Chapitre II : Les opérations mathématiques

Au Moyen Âge, beaucoup de calculs se faisaient avec un **abacus** (ou boulier).

Avant la généralisation de notre écriture chiffrée (les « chiffres arabes » venus d'Inde), on utilisait les chiffres romains, qui rendaient les multiplications ou les divisions très compliquées.

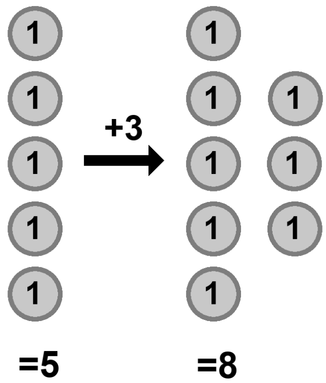
Un marchand pouvait facilement additionner **XII + XXIV = XXXVI**, mais faire une multiplication comme **XLVII × VIII** était presque impossible sans abacus.

C'est grâce à l'introduction des chiffres indo-arabes en Europe, par le savant **Fibonacci** (dans son ouvrage *Liber Abaci*, en 1202), que les calculs sont devenus beaucoup plus simples. C'est à cette époque que les règles de priorités opératoires (faire les multiplications avant les additions) ont commencé à s'imposer.

I. L'addition

I.1 Qu'est qu'une addition ?

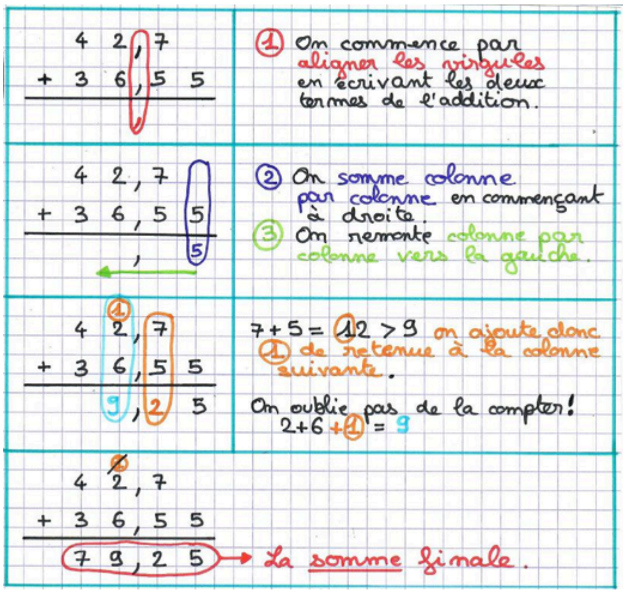
Une addition consiste à ajouter des unités.



I.1 Poser une addition

Le plus important pour additionner des nombres décimaux est d'aligner correctement la virgule. Chaque chiffre doit être placé dans la colonne qui lui correspond :

- Les centaines sous les centaines,
- Les dizaines sous les dizaines,
- Les unités sous les unités,
- Les dixièmes sous les dixièmes,
- etc …



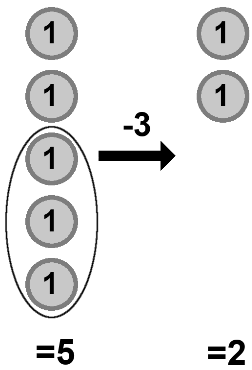
Si les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres après la virgule, on ajoute des zéros pour faciliter l'opération.

II. La soustraction

II.1 Qu'est qu'une soustraction ?

Une soustraction consiste à enlever des unités. C'est l'opération inverse de l'addition.
C'est-à-dire qu'ajouter un nombre, puis soustraire le même nombre c'est comme ne rien faire.
Par exemple, si on ajoute 5 à 12 puis que l'on soustrait 5 au résultat, alors on revient à 12 :

