

Relace

Reflexivní

$$\forall x \in M: [x, x] \in R; xRx$$

Symetrická

$$\forall x, y \in M: [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R; xRy \Rightarrow yRx$$

Antisymetrická

$$\forall x, y \in M: [x, y] \in R \wedge [y, x] \in R \Rightarrow x = y; xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$$

Tranzitivita

$$\forall x, y, z \in M: [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R; xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$$

Trichotomie

$$\forall x, y \in M: [x, y] \in R \vee [y, x] \in R \vee x = y; xRy \vee yRx \vee x = y$$

1+3+4 = Částečné uspořádání

Př: (\mathbb{N}, \leq) (množina, relační symbol) (M, R)

$$1) a \in \mathbb{N}, a \leq a$$

$$3) a, b \in \mathbb{N}, a \leq b \wedge b \leq a \Rightarrow a = b$$

$$4) a, b, c \in \mathbb{N}, a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$$

$$aRb \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0: b = a + k$$

$$a \leq b \Leftrightarrow a = b \vee a < b$$

$$a \leq b \Leftrightarrow a = b \vee a < a + k$$

Př: $\forall a, b \in \mathbb{N}: aRb \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0: b = a \cdot k$ $(\mathbb{N}, a|b)$

$$1) aRa \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0: a = a \cdot k \quad (k = 1)$$

$$3) aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$$

$$b = a \cdot k \wedge a = b \cdot l \Rightarrow b = b \cdot l \cdot k \quad (l = k = 1)$$

$$4) aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$$

$$b = a \cdot k \wedge c = b \cdot l \Rightarrow c = a \cdot k \cdot l \Rightarrow c = a \cdot h \quad (h = k \cdot l = 1)$$

$$aRb: a|b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}: b = a \cdot k \quad \text{Uspořádání dělitelnosti}$$

$$aRb: a \leq b \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0: b = a + k \quad \text{Normální uspořádání}$$

$R = \{[1,1], [2,2]\}$ Je symetrická i antisymetrická

Hasseho schéma

$$R = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad aRb \Leftrightarrow a|b$$

