Rapport n°1 MT12

Alexandre Ballet et Simon LAURENT

Printemps 2016

Table des matières

Chapitre 1

Série de Fourier

Chapitre 2

Classe de fonctions

1. $f(x) = (sin\, x)^{1/3}$

   La fonction f est définie sur l'intervalle $(-\pi; \pi)$. Elle est composée d'une fonction sinus, ce qui la rend impaire. Elle n'admet aucune valeur interdite et on a $f(0^+) = f(0^-) = \sqrt{0} = 0$. Elle est donc continue.

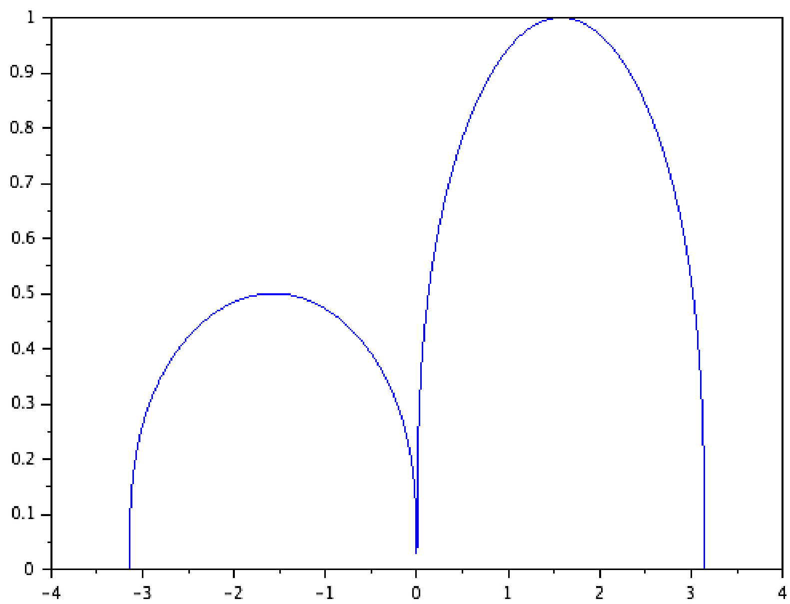

FIGURE 2.1 – Courbe de la fonction f.

Sa dérivée est $f'(x) = \frac{1}{3}cosx(sin\,x)^{-2/3}$. Elle admet une asymptote verticale en 0 et n'est donc pas continue. La fonction f est continue mais non dérivable sur $(-\pi;\pi)$.

2. $f(x) = (sin\,x)^{4/3}$

La fonction f est définie sur l'intervalle $(-\pi;\pi)$. Elle n'admet aucune valeur interdite et on a $f(0^+) = f(0^-) = \sqrt[3]{0} = 0$. Elle est donc continue.

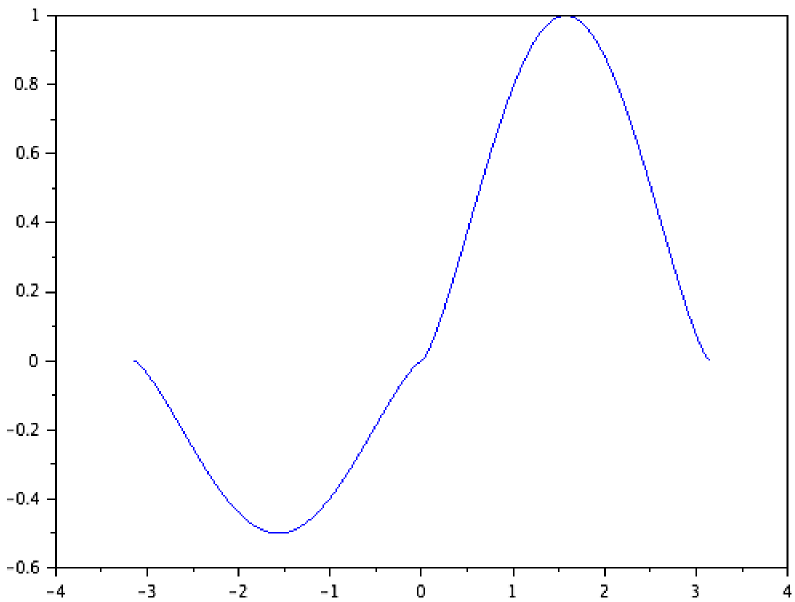

FIGURE 2.2 – Courbe de la fonction f.

