V101

Das Trägheitsprinzip

Katja Schmitz
katja.schmitz@tu-dortmund.de

Anna Emanuel
anna.emanuel@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.12.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll das Trägheitsmoment verschiedener Körper mit Hilfe von Rotationsbewegungen gemessen werden. Außerdem soll der Satz von Steiner untersucht werden.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment gibt die Massenverteilung eines Körpers, während einer Rotationsbewegung, in Bezug auf seine Rotationsachse an. Das Trägheitsmoment eines Massenpunktes, welches einen Abstand r zur Drehachse besitzt, kann beschrieben werden durch

$$I = mr^2.$$

Wird nun ein ausgedehnter Körper in Rotation versetzt, so bewegen sich alle Massenelemente mit gleicher Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste Achse. Das Gesamtträgheitsmoment kann beschrieben werden durch

$$I = \sum_i r_i^2 m_i.$$

Liegt ein komplexerer Körper vor, so lässt sich dieser in geometrisch einfachere Körper aufteilen und die jeweiligen Trägheitsmomente zu einem Gesamtträgheitsmoment addieren. Für infinitisimale Massen gilt dann

$$I = \int r^2 dm.$$

Das Drehmoment hängt somit von der Lage der Drehachse ab. Geht diese Achse nicht durch den Schwerpunkt des Körpers, so lässt sich das Trägheitsmoment mit dem Satz von Steiner berechnen

$$I = I_s + m \cdot a^2. \tag{1}$$

I_s gibt dabei das Trägheitsmoment der Schwerpunktachse des Körpers an, m ist die Masse des Körpers und a der Abstand der Drehachse und Schwerpunktachse. Das Drehmoment eines Körpers ist definiert durch

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}.$$

In einem schwingendem System, wirkt ein rücktreibendes Drehmoment dem Auslenkewinkel φ entgegen. Dieses Drehmoment wird beschrieben durch

$$M = D \cdot \varphi \tag{2}$$

wobei D die Winkelrichtgröße angibt. Diese lässt sich durch

$$D = \frac{F \cdot r}{\varphi} \tag{3}$$

berechnen.
Für die Schwingungsdauer einer solchen harmonischen Schwingung gilt

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{D}}. \tag{4}$$

Umgestellt nach I folgt

$$I = \frac{T^2 \cdot D}{(2\pi)^2}. \tag{5}$$

Für einen Zylinder ist das Trägheitsmoment gegeben durch

$$I_Z = \frac{m \cdot R^2}{2}. \tag{6}$$

Für eine Kugel wird das Trägheitsmoment gegeben durch

$$I_K = \frac{2}{5}mr^2. \tag{7}$$

Das Trägheitsmoment eines Stabes, der sich um eines seiner Enden dreht, berechnet sich durch

$$I_S = \frac{mh^2}{3}. \tag{8}$$

3 Versuchsaufbau

Um das Trägheitsmoment verschiedener Körper zu bestimmen, wird eine Drillachse verwendet. Der Körper wird auf einer zweifach in einem Rahmen drehbare Achse befestigt, welche über eine Spiralfeder mit dem Rahmen verbunden ist. Aus den Apperaturkonstanten D , I_D und der Schwingungsdauer T verschiedener Körper, lassen sich die Trägheitsmomente bestimmen.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Apperaturkonstanten der Drillachse

Für die Bestimmung der Winkelrichtgröße D der Drillachse, wird ein Newtonmeter im Abstand von 20cm von der Mitte, an dem Auslenkstab befestigt und um den Winkel φ ausgelenkt. Dabei sollte das Newtonmeter in einem 90° Winkel des Auslenkstabes gehalten werden. Es werden für zehn verschiedene Messwinkel die Kraft der Feder in

Newton notiert. Um das Eigenträgheitsmoment der Drillachse I_D zu bestimmen, wird an beiden Enden der Auslenkstange, im gleichen Abstand zur Mitte, Zylinder gleicher Größe und Masse angebracht. Diese werden um einen Winkel von 90° ausgelenkt und die Schwingungsdauer T wird zehn mal gemessen.

