

# Formulario di Fisica

2 giugno 2015

## Meccanica

### Dinamica

- Accelerazione tangenziale data l'accelerazione e la velocità:  $\vec{a}_T = \vec{a} \cdot \vec{v}$
- Accelerazione centripeta:  $\vec{a}_C = \vec{a} - \vec{a}_T$
- Raggio istantaneo di curvatura:  $\rho = \frac{v^2}{a_C}$
- Angolo tra due vettori:  $\cos \theta_{AB} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$

### Attriti

- Attrito Radente (Statico / Dinamico):  $F_A = \mu N$
- Attrito Volvente:  $F_A = \mu_V \frac{N}{r}$
- Attrito Viscoso su una sfera (Legge di Stokes):  $F_V = 6\pi\eta r v$

Con  $r$  raggio della sfera,  $v$  velocità dell'oggetto,  $\mu$  coefficiente d'attrito,  $\eta$  coefficiente di elasticità,  $N$  forza normale alla superficie.

### Moto Armonico

#### Semplice

$$F = -kx \implies x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad \text{con } \omega = \frac{k}{m}$$

#### Smorzato

Quando ho una forza  $F = -kx - b\dot{x}$  cioè che si oppone alla velocità.  $2\gamma = \frac{b}{m}$ ,  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ,  $\Omega^2 = \gamma^2 - \omega^2$ . La soluzione della equazione è:  $x(t) = e^{-\gamma t} (Ae^{\Omega t} + Be^{-\Omega t})$ .

*Underdamping*  $\Omega^2 < 0$

$$\bar{\omega} = \Im(\Omega) \implies x(t) = e^{-\gamma t} C \sin(\bar{\omega} t + \varphi)$$

*Overdamping*  $\Omega^2 > 0$   
 $x(t) = Ae^{-(\gamma-\Omega)t} + Be^{-(\gamma+\Omega)t}$

*Critical Damping*  $\Omega^2 = 0$   
 $x(t) = e^{-\gamma t}(A + Bt)$

## Guidato

Quando ho una forza  $F = -kx - b\dot{x} + F_d \cos(\omega_d t)$   
 Per l'equazione guardare il Morin (pagine 110-112).

## Coordinate Polari

- $\vec{r} = r\hat{r}$
- $\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$
- $\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$

## Macchine di Atwood

1. Scrivi  $F = ma$  per tutte le masse (con le loro tensioni).
2. Lega le accelerazioni delle varie masse notando che la lunghezza della corda non cambia.

## Problema di Keplero

Nel seguito si intendono  $b$  parametro d'impatto,  $e$  eccentricità della conica,  $E$  energia del satellite,  $L$  momento angolare del satellite,  $a$  semiasse maggiore,  $M$  massa dell'oggetto enorme,  $m$  massa del satellite,  $r$  distanza,  $\varphi$  angolo,  $T$  periodo dell'orbita.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} \quad \text{con } p = \frac{L^2}{GMm^2} \quad e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}} = \sqrt{1 + \frac{p^2}{b^2}}$$

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \text{ se } M \gg m$$

Si ha la distanza minima ponendo  $\varphi = 0$ . Il satellite si allontana per  $r \rightarrow +\infty$ , ovvero  $\cos \varphi = -\frac{1}{e}$ .

Nel moto parabolico si arriva all'infinito con velocità nulla. Eccentricità per vari tipi di coniche: Circonferenza  $e = 0$ , Ellisse  $0 < e < 1$ , Parabola  $e = 1$ , Iperbole  $e > 1$ .

