



单个总体均值的检验



授课教师：陈雄强

浙江财经大学 数据科学学院



总体均值的检验

研究的问题

假设	研究的问题		
	双侧检验	左侧检验	右侧检验
原假设: H_0	$\mu = \mu_0$	$\mu \geq \mu_0$	$\mu \leq \mu_0$
备择假设: H_1	$\mu \neq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\mu > \mu_0$



总体均值的检验

检验统计量的选择

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

- 情形1：方差 σ^2 已知
- 情形2：方差 σ^2 未知，但为大样本
- 情形3：方差 σ^2 未知，且为小样本



情形1：方差 σ^2 已知（双侧检验）

均值检验步骤

1. 建立原假设和备择假设。

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

2. 构建检验统计量。

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1).$$



情形1：方差 σ^2 已知（双侧检验）

均值检验步骤

3.确定拒绝域

$$P \left\{ |z| \geq z_{\alpha/2} \right\} = \alpha.$$

4.作出统计决策

如果 $|z| \geq z_{\alpha/2}$ ，则拒绝原假设 H_0 ；

如果 $|z| < z_{\alpha/2}$ ，则无法拒绝。



情形1：方差 σ^2 已知（双侧检验）

【例】某切割机正常工作时, 切割每段金属棒的平均长度为10.5cm, 标准差是0.15cm。今从一批产品中随机的抽取15段进行测量, 其结果如下:

10 .4 10 .6 10 .1 10 .4 10 .5 10 .3 10 .3 10 .2

10 .9 10 .6 10 .8 10 .5 10 .7 10 .2 10 .7

假定切割的长度服从正态分布, 且标准差没有变化, 试问该机工作是否正常? ($\alpha = 0.05$)

双侧检验!





情形1：方差 σ^2 已知（双侧检验）

检验步骤：

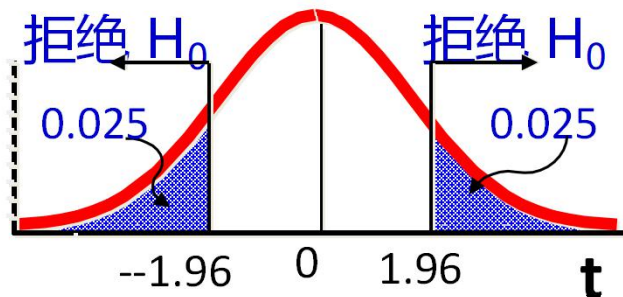
1. 提出原假设与备择假设：

$$H_0: \mu = 10.5; H_1: \mu \neq 10.5$$

2. 构建检验统计量：

$$\begin{aligned} z &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \\ &= \frac{10.48 - 10.5}{0.15 / \sqrt{15}} = -0.516 \end{aligned}$$

3. 确定拒绝域（ $\alpha=0.05$ ）：



4. 作出决策：

在 $\alpha = 0.05$ 的水平上无法拒绝 H_0 ，说明该机器工作正常。



情形1：方差 σ^2 已知（单侧检验）

【例】某批发商欲从厂家购进一批灯泡，根据合同规定，灯泡的使用寿命平均不能低于1000小时。已知灯泡使用寿命服从正态分布，标准差为20小时。在总体中随机抽取100只灯泡，测得样本均值为960小时。批发商是否应该购买这批灯泡？（ $\alpha = 0.05$ ）

单侧检验！





情形1：方差 σ^2 已知（单侧检验）

均值检验步骤：

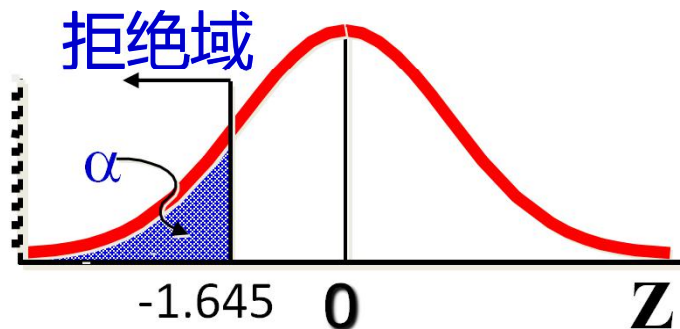
1.提出原假设与备择假设：

$$H_0: \mu \geq 1000; H_1: \mu < 1000$$

2.构建检验统计量：

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \\ &= \frac{960 - 1000}{20 / \sqrt{100}} = -2 \end{aligned}$$

