

# ImageRecognition aihe-määrittely (tarkentuu)

Simo Korkolainen

30. toukokuuta 2016

Projektin tarkoituksena on tehdä ohjelma, joka opettaa neuroverkon tunnistamaan kuvia backpropagation-algoritmin avulla. Neuroverkon opetuksessa verkon painoja muutetaan liikuttamalla niitä virhefunktion gradientin vastaiseen suuntaan, kunnes virhefunktio on minimoitunut ja neuroverkko on oppinut tunnistamaan kuvat. Derivoinnin ketjusääntöön perustuva backpropagation-algoritmi mahdollistaa gradientin nopean laskemisen.

## 1 Neuroverkko

Olkoon  $L$  neuroverkon kerroksien lukumäärä. Olkoon  $l_k$  kerroksen  $k = 1, \dots, L$  neuronien lukumäärä. Merkitään kerroksen  $k$  aktivaatiota vektorina  $z_k \in \mathbb{R}^{l_k}$ . Ensimmäisen kerroksen aktivaatio  $z_1$  on neuroverkon syöte ja viimeisen kerroksen aktivaation  $z_L$  on neuroverkon antama tuloste.

Jokaisen kerroksen  $k > 1$  aktivaation voidaan ajatella laskettavan parametrisoidun funktion  $f_k : \mathbb{R}^{l_{k-1}} \times A_k \rightarrow \mathbb{R}^{l_k}$  avulla. Tässä  $A_k$  on verkon kerroksien  $k-1$  ja  $k$  yhteyksien painoina toimivien parametrien joukko. Kerroksen aktivaatio lasketaan kaavan

$$z_k = f(z_{k-1}, a_k) \tag{1}$$

avulla, missä  $a_k \in A_k$ .

## 2 Backpropagation-algoritmi

## 3 Aikavaativuus

Ohjelmassa käytetään vain eteenpäin kytkettyjä neuroverkkoja. Neuroverkko koostuu kerroksista, joissa on neuroneita. Neuroneiden aktivaatio  $z_k$  kerroksessa  $k$  lasketaan täsmälleen edellisen kerroksen aktivaatioiden perusteella eli  $z_k = f(z_{k-1}, a_k)$  missä  $f$  on aktivaatiofunktio. Kuten aikasemmin, olkoon  $L$  neuroverkon kerroksien lukumäärä ja olkoon  $l_k$  kerroksen  $k = 1, \dots, L$  neuronien lukumäärä. Jos jokainen kerroksen  $k$  neuroni on kytketty kaikkiin

edellisen kerroksen solmuihin ja neuronipariin liittyvän laskennan aikavaativuus on luokkaa  $O(1)$ , yhden kerroksen  $k$  neuronin aktivaation laskemisen aikavaativuus on luokkaa  $O(l_{k-1})$ . Koska kerroksessa  $k$  on  $l_k$  neuronia, koko kerrokseen liittyvän laskennan aikavaativuus on  $O(l_{k-1}l_k)$ . Ensimmäisen kerroksen eli syötekerroksen aktivaatioiden asettamisen aikavaativuus on  $O(l_1)$ .

Koko neuroverkon aktivaatioiden laskennan aikavaativuus  $T_{act}$  on kerrosten aikavaativuuksien summa eli

$$T_{act} = O(l_1 + \sum_{k=2}^L l_{k-1}l_k)$$

Tarkastellaan tapausta, jossa kerrosten neuronien lukumäärä pienenee eksponentiaalisesti eli  $l_k = \alpha^{k-1}l_1$ , missä  $0 < \alpha < 1$ . Tällöin

$$\begin{aligned} l_1 + \sum_{k=2}^L l_{k-1}l_k &= l_1 + \sum_{k=2}^L \alpha^{k-2}l_1\alpha^{k-1}l_1 \\ &= l_1 + l_1^2 \sum_{k=2}^L \alpha^{2k-3} \\ &= l_1 + l_1^2 \alpha \sum_{k=0}^{L-2} (\alpha^2)^k \\ &\leq l_1 + l_1^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} (\alpha^2)^k \\ &= l_1 + l_1^2 \frac{\alpha}{1-\alpha^2} \end{aligned}$$

Saamme, että  $T_{act} = O(l_1^2)$ , koska  $\frac{\alpha}{1-\alpha^2}$  on positiivinen vakio.