Matematik A Prøve
Simon From Jakobsen 20ia
$\frac{3}{5}2023$

Opgave 1

$f(x) := \frac{1}{3}x^3 \mathrm{K}\ 3x^2 + 4x + 5 :$

a)

Med differentieringsreglerne, kan vi sige at $\frac{1}{3}\cdot x^3$ bliver til $\frac{1}{3}\cdot 3\cdot x^2$, $3\cdot x^2$ bliver til $3\cdot 2\cdot x$, $4x$ til 4 og 5 til 0.

$f'(x) = x^2 \mathrm{K}\ 6x + 4 :$

b)

$f'(x) = 5^2 \mathrm{K}\ 6\cdot 5 + 4$

$f'(5) = \mathrm{K}\ 1$

c)

Her bruger jeg tangentens ligning, til at finde forskriften.

$x_1 := 5 :$
$y_1 := f(5) = \mathrm{K}\ \frac{25}{3}$

$a := f'(x_1) = \mathrm{K}\ 1$

$b := y_1 \mathrm{K}\ a\cdot x_1 = \mathrm{K}\ \frac{10}{3}$

$g(x) := a\cdot x + b = x \rightarrow a\,x + b$

Opgave 2

restart
with(*Gym*) :
with(*plots*) :

$f(x) := \mathrm{K}\ x^3 + 0.75\,x^2 + 31.5\,x\mathrm{K}\ 10:$

a)

Først finder jeg alle lokale ekstremaer, ved at sige $f'(x) = 0$.

$solve(f'(x) = 0)$ = K 3., 3.500000000

Derefter finder jeg ud af om kurven er voksende eller aftagende mellem punkterne.

$f'(\mathrm{K}\ 6.25)$ = K 95.0625
$f'(0.25)$ = 31.6875
$f'(6.75)$ = K 95.0625

Ud fra det kan jeg, ved at se om tallene er negative eller positive, konkludere hvornår polynomiet er voksende og aftagende.

f er aftagende i $]\mathrm{K}\ \infty; \mathrm{K}\ 3]$
f er voksende i $[\mathrm{K}\ 3; 3.5]$
f er aftagende i $[3.5; \infty[$

b)

Først finder jeg alle lokale ekstremaer, ved at sige $f'(x) = 0$.

$solve(f'(x) = 0)$ = K 3., 3.500000000

$f''(\mathrm{K}\ 3)$ = 19.50

K 3 er et lokalt minimum, da $f''(\mathrm{K}\ 3) > 0$.

$f''(3.5)$ = K 19.50

3.5 er et lokalt minimum, da $f''(3.5) < 0$.

c)

Her finder jeg vendetangenden ved at sætte dobbeltafledte funktion lig 0, og bruger derefter tangendens ligning til at finde forskriften.

