②

Calcule Littérale (générale)

$$\begin{cases} t_1 = T - t_2 \\ t_2 = \dfrac{g}{2V}(t_1)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = T - \dfrac{g}{2V}(t_1)^2 \\ t_2 = \dfrac{g}{2V}(t_1)^2 \end{cases}$$

Trouvons t_1 en résolvant cett equation:

$$t_1 = T - \frac{g}{2V}(t_1)^2$$

$$\frac{g}{2V}(t_1)^2 + t_1 - T = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot \frac{g}{2V} \cdot T$$

$$= 1 + \frac{4gT}{2V}$$

$$= 1 + \frac{2gT}{V}$$

cherchons les racines R_1 et R_2 du Polynôme:

$R_1 < 0$ car $g > 0$, $V > 0$, $T \geq 0$

$$R_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}}{2 \times \frac{g}{2V}}$$

$$R_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}}{2 \times \frac{g}{2V}}$$

$$\boxed{\frac{g}{2V}(t_1 - R_1)(t_1 - R_2) = 0}$$

Soit:

$t_1 = R_1$

mais $R_1 < 0$ donc t_1 ne peut pas être égale à R_1 car il n'existe pas de durées négative.

Soit:

$t_1 = R_2$

R_2 est solution s'il est positif ou nule: $\dfrac{-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}}{\frac{g}{V}} \geq 0$

or $g > 0$; $V > 0$; $T > 0$:

$$\frac{2gT}{V} > 0$$

$$1 + \frac{2gT}{V} > 1$$

$$\sqrt{1 + \frac{2gT}{V}} > 1$$

$$-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}} > 0$$

$$\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}\right)\frac{V}{g} > 0$$

car $\frac{V}{g} > 0$

R_2 est donc tout le temps une solution.

Résolution du système:

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}}{\frac{g}{V}} \\ t_2 = \dfrac{g}{2V}\left[\dfrac{V}{g}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}\right)\right]^2 \end{cases}$$

$$t_2 = \frac{g}{2V}\left(\frac{V}{g}\right)^2\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}\right)^2$$

$$t_2 = \frac{V}{2g}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2gT}{V}}\right)^2$$