4.2 Trägheitsmoment zwei verschiedener Körper

Um die Trägheitsmomente zwei verschiedener Körper zu bestimmen, werden diese um einen Winkel von 90° ausgelenkt. Es wird jeweils die Schwingungdauer von zehn Schwinungen notiert. Mit Hilfe der Winkelrichtgröße D und I_D kann das Trägheitsmoment der Körper bestimmt werden.

4.3 Trägheitsmoment der Puppe

Das Trägheitsmoment der Puppe soll für zwei verschiedene Körperhaltungen gemessen werden. Zunächst werden die Arme der Puppe horizontal ausgestreckt. Nun wird die Puppe um 90° ausgelenkt und es werden die Schwingungsdauern T über fünf Schwingungen gemessen. Desweiteren wird die Puppe um 120° ausgelenkt und erneut wird die Schwingungdauer T fünf mal gemessen. Diese zehn Messungen werden wiederholt, jedoch ändert sich die Körperhaltung der Puppe: Die Arme liegen an dem Körper an, die Beine sind in einem Winkel von 90° vom Körper weggestreckt. Der Körper der Puppe muss letztlich gemessen werden. Dazu werden Arme, Beine, Oberkörper und Unterkörper in Zylinder unterteilt und jeweils die Höhe und der Radius gemessen. Der Kopf der Puppe wird als Kugel gemessen.

5 Auswertung

5.1 Winkelrichtgröße und Eigenträgheitsmoment

Der Auslenkstab, an dem sich das Newtonmeter befindet, wird um einen Winkel φ ausgelenkt. Die Kraft in *Newton* wird in Abhängigkeit von diesem Winkel φ in Tabelle 1 dargestellt. Die Winkelrichtgröße D der Messwerte lässt sich mit der Formel 3 berechnen, wobei r gleich 20cm gilt. Diese Werte sind ebenfalls in Tabelle 1 dargestellt.
Der Mittelwert, welcher sich mit

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^{n} x_n \tag{9}$$

berechnen lässt, wobei n die Anzahl der Werte und x_n die Werte darstellen, und die dazugehörige Standarabweichung σ, mit

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^{n} (x_n - \mu)^2} \tag{10}$$

Tabelle 1: Kraft in Abhängigkeit des Auslenkwinkels.

F/N	$\varphi/\circ$	D/Nm
0,011	20	0,0110
0,030	30	0,0200
0,057	40	0,0285
0,070	50	0,0280
0,090	60	0,0300
0,130	70	0,0371
0,134	80	0,0335
0,141	90	0,0313
0,163	100	0,0326
0,187	110	0,0340

ergeben einen Wert von

$$D = (0,0288 \pm 0,0075)\mathrm{Nm}$$

für die Winkelrichtgröße.
Um das Eigenträgheitsmoment der Drillachse zu bestimmen, werden zwei Zylinder gleicher Masse, $m = 0,223\mathrm{kg}$, im Abstand a zur Mitte, jeweils um 90° ausgelenkt. Die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit des Abstands a ist in Tabelle 2 dargestellt. Außerdem sind in Tabelle 2 die Werte von Abstand a und Schwingungsdauer T quadriert abgebildet.

Tabelle 2: Schwinungsdauer T in Abhängigkeit des Abstands a.

a/m	$T/\frac{1}{\mathrm{s}}$	a^2/m	$T^2/\frac{1}{\mathrm{s}^2}$
0,27	7,90	0,0792	62,4100
0,25	7,16	0,0625	51,2656
0,23	6,48	0,0529	41,9904
0,21	6,25	0,0441	39,0625
0,19	5,95	0,0361	35,4025
0,17	5,20	0,0289	27,0400
0,15	4,75	0,0225	22,5625
0,13	4,34	0,0169	18,8356
0,10	3,63	0,0100	13,1769
0,05	2,61	0,0025	6,8121

Für das Trägheitsmoment der beiden Zylinder, die sich im selben Abstand zur Drehachse befinden, gilt laut Formel 1 und 6:

