

Matematik EUX 01 – Cykelprojekt – Analytisk plangeometri

$$l: y=28,6x-8,18$$

$$n: y=0,4x+0,28$$

$$m: y=0,5x-0,15$$

a)

Formler:

$$y=a_1x+b_1$$

$$y=a_2x+b_2$$

$$a_1x+b_1=a_2x+b_2$$

Udregn timer:

$$28,6x-8,18=0,4x+0,28$$

$$28,6x-0,4x=0,28+8,18$$

$$28,2x=8,46$$

$$x=\frac{8,46}{28,2}$$

$$x=0,3$$

$$y=28,6\cdot 0,3-8,18$$

$$y=0,4$$

$$A=(0,3;0,4)$$

b)

Formler:

$$P=(x_1;y_1)$$

$$y = ax + b$$

$$s = \frac{|ax_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Udregninger:

$$m: y = 0,5x - 0,15$$

$$P = A = (x_1; y_1) = (0,3; 0,4)$$

$$s = \frac{|0,5 \cdot 0,3 + (-0,15) - 0,4|}{\sqrt{(0,5)^2 + 1}} = \frac{0,4}{\sqrt{1,25}}$$

$$s = 0,36$$

c)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$A = (x_1; y_1) = (a; b) = (0,3; 0,4)$$

$$r = s = 0,36$$

$$(x - 0,3)^2 + (y - 0,4)^2 = 0,36^2$$

d)

$$x = 0$$

$$(0 - 0,3)^2 + (y - 0,4)^2 = 0,36^2$$

$$0,3^2 + y^2 + (-0,4)^2 - 2 \cdot -0,4 \cdot y = 0,36^2$$

$$0 = y^2 - 0,8y + 0,1204$$

$$y_{formel} = ax_{formel}^2 + bx_{formel} + c$$

$$x_{formel} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{formel} = y$$

$$y = \frac{-(-0,8) \pm \sqrt{(-0,8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,1204}}{2 \cdot 1} = \frac{0,8 \pm \sqrt{0,1584}}{2}$$

$$y_1 = \frac{0,8 - \sqrt{0,1584}}{2} = 0,20$$

$$y_2 = \frac{0,8 + \sqrt{0,1584}}{2} = 0,60$$

Vi vidste allerede at cirklen havde 2 skæringspunkter med y-aksen, men kunne også finde ud af det, ved at tjekke diskriminanten er større end 0:

$$b^2 - 4ac = (-0,8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,1204 = 0,1584 > 0$$

e)

$$y = ax + b$$

$$l: y = 28,6x - 8,18$$

$$A = (x_1; y_1) = (0,3; 0,4)$$

$$C = (x_2; y_2)$$

$$|AC| = 0,5$$

Siden vi har at gøre med 2 punkter, en linje, hvor mindst 1 af punkterne ligger på linjen, og en kendt afstand mellem punkterne, kan vi forestille os en cirkel med A i centrum og en radius på 0,5. Så kan vi regne skæringspunkterne mellem cirklen og linjen:

$$\text{dist}(A, l) = \frac{ax_1 + b - y_1}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\text{dist}(A, l) = \frac{28,6 \cdot 0,3 + (-8,18) - 0,4}{\sqrt{28,6^2 + 1}}$$

$\text{dist}(A, l) = 0 < 0,5$ Dvs. linjen skærer cirklen i 2 punkter, og siden den er 0 skærer linjen centrum.

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,18-0,4)^2=0,5^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,58)^2=0,5^2$$

$$x^2+0,3^2-2\cdot 0,3x+(28,6x)^2+8,58^2-2\cdot 8,58\cdot 28,6x=0,25$$

$$x^2+0,09-0,6x+817,96x^2+73,62-490,78x=0,25$$

$$0=818,96x^2-491,38x+73,46$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-491,38)\pm\sqrt{(-491,38)^2-4\cdot 818,96\cdot 73,46}}{2\cdot 818,96}$$

$$x=\frac{491,38\pm\sqrt{811.098}}{1637,92}$$

$$x_0=\frac{491,38-\sqrt{811.098}}{1637,92}=0,28$$

$$y_0=28,6\cdot 0,28-8,18=-0,17$$

$$x_2=\frac{491,38+\sqrt{811.098}}{1637,92}=0,32$$

$$y_2=28,6\cdot 0,32-8,18=0,972$$

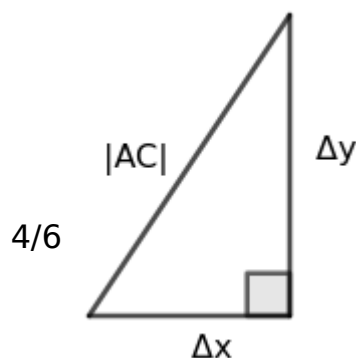
x_2 og y_2 er kordinaterne, fordi, som vi kan aflæse fra skitsen, har C en højere y -værdi end A , og linjen har en positiv hældning, så eftersom C ligger højere, giver det bedst mening hvis $x_2 > x_1 = 0,32 > 0,3$.

Siden punkterne A og C begge ligger på linjen l , og vi kender definitionen på A og l , kan man ud fra det beregne C . Til det kan vi bruge pythagoras:

$$a^2+b^2=c^2$$

$$y=28,6x-8,18$$

$$|AC|=0,5$$



$$0,5^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

$$\Delta y = 28,6 \Delta x$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 + (28,6 \Delta x)^2$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 + 28,6^2 \Delta x^2$$

$$0,5^2 = \Delta x^2 (1 + 28,6^2)$$

$$\sqrt{0,5^2} = \sqrt{\Delta x^2} \sqrt{(1 + 28,6^2)}$$

$$0,5 = \Delta x \sqrt{(1 + 28,6^2)}$$

$$\Delta x = \frac{0,5}{\sqrt{(1 + 28,6^2)}} = 0.01747$$

$$\Delta y = 28,6 \cdot 0.01747 = 0.4996$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 0,3 + 0.01747 = 0.32$$

$$y_2 = 28,6 \cdot 0,32 - 8,18 = 0.97$$

Som vi kan se er x_2 , og derved også y_2 , det samme i begge beregninger.

f)

$$m: y = 0,5x - 0,15$$

$$B = (B_x; B_y) = (1,4; B_y)$$

$$r = 0,36$$

$$B_y = 0,5 B_x - 0,15 = 0,5 \cdot 1,4 - 0,15 = 0,55$$

$$B = (1,4; 0,55)$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \end{pmatrix} , \text{ som vi får fra } a \text{ i } m \text{ 's definition.}$$

$$\hat{n} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\hat{n}| = \sqrt{-0,5^2 + 1^2} = 1,12$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \frac{-0,5}{1,12} \\ \frac{1}{1,12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,45 \\ 0,89 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = \vec{e} \cdot r = \begin{pmatrix} -0,45 \cdot 0,36 \\ 0,89 \cdot 0,36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,162 \\ 0,3204 \end{pmatrix}$$

$$D = (B_x + \overrightarrow{BD}_x; B_y + \overrightarrow{BD}_y) = (1,4 + (-0,162); 0,55 + 0,3204) = (1,24; 0,87)$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$(x-D_x)^2 + (y-D_y)^2 = r^2$$

$$(x-1,24)^2 + (y-0,87)^2 = 0,36^2$$

g)

$$0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,3 = 2,8$$