3.确定拒绝域（ $\alpha=0.05$ ）：



4.作出决策：

在 $\alpha=0.05$ 的水平上拒绝 H_0 ，
即有证据表明这批灯泡的使用寿命低于1000小时。



情形2：方差 σ^2 未知，但为大样本

均值检验方法

用 s^2 代替 σ^2 ，使用 z 统计量：

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \sim N(0, 1).$$



情形3：方差 σ^2 未知，且为小样本

均值检验方法

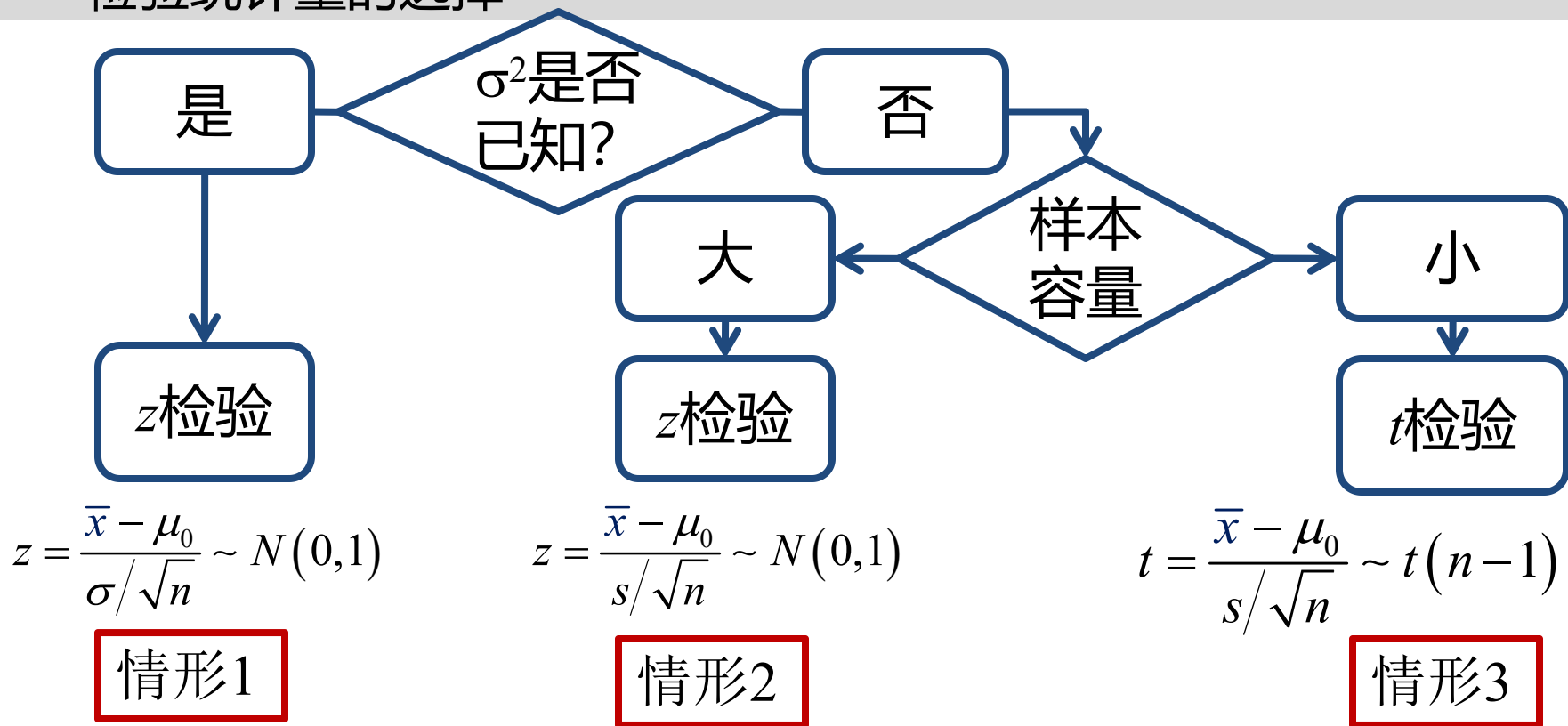
用 s^2 代替 σ^2 ，使用 t 统计量：

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$$



总结

检验统计量的选择





浙江财经大学
Zhejiang University of Finance & Economics

谢 谢