Sa dérivée est $f'(x) = \frac{4}{3}cos\,x(sin\,x)^{1/3}$. Elle n'admet pas d'asymptote et est donc continue. La fonction f est continue et dérivable, donc régulière.

3. $f(x) = \begin{cases} cos\,x & ,si \quad x > 0 \\ -cos\,x & ,si \quad x \leq 0 \end{cases}$

La fonction f est définie sur l'intervalle $(-\pi;\pi)$. Elle n'admet aucune valeur interdite et on a $f(0^+) = 1$ et $f(0^-) = -1$. Elle n'est donc pas continue en 0.

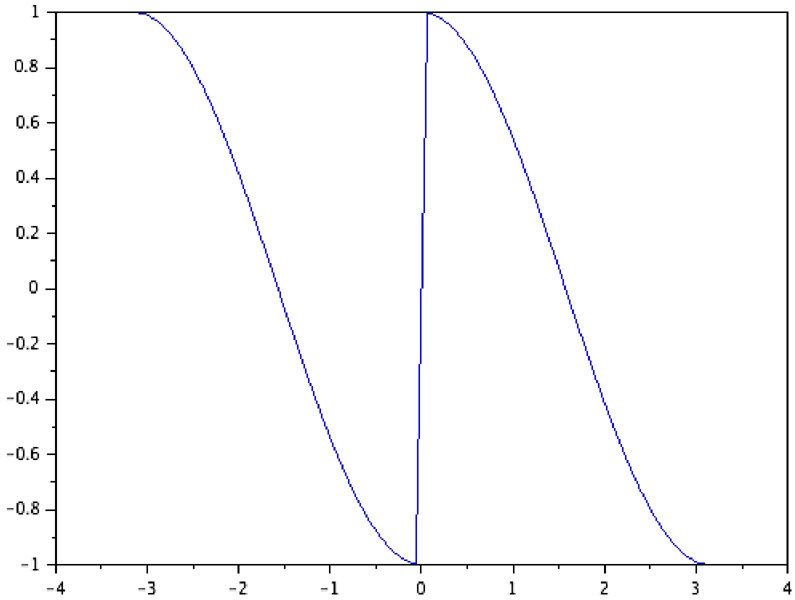

FIGURE 2.3 – Courbe de la fonction f.

Elle est dérivable par morceaux et sa dérivée est $f'(x) = \begin{cases} -sin\, x & , si \quad x > 0 \\ sin\, x & , si \quad x \leq 0 \end{cases}$

La fonction f est continue par morceaux et dérivable par morceaux, donc régulière par morceaux.

4. $f(x) = \begin{cases} sin\, x & , si \quad x > 0 \\ -sin\, 2x & , si \quad x \leq 0 \end{cases}$

La fonction f est définie sur l'intervalle $(-\pi; \pi)$. Elle n'admet aucune valeur interdite et on a $f(0^+) = f(0^-) = 0$. Elle est donc continue.

Elle est dérivable par morceaux et sa dérivée est $f'(x) = \begin{cases} cos\, x & , si \quad x > 0 \\ -2cos\, 2x & , si \quad x \leq 0 \end{cases}$

La fonction f est continue et dérivable par morceaux, donc régulière par morceaux.

