TP Principes et Méthodes Statistiques

Gabriel Sarrazin, Nejmeddine Douma, Simon Rabourg

Avril 2015

1 Introduction

TODO

2 Analyse des défauts de cuves

1. Les mesures des trois cuves présentent des valeurs minimums assez proches les unes des autres: 2.007, 2.006 et 2.059. La cuve 2 possède la valeur maximale 5.437 et la variance la plus grande 0.54127686. Tandis que la cuve 1 s'empare du maximum des écat-types 1.023202 et du maximum du coefficient de variation empirique 0.3563262. Les mesures de la cuve 3 présentent le plus de régularité avec le minimum de variation 0.15907528, le minimum d'écart-type 0.4163554 et de coefficient de variation empirique 0.1475989 .

   D'après les allures des histogrammes des mesures de la cuve 1 (figures 1 et 2) et celles des mesures de la cuve 2 (figures 3 et 4), ces deux échantillions sont vraisemblablement de loi exponentielle. Les figures 5 et 6 montrent que les mesures de la cuve 3 sont vraisemblalement de loi normale.

2. Caculons F_x la fonction de répartition de X.

   X est une variable aléatoire de loi $\mathcal{P}a(a,2)$, sa densité est : $f(x) = \frac{a\,2^a}{x^{1+a}}\,\mathbb{1}_{[2,+\infty[}(x)$, donc

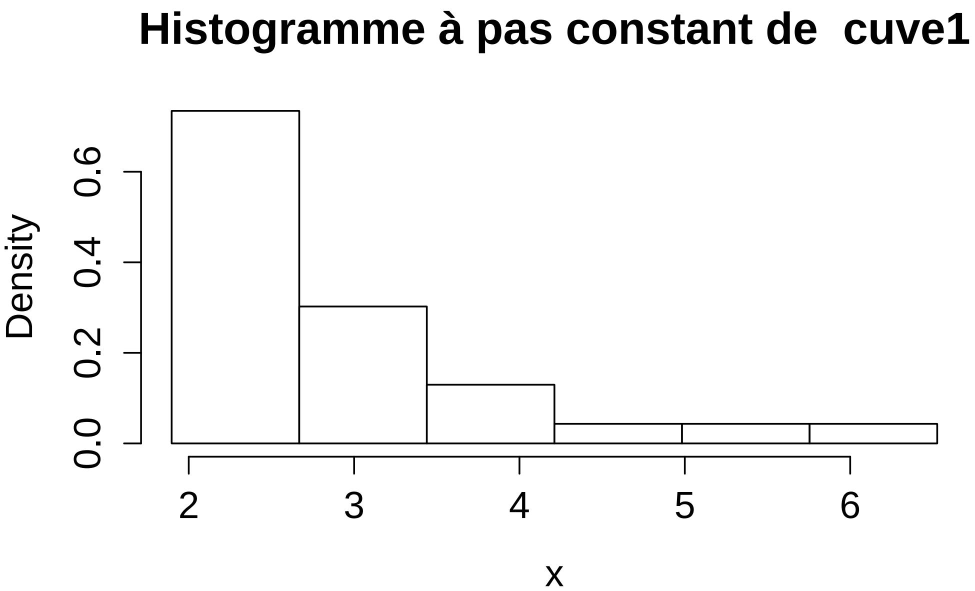

Figure 1: Histogramme à pas constant de cuve1 obtenu dans R

$$
\begin{aligned}
F_x(x) &= \int_{-\infty}^{x} \frac{a\,2^a}{t^{1+a}}\,\mathbb{1}_{[2,+\infty[}(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \begin{cases} \int_2^x a2^a\,t^{-(1+a)}\,\mathrm{d}t & si x > 2 \\ 0 & sinon. \end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
F_x(x) = \begin{cases} 1 - 2^a\,x^{-a} & si x > 2 \\ 0 & sinon. \end{cases}
$$

Le théorème de transfert donne:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= \int_{-\infty}^{+\infty} t\,\frac{a\,2^a}{t^{1+a}}\,\mathbb{1}_{[2,+\infty[}(t)\,\mathrm{d}t \\
&= \frac{a2^a}{1-a}\,[x^{1-a}]_2^{+\infty}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Var(X) &= \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2 \\
&= \frac{a2^a}{2-a}\,[x^{2-a}]_2^{+\infty} - (\frac{a2^a}{1-a}\,[x^{1-a}]_2^{+\infty})^2
\end{aligned}
$$

Pour que $\mathbb{E}[X]$ et Var(X) soit finis il faut que a $\geq$ 2.

