



浙江财经大学
Zhejiang University of Finance & Economics

偏度和峰度



授课教师： 洪兴建

浙江财经大学数据科学学院

引例

□ 彩票2元1张，100万一组。

彩民人数	方案A	方案B
1000000-1	-2元	2元
1	200万元-2元	-200万元+2元

$$E(A)=E(B)=0$$

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = 3999996$$



哪个方案更可行？

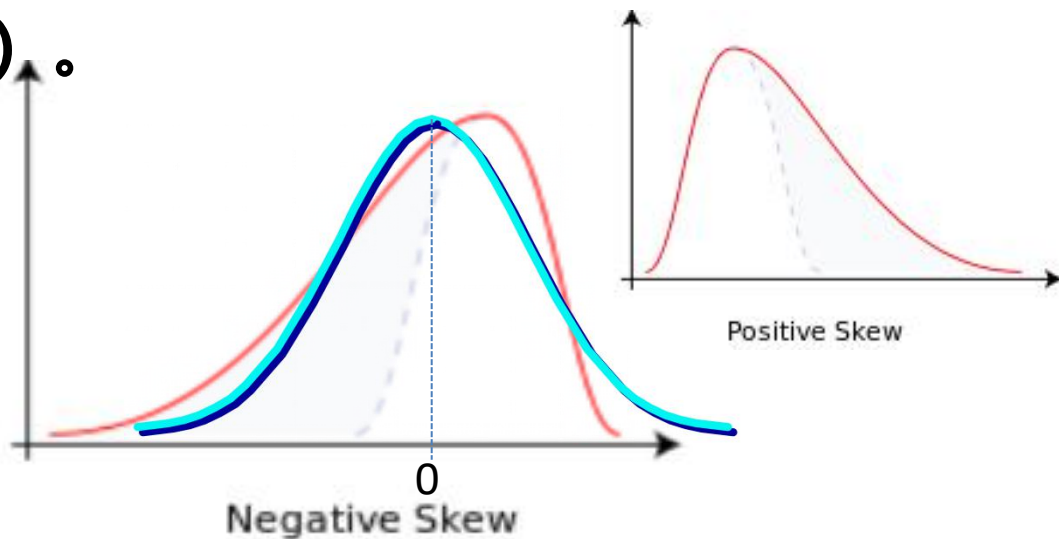


引例

□ 1952年马科维茨把组合投资收益率和风险定义为均值和方差（标准差）。

□ 但均值和方差一定时，
偏斜程度有别。

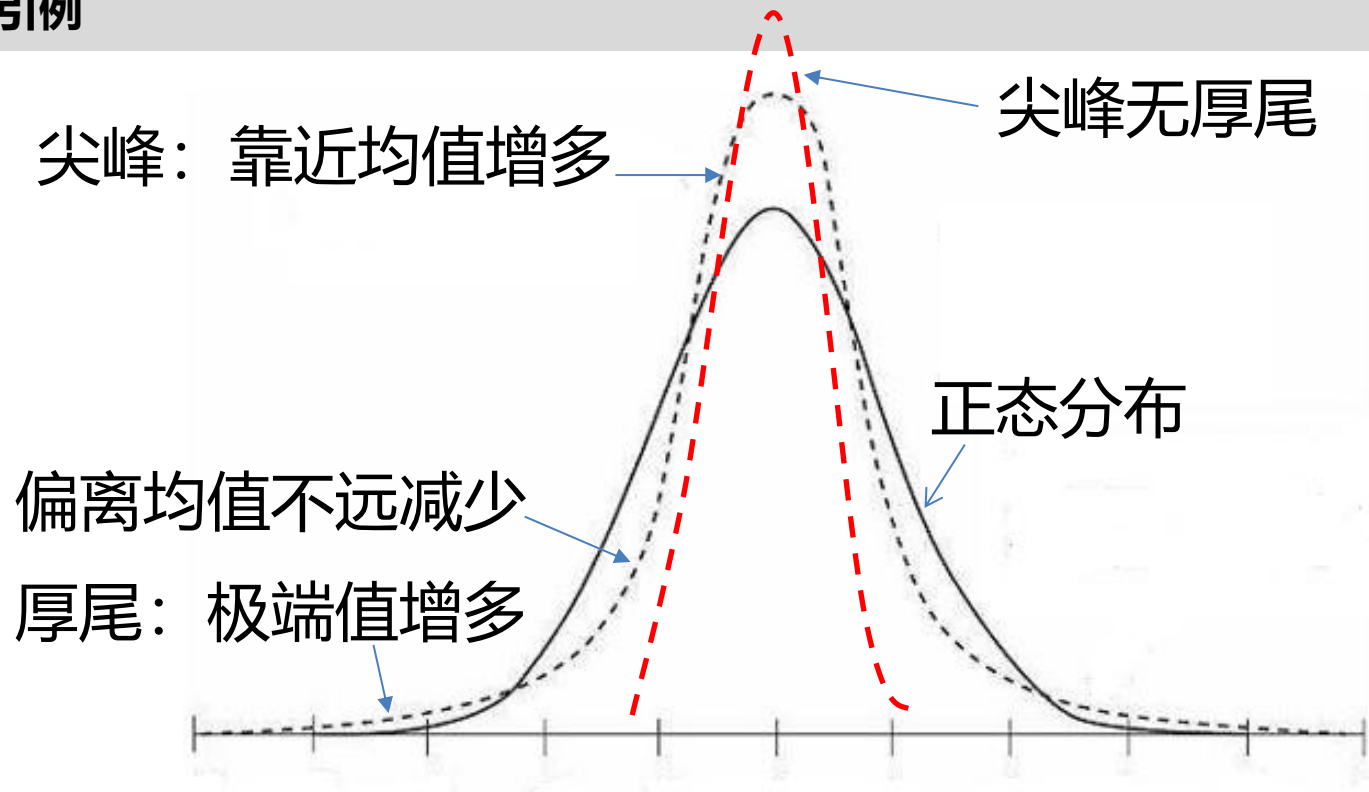
◆ 黑天鹅





偏度和峰度

引例





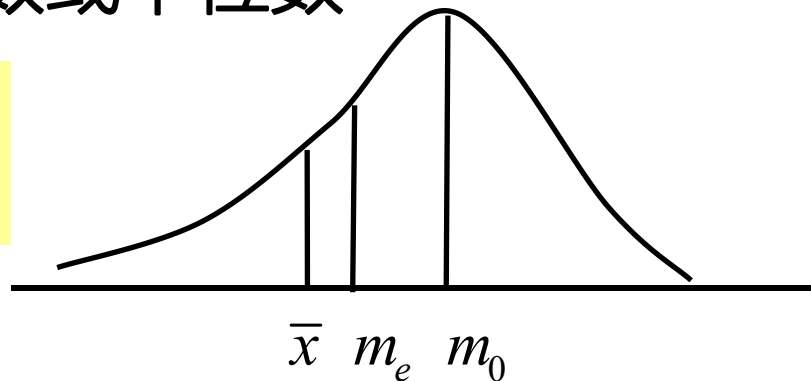
偏度 (Skewness) 系数

偏度系数的计算

(一) 基于算术平均数与众数或中位数

皮尔逊偏度系数

$$S_k^{(1)} = \frac{\bar{x} - m_0}{s}$$



➤ 变动范围 $(-3, 3)$

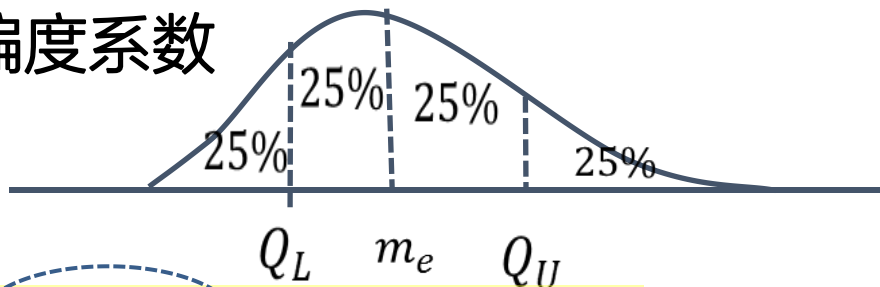
➤ 当 $s_k^{(1)} > 0$ 或 < 0 时，正偏或负偏



偏度 (Skewness) 系数

偏度系数的计算

(二) 利用四分位数求偏度系数



鲍莱偏度系数 $S_k^{(2)} = \frac{(Q_U - m_e) - (m_e - Q_L)}{Q_U - Q_L} = \frac{Q_L + Q_U - 2m_e}{Q_U - Q_L}$

