

Náhodná veličina

Ohodnocuje elementární jevy

Ohodnocuje celými čísly

Diskrétní

Málo hodnot

Binomické rozdělení

$$X \sim Bi(n, p)$$

n – počet pokusů

p – pravděpodobnost

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Basketbalista 20x hodí na koš. Ví se, že pravděpodobnost, že se trefí je 0,7.

Jaká je pravděpodobnost, že trefí 14 košů?

$$P(X = 14) = \binom{20}{14} \cdot 0.7^{14} \cdot (1 - 0.7)^{20-14} = \binom{20}{14} \cdot 0.7^{14} \cdot 0.3^6 = 0.1916$$

Basketbalista 20x hodí na koš. Ví se, že pravděpodobnost, že se trefí je 0,7.

Jaká je pravděpodobnost, že trefí prvních 14 košů?

$$P(X = 14) = 1 \cdot 0.7^{14} \cdot (1 - 0.7)^{20-14} = 0.7^{14} \cdot 0.3^6 = 4.9442 \cdot 10^{-6}$$

Poissonovo rozdělení

$$X = Po(\lambda)$$

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

Loni bylo na Ostravsku zaznamenáno 8 případů nákazy žloutenky C.

Jaká je pravděpodobnost, že v prvním pololetí roku bude 6 nakažených?

8 za rok \Rightarrow 4 za pololetí

$$P(X = 6) = e^{-4} \cdot \frac{4^6}{6!} = e^{-4} \cdot \frac{4096}{720} = 0.1042$$

Jaká je pravděpodobnost, že v prvním pololetí roku bude 2+ nakažených?

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \left(e^{-4} \cdot \frac{4^0}{0!} \right) - \left(e^{-4} \cdot \frac{4^1}{1!} \right) = \\ &= 1 - (e^{-4}) - (e^{-4} \cdot 4) = 1 - 5 \cdot e^{-4} = 0.9084 \end{aligned}$$

Spojité

Mnoho hodnot

Rovnoměrné (uniformní) rozdělení

$$X \sim U(a, b)$$

$$P(X < x_0) = \frac{x_0 - a}{b - a}$$

Autobus jezdí každých deset minut.

Jaká je pravděpodobnost, že když přijdu na zastávku, budu čekat < 9 minut?

$$P(X < 9) = \frac{9-0}{10-0} = \frac{9}{10} = 0.9$$

Normální (Gaussovo) rozdělení

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

μ – střední hodnota

σ^2 – rozptyl

Průměrná výška studentů OSU je 180 cm. Rozptyl je 81 cm.

Jaká je pravděpodobnost, že náhodný student bude menší, než 171 cm?

$$X \sim N(180, 81)$$

$$\begin{aligned} P(X < 171) &= F(171) = \Phi\left(\frac{171-180}{\sqrt{81}}\right) = \Phi\left(\frac{-9}{9}\right) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = \\ &= 1 - 0.8413 = 0.1587 \end{aligned}$$

Průměrná výška studentů OSU je 180 cm. Rozptyl je 81 cm.

Jaká je pravděpodobnost, že náhodný student bude mít alespoň 198 cm?

$$X \sim N(180, 81)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 198) &= 1 - F(198) = 1 - \Phi\left(\frac{198-180}{\sqrt{81}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{18}{9}\right) = 1 - \Phi(2) = \\ &= 1 - 0.9767 = 0.0233 \end{aligned}$$

Průměrná výška studentů OSU je 180 cm. Rozptyl je 81 cm.

Jaká je pravděpodobnost, že náhodný student bude mezi 171 a 180 cm?

$$X \sim N(180, 81)$$

$$\begin{aligned} P(171 < X < 180) &= F(180) - F(171) = \Phi\left(\frac{180-180}{\sqrt{81}}\right) - \Phi\left(\frac{171-180}{\sqrt{81}}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{0}{9}\right) - \Phi\left(\frac{-9}{9}\right) = \Phi(0) - (1 - \Phi(1)) = \\ &= 0.5 - (1 - 0.8413) = 0.5 - 0.1587 = 0.3413 \end{aligned}$$