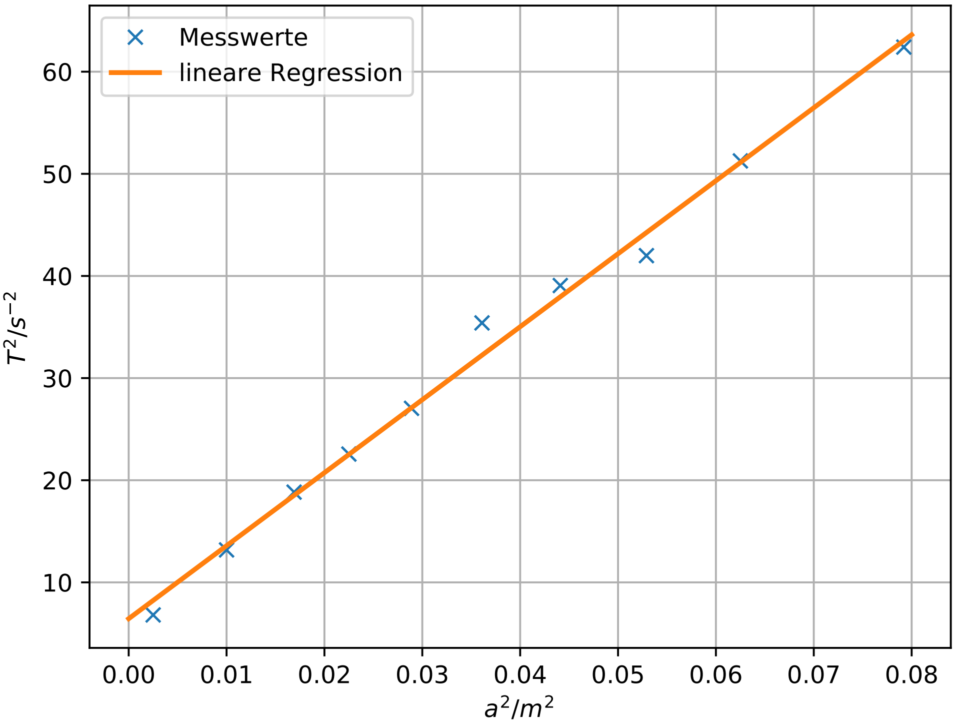

Abbildung 1: Eigenträgheitsmoment

$$I_Z = I_D + 2 \cdot m_Z(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12}) \tag{11}$$

Dabei gibt I_D das Eigenträgheitsmoment der Drillachse an. Setzt man Gleichung 11 nun für I in Gleichung 4 ein, so erhält man

$$T^2 = \frac{8\pi^2 m}{D} \cdot a^2 + \frac{4\pi^2 I_D}{D} + \frac{8\pi^2 m \cdot (\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12})}{D} \tag{12}$$

Die lineare Regression der Form $y = a \cdot x + b$, aus Abbildung 1, die durch die Messwerte aus Tablle 1 führt, liefert folgende Werte für die Parameter:

$$a = (714,642 \pm 21,1491)\frac{1}{s^2m^2}$$
$$b = (6,4431 \pm 0,8962)\frac{1}{s^2}$$

Diese Werte werden nun in Formel 12 eingesetzt, die nach I_D umgestellt wurde:

$$I_D = \frac{b \cdot D}{4\pi^2} - 2m \cdot (\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12})$$

Über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung kann der Fehles des Eigenträgheitsmoments bestimmt werden

$$\Delta I_D = \sqrt{(\frac{b}{4\pi^2})^2 \cdot (\Delta D)^2 + (\frac{D}{4\pi^2})^2 \cdot (\Delta b)^2}$$

Es ergibt sich durch die Rechnung ein Wert von

$$I_D = (0,004694 \pm 0,001388)\text{kgm}^2$$

für das Eigenträgheitsmoment. Es ist vernachlässigbar klein.

