两个总体均值差的检验

授课教师：陈雄强

浙江财经大学 数据科学学院

两个总体均值之差的检验

双侧检验和单侧检验

假设	研究的问题		
	双侧检验	左侧检验	右侧检验
H_0	$\mu_1-\mu_2=0$	$\mu_1-\mu_2\geq 0$	$\mu_1-\mu_2\leq 0$
H_1	$\mu_1-\mu_2\neq 0$	$\mu_1-\mu_2<0$	$\mu_1-\mu_2>0$

两个总体均值之差的检验

分三种情形

- 情形1：σ_1^2和σ_2^2已知
- 情形2：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ，且n较小
- 情形3：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，且n较小

情形1：σ_1^2和σ_2^2已知

z检验

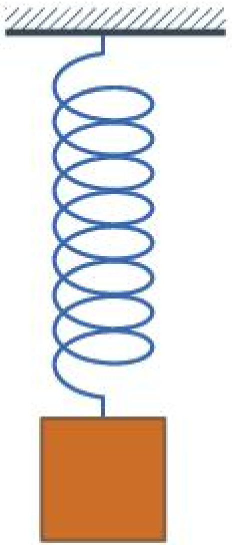
- 假定：
  - 两个样本是独立随机样本；
  - 两个总体都是正态分布或大样本 ($n_1 \geq 30$和$n_2 \geq 30$)；
- 原假设： $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$; 备择假设： $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- 检验统计量为：

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

情形1： σ_1^2和σ_2^2已知

z检验

- 【例】根据历史资料得知，A、B两种机器生产出的弹簧其抗拉强度的标准差分别为8公斤和10公斤。从两种机器生产的产品中各抽取一个随机样本，样本容量分别为n_1=32，n_2=40，测得两个样本的均值分别为50和44公斤。问这两种机器生产的弹簧，平均抗拉强度是否有显著差别？（α＝0.05)



双侧检验！

情形1： σ_1^2和σ_1^2已知

z检验

1.提出原假设与备择假设：

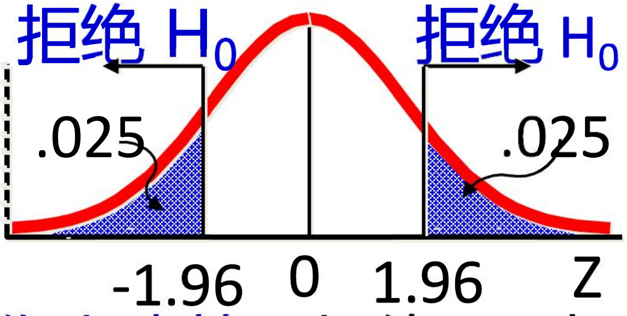
H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$； H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

2.构建检验统计量:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$= \frac{50 - 44 - 0}{\sqrt{\frac{64}{32} + \frac{100}{40}}} = 2.83$$

3.确定拒绝域($\alpha = 0.05$)：



4.作出决策：拒绝H_0, 表明两种机器生产的弹簧，其抗拉强度有显著差异.

情形2：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，且n较小

t检验

检验统计量

$$t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}\sim t(n_1+n_2-2)$$

$$\boxed{s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

t 检验

【例】欲研究A、B两种方法组装某种产品所用的时间是否相同。选取部分工人进行抽样分析。已知用两种工艺组装产品所用时间服从正态分布，且$\sigma_1^2=\sigma_2^2$。试问能否认为B方法比A方法组装更好？$(\alpha=0.05)$

组装方法	A	B
工人数n	10	8
平均时间（分）	26.1	17.6
样本标准差	12	10.5

单侧检验！

情形2：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，且n较小

t 检验

1.提出原假设与备择假设：

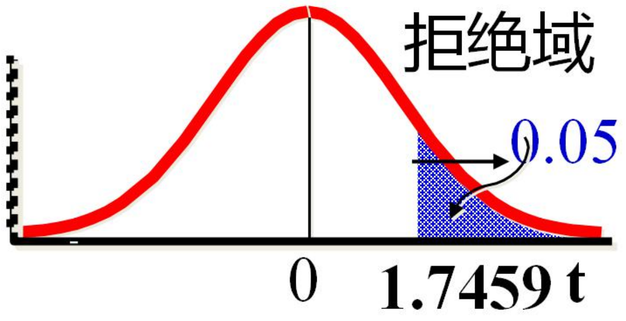
$H_0:\mu_1-\mu_2\leq 0$； $H_1: \mu_1-\mu_2 > 0$

2.构建检验统计量:

$$t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

$$=\frac{26.1-17.6-0}{11.37\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{8}}}=1.576$$

3.确定拒绝域：



4.作出决策：无法拒绝H_0，没有证据表明用第二种方法组装更好。

情形3：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$，且$n$较小

t检验

检验统计量

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} \sim t(df')$$

修正的自由度

$$df' = \frac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \dfrac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$$

总结

情形1： σ_1^2和σ_2^2已知

情形2：σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ，且n较小

情形3： σ_1^2和σ_2^2未知，$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$，且$n$较小

谢 谢