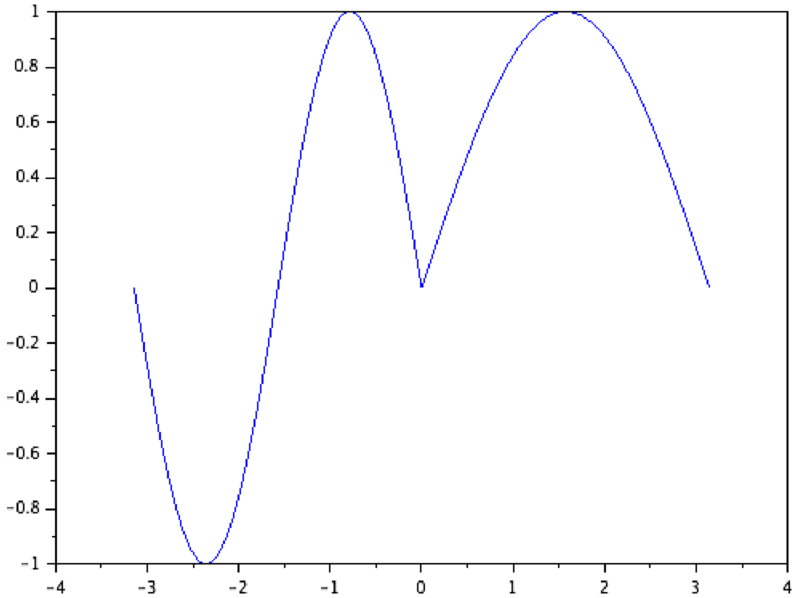

FIGURE 2.4 – Courbe de la fonction f.

5. $f(x) = \begin{cases} (sin\,x)^{1/5} & ,si \quad x < \pi/2 \\ -cos\,x & ,si \quad x \geq \pi/2 \end{cases}$

La fonction f est définie sur l'intervalle $(-\pi;\pi)$. Elle n'admet aucune valeur interdite et on a $f(0^+) = f(0^-) = \sqrt{0} = 0$ et $f(\pi/2) = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x \to \pi/2 \\ x > \pi/2}} f(x)$. Elle est continue en 0 mais pas en $\pi/2$, elle est donc continue par morceaux.

Elle est dérivable par morceaux et sa dérivée est $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} cos\,x\,(sin\,x)^{1/5} & ,si \quad x < \pi/2 \\ sin\,x & ,si \quad x \geq \pi/2 \end{cases}$

La fonction f est continue par morceaux et dérivable par morceaux, donc régulière par morceaux.

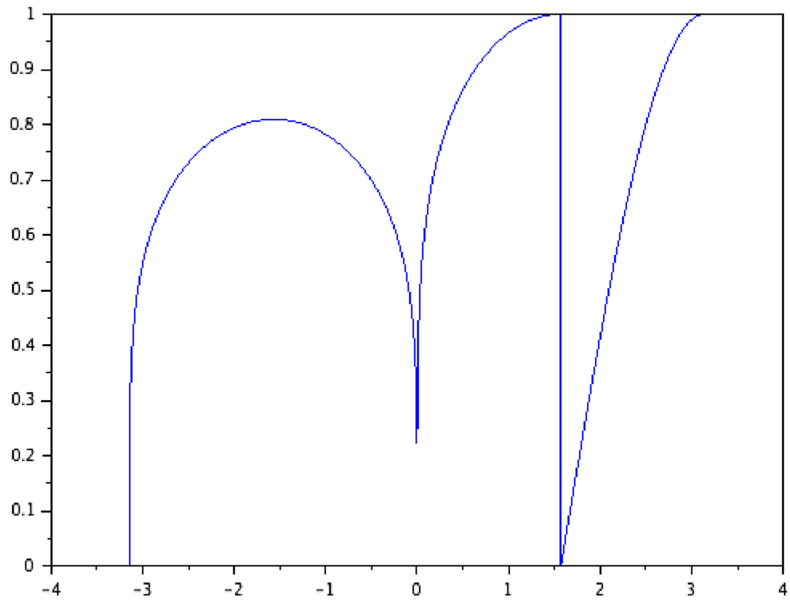

FIGURE 2.5 – Courbe de la fonction f.

Chapitre 3

Phénomène de Gibbs

Chapitre 4

Application des série de Fourier

4.1 La corde pincé

4.2 La corde frappée

Chapitre 5

Equation de la chaleur

Chapitre 6

Compléments

6.1 Finance

6.2 Informatique

Comme le disait Jean de la Fontaine dans sa fable :

Rien de sert de courir, il faut partir à point.