



浙江财经大学
Zhejiang University of Finance & Economics

长期趋势的测定



授课教师：曾菊英

浙江财经大学数据科学学院

主要内容

Main Contents

 **长期趋势**

 **移动平均法**

 **最小平方法**



长期趋势

含义与特征



基本因素

相当长时期

沿某一方向的持续发展变化特征



主要内容

Main Contents

 长期趋势

 移动平均法

 最小平方法



移动平均法

含义及步骤

- 1 确定移动平均时距 (k)
- 2 逐项递移平均
- 3 编制平滑时间数列

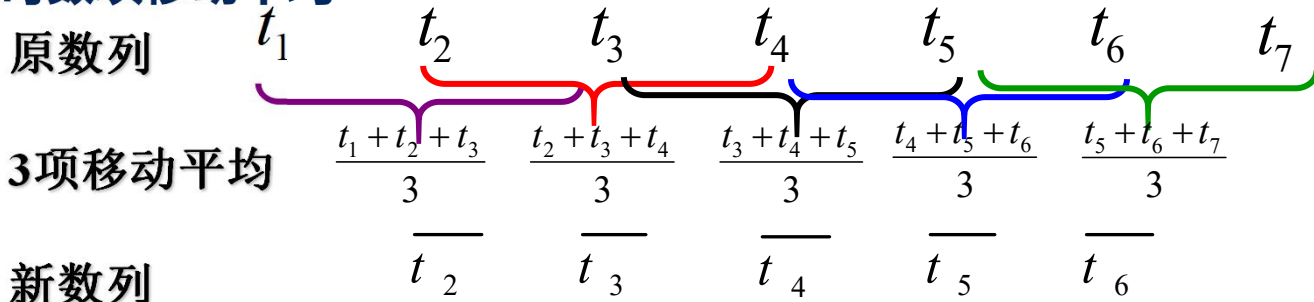


移动平均法

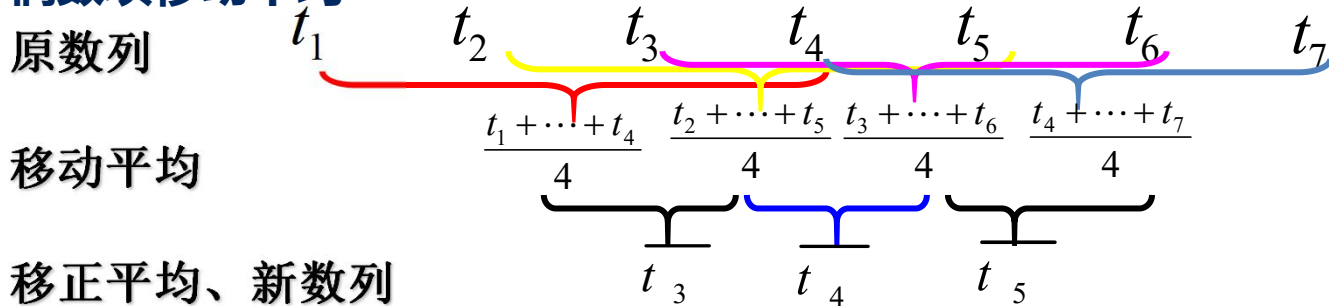
计算原理



奇数项移动平均



偶数项移动平均

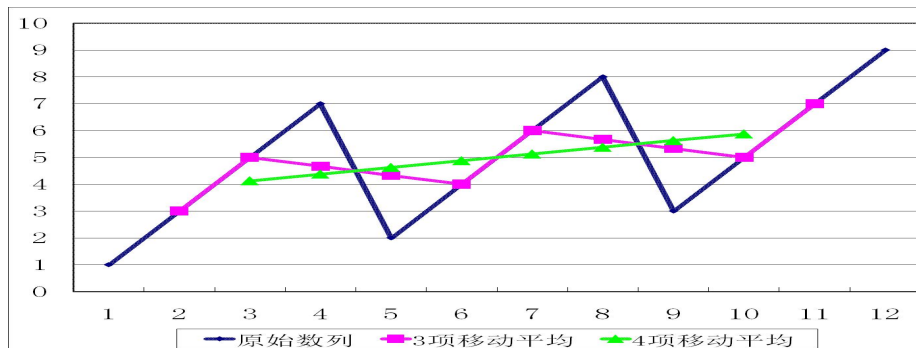




移动平均法

例:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	1	3	5	7	2	4	6	8	3	5	7	9
M_t (k=3)		3	5	4.67	4.33	4	6	5.67	5.33	5	7	—
M_t (k=4)			4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	5.75	6	
修正平均			4.125	4.375	4.625	4.875	5.125	5.375	5.625	5.875	—	—