5.2 Trägheitsmomente zweier Zylinder

Der vorliegende Zylinder besitzt eine Masse von $m_1 = 1,11939kg$, eine Höhe von $h_1 = 0,03m$ und eien Radius von $r_1 = 0,0325m$. Nach Formel 6 ergibt sich somit ein theoretischer Wert von

$$I_{\text{Z1theo}} = (5,9118 \cdot 10^{-4})\text{kgm}^2$$

Für die Berechnung des experimentellen Wertes, wird der Zylinder um 90° ausgelenkt. Die gemessenen Schwingungsdauern sind in Tabelle 2 dargestellt. Aus Formel 9 und 10 ergeben sich für die Schwingungsdauer:

$$T_{\text{Z1}} = (1.092 \pm 0.1298)1/s$$

Unter Verwendung von Formel 5 ergibt sich für das Trägheitsmoment von Zylinder 1:

$$I_{\text{Z1}} = (8,6992 \pm 2,2696) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$$

Tabelle 3: Messdaten der Schwingungsdauer von Zylinder 1.

t/s
1,14
1,37
1,01
0,88
1,15
0,98
1,03
1,07
1,22
1,07

Der Fehler wird dabei über die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\Delta I_{\mathrm{Z1}} = \sqrt{(\frac{b}{4\pi^2})^2 \cdot (\Delta D)^2 + (\frac{D}{4\pi^2})^2 \cdot (\Delta b)^2} \tag{13}$$

Zylinder 2 besitzt folgende Größen: die Masse beträgt $m_2 = 1,0059$kg, die Höhe beträgt $h_2 = 0,07$m und der Radius ist $r_2 = 0,04$m. Der theoretische Wert mit Formel 6 berägt:

$$I_{\mathrm{Z2theo}} = (8,0472 \cdot 10^{-4})\mathrm{kgm}^2$$

Mit einer Auslenkung von ebenfalls 90° ergeben sich die in Tabelle 4 aufgelisteten Schwinungsdauern von Zylinder 2.

Tabelle 4: Messdaten der Schwingungsdauer von Zylinder 2

t/s
1,23
1,05
1,18
1,19
1,03
1,05
1,15
1,20
1,18
1,16

Aus diesen Messwerten ergibt sich, aus dem Mittelwert in Formel 9 und der Standardabweichung in Formel 10, folgender Wert der Schwingungsdauer

$$T_{\text{Z1}} = (1,142 \pm 0,0679)\frac{1}{s}$$

Das Trägheitsmoment folgt, auch für Zylinder 2, aus Formel 5:

$$I_{\text{Z2}} = (9,5140 \pm 2,2254) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$$

5.3 Trägheitsmoment der Puppe

5.3.1 Abmessungen der Puppe

Die Gesamtmasse der Puppe beträgt $m_{\text{Puppe}} = 0,1661kg$. Die Abmessungen der Zylinder von Armen, Beinen, Oberkörper, Unterkörper und Kopf sind in Tabelle 5 und 6 dargestellt.

Tabelle 5: Abmessung Puppe

d_{unterarm}/m	d_{oberarm}/m	$d_{\text{Unterschenkel}}$/m	$d_{\text{Oberschenkel}}$/m
0,0150	0,0160	0,0150	0,0172
0,0160	0,0140	0,0180	0,0208
0,0141	0,0150	0,0173	0,0180
0,0130	0,0163	0,0157	0,0147
0,0136	0,0146	0,0130	0,0136

Tabelle 6: Abmessung Puppe

$d_{\text{Unterkörper}}$/m	$d_{\text{Oberkörper}}$/m	d_{Kopf}/m
0,0399	0,0310	0,0320
0,0380	0,0360	0,0327
0,0340	0,0374	0,0323
0,0350	0,0330	0,0326
0,0390	0,0305	0,0335

Die Höhe der Zylinder betragen:

$$
\begin{aligned}
h_{\text{Unterarm}} =& 0,0410\text{m} \\
h_{\text{Oberarm}} =& 0,0460\text{m} \\
h_{\text{Unterschenkel}} =& 0,0664\text{m} \\
h_{\text{Oberschenkel}} =& 0,0580\text{m} \\
h_{\text{Unterkörper}} =& 0,0490\text{m} \\
h_{\text{Oberkörper}} =& 0,0332\text{m}
\end{aligned}
$$

Für die Radien ergeben sich, über python für die Mittelwerte und Standarabweichung, folgende Werte:

$$
\begin{aligned}
r_{\text{Unterarm}} =& (0,00717 \pm 0,00059)\text{m} \\
r_{\text{Oberarm}} =& (0,00759 \pm 0,00048)\text{m} \\
r_{\text{Unterschenkel}} =& (0,00790 \pm 0,00099)\text{m} \\
r_{\text{Oberschenkel}} =& (0,00843 \pm 0,00142)\text{m} \\
r_{\text{Unterkörper}} =& (0,01859 \pm 0,00128)\text{m} \\
r_{\text{Oberkörper}} =& (0,01679 \pm 0,00141)\text{m} \\
r_{\text{Kopf}} =& (0,01631 \pm 0,00028)\text{m}
\end{aligned}
$$

