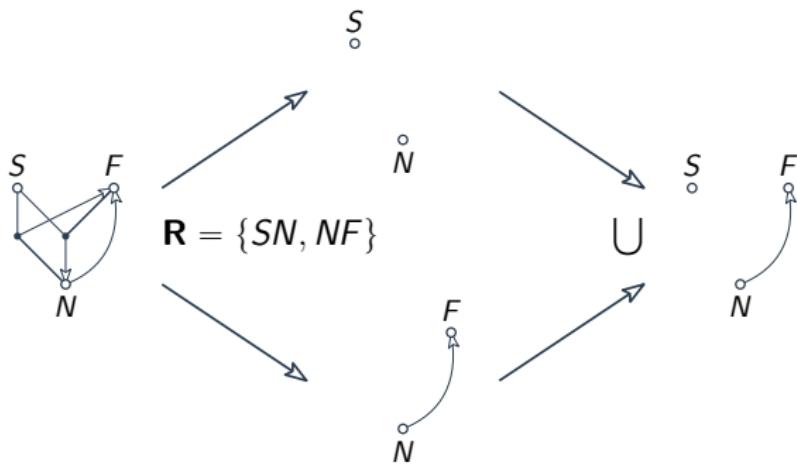
## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $R$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?



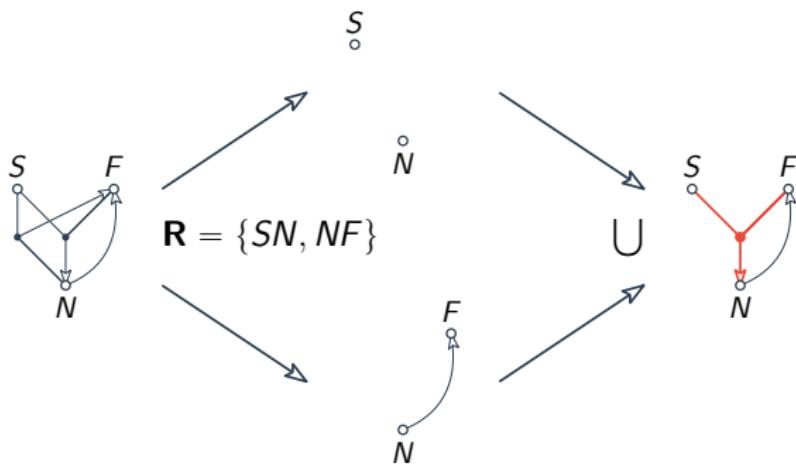
## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $R$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?



## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $R$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?



## Décomposition sans perte de DF

- ▶ Quand on décompose  $R$  via  $\mathbf{R}$ , on éclate l'information représentée par  $\Sigma$ . (ou par n'importe quelle  $\Sigma' \equiv \Sigma$ )
- ▶ **Rappel :**  $\Sigma^+ = \{X \rightarrow Y \mid \Sigma \models X \rightarrow Y\}$ .
- ▶ **Question :** si on recolle les morceaux (par  $\cup$  des DF), retrouve-t-on toute l'information de  $\Sigma$  (donc  $\Sigma^+$ ) ?

*Pas toujours ...*

### Définition - Décomposition sans perte de DF

Une décomposition  $\mathbf{R}$  de  $R$  est *sans perte de DF* respectivement à une couverture  $\Sigma$  si  $\bigcup_{R_i \in \mathbf{R}} \Sigma^+[R_i] \equiv \Sigma^+$ .

- ▶ Par contre pour tester, on a pas trop le choix, il faut calculer  $\Sigma^+$ .

## Résumons

- ▶ On a un schéma de relation R et des DF sur R.
- ▶ Notre schéma R présente :
  - ▷ des anomalies,
  - ▷ des redondances.
- ▶ Pour éliminer ces problèmes, on va *décomposer* R.
- ▶ Mais ! on aimerait essayer de :
  - ▷ Préserver les DF,
  - ▷ préserver les données.

## Forme normale de Boyce-Codd

- ▶ La redondance arrive quand on a une DF (non-triviale)  $X \rightarrow A$  et deux tuples *differents* d'une relation qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .

## Forme normale de Boyce-Codd

- ▶ La redondance arrive quand on a une DF (non-triviale)  $X \rightarrow A$  et deux tuples *differents* d'une relation qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- ▶ **Remarque :** Mais si  $X$  est une (super)clé, ce problème ne peut pas arriver, puisque deux tuples *égaux sur une clé* sont *égaux tout court*.

