

Projet n°3

*Compression d'image à travers la factorisation
SVD*

Groupe n°1 - Equipe n°2

Responsable : C. El-Habr
Secrétaire : C. Brouard
Codeurs : V. Ruello, A. Tirel

Résumé : Ce projet consiste à développer et optimiser des algorithmes permettant d'appliquer la factorisation SVD à une matrice. Pour ce faire on devra calculer la matrice de Householder permettant d'envoyer un vecteur sur un autre, opérer la bidiagonalisation d'une matrice, puis la factorisations QR de matrices bidiagonales. L'objectif final du projet est d'appliquer ces algorithmes à la compression d'images.

Transformations de Householder

Mise sous forme bidiagonale

Transformations QR

Application à la compression d'image

Le principe utilisé ici pour compresser une image est le suivant : on considère l'image à compresser sous la forme d'une matrice M de pixels (bitmap) de taille $w \times h$ avec w la largeur et h la hauteur de l'image. Chaque pixel est représenté par un triplet regroupant les trois composantes de couleurs rouge, vert et bleu.

Il s'agit ensuite de factoriser cette matrice sous la forme suivante :

$$M = U \times S \times V^*$$

avec :

- U une matrice de taille $w \times h$ unitaire (telle que $UU^* = U^*U = Id$) ;
- V une matrice de taille $h \times w$ unitaire ;
- S une matrice de taille $h \times h$, carrée et diagonale, dont les éléments diagonaux sont appelés valeurs singulières de M .

]

Compresser l'image au rang k consiste alors à annuler tous les éléments diagonaux de S d'indice supérieur ou égal à k .

FIGURE 1 – Image compressée avec $k = 10$.

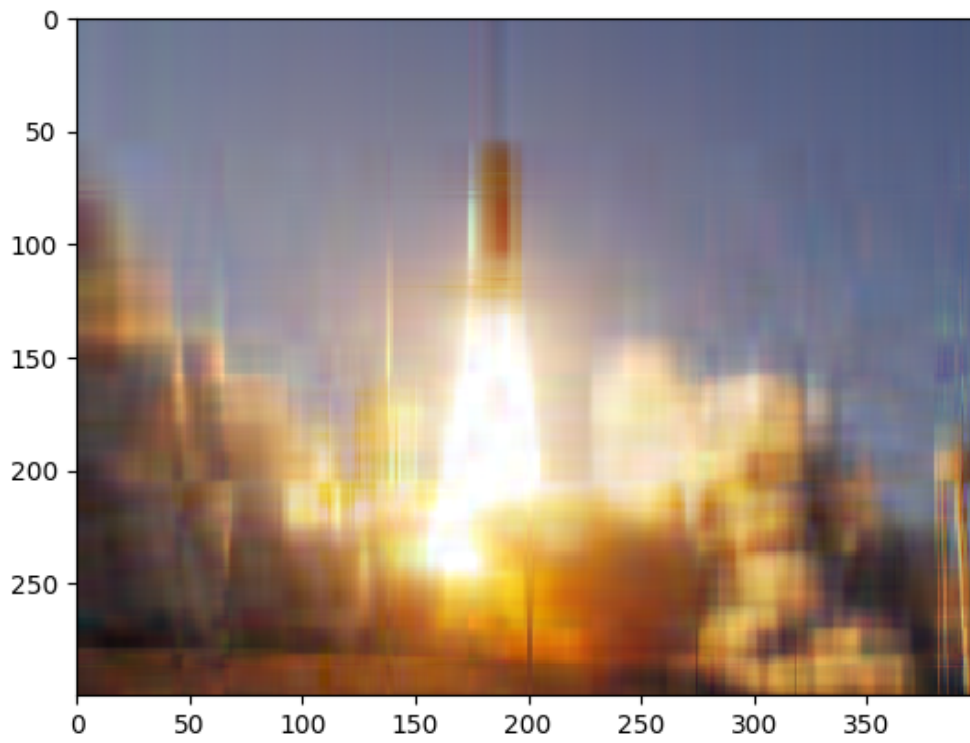


FIGURE 2 – Taille de l'image compressée en fonction du rang.