Für die Berechnung des Gesamtvolumen der Puppe, werden die Volumina der Zylinder für den Körper und das Volumen der Kugel addiert. Das Volumen eines Zylinders ergibt sich aus

$$V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Das Volumen einer Kugel ergibt sich durch

$$V_K = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

Der Fehler ergibt sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung die über

$$
\begin{aligned}
\Delta V_Z &= \sqrt{(2 \cdot \pi \cdot h \cdot r)^2 \cdot (\Delta r)^2} \\
\Delta V_K &= \sqrt{(4 \cdot \pi \cdot r^2)^2 \cdot (\Delta r)^2}
\end{aligned}
$$

wobei den Fehler des Radius eines Körperteils beschreibt. Mit Formel 9 und Formel 10 folgt dann für die Volumina:

$$\begin{aligned} V_{\text{Unterarm}} =& (6,6217 \pm 1,08977) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Oberarm}} =& (8,3251 \pm 1,05298) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Unterschenkel}} =& (13,0188 \pm 3,26295) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Oberschenkel}} =& (12,9489 \pm 4,36238) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Unterkörper}} =& (53,1992 \pm 7,32597) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Oberkörper}} =& (29,4028 \pm 4,93842) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \\ V_{\text{Kopf}} =& (18,1740 \pm 0,93599) \cdot 10^{-6}\text{m}^3 \end{aligned}$$

Über die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung wird der Fehler des Gesamtvolumens berechnet

$$\Delta V_{\text{ges}} = \sqrt{2 \cdot (\Delta V_{\text{UA}})^2 + 2 \cdot (\Delta V_{\text{OA}})^2 + 2 \cdot (\Delta V_{\text{US}})^2 + 2 \cdot (\Delta V_{\text{OS}})^2 + (\Delta V_{\text{UK}})^2 + (\Delta V_{\text{OK}})^2 + (\Delta V_{\text{K}})^2}$$

Das Gesamtvolumen ergibt sich aus

$$\begin{aligned} V_{\text{gesamt}} = V_{\text{Unterarm}} \cdot 2 + V_{\text{Oberarm}} \cdot 2 + V_{\text{Unterschenkel}} \cdot 2 + V_{\text{Oberschenkel}} \cdot 2 + V_{\text{Unterkörper}} \\ + V_{\text{Oberkörper}} + V_{\text{Kopf}} \end{aligned}$$

Das Gesamtvolumen der Puppe beträgt:

$$V_{\text{gesamt}} = (182,605 \pm 11,95329) \cdot 10^{-6}\text{m}^3$$

Die Volumenanteile der einzelnen Körperteile am Gesamtvolumen werden über

$$A_{\text{Körperteil}} = \frac{V_{\text{Körperteil}}}{V_{\text{gesamt}}}$$

Der Fehler der Anteile berechnet sich durch

$$\Delta A_{\text{Körperteil}} = \sqrt{(\frac{1}{V_{ges}})^2 \cdot (\Delta V_{\text{Körperteil}})^2 + (-\frac{V_{\text{Körperteil}}}{V_{ges}^2})^2 \cdot (\Delta V_{ges})^2}$$

Damit ergeben sich folgende Anteile der Körperteile am Gesamtvolumen:

$$\begin{aligned}
A_{\text{Unterarm}} =& (0,03626 \pm 0,00642) \\
A_{\text{Oberarm}} =& (0,04559 \pm 0,00649) \\
A_{\text{Unterschenkel}} =& (0,07129 \pm 0,01847) \\
A_{\text{Oberschenkel}} =& (0,07091 \pm 0,02434) \\
A_{\text{Unterkörper}} =& (0,29133 \pm 0,04442) \\
A_{\text{Oberkörper}} =& (0,16102 \pm 0,02903) \\
A_{\text{Kopf}} =& (0,09953 \pm 0,00829)
\end{aligned}$$

