TP3 - 2 1. O seguinte sistema dinâmico denota 4 inversores (A, B, C, D) que lêm um bit num canal input e escrevem num canal output uma transformação desse bit. **autómato** 1. Cada inversor tem um bit s de estado, inicializado com um valor aleatório. 2. Cada inversor é regido pelas seguintes transformações invert(in, out) $x \leftarrow \mathsf{read}(\mathtt{in})$ $s \leftarrow \neg x \parallel s \leftarrow s \oplus x$ write(out, s)iii. A escolha neste comando é sempre determinística; isto é, em cada inversor a escolha do comando a executar é sempre a mesma. Porém qual é essa escolha é determinada aleatoriamente na inicializarão do sistema. iii. O estado do sistema é um duplo definido pelos 4 bits s, e é inicializado com um vetor aleatório em $\{0,1\}^4$. iv. O sistema termina em ERRO quando o estado do sistema for (0,0,0,0) . 1. Construa um SFOTS que descreva este sistema e implemente este sistema, numa abordagem BMC ("bouded model checker") num traço com n estados. 2. Verifique se o sistema é seguro usando BMC, k-indução ou model checking com interpolantes. In [1]: from pysmt.shortcuts import * from pysmt.typing import INT import itertools from random import randint Função genState(vars, s, i, n): vars - Variáveis a serem declaradas s - Nome da variável i - Valor do traço atual n - Número de bits utilizados A seguinte função cria a t-ésima cópia das variáveis de estado, agrupadas num dicionário que nos permite aceder às mesmas pelo nome. In [2]: # vars = ['pc', 's'] def genState(vars,s,i,n): state = {} state['pc'] = Symbol('pc'+'_'+s+str(i), BVType(n)) **for** j **in** range(1, 5): for v in vars[1:]: if v not in state: $state[v] = {}$ $state[v][j] = Symbol(v+str(j)+'_'+s+str(i), BVType(n))$ #print(state) return state Função init(state, n): state - Dicionário de variáveis de estado n - Número de bits utilizados A função init tem como objetivo devolver um predicado do Solver que testa se é um possível estado inicial do programa, através do state, um dicionário de variáveis. In [3]: def init(state, n): random_state = (BV(randint(0,1), n), BV(randint(0,1), n), BV(randint(0,1), n), BV(randint(0,1), n)) $s_list = []$ for v in state['s']: s_list.append(Equals(state['s'][v], random_state[v-1])) return And(Equals(state['pc'], BV(1, n)), And(s_list) Função trans(curr, prox, n): curr - Estado das variáveis no momento atual prox - Estado das variáveis no momento da próxima iteração n - Número de bits A função trans tem como objetivo devolver um predicado do Solver, através dos três estados disponíveis, que teste se é possível transitar entre os estados possíveis. Função error(state, n): state - Variáveis do programa num certo estado do programa n - Número de bits A função error tem como objetivo devolver um predicado do Solver que verifica se o programa se encontra num estado de erro. Estratégias utilizadas Dado o facto de estarmos a utilizar o tipo BitVec para as variáveis do programa, tivemos de adaptar a nossa de forma de abordar o problema. Operação Not(x) Dado que a operação Not num BitVector inverte todos os bits, substituimos a operação Not(x) pelo equivalente: $(2^n-1)-Not(x)$ Para x = 1, com 5 bits, tem-se x = 00001. Ora, Not(x) = 11110. Assim, tem-se $(2^n-1)-Not(x)\equiv 11110-11110\equiv 00000\equiv x=0$ Obtemos então o resultado pretendido, x=0. def error(state, n): In [4]: return Or(Equals(BVAdd(BVAdd(state['s'][1], state['s'][2]), BVAdd(state['s'][3], state['s'][4]) BV(0, n)def trans(curr, prox, n): zero_state = Equals(BVAdd(BVAdd(curr['s'][1], curr['s'][2]), BVAdd(curr['s'][3], curr['s'][4])), BV(0, n) $\# prox_x = prox_s$ # prox_s = Not(curr[x]) V Xor(curr[s], curr[x]) $t1_2 = And($ Equals(curr['pc'], BV(1, n)), And(Not(zero_state), Equals(prox['pc'], BV(2, n))), And(zero_state, Equals(prox['pc'], BV(5, n))) Equals(prox['s'][1], BVOr(BVSub(BVNot(curr['s'][4]), BV(30, n)), BVXor(curr['s'][1], curr['s'][4]))), And([Equals(prox['s'][i], curr['s'][i]) for i in range(2,5)]) $t2_3 = And($ Equals(curr['pc'], BV(2, n)), And(Not(zero_state), Equals(prox['pc'], BV(3, n))), And(zero_state, Equals(prox['pc'], BV(5, n))) Equals(prox['s'][2], BVOr(BVSub(BVNot(curr['s'][1]), BV(30, n)), BVXor(curr['s'][2], curr['s'][1]))), Equals(prox['s'][1], curr['s'][1]), And([Equals(prox['s'][i], curr['s'][i]) for i in range(3,5)]) $t3_4 = And($ Equals(curr['pc'], BV(3, n)), And(Not(zero_state), Equals(prox['pc'], BV(4, n))), And(zero_state, Equals(prox['pc'], BV(5, n))) Equals(prox['s'][3], BVOr(BVSub(BVNot(curr['s'][2]), BV(30, n)), BVXor(curr['s'][3], curr['s'][2]))), And([Equals(prox['s'][i], curr['s'][i]) for i in range(1,3)]), Equals(prox['s'][4], curr['s'][4]) $t4_1 = And($ Equals(curr['pc'], BV(4, n)), And(Not(zero_state), Equals(prox['pc'], BV(1, n))), And(zero_state, Equals(prox['pc'], BV(5, n))) Equals(prox['s'][4], BVOr(BVSub(BVNot(curr['s'][3]), BV(30, n)), BVXor(curr['s'][4], curr['s'][3]))), BVXor(curr['s'][4], curr['s'][6])), BVXor(curr['s'][6]), BVXor(curr['s'][And([Equals(prox['s'][i], curr['s'][i]) for i in range(1,4)]) error = And(Equals(curr['pc'], BV(5, n)), Equals(prox['pc'], curr['pc']), zero_state, And([Equals(prox['s'][i], curr['s'][i]) for i in range(1,5)]) **return** Or(t1_2, t2_3, t3_4, t4_1, error) Função gera_traco(vars, init, trans, error, n, k) vars - Variáveis a declarar init - Função que devolve um predicado que representa o estado inicial do programa trans - Função transição n - Número de bits a utilizar k - Tamanho do traço A função gera_traco tem como objetivo imprimir o valor das variáveis à medida que vão percorrendo os estados, através das variáveis do estado, de um predicado que testa se um estado é inicial, um número positivo para gerar um possível traço de execução do programa de tamanho k, com n bits, multiplicando a por b. In [91]: def gera_traco(vars, init, trans, error, n, k): with Solver(name="z3") as s: X = [genState(vars, 'X',i, n) for i in range(k+1)] I = init(X[0], n)Tks = [trans(X[i],X[i+1],n) for i in range(k)] if s.solve([I,And(Tks)]): for i in range(k): print("Passo:",i) for v in X[i]: **if** v == 'pc': print("Estado: ",str(s.get_value(X[i][v]))[0:-2]) for k in range(1,5): ", v, '=', str(s.get_value(X[i][v][k]))[0:-2]) print(" print("----") else: print("unsat") In [92]: gera_traco(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 10) Passo: 0 Estado: 1 s = 0s = 0s = 1s = 0Passo: 1 Estado: 2 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 2 Estado: 3 s = 1s = 1s = 1s = 0Passo: 3 Estado: 4 s = 1s = 1s = 0s = 0-----Passo: 4 Estado: 1 s = 0Passo: 5 Estado: 2 s = 1s = 0s = 1Passo: 6 Estado: 3 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 7 Estado: 4 s = 0s = 1s = 1s = 1Passo: 8 Estado: 1 s = 0s = 1s = 1s = 0Passo: 9 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0In [93]: gera_traco(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 20) Passo: 0 Estado: 1 s = 0s = 1s = 1s = 0Passo: 1 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0Passo: 2 Estado: 3 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 3 Estado: 4 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 4 Estado: 1 s = 1s = 0s = 1s = 1-----Passo: 5 Estado: 2 s = 0s = 1Passo: 6 Estado: 3 s = 1s = 1Passo: 7 Estado: 4 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 8 Estado: 1 s = 0s = 1s = 0s = 1-----Passo: 9 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0s = 1-----Passo: 10 Estado: 3 s = 0s = 1Passo: 11 Estado: 4 s = 1s = 0s = 1s = 1Passo: 12 Estado: 1 s = 1s = 0s = 1-----Passo: 13 Estado: 2 s = 1s = 0s = 1s = 0-----Passo: 14 Estado: 3 s = 1s = 1s = 1Passo: 15 Estado: 4 s = 1s = 1s = 0s = 0Passo: 16 Estado: 1 s = 1s = 1s = 0s = 1Passo: 17 Estado: 2 s = 0s = 1s = 0s = 1-----Passo: 18 Estado: 3 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 19 Estado: 4 s = 1s = 1In [94]: gera_traco(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 30) Passo: 0 Estado: 1 s = 1s = 1s = 0s = 1Passo: 1 Estado: 2 s = 0s = 0s = 1Passo: 2 Estado: 3 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 3 Estado: 4 s = 0s = 1s = 1s = 1Passo: 4 Estado: 1 s = 0s = 1s = 1s = 0-----Passo: 5 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0Passo: 6 Estado: 3 s = 1s = 0Passo: 7 Estado: 4 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 8 