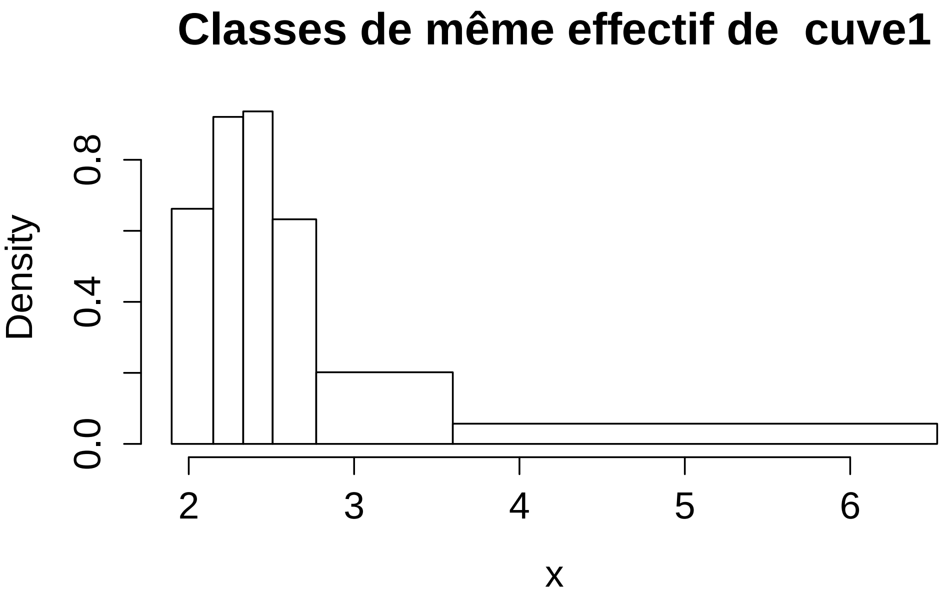

Figure 2: Histogramme à classe de même effectif de cuve1 obtenu dans R

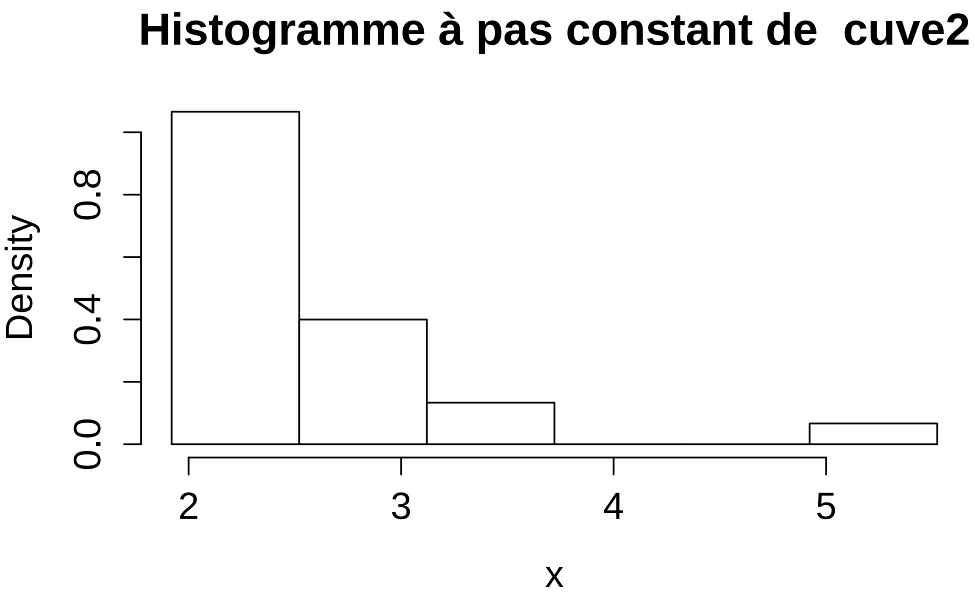

Figure 3: Histogramme à pas constant de cuve2 obtenu dans R

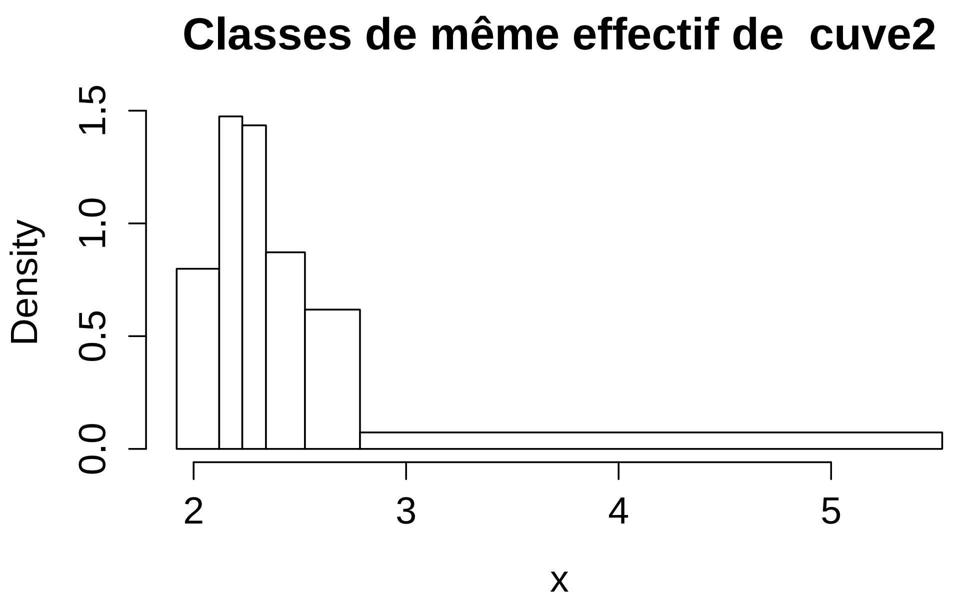