### Casi in cui NON si conserva l'energia

- Urti anelatici
- Attriti
- Forze esterne che compiono lavoro
- Reazioni vincolari strane (spigoli retti e non arrotondati)

### Leggi di conservazione standard

- Energia
- Momento angolare (soprattutto per gravità)
- Quantità di moto (soprattutto per urti)

### Formule ??

- Energia potenziale elastica:  $E = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ , con  $\Delta x$  = spostamento dalla posizione di riposo.
- Energia potenziale gravitazionale:  $E = -G\frac{Mm}{r}$
- Energia cinetica:  $E = \frac{1}{2}mv^2$
- Energia cinetica rotazionale:  $E = \frac{1}{2}I\omega^2$
- Momento angolare:  $\vec{L}_0 = \vec{r} \prod \vec{p}$
- Momento torcente:  $\vec{\tau}_0 = \vec{r} \prod \vec{F}$
- Quantità di moto:  $\vec{p} = m\vec{v}$

### Centro di Massa

- Tutto (Energia e Momento angolare) si spezza rispetto a quella del centro di massa più quella calcolata rispetto al centro di massa.

### Termodinamica

#### Formule a caso

- Entropia per i Gas Perfetti:  $S = nc_v \log T + nR \log \frac{V}{n}$
- Relazione di Meyer:  $C_P - C_V = R$

- Legge dei gas perfetti:  $pV = nRT$ ,  $pV = NK_B T$ , dove  $N = nN_A$  = numero di molecole,  $K_B$  costante di Boltzmann
- Legge dei gas di Van der Waals:  $(p + a\frac{n^2}{V^2})(\frac{V}{n} - b) = RT$
- Calore assorbito (per i non-gas):  $dQ = cmdT$ , con  $c$  calore specifico del corpo.
- Entropia:  $TdS = dU + pdV$ ,  $dS = \left(\frac{dQ}{T}\right)_{\text{reversibile}}$
- Calore assorbito (per i gas):  $dQ = nc_v dT$
- Primo principio della Termodinamica:  $dU = dQ - dL$
- Energia libera (o potenziale di Helmholtz):  $F = U - TS$
- Entalpia:  $H = U + PV$ ,  $\Delta H < 0$  per trasformazioni spontanee.
- Energia libera di Gibbs:  $G = H - TS$

### Altre formule a caso

- Legge di Dalton: "In una miscela di gas la pressione totale è uguale alla somma delle pressioni parziali dei suoi gas componenti".

$$P_{TOT} = \frac{RT}{V} \left( \sum_i n_i \right)$$

- Forza media che **una** molecola esercita sul contenitore cubico di lato  $L$ :  $|\vec{F}| = \frac{mv^2}{L}$
- Forza totale esercitata dal gas:  $|\vec{F}| = \frac{1}{3}N \left( \frac{m\langle v^2 \rangle}{L} \right)$ , con  $\langle v^2 \rangle$  valor medio del quadrato della velocità.  $v_{qm} := (\langle v^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$  è la velocità quadratica media.
- $P = \frac{|\vec{F}_{TOT}|}{L^2} = \frac{2}{3}N \left( \frac{1}{2}mv_{qm}^2 \right) \frac{1}{V} = \frac{2}{3}N \langle E_{cin} \rangle$ ,  $\langle E_{cin} \rangle = \frac{l}{2}K_B T = \frac{1}{2}mv_{qm}^2$ ,  $l$  gradi di libertà.
- Energia interna  $U = \frac{l}{2}nRT$

### Scambi di calore

- Capacità Termica di un corpo:  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$
- Conduzione:  $\frac{Q}{\Delta t} = \frac{kA\Delta T}{d}$ ;  $k$  conducibilità termica,  $A$  Area,  $d$  spessore parete.
- Irraggiamento:  $\frac{dE}{dt} = \varepsilon \sigma A (\Delta T^4)$ ,  $\varepsilon$  emissività,  $\sigma$  costante di Stefan-Boltzmann.

### **Gradi di libertà**

- Gas Monoatomici:  $l = 3$ .
- Gas Biatomici:  $l = 5$ .

### **Formule per le trasformazioni**

- Rendimento di un ciclo:  $\eta = \frac{L}{Q_{ass}}$
- Coefficiente di effetto frigogeno:  $COP = \frac{Q_{\text{tolto al frigo}}}{L}$