$$12 + 5 = 17$$
$$17 - 5 = 12$$

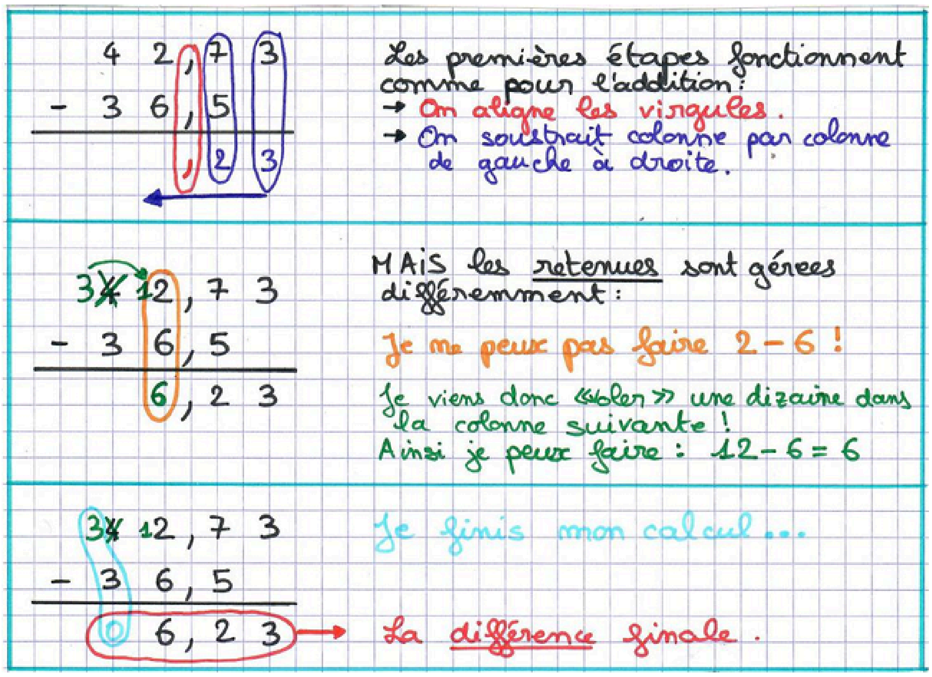


II.1 Poser une soustraction

Pour effectuer une soustraction de nombres décimaux, il faut utiliser la même méthode que pour l'addition : on aligne correctement les virgules et les chiffres de chaque colonne.

Si les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres après la virgule, on ajoute des zéros pour faciliter l'opération.

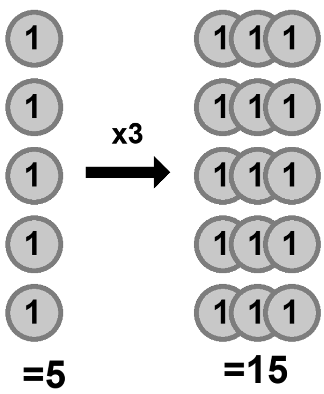
Attention : lorsqu’un chiffre du nombre du haut est plus petit que celui du bas, on doit « emprunter » à la colonne voisine de gauche.



III. La multiplication

III.1 Qu'est qu'une multiplication ?

Multiplier, c’est remplacer chaque unité par un tas de la taille indiquée. Ici : 5×3, on part de 5 unités. Après multiplication, chaque unité devient un tas de 3. Au total : 15.

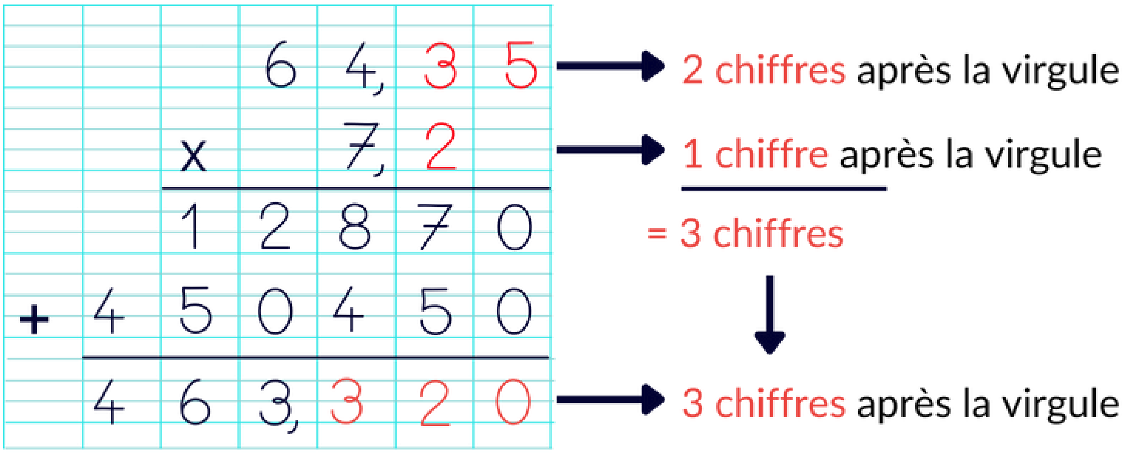


III.1 Poser une multiplication

Pour multiplier deux nombres décimaux, on suit la même méthode que pour les nombres entiers, puis on replace la virgule à la fin.