➤ $s_k^{(2)}$ 的变动范围为 $(-1, 1)$

➤ $s_k^{(2)} > 0$ 或 < 0 , 正偏或负偏



偏度 (Skewness) 系数

偏度系数的计算

(三) 利用动差 (矩) 法求偏度系数

t阶动差(矩)

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^t}{n}$$

a=0 原点动差

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^t}{n}$$

a = \bar{x} 中心动差

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^t}{n}$$

or

$$\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - a)^t f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$



偏度 (Skewness) 系数

偏度系数的计算

(三) 利用动差 (矩) 法求偏度系数

对标 \bar{x}

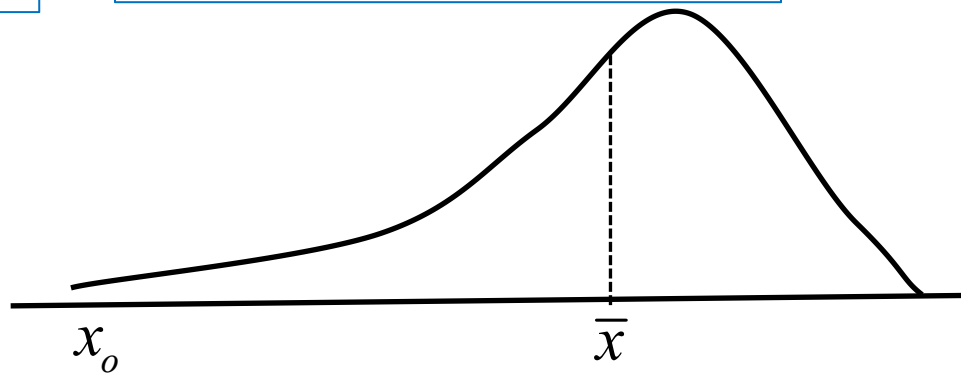
$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}{n} = 0$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = s^2$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n}$$