## Forme normale de Boyce-Codd

- ▶ La redondance arrive quand on a une DF (non-triviale)  $X \rightarrow A$  et deux tuples *differents* d'une relation qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- ▶ **Remarque :** Mais si  $X$  est une (super)clé, ce problème ne peut pas arriver, puisque deux tuples *égaux sur une clé* sont *égaux tout court*.
- ▶ **Idée :** Du coup, si *toutes* les DF non-triviales *sont des clés*, que se passe-t-il ?

## Forme normale de Boyce-Codd

- ▶ La redondance arrive quand on a une DF (non-triviale)  $X \rightarrow A$  et deux tuples *differents* d'une relation qui ont les mêmes valeurs sur  $X$  et  $A$ .
- ▶ **Remarque :** Mais si  $X$  est une (super)clé, ce problème ne peut pas arriver, puisque deux tuples *égaux sur une clé* sont *égaux tout court*.
- ▶ **Idée :** Du coup, si *toutes* les DF non-triviales *sont des clés*, que se passe-t-il ?

### Définition - Forme Normale de Boyce-Codd (Kent)

Soit  $\Sigma$  une couverture sur  $R$ . On dit que le schéma  $R$  est en *forme normale de Boyce-Codd (FNBC)* (respectivement à  $\Sigma$ ) si pour tout  $X \subseteq R$ ,  $A \in R$ ,  $\Sigma \models X \rightarrow A$  implique que  $\Sigma \models X \rightarrow R$  ou  $A \in X$ . Une décomposition  $\mathbf{R}$  de  $R$  est en FNBC si chacun des  $R' \in \mathbf{R}$  est en FNBC.

- ▶ Dans notre exemple,  $R$  n'est pas en FNBC par rapport à  $\Sigma$ .
- ▶ En effet,  $C \rightarrow S$  est une DF non-triviale, et  $C$  n'est pas une superclé.

## Propriétés

**Théorème :** Un schéma de relation est en FNBC si et seulement s' il ne souffre pas de redondance.

- ▶ La FNBC correspond à notre intuition
- ▶ faire en sorte que « *tout ne soit que clé* » *élimine la redondance* !
- ▶ En bonus : la propriété est facile à vérifier !

**Propriété :** R est en FNBC par rapport à  $\Sigma$  si et seulement si pour tout  $X \rightarrow Y \in \Sigma$ , X est une superclé de  $\Sigma$ .

## Principe d'une décomposition FNBC

- ▶ On voudrait donc décomposer  $R$  en une collection de petit schémas FNBC. Pour simplifier les notations, on considère que  $X \cap Y = \emptyset$  pour toute DF  $X \rightarrow Y$  que l'on va traiter.
- ▶ **Approche récursive** : si  $X \rightarrow Y$  ne correspond pas à une clé, on « clétise »  $X$  en coupant  $R$  en deux
  - ▷  $R_l = X \cup Y$ , du coup  $X$  sera une clé ;
  - ▷  $R_r = R \setminus Y$ , et ici la DF  $X \rightarrow Y$  n'existe plus.Puis on rappelle l'algo récursivement sur  $R_l$  et  $R_r$  (arbre binaire).
- ▶ **Attention** : pour ne pas perdre de DF en chemin, on s'appuie sur  $\Sigma^+$  !

**Propriété :** Soit  $X \rightarrow Y$  ( $X \cap Y = \emptyset$ ) une DF valide et  $R_l = X \cup Y$  et  $R_r = R \setminus Y$ . Si  $r$  est une relation sur  $R$ , alors  $r = r[R_l] \bowtie r[R_r]$ .

# Décomposition FNBC

**Algorithme DEC-FNBC( $\Sigma$ , R)**

**Data:** R un schéma et  $\Sigma$  une couverture sur R

**Réultat:** R une décomposition FNBC de R

Calculer  $\Sigma^+$

$R = \emptyset$

$R = \text{DECOMPOSE}(\Sigma^+, R, R)$

**DECOMPOSE( $\Sigma^+$ , R, R)**

**if** R est en FNBC **then**

        | return  $R \cup R$

**else**

        | Soit  $X \rightarrow Y \in \Sigma^+$  telle que  $X^\Sigma \neq R$

        |  $R_l = X \cup Y$

        |  $R_r = R \setminus Y$

        |  $R = \text{DECOMPOSE}(\Sigma^+[R_l], R_l, R)$

        |  $R = \text{DECOMPOSE}(\Sigma^+[R_r], R_r, R)$

        | return R

**end**

**end**

## Trace

$$R = \{F, S, N, C\}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} C \rightarrow S \\ N \rightarrow F \\ FS \rightarrow N \end{bmatrix}$$

