



时间数列的速度分析



授课教师： 曾菊英

浙江财经大学数据科学学院



浙江财经大学
Zhejiang University of Finance & Economics

主要内容

Main Contents



发展速度



增长速度



平均发展速度



平均增长速度



发展速度

环比发展速度与定基发展速度

1 环比发展速度

$$\frac{a_1}{a_0}, \frac{a_2}{a_1}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$$

2 定基发展速度（总速度）

$$\frac{a_1}{a_0}, \frac{a_2}{a_0}, \dots, \frac{a_n}{a_0}$$



发展速度

环比发展速度与定基发展速度的关系

1 某段时期内各环比发展速度的连乘积等于该时期内的定基发展速度

$$\frac{a_1}{a_0} \times \frac{a_2}{a_1} \times \cdots \times \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \times \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_n}{a_0}$$

2 相邻的两个定基发展速度之商，等于相应的环比发展速度

$$\frac{a_i}{a_0} \div \frac{a_{i-1}}{a_0} = \frac{a_i}{a_0} \times \frac{a_0}{a_{i-1}} = \frac{a_i}{a_{i-1}} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$



发展速度

其他发展速度指标

1 速度比 = $\frac{a \text{ 现象发展速度}}{b \text{ 现象发展速度}} = \frac{a_n / a_0}{b_n / b_0} = \frac{a_n / b_n}{a_0 / b_0} = \frac{(a / b)_n}{(a / b)_0}$

2 年距发展速度 = $\frac{\text{报告年某月(季)发展水平}}{\text{上年同月(季)发展水平}}$



浙江财经大学
Zhejiang University of Finance & Economics

主要内容

Main Contents



发展速度



增长速度



平均发展速度



平均增长速度



增长速度

1

$$\text{增长速度} = \frac{\text{报告期水平} - \text{基期水平}}{\text{基期水平}} = \frac{\text{发展速度}}{\text{速度}} - 100\%$$

2

环比增长速度

$$\frac{a_i - a_{i-1}}{a_{i-1}} = \frac{a_i}{a_{i-1}} - 100\%$$

3

定基增长速度

$$\frac{a_i - a_0}{a_0} = \frac{a_i}{a_0} - 100\%$$

4

年距增长速度

$$\frac{a_{i+L} - a_i}{a_i} = \frac{a_{i+L}}{a_i} - 100\%$$



浙江财经大学

Zhejiang University of Finance & Economics

主要内容

Main Contents



发展速度



增长速度



平均发展速度



平均增长速度



平均发展速度和平均增长速度

定义

1 平均发展速度

各期环比发展速度的序时平均数

2 平均增长速度

平均增长速度 = 平均发展速度 - 1



平均发展速度和平均增长速度

水平法计算平均发展速度

$$\begin{aligned} a'_1 &= a_0 \cdot \bar{x}, \quad a'_2 = a'_1 \cdot \bar{x} = a_0 \cdot \bar{x}^2, \\ \cdots, \quad a'_n &= a'_{n-1} \cdot \bar{x} = a_0 \cdot \bar{x}^n = a_n \end{aligned}$$

1 已知期末水平除以期初水平: $\bar{x} = \sqrt[n]{a_n/a_0}$

2 已知总速度（用R表示）: $\bar{x} = \sqrt[n]{R}$

3 已知逐年的环比发展速度 x_i : $\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$



平均发展速度和平均增长速度

水平法计算平均发展速度

例

某企业2020年计划在2000年产值的基础上翻2番。问年平均增长速度至少为多少才能达此目标？

解：

$$\bar{x} - 1 = \sqrt[n]{R} - 1 = \sqrt[20]{4} - 1 = 7.177 \%$$



平均发展速度和平均增长速度

累计法（方程式法）计算平均发展速度

思路：各期实际水平之和等于各期推算水平之和

1

$$a'_1 = a_0 \cdot \overline{X}, a'_2 = a'_1 \cdot \overline{X} = a_0 \cdot \overline{X}^2, \\ \dots, a'_n = a'_{n-1} \cdot \overline{X} = a_0 \cdot \overline{X}^n$$

2

$$\because \sum \text{实际水平} = \sum \text{推算水平}, \therefore \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n a'_i = a_0 \sum_{i=1}^n \overline{X}^i,$$

$$\text{即 } \overline{X}^n + \overline{X}^{n-1} + \dots + \overline{X}^2 + \overline{X} = \sum_{i=1}^n a_i / a_0$$



平均发展速度和平均增长速度

有关指标的推算

1

推算最末水平 a_n

已知 a_0 、 \bar{x} 和 n , 则最末水平 $a_n = a_0 \cdot \bar{x}^n$

2

预测达到一定水平所需时间 n

已知 a_0 、 \bar{x} 和 a_n , 则达到最末水平

所需要的时间为:

$$n = \frac{\lg a_n - \lg a_0}{\lg \bar{x}}$$



速度指标计算

例：

根据全国医疗卫生机构数数据，计算各年的环比发展速度和增长速度，及以第1年为基期的定基发展速度和增长速度。

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
医疗卫生机构数(个)	918097	912263	891480	916571	936927	954389	950297	974398	981432	983528
逐期增量		-5834	-20783	25091	20356	17462	-4092	24101	7034	2096
累计增量		-5834	-26617	-1526	18830	36292	32200	56301	63335	65431
环比发展速度(%)		99.36	97.72	102.81	102.22	101.86	99.57	102.54	100.72	100.21
定基发展速度(%)		99.36	97.10	99.83	102.05	103.95	103.51	106.13	106.90	107.13
环比增长速度(%)		-0.64	-2.28	2.81	2.22	1.86	-0.43	2.54	0.72	0.21
定基增长速度(%)		-0.64	-2.90	-0.17	2.05	3.95	3.51	6.13	6.90	7.13



例：

1 年平均发展速度

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \sqrt[n]{\prod \frac{Y_i}{Y_{i-1}}} \\ &= \sqrt[9]{99.36\% \times 97.72\% \times 102.81\% \times 102.22\% \times 101.86\% \times 99.57\% \times 102.54\% \times 100.72\% \times 100.21\%} \\ &= \sqrt[9]{107.13} = 100.77\%\end{aligned}$$

2 年平均增长率

$$100.77\% - 1 = 0.77\%$$