Règle :

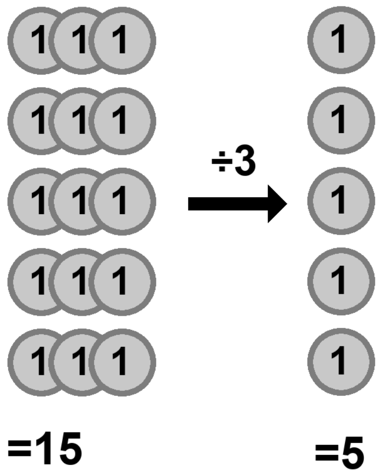
1. On enlève provisoirement les virgules et on effectue la multiplication comme si c'étaient des entiers.
2. On compte le nombre total de chiffres après la virgule dans les deux nombres de départ.
3. On place la virgule dans le résultat final en respectant ce nombre de chiffres.



IV. La division

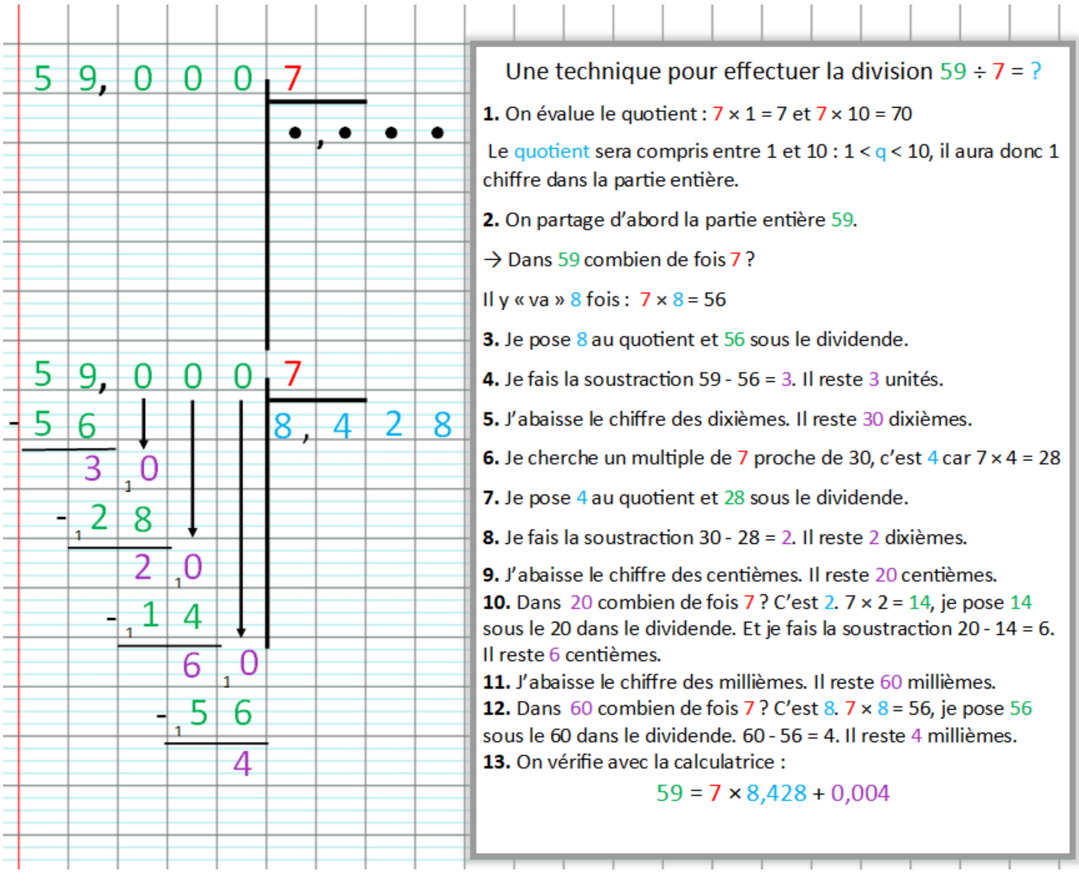
IV.1 Qu'est qu'une division ?

Diviser par un nombre, c'est compter combien de tas de la taille de ce nombre que l''on peut faire. Par exemple, si l'on veut diviser 15 par 3, on se demande combien de tas complets de 3 unités on peut faire avec 15 pièces. Ici la réponse est 5.



Remarque: dans le cas où l'un des tas n'est pas complet, les unités dans ce tas sont appelées le reste de la division.

