18.12.2019 2. test

- Logika
- Množiny
- Důkazy
- Relace
- Funkce

- Tahák A4 vlastní rukou

Relace ekvivalence

Je ekvivalentní
Je symetrická
Je tranzitivní

Třída ekvivalence

$[x]_R = \{m \in M : [x, m] \in R\}$
$\forall n \in M : \exists k \in M : n \in [k]_R$
$[x]_R, [y]_R : [x]_R \cap [y]_R = \emptyset$
$[x]_R, [y]_R : \exists n \in M : n \in [x]_R \wedge n \in [y]_R \Rightarrow [x]_R = [y]_R$

Faktorová množina

$M/R = \{[x]_R, [y]_R, \cdots\}$

$A = \{a, b, c, d\}$
$R = \{[a, a], [b, b], [c, c], [d, d],$
$[a, b], [b, a], [c, d], [d, c]\}$

Je reflektivní? aRa ✓ (první řádek)
Je symetrická? $aRb \Rightarrow bRa$ ✓ (druhý řádek)
Je tranzitivní? $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$ ✓

$[a]_R = \{a, b\} = [b]_R$
$[c]_R = \{c, d\} = [d]_R$

$\mathbb{N}, R: aRb \Rightarrow 2|(a + b)$

Je reflexivní? ✓

1) $a = 2k$ (a je sudé)
$a + a = 2k + 2k = 4k = 2(2k) \Rightarrow$ je sudé
2) $a = 2k + 1$
$a + a = 2k + 1 + 2k + 1 = 4k + 2 = 2(2k + 1) \Rightarrow$ je sudé

Je symetrická? ✓

$a + b$ je sudé $\Rightarrow b + a$ je sudé

Je tranzitivní? ✓

$a + b \wedge b + c \Rightarrow a + c$
1) a je sudé, b je sudé $\Rightarrow c$ je sudé $\Rightarrow$ $a + c$ je sudé
2) a je liché, b je liché $\Rightarrow c$ je liché $\Rightarrow$ $a + c$ je sudé

$[1]_R = \{1,3,5,7,\cdots\}$
$[2]_R = \{2,4,6,8,\cdots\}$

$\mathbb{N} \,/\, R = \{[1]_R, [2]_R\}$

Relace kongruence

$aRb \Leftrightarrow a \equiv b(mod\, n) \Leftrightarrow n|(a-b) \Leftrightarrow a-b = n \cdot k, k \in \mathbb{Z}$

$n = 7{:}\, aRb \Leftrightarrow a \equiv b (\mathrm{mod}\, 7);\ a, b \in \mathbb{N}$
$[0]_{\equiv 7} = \{0,7,14,21,28,\cdots\} = \{7k, k \in \mathbb{N}\}$
$[1]_{\equiv 7} = \{1,8,15,22,\cdots\} = \{7k+1, k \in \mathbb{N}\}$
$[2]_{\equiv 7} = \{2,9,16,23,\cdots\} = \{7k+2, k \in \mathbb{N}\}$
$[3]_{\equiv 7} = \{3,10,17,24,\cdots\} = \{7k+3, k \in \mathbb{N}\}$
$[4]_{\equiv 7} = \{4,11,18,25,\cdots\} = \{7k+4, k \in \mathbb{N}\}$
$[5]_{\equiv 7} = \{5,12,19,26,\cdots\} = \{7k+5, k \in \mathbb{N}\}$
$[6]_{\equiv 7} = \{6,13,20,27,\cdots\} = \{7k+6, k \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{N} \,/\!\equiv 7 = \{[0]_{\equiv 7}, [1]_{\equiv 7}, [2]_{\equiv 7}, [3]_{\equiv 7}, [4]_{\equiv 7}, [5]_{\equiv 7}, [6]_{\equiv 7}\}$