主要内容

Main Contents

 长期趋势

 移动平均法

 最小平方法



最小平方方法

思路及步骤



思路

$$\Sigma (y_t - \hat{y}_t) = 0$$

$$\Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2 = \text{最小值}$$



拟合步骤

- 1. 定性分析
- 2. 判断趋势类型
- 3. 计算待定参数
- 4. 利用方程预测



估计原理

$$\Sigma (y_t - \hat{y}_t)^2 = \text{最小值}$$

$$\longrightarrow F = \Sigma (y_t - a - bt)^2 = \text{最小值}$$

$$\longrightarrow \frac{\partial F}{\partial a} = -2 \Sigma (y - a - bt) = 0$$

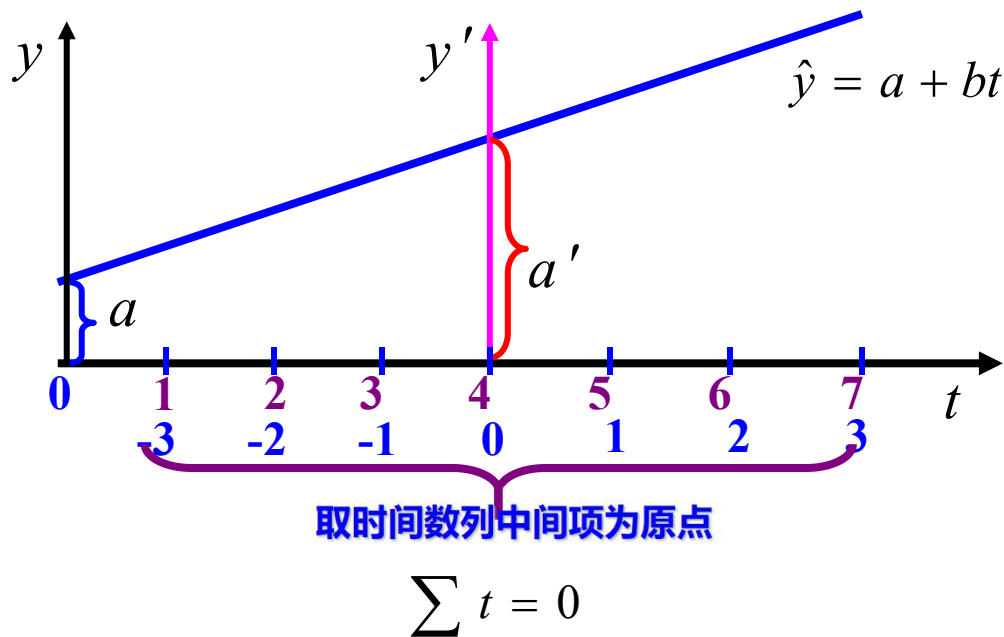
$$\frac{\partial F}{\partial b} = -2 \Sigma (y - a - bt)t = 0$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \Sigma y = na + b \Sigma t \\ \Sigma ty = a \Sigma t + b \Sigma t^2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} b = \frac{n \Sigma tY - \Sigma t \Sigma Y}{n \Sigma t^2 - (\Sigma t)^2} \\ a = \bar{Y} - b\bar{t} \end{cases}$$



直线方程参数a、b的简捷方法





最小平方方法

简捷方法

当 $\sum t = 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \sum y &= na + b \sum t \\ \sum ty &= a \sum t + b \sum t^2 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \sum y &= na \\ \sum ty &= b \sum t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{n \sum ty - \sum t \sum y}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad \longrightarrow \quad b = \frac{\sum ty}{\sum t^2} \\ a &= \bar{y} - b \bar{t} \quad \quad \quad a = \frac{\sum y}{n} = \bar{y} \end{aligned}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{N为奇数时, 令 } t = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \\ \text{N为偶数时, 令 } t = \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \end{array} \right.$



最小平方方法

例：

已知一企业2004-2016总产值资料（单位：亿元）如下，拟合直线趋势方程，并预测2017年的水平。

年份	总产值 (y)
2004	7610.6
2005	8491.3
2006	9448.0
2007	9832.2
2008	10209.1
2009	11147.7
2010	12735.1
2011	14452.9
2012	16283.1
2013	17993.7
2014	19718.4
2015	21454.7
2016	23129.0



最小平方方法

1 令 $t=1, 2, 3, \dots, 13$

$$n=13, \sum t=91, \sum y=1825058,$$

$$\sum ty=15164873, \sum t^2=819, \quad ,$$

$$b = \frac{n \sum ty - \sum t \sum y}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} = \frac{13 \times 15164873 - 91 \times 1825058}{13 \times 819 - 91^2} = 131289$$

$$a = \bar{y} - b\bar{t} = \frac{1825058}{13} - 131289 \times \frac{91}{13} = 4848.68$$

$$\hat{y} = 4848.68 + 1312.89 t$$

预测:

$$\hat{y}_{2017} = 4848.68 + 1312.89 \times 14 = 23229.14 (\text{亿})$$

Year	t	y	ty	t ²
2004	1	7610.6	7610.6	1
2005	2	8491.3	16982.6	4
2006	3	9448.0	28344.0	9
2007	4	9832.2	39328.8	16
2008	5	10209.1	51045.5	25
2009	6	11147.7	66886.2	36
2010	7	12735.1	89145.7	49
2011	8	14452.9	115623.2	64
2012	9	16283.1	146547.9	81
2013	10	17993.7	179937.0	100
2014	11	19718.4	216902.4	121
2015	12	21454.7	257456.4	144
2016	13	23129.0	300677.0	169
合计	91	182505.8	1516487.3	819



最小平方方法

2

令 $t1 = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Year	t1	GDP (y)	t1y	t1 ²
2004	-6	7610.6	-45663.6	36
2005	-5	8491.3	-42456.5	25
2006	-4	9448.0	-37792.0	16
2007	-3	9832.2	-29496.6	9
2008	-2	10209.1	-20418.2	4
2009	-1	11147.7	-11147.7	1
2010	0	12735.1	0	0
2011	1	14452.9	14452.9	1
2012	2	16283.1	32566.2	4
2013	3	17993.7	53981.1	9
2014	4	19718.4	78873.6	16
2015	5	21454.7	107273.5	25
2016	6	23129.0	138774.0	36
合计	0	182505.8	238946.7	182

$$b = \frac{\sum t1y}{\sum t1^2} = \frac{238946.7}{182} = 1312.89$$

$$a = \frac{\sum y}{n} = \bar{y} = \frac{182505.8}{13} = 14038.91$$

$$\hat{y} = 14038.91 + 1312.89 t1$$

预测: $\hat{y}_{2017} = 14038.91 + 1312.89 \times 7 = 23229.14$ (亿元)