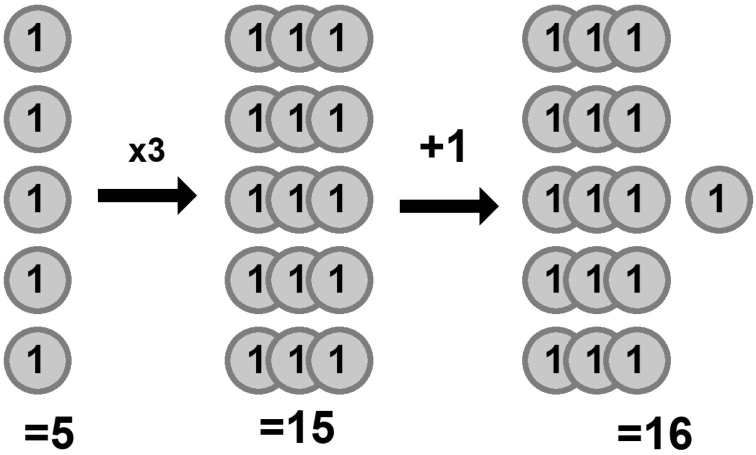
IV.2 Poser une division



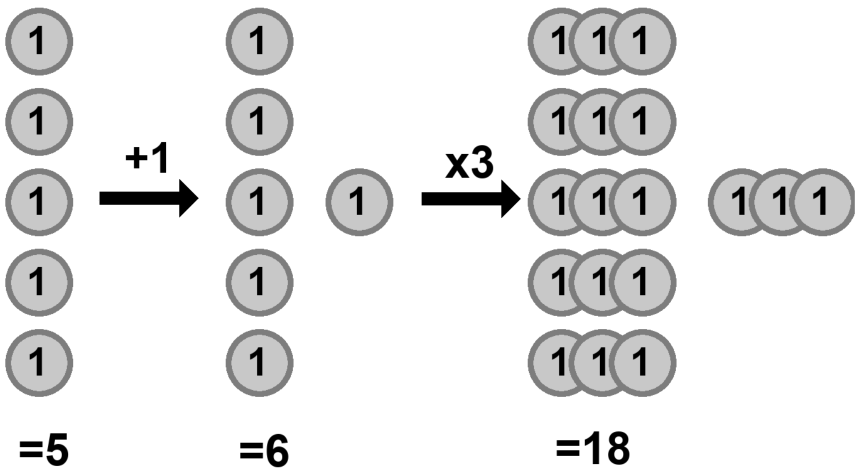
V. Priorité opératoire

Lorsque l'on effectue des calculs contenant à la fois des additions (ou soustractions) et des multiplications (ou divisions) on ne peut pas effectuer les opérations dans n'importe quel ordre, il faut respecter certaines règles.

Prenons un exemple pour illustrer : $3 \times 5 + 1$
Ici, il y a deux opérations à effectuer, une multiplication et une addition. On remarque immédiatement que l'ordre dans lesquels vont être réalisés les opérations, va changer le résultat du calcul :
Si la multiplication est effectuée en premier (ce qui est le bon ordre) on obtient : 16



Si on effectue l'addition en premier (ce qu'il ne faut pas faire !) on obtient : 18



Mais comment fait-on si on veut effectuer le second calcul ? En effet, on pourrait avoir envie de faire l'addition avant la multiplication. Pour cela nous allons introduire les parenthèses. Lorsqu'un calcul comprend des parenthèses, on doit effectuer en priorité les calculs qui sont dans les parenthèses les plus intérieurs.
Dans notre cas, le second calcul correspond à :

$$3 \times (5 + 1) = 3 \times 6 = 18$$

Avec cette écriture, on sait que l'on doit effectuer l'addition (car elle est entre parenthèses) en premier !

Les règles suivantes sont à connaître et à savoir appliquer !

Règle 1 : Lorsqu'une suite d'opérations ne contient pas de parenthèses, on effectue d'abord les multiplications et les divisions de gauche à droite, puis les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exemple : $7 \times 4 + 8 \div 2 \times 5 - 6$

On commence par effectuer les multiplications et divisions de gauche à droite.

- $7 \times 4 = 28$
- $8 \div 2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$

On substitue nos résultats dans le calcul.

$$7 \times 4 + 8 \div 2 \times 5 - 6 = 28 + 20 - 6$$

Puis on effectue les additions et soustractions de gauche à droite.

$$28 + 20 - 6 = 48 - 6 = 42$$

Règle 2 : Lorsqu'une opération contient des parenthèses, on effectue en priorité les calculs dans les parenthèses les plus intérieurs en suivant la **règle 1**. Puis on répète ce procédé pour éliminer les parenthèses une à une.

Exemple : $\left(10 - (8 - 5) \times 2\right) \times 3$

On commence par effectuer les calculs dans la paire de parenthèses la plus intérieure en suivant la **règle 1** :

$$(8 - 5) = 3$$

On substitue le résultat dans notre calcul :

$$\left(10 - 3 \times 2\right) \times 3$$

Puis on répète ce procédé jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de parenthèses.
On effectue donc le calcul (toujours en suivant la **règle 1**):

$$\left(10 - 3 \times 2\right) = 10 - 6 = 4$$

On substitue le résultat dans le calcul :

$$4 \times 3$$

Le résultats final est donc : $4 \times 3 = 12$