Um nun die Masse der Einzelnen Körperteile berechenen zu können, wird die Formel verwendet:

$$m_{\text{Körperteil}} = A_{\text{Körperteil}} \cdot m_{\text{Puppe}}$$

Aus dieser Formel folgen diese Werte für die Masse der Körperteile:

$$\begin{aligned}
m_{\text{Unterarm}} =& (0,00602 \pm 0,00107)\text{kg} \\
m_{\text{Oberarm}} =& (0,00757 \pm 0,00108)\text{kg} \\
m_{\text{Unterschenkel}} =& (0,01184 \pm 0,00307)\text{kg} \\
m_{\text{Oberschenkel}} =& (0,01178 \pm 0,00404)\text{kg} \\
m_{\text{Unterkörper}} =& (0,04839 \pm 0,00738)\text{kg} \\
m_{\text{Oberkörper}} =& (0,02675 \pm 0,00482)\text{kg} \\
m_{\text{Kopf}} =& (0,01653 \pm 0,00138)\text{kg}
\end{aligned}$$

5.3.2 Trägheitsmoment der ersten Körperhaltung

Das Trägheitsmoment des Kopfes, des Ober- und Unterskörpers wird über die Formeln 6 und 7 berechnet. Mit Hilfe des Steiner'schen Satzes, hier Formel 1 und der Formeln 6 und 8 lassen sich folgende Trägheitsmomente bestimmem:

$$\begin{aligned}
I_{OS} =& \frac{m_{OS} \cdot r_{OS}^2}{2} + m_{OS} \cdot r_{OS}^2 \\
I_{US} =& \frac{m_{US} \cdot r_{US}^2}{2} + m_{US} \cdot r_{US}^2 \\
I_{OA} =& \frac{m_{OA} \cdot h_{OA}^2}{3} + m_{OA} \cdot r_{OK}^2 \\
I_{UA} =& \frac{m_{UA} \cdot h_{UA}^2}{3} + m_{UA} \cdot (r_{OK} + h_{OA})^2
\end{aligned}$$

Der Fehler des Trägheitsmoments lässt sich über die angepasste Formel der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Die allgemeine Formel lautet:

$$\Delta I = \sqrt{\sum_i^n (\frac{\partial I}{\partial x_i})^2 (\Delta x_i)^2} \tag{14}$$

Es ergibt sich ein Gesamtträgheitsmoment von

$$I_{Theo,1} = (0,878 \pm 0,07491) \cdot 10^{-4} \text{kgm}^2$$

In der ersten Körperhaltung wird die Puppe zunächst um die Winkel $\phi_1 = 90°$ und $\phi_2 = 120°$ ausgelenkt. Dabei werden die Schwingungdauern gemessen und gemittelt, dies sieht man in Tabelle 7. Über die Formeln 9 und 10 kann man den Mittelwert und die Standarabweichung ermitteln.

Tabelle 7: Messwerte der Schwingungdauer in der ersten Körperhaltung

$T/\frac{1}{\text{s}}$	$T/\frac{1}{\text{s}}$
0,7325	0,6800
0,7250	0,6750
0,6450	0,7125
0,6550	0,7400
0,7000	0,6950

Daraus ergibt sich die Schwingungdauer

$$T_{E,1} = (0,696 \pm 0,0323) \frac{1}{\text{s}}$$

Das Trägheitsmoment kann über die Formel 5 und die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung nach der Formel 14 bestimmt werden. Damit ergibt sich

$$I_{E,1} = (0,00035 \pm 0,000098)\text{kgm}^2$$

5.3.3 Trägheitsmoment der zweiten Körperhaltung

Mit Hilfe der Formeln 1, 6 und 8 lassen sich folgende Trägheitsmomente bestimmem:

$$\begin{aligned}
I_{OA} =& \frac{m_{OA} \cdot r_{OA}^2}{2} + m_{OA} \cdot (r_{OK} + r_{OA})^2 \\
I_{UA} =& \frac{m_{UA} \cdot r_{UA}^2}{2} + m_{UA} \cdot (r_{OK} + r_{UA})^2 \\
I_{OS} =& \frac{m_{OS} \cdot h_{OS}^2}{3} \\
I_{US} =& \frac{m_{US} \cdot h_{US}^2}{3} + m_{US} \cdot h_{OS}^2
\end{aligned}$$