## Trace

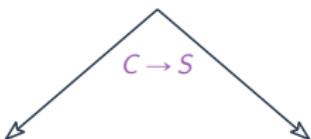
$$R = \{F, S, N, C\}$$

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} C \rightarrow S & CN \rightarrow SF & FC \rightarrow SN \\ N \rightarrow F & SN \rightarrow F & FNC \rightarrow S \\ FS \rightarrow N & SNC \rightarrow F & FSC \rightarrow N \end{bmatrix}$$

## Trace

$$R = \{F, S, N, C\}$$

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} C \rightarrow S & CN \rightarrow SF & FC \rightarrow SN \\ N \rightarrow F & SN \rightarrow F & FNC \rightarrow S \\ FS \rightarrow N & SNC \rightarrow F & FSC \rightarrow N \end{bmatrix}$$



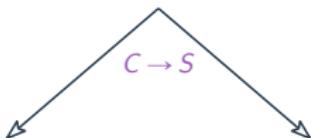
$$\begin{aligned} R &= \{C, S\} \\ \Sigma^+ &= \{C \rightarrow S\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= \{F, N, C\} \\ \Sigma^+ &= \{N \rightarrow F, CN \rightarrow F, FC \rightarrow N\} \end{aligned}$$

## Trace

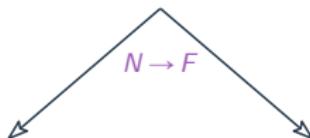
$$R = \{F, S, N, C\}$$

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} C \rightarrow S & CN \rightarrow SF & FC \rightarrow SN \\ N \rightarrow F & SN \rightarrow F & FNC \rightarrow S \\ FS \rightarrow N & SNC \rightarrow F & FSC \rightarrow N \end{bmatrix}$$



$$R = \{C, S\}$$
$$\Sigma^+ = \{C \rightarrow S\}$$

$$R = \{F, N, C\}$$
$$\Sigma^+ = \{N \rightarrow F, CN \rightarrow F, FC \rightarrow N\}$$



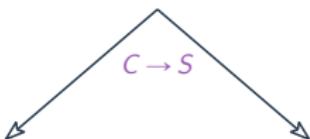
$$R = \{F, N\}$$
$$\Sigma^+ = \{N \rightarrow F\}$$

$$R = \{N, C\}$$
$$\Sigma^+ = \emptyset$$

## Trace

$$R = \{F, S, N, C\}$$

$$\Sigma^+ = \begin{bmatrix} C \rightarrow S & CN \rightarrow SF & FC \rightarrow SN \\ N \rightarrow F & SN \rightarrow F & FNC \rightarrow S \\ FS \rightarrow N & SNC \rightarrow F & FSC \rightarrow N \end{bmatrix}$$



$R = \{C, S\}$   
 $\Sigma^+ = \{C \rightarrow S\}$

$R = \{F, N, C\}$   
 $\Sigma^+ = \{N \rightarrow F, CN \rightarrow F, FC \rightarrow N\}$

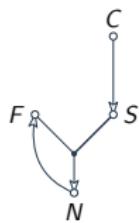


$R = \{F, N\}$   
 $\Sigma^+ = \{N \rightarrow F\}$

$R = \{N, C\}$   
 $\Sigma^+ = \emptyset$

## Sur notre relation

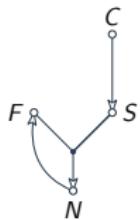
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



## Sur notre relation

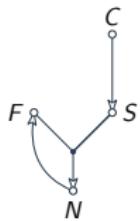
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3



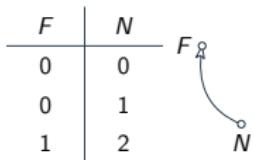
## Sur notre relation

<i>F</i>	<i>S</i>	<i>N</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$CS$