离群点 x_o

$$(x_o - \bar{x})^3 - \uparrow \\ \Rightarrow m_3 < 0$$





偏度 (Skewness) 系数

偏度系数的计算

$$s_k = \frac{m_3}{s^3}$$

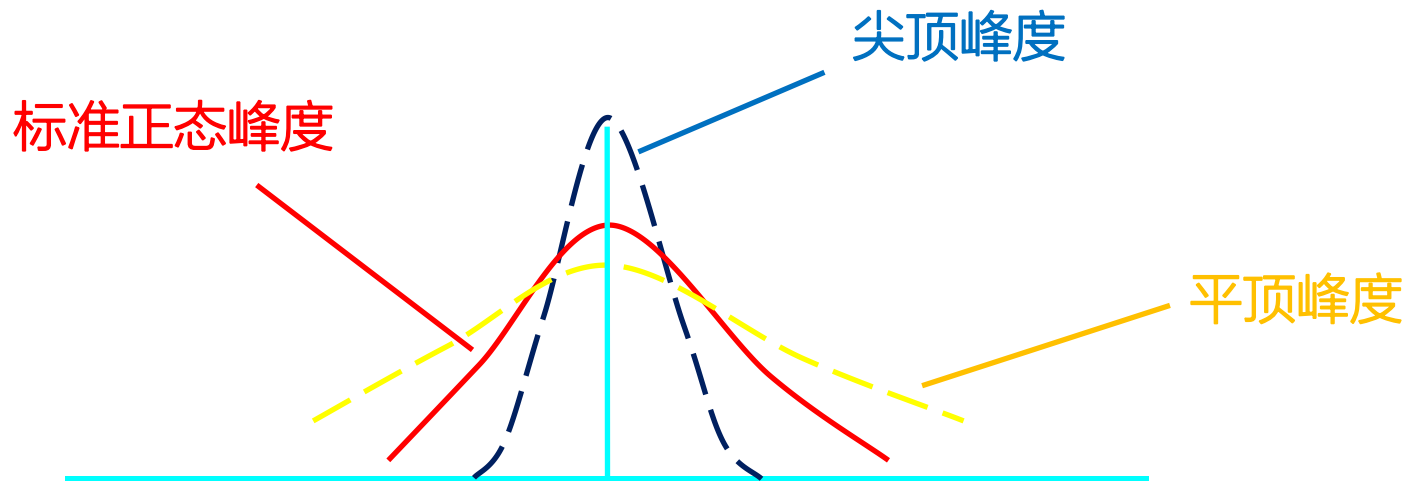
- $s_k > \text{或} < 0$, 正偏或负偏。
- s_k 利用所有数据 , 最为常见。
- s_k 主要度量尾部拉长程度。



峰度 (Kurtosis) 系数

概念

□ 主要反映分布的陡峭性。





峰度 (Kurtosis) 系数

计算方法

$$K = \frac{m_4}{s^4} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 / n}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / n)^2}$$

➤ 标准状态分布 $K=3$

➤ 均匀分布 $K=1.8$

➤ 软件结果 $(K-3) \in [-2, \infty)$

$$m_4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^4 f(x) dx$$

$$s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx$$



峰度 (Kurtosis) 系数

例子

动差法求偏度系数和峰度系数：

职工月收入（元）	职工人数（人）
900以下	24
900~1000	48
1000~1100	60
1100~1200	105
1200~1300	27
1300~1400	21
1400~1500	12
1500以上	3
合计	300



峰度 (Kurtosis) 系数

职工月收入 (元)	x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$	$(x_i - \bar{x})^3 f_i$
900以下	850	24	20400	-263	69169	1660056	-436594728
900~1000	950	48	45600	-163	26569	1275312	-207875856
1000~1100	1050	60	63000	-63	3969	238140	-15002820
1100~1200	1150	105	120750	+37	1369	143745	5318565
1200~1300	1250	27	33750	+137	18769	506763	69426531
1300~1400	1350	21	28350	+237	56169	1179549	279553113
1400~1500	1450	12	17400	+337	113569	1362828	459273036
1500以上	1550	3	4650	+437	190969	572907	250360359
合计		300	333900			6939300	404458200

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{333900}{300} = 1113(\text{元})$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = 152.09(\text{元})$$



峰度 (Kurtosis) 系数

$$m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum f_i} = \frac{404458200}{300} = 1348194 \text{ (元)}$$

$$S_k^{(3)} = \frac{m_3}{s^3} = \frac{1348194}{(152.09)^3} = 0.38$$



略微正偏

$$m_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i} = 1632660517 \text{ (元)}$$

$$K = \frac{m_4}{s^4} = 3.05$$



轻微尖顶