$x_1 := solve(f''(x) = 0, x)$ = 0.2500000000
$y_1 := f(x_1)$ = K 2.093750000

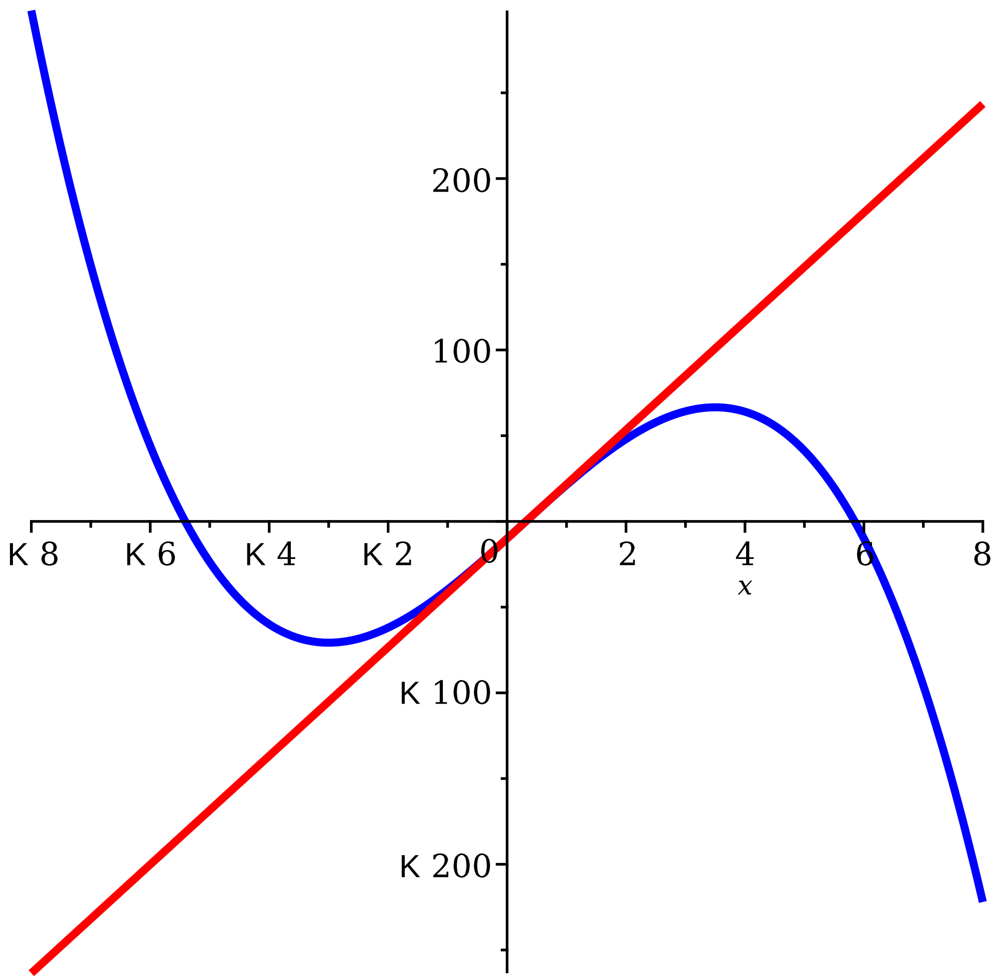
$a := f'(x_1)$ = 31.68750000
$b := y_1\mathrm{K}\ a \cdot x_1$ = K 10.01562500

$v(x) := a \cdot x + b$:
$v(x)$ = $31.68750000\, x$ K 10.01562500

d)

$fp := plot(f(x), x =$K $8..8, thickness = 3, color = blue)$:
$vp := plot(v(x), x =$K $8..8, thickness = 3, color = red)$:

$display(fp, vp)$



Opgave 3

$restart$
$with(Gym)$:

$f(x) := \mathrm{e}^{0.2 \cdot x^2}$:

a)

$x_0 := solve(f'(x) = 4, x)$ = 2.596540920
$y_0 := f(x_0)$ = 3.851277648

$A := (x_0, y_0)$ = 2.596540920, 3.851277648

b)

$x_1 := solve(f'(x) = 6, x)$ = 2.874247208
$y_1 := f(x_1)$ = 5.218757794

$B := (x_1, y_1)$ = 2.874247208, 5.218757794

c)

Her bruger jeg vendetangendens formel, til at finde forskriften.

$a := \frac{y_1 \mathrm{K}\ y_0}{x_1 \mathrm{K}\ x_0}$ = 4.924195832
$b := y_1 \mathrm{K}\ a \cdot x_1$ = K 8.934598326

$s(x) := a \cdot x + b$:

$s(x)$ = 4.924195832 xK 8.934598326

Opgave 4

restart

Figur b viser $f'(x)$, da f er aftagende fra ca. 0 til ca. 4.2, men ellers voksende. Den differentierede funktion viser hældningen på funktionen, og **figur b** viser hældningen på $f(x)$.