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3



## Sur notre relation

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

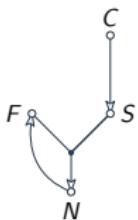
$CS \rightarrow$

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3

$C \circlearrowleft S$

$F$	$N$
0	0
0	1
1	2

$F \circlearrowleft N$



$NC \searrow$

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$C \circlearrowleft N$

## Sur notre relation

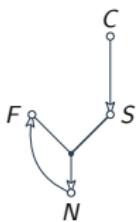
<i>F</i>	<i>S</i>	<i>N</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$S$	$C$	
0	0	
1	1	
2	2	
2	3	



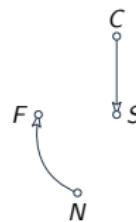
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$F$	$N$
0	0
0	1
1	2

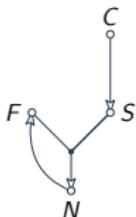


$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



## Sur notre relation

<i>F</i>	<i>S</i>	<i>N</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$CS$

$S$	$C$	
0	0	
1	1	
2	2	
2	3	



A downward-pointing arrow indicating a continuation or next step.

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

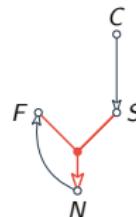


*NC*

$F$	$N$	$F_A$
0	0	
0	1	
1	2	$N$



$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



**Théorème :** L'algorithme **DEC-FNBC**( $\Sigma$ , R) calcule une décomposition sans perte de données de R en FNBC.

- ▶ **Par contre :** la décomposition obtenue *ne préserve pas* forcément les DF.
- ▶ Même pire ! Certaines paires  $(R, \Sigma)$  ne peuvent être décomposées en FNBC sans perdre de DF !
- ▶ **Question :** peut-on « *affaiblir* » les contraintes de la FNBC et trouver une forme normale qui préserve données et DF ?

## 3ème Forme Normale

- ▶ On va relâcher la contrainte « *tout le monde est une clé* », car trop restrictive sur la préservation de DF.

## 3ème Forme Normale

- ▶ On va relâcher la contrainte « *tout le monde est une clé* », car trop restrictive sur la préservation de DF.
- ▶ Pour *limiter la redondance au mieux*, on va *l'autoriser uniquement sur les clés*.

## 3ème Forme Normale

- ▶ On va relâcher la contrainte « *tout le monde est une clé* », car trop restrictive sur la préservation de DF.
- ▶ Pour *limiter la redondance au mieux*, on va *l'autoriser uniquement sur les clés*.
- ▶ Intuitivement, une clé identifie un tuple, donc ses valeurs ne doivent pas trop se répéter.

## 3ème Forme Normale

- ▶ On va relâcher la contrainte « *tout le monde est une clé* », car trop restrictive sur la préservation de DF.
- ▶ Pour *limiter la redondance au mieux*, on va *l'autoriser uniquement sur les clés*.
- ▶ Intuitivement, une clé identifie un tuple, donc ses valeurs ne doivent pas trop se répéter.

### Définition - 3ème forme normale

Soit  $\Sigma$  une couverture sur  $R$ . Le schéma  $R$  est en *3ème forme normale (3FN)* (resp. à  $\Sigma$ ) si pour tout  $X \subseteq R$ ,  $A \in R \setminus X$  si  $\Sigma \models X \rightarrow A$  alors :  $X$  est une superclé, ou  $A$  est premier (il appartient à une clé). Une décomposition  $\mathbf{R}$  de  $R$  est en 3FN si chacun des  $R' \in \mathbf{R}$  l'est.

- ▶ Dans notre exemple,  $R$  n'est pas en 3FN par rapport à  $\Sigma$ .
- ▶ En effet  $C \rightarrow S$  est non-triviale, pourtant  $S$  n'est pas dans les clés  $CN$  et  $CF$ .

## Propriétés

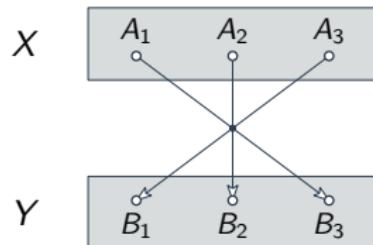
- ▶ Pourquoi 3ème ? Quid de la 1ère et la 2ème ?
- ▶ Formes intermédiaires pour la 3NF, ne nous intéresse pas ici.
- ▶ FNBC  $\implies$  3FN.