Der Fehler des Trägheitsmoments lässt sich über die angepasste Formel der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung, die sich durch Formel 14 bestimmen lässt.
Es ergibt sich ein Gesamtträgheitsmoment von

$$I_{Theo,2} = (1,725 \pm 0,22098) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$$

In der zweiten Körperhaltung wird die Puppe nun um die Winkel $\phi_1 = 90°$ und $\phi_2 = 120°$ ausgelenkt. Dabei werden die Schwingungdauern gemessen und gemittelt, dies sieht man in Tabelle 8. Über die Formeln 9 und 10 kann man den Mittelwert und die Standarabweichung ermitteln.

Tabelle 8: Messwerte der Schwingungdauer in der zweiten Körperhaltung.

$T/\frac{1}{\text{s}}$	$T/\frac{1}{\text{s}}$
0,9425	0,9950
0,9400	1,0075
0,9750	0,9650
0,9450	1,0125
0,9775	0,9800

Daraus ergibt sich die Schwingungdauer

$$T_{E,2} = (0,974 \pm 0,0262)\frac{1}{\text{s}}$$

Das Trägheitsmoment kann über die Formel 5 und die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung nach der Formel 14 bestimmt werden. Damit ergibt sich

$$I_{E,2} = (0,00069 \pm 0,000184)\text{kgm}^2$$

6 Diskussion

Aufällig an der Auswertung ist, dass der experimentelle Wert der verschiedenen Trägheitsmomente größer ist, als der theoretisch berechnete Wert.
Dabei ist das Eigenträgheitsmoment der Drillachse von $I_D = (0,004694 \pm 0,001388)\text{kgm}^2$ so klein, dass es im weiteren Verlauf der Auswertung vernachlässigt werden kann.
Bei der Berechnung der Trägheitsmomente der Zylinder ergeben sich die Werte $I_{\text{Z1theo}} = (5,9118 \cdot 10^{-4})\text{kgm}^2$ und $I_{\text{Z1}} = (8,6992 \pm 2,2696) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$ für den ersten Zylinder und man hat eine Abweichung von $32,04\%$. Beim zweiten Zylinder hat man die Werte $I_{\text{Z2theo}} = (8,0472 \cdot 10^{-4})\text{kgm}^2$ und $I_{\text{Z2}} = (9,5140 \pm 2,2254) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$ mit einer Abweichung von $15,42\%$.
Diese Abweichungen zum theoretischen Wert können zum Einen durch die Reibung des Luftwiderstandes, der in der Berechnung vernachlässigt wird und zum Anderen durch den Messfehler der Schwingungdauer T entstehen.
Im Verlauf der Auswertung wird das Trägheitsmoment einer Puppe in zwei verschiedenen Körperhaltungen berechnet, dabei erhält man den theoretischen Wert $I_{Theo,1} = (0,878 \pm 0,07491) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$ und den experimentellen Wert $I_{E,1} = (0,00035 \pm 0,000098)\text{kgm}^2$ für die Puppe mit ausgestreckten Armen. Es ergibt sich eine Abweichung von $74,91\%$. Bei der zweiten Körperhaltung, wobei die Beine nach vorne ausgestreckt sind, erhält man die Werte $I_{Theo,2} = (1,725 \pm 0,22098) \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$ und $I_{E,2} = (0,00069 \pm 0,000184)\text{kgm}^2$ mit einer Abweichung von 75%.
Diese Abweichungen lassen sich darauf zurückführen, dass unteranderem ein Messefehler der Schwingungdauer vorliegt, da diese sehr kurz waren. Desweiteren sind die Körperteile sehr stark angenähert oder sogar zum Teil, sprich Hände und Füße komplett vernachlässigt werden,, wodurch eine recht große Abweichung zum experimentellen Wert entsteht. Hinzu kommt das auch hier die Reibung vernachlässigt wurde. Daher sind die experimentellen Werte des Trägheitsmomentes auch größer als der theoretische Wert.