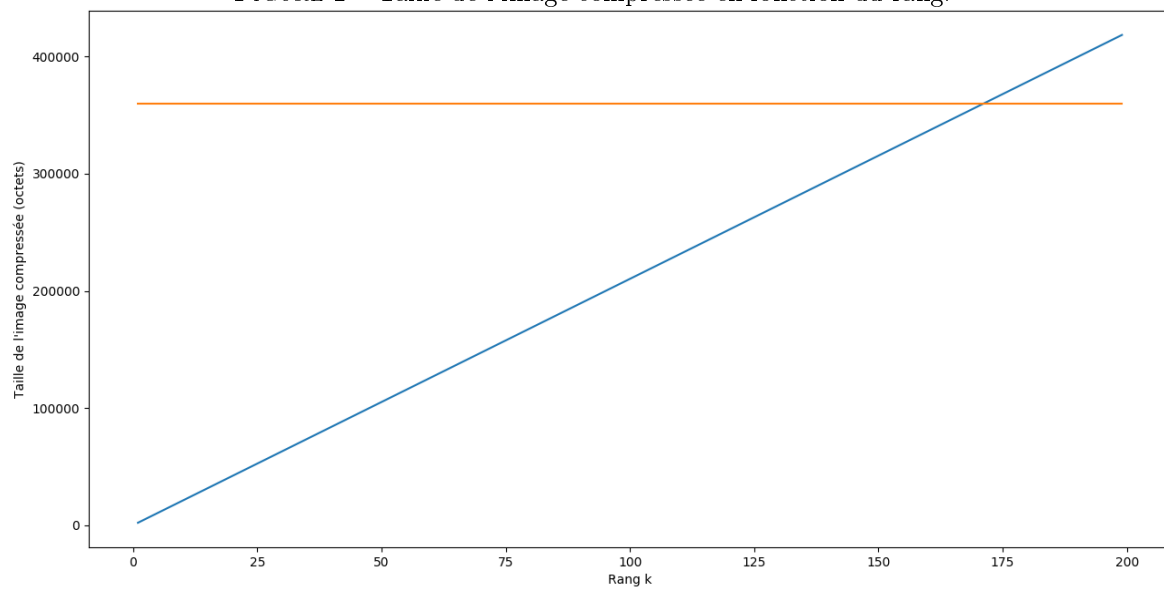


FIGURE 3 – Valeur des 50 premières valeurs singulières des matrices r , g et b .

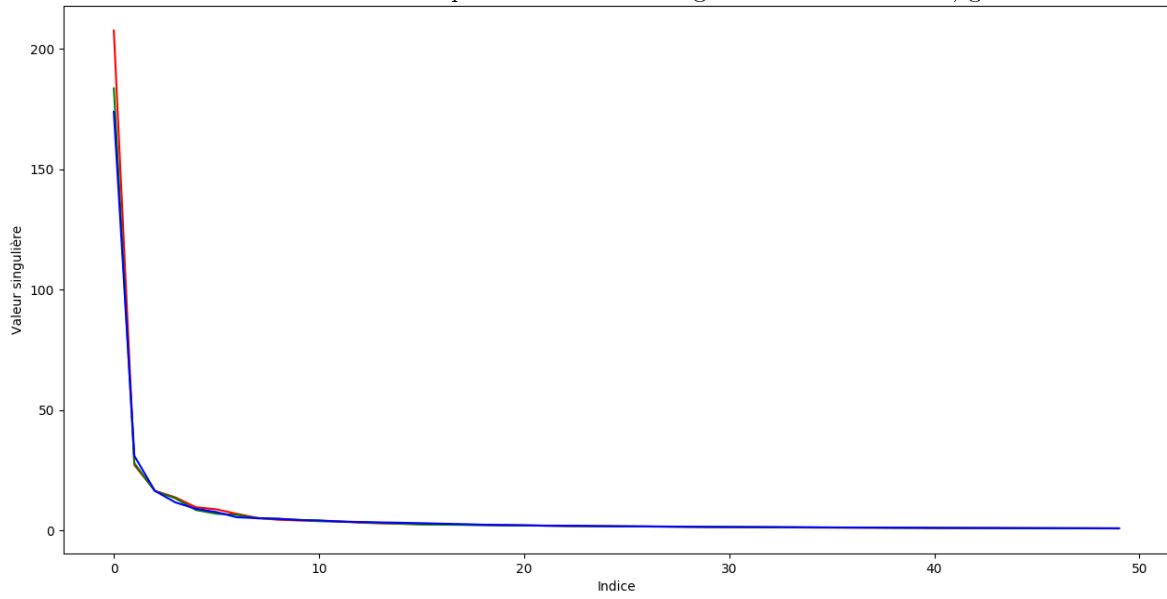


FIGURE 4 – Erreur algébrique selon les 3 composantes en fonction du rang.