**Propriété :** Tester qu'un schéma de relation  $R$  est en 3FN par rapport à  $\Sigma$  est NP-Complet.

- ▶ On va devoir trouver des conditions qui nous garantissent la 3FN sans tester

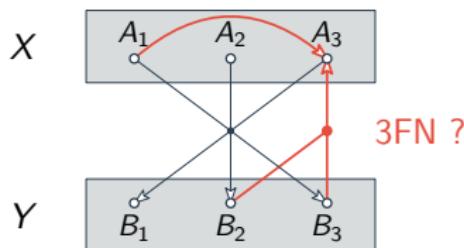
## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée :** si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
- ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$



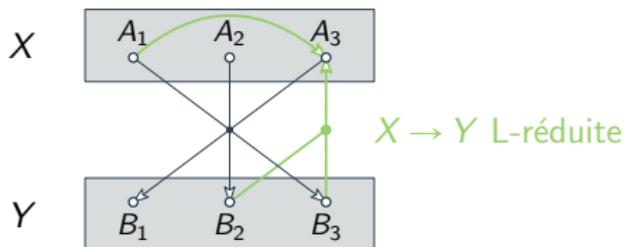
## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée** : si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
  - ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$
  - ▶ Si  $Z$  n'est pas une clé,  $A$  est dans  $X$ ,  $A$  premier ou non ?



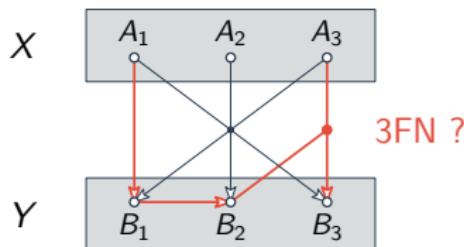
## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée :** si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
- ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$
- ▶ Si  $Z$  n'est pas une clé,  $A$  est dans  $X$ ,  $A$  premier ou non ?
- ▶ Si  $X \rightarrow Y$  est *L-réduite*,  $X$  devient une *clé candidate* de  $X \cup Y$ , répondant au problème.



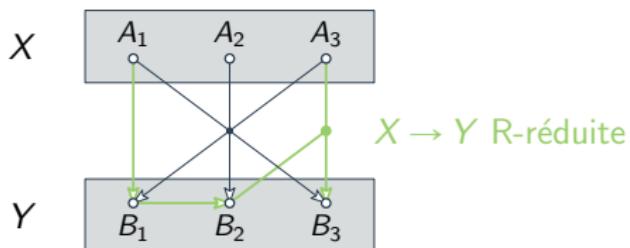
## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée :** si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
- ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$
- ▶ Si  $Z$  n'est pas une clé,  $A$  est dans  $Y$ ,  $A$  premier ou non ?



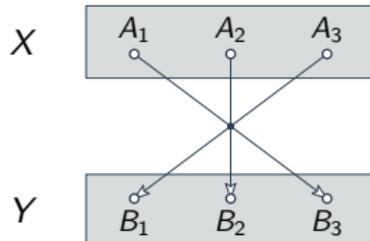
## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée :** si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
- ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$
- ▶ Si  $Z$  n'est pas une clé,  $A$  est dans  $Y$ ,  $A$  premier ou non ?
- ▶ Puisque  $X$  est une clé, on peut alors *R-réduire*  $X \rightarrow Y$  pour faire disparaître le problème.



## Principe d'une décomposition 3FN

- ▶ **Idée :** si on associe à chaque DF  $X \rightarrow Y$  de  $\Sigma$  un schéma  $X \cup Y$ , la préservation de DF est garantie.
- ▶ Mais ! Le schéma sera-t-il en 3NF ? On pourrait avoir plusieurs soucis, supposons que l'on ait  $\Sigma \models Z \rightarrow A$  avec  $Z \cup A$  dans  $X \cup Y$
- ▶ Donc, on utilise une couverture *réduite* !
- ▶ Pour limiter le nombre de sous-relations, on *minimise* aussi  $\Sigma$