Figure 4: Histogramme à classe de même effectif de cuve2 obtenu dans R

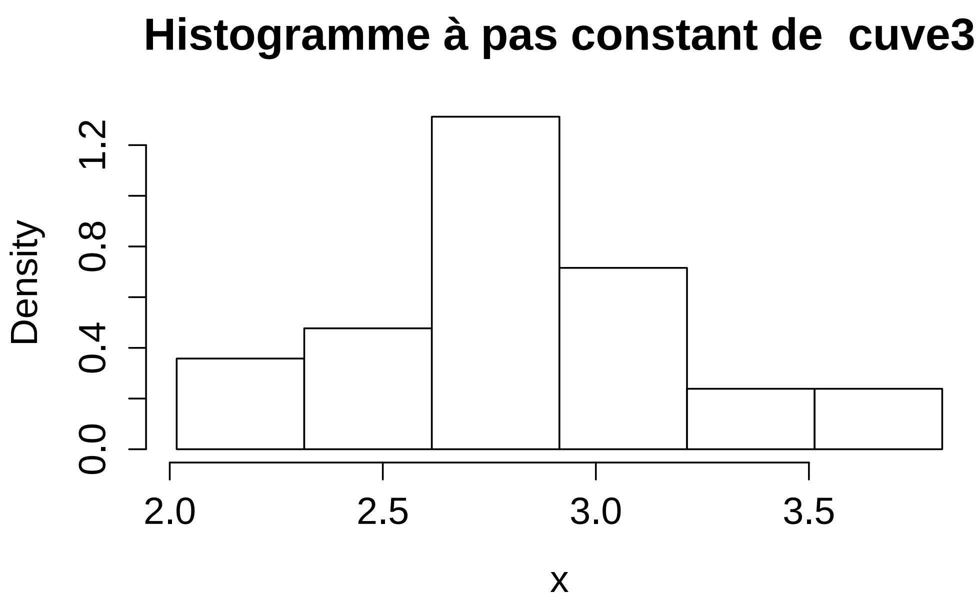

Figure 5: Histogramme à pas constant de cuve3 obtenu dans R

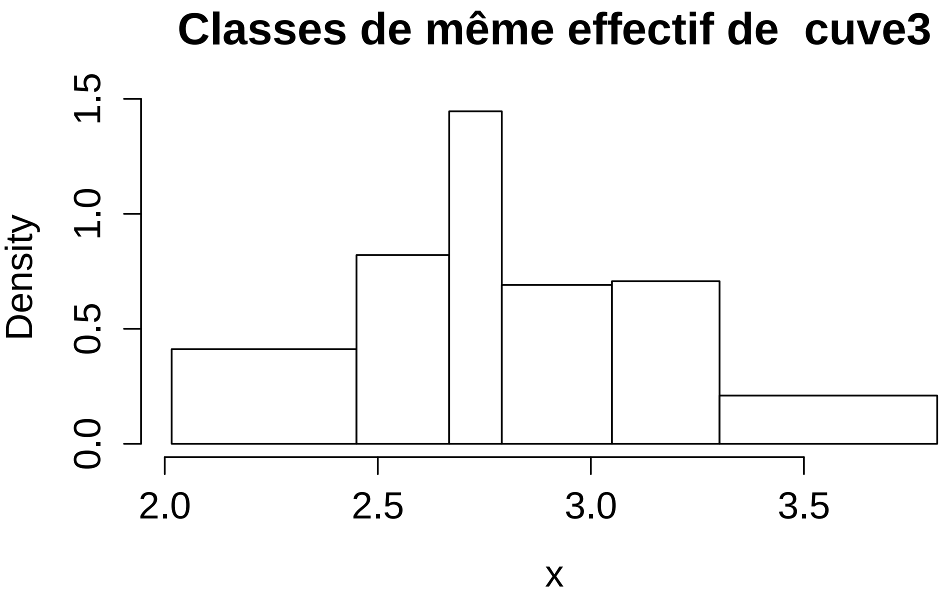

Figure 6: Histogramme à classe de même effectif de cuve3 obtenu dans R