Estado: 1 s = 1s = 0s = 1s = 1-----Passo: 9 Estado: 2 s = 0s = 0s = 1s = 1-----Passo: 10 Estado: 3 s = 0s = 1s = 1s = 1Passo: 11 Estado: 4 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 12 Estado: 1 s = 0s = 1s = 0s = 1Passo: 13 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0s = 1-----Passo: 14 Estado: 3 s = 1s = 0s = 0s = 1-----Passo: 15 Estado: 4 s = 1s = 1Passo: 16 Estado: 1 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 17 Estado: 2 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 18 Estado: 3 s = 1s = 1s = 1s = 0-----Passo: 19 Estado: 4 s = 1s = 1s = 0s = 0Passo: 20 Estado: 1 s = 1s = 1s = 0s = 1Passo: 21 Estado: 2 s = 0s = 1s = 0s = 1-----Passo: 22 Estado: 3 s = 0s = 1s = 0s = 1-----Passo: 23 Estado: 4 s = 0s = 1s = 1-----Passo: 24 Estado: 1 s = 1Passo: 25 Estado: 2 s = 1s = 1s = 0Passo: 26 Estado: 3 s = 0s = 1s = 0Passo: 27 Estado: 4 s = 1s = 0s = 1s = 0Passo: 28 Estado: 1 s = 1Passo: 29 Estado: 2 s = 0s = 1s = 1ii) Verificação de segurança usando interpolantes Para auxiliar na implementação deste algoritmo, começamos por definir duas funções. A função rename renomeia uma fórmula (sobre um estado) de acordo com um dado estado. A função same testa se dois estados são iguais. A função invert recebe a função python que codifica a relação de transição e devolve a relação de transição inversa. def invert(trans, n_bits): return (lambda c, p: trans(p,c, n_bits)) return ''.join(list(itertools.takewhile(lambda x: x!='_', s))) def rename(form, state): vs = list(get_free_variables(form)) vs.sort(reverse=True) pairs = [] for x in range(1,5): **if** str(vs[x])[0:2] == 'pc': pairs.insert(0, (vs[0], state['pc'])) else: pairs.append((vs[x], state['s'][x])) return form.substitute(dict(pairs)) def same(state1, state2): return And(Equals(state1['pc'], state2['pc']), And([Equals(state1['s'][x], state2['s'][x]) for x in state1['s']])) Função model_checking(vars,init,trans,error,N, M, n_bits, a, b) vars - Variáveis a declarar init - Função que devolve um predicado que representa o estado inicial do programa trans - Função transição error - Função que devolve um predicado que representa o estado de erro do programa N - Tamanho máximo do N M - Tamanho máximo do M n_bits - Número de bits a utilizar a - Valor para a multiplicação b - Valor para a multiplicação Esta função implementa o algoritmo de Model Checking orientado aos Interpolantes. In [96]: def model_checking(vars,init,trans,error,n_bits,N,M): with Solver(name="z3") as s: # Criar todos os estados que poderão vir a ser necessários. X = [genState(vars, 'X',i, n_bits) for i in range(N+1)] Y = [genState(vars, 'Y',i, n_bits) for i in range(M+1)] # Estabelecer a ordem pela qual os pares (n,m) vão surgir. Por exemplo: order = sorted([(a,b) for a in range(1,N+1) for b in range(1,M+1)], key=lambda tup:tup[0]+tup[1]) for (n,m) in order: Tn = And([trans(X[i], X[i+1], n_bits) for i in range(n)]) $I = init(X[0], n_bits)$ Rn = And(I, Tn)Bm = And([invert(trans, n_bits)(Y[i], Y[i+1]) for i in range(m)]) E = error(Y[0], n_bits) Um = And(E, Bm)Vnm = And(Rn, same(X[n], Y[m]), Um)if s.solve([Vnm]): print("Unsafe") return # Vnm é instatisfazível C = binary_interpolant(And(Rn, same(X[n], Y[m])), Um) if C is None: print("Interpolant None") break C0 = rename(C, X[0])C1 = rename(C, X[1]) $T = trans(X[0], X[1], n_bits)$ if not s.solve([C0, T, Not(C1)]): # C é invariante de T print("Safe") return else: ### tenta gerar o majorante S S = rename(C, X[n])while True: $A = And(S, trans(X[n], Y[m], n_bits))$ if s.solve([A,Um]): print("Não é possível encontrar um majorante") break else: Cnew = binary_interpolant(A, Um) Cn = rename(Cnew, X[n])if s.solve([Cn, Not(S)]): # Se Cn -> S não é tautologia S = Or(S, Cn)# S foi encontrado print("Safe") return print("unknown") In [97]: model_checking(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 10, 10) Não é possível encontrar um majorante unknown Safe In [98]: model_checking(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 50, 50) Não é possível encontrar um majorante unknown Safe In [99]: model_checking(['pc', 's'], init, trans, error, 5, 100, 100) Safe