## Décomposition 3FN

**Algorithme DEC-3FN( $\Sigma$ , R)**

**Data:** R un schéma et  $\Sigma$  une couverture sur R

**Résultat:** R une décomposition 3FN de R

Minimiser et réduire  $\Sigma$

**R** =  $\emptyset$

**for**  $X \rightarrow Y \in \Sigma$  **do**

    | **R** = **R**  $\cup$  { $X \cup Y$ }

**end**

**if** **R** ne préserve pas les données **then**

    | Trouver une clé K de  $\Sigma$

    | **R** = **R**  $\cup$  {K}

**end**

**return** **R**

# Trace

$\Sigma$

$C \rightarrow S$

$N \rightarrow F$

$SF \rightarrow N$

## Trace

$\Sigma$

$\mathbf{R}$

$$C \rightarrow S \quad \longrightarrow \quad \{C, S\}$$

$$N \rightarrow F \quad \longrightarrow \quad \{N, F\}$$

$$SF \rightarrow N \quad \longrightarrow \quad \{F, S, N\}$$

## Trace

$\Sigma$

$R$

$$C \rightarrow S \longrightarrow \{C, S\}$$

redundant

$$N \rightarrow F \longrightarrow \{N, F\}$$

$$SF \rightarrow N \longrightarrow \{F, S, N\}$$

## Trace

$\Sigma$

$\mathbf{R}$

$$C \rightarrow S \longrightarrow \{C, S\}$$

$$N \rightarrow F$$

$$SF \rightarrow N \longrightarrow \{F, S, N\}$$

$$\longrightarrow$$

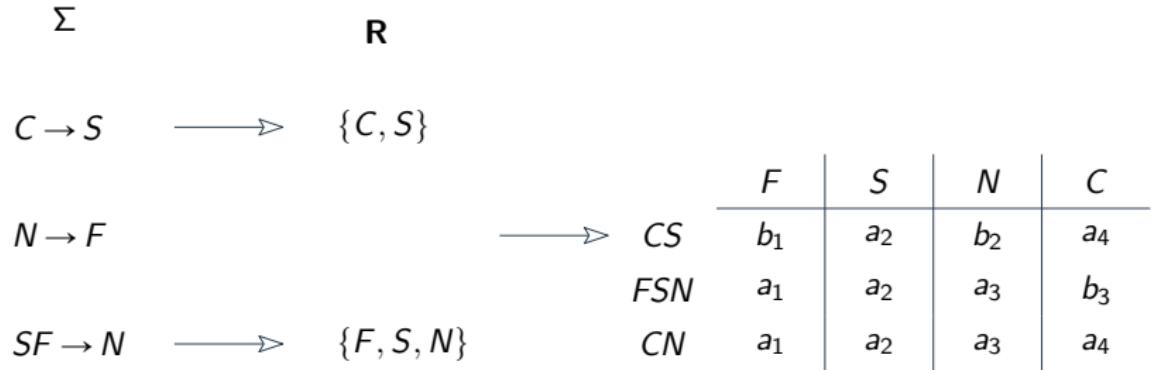
$$\begin{matrix} CS \\ FSN \end{matrix}$$

$F$	$S$	$N$	$C$
$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_4$
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_3$

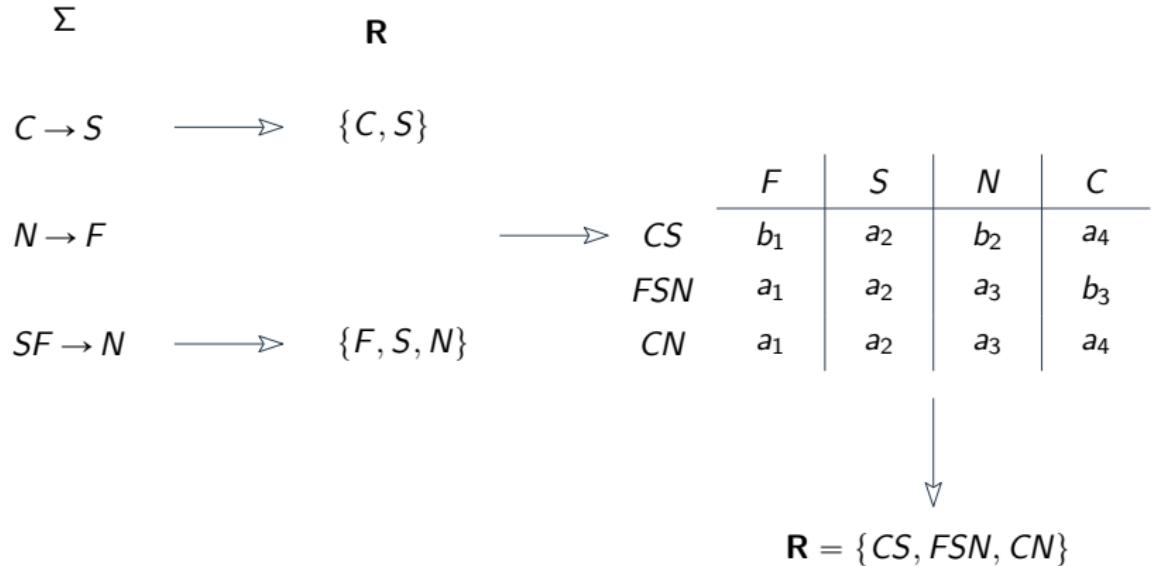
## Trace

$\Sigma$	$R$				
$C \rightarrow S$	$\longrightarrow$	$\{C, S\}$			
$N \rightarrow F$	$\longrightarrow$	$CS$	$F$	$S$	$N$
$SF \rightarrow N$	$\longrightarrow$	$FSN$	$b_1$	$a_2$	$b_2$
		$CN$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
			$b_4$	$b_5$	$a_3$
					$a_4$

## Trace

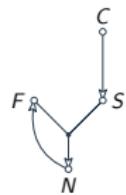


## Trace



## Sur notre relation

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



## Sur notre relation

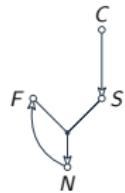
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$CS \nearrow$

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3

$C$

$S$

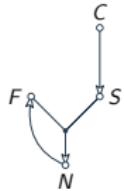


## Sur notre relation

<i>F</i>	<i>S</i>	<i>N</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

CS

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3



FSN

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2



## Sur notre relation

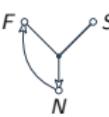
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$CS \nearrow$

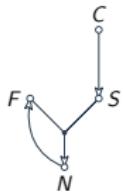
$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3

$\circ S$

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2



$FSN \Rightarrow$



$NC \searrow$

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$\circ C$

## Sur notre relation

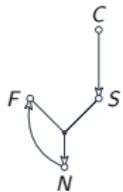
<i>F</i>	<i>S</i>	<i>N</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$S$	$C$	
0	0	
1	1	
2	2	
2	3	



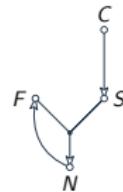
$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3



$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2



$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



## Sur notre relation

$F$	$S$	$N$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	2
1	2	2	3

$CS \nearrow$

$S$	$C$
0	0
1	1
2	2
2	3



$FSN \Rightarrow$

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2
1	2	2

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2
1	2	2

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2
1	2	2

$F$	$S$	$N$
0	0	0
0	1	1
1	1	2
1	2	2
1	2	2

$NC \searrow$

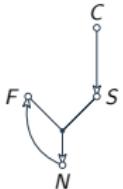
$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



$\nearrow$

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2



$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N$	$C$
0	0
1	1
2	1
2	3
2	2

$N</math$

**Théorème :** L'algorithme **DEC-3FN**( $\Sigma$ , R) calcule une décomposition de R en 3FN qui est sans perte de données et sans perte de DF.

- ▶ Puisque 3NF n'est pas FNBC on n'*élimine pas toutes les redondances*.
- ▶ Moins complexe à calculer qu'une décomposition FNBC.

## Résumé

- ▶ Au commencement, un schéma de relation et des DF.



## Résumé

- ▶ Au commencement, un schéma de relation et des DF.
- ▶ avec des *anomalies* et de la *redondance*!

Anom/Red		

## Résumé

- ▶ Au commencement, un schéma de relation et des DF.
- ▶ avec des *anomalies* et de la *redondance*!
- ▶ Puis vinrent les *formes normales*, FNBC, 3FN.



## Résumé

- ▶ Au commencement, un schéma de relation et des DF.
- ▶ avec des *anomalies* et de la *redondance*!
- ▶ Puis vinrent les *formes normales*, FNBC, 3FN.
- ▶ Seulement, enlever anomalies et redondance ne suffisait pas, il fallait également préserver *DF* et *données*.

	Anom/Red	Préserv. Donn.	Préserv. FD
FNBC			
3FN			

## Résumé

- ▶ Au commencement, un schéma de relation et des DF.
- ▶ avec des *anomalies* et de la *redondance*!
- ▶ Puis vinrent les *formes normales*, FNBC, 3FN.
- ▶ Seulement, enlever anomalies et redondance ne suffisait pas, il fallait également préserver *DF* et *données*.
- ▶ Les deux formes normales se *partageaient* les propriétés, sans que l'une domine l'autre (même si FNBC  $\geq$  3FN dans l'absolu).

	Anom/Red	Préserv. Donn.	Préserv. FD
FNBC	✓	✓	✗
3FN	✗	✓	✓