

---

# RUMLIGE FIGURER PROJEKT

---

Lavet af Jeppe Kleis, Asger, Kornelius, og Maksim



7. MAJ 2023

## Projekt rumlige figurer

### Formål

At opnå forståelse for beregning af volumen og overfladeareal af rumlige figurer



### Opgaven

Herunder er et billede af en kegle, en keglestub, en cylinder, en pyramide og en pyramidestub. De grå områder er åbninger. Rumfanget er hver beholder/figur skal være 0,4 liter. Målene på beholderne er angivet i cm.

- I) Bestem højden i hver af de 5 figurer
- II) Bestem overfladearealet af hver af de 5 figurer

Teori:

Formeler:

*cylinder:*

$$h \cdot r^2 \cdot \pi$$

overfladeareal

$$oa = h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r + r^2 \cdot \pi$$

*kegle:*

$$\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

Overflade areal

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$TA = \frac{g \cdot s}{2}$$

Keglestub:

*rumfang*

$$v = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot h \cdot (g + \text{sqrt}(g \cdot G) + G)$$

*overflade areal*

$$A = 2(a + b) \sqrt{\left(\frac{a - b}{2}\right)^2 + h^2}$$

Keglestub:

rumfang

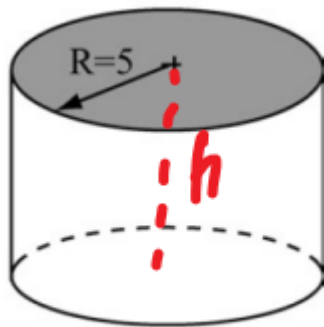
$$a = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

Overflade areal

$$v := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$$

Teori er ikke OK. Der skal  
forklaring til formlerne,  
figurer mm., så man kan  
se, hvad det er formlerne  
går ud på

## Cylinder



Cylinder

Beregning af højden på en cylinder

$$V = h \cdot r^2 \cdot \pi$$

Vi kender rumfang og radius så derfor skal vi blot omrokere

$$h = \frac{V}{r^2 \cdot \pi} :$$

$$\frac{400.}{5^2 \cdot \pi} = 5.092958180$$



Højden er 5,09 cm

Overfladearealet kan beregnes med

$$h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r + r^2 \cdot \pi \cdot 2 = OA$$

$$5.09 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 + 5^2 \cdot \pi \cdot 2 = 316.9866988$$

Man skal i bruge overfladearealet af figuren mens den er åben så i stedet er det

$$h := 5.09 :$$

$$r := 5 :$$

$$OA := h \cdot 2 \cdot \pi \cdot r + r^2 \cdot \pi$$

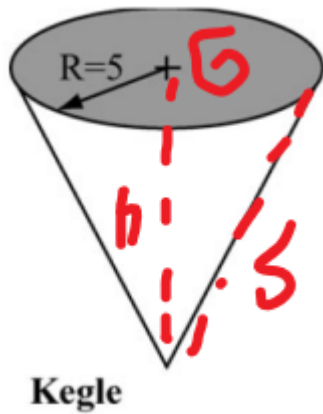
$$OA := 238.4468824$$

$$OA = 238.4468824$$



$$h = \frac{400}{r^2} \cdot \pi$$

kegle



r=5 CM

$$400 = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$h = \frac{400}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2}$$

$$\frac{400}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2} = 15,278 \text{ CM}$$



$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 15,278 = 399,97 \approx 400$$

Højden er 15.278 cm.

Cirkel: overfladeareal

Basen af kegle skriver vi som "G"

$$G = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$2 \cdot \pi \cdot 5 = 31,41 \text{ cm}^2$$

Dette er omkreds

$$S = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$S = \sqrt{((15.278^2) + (5)^2)}$$

$$S = 16.0753626398 \text{ cm}$$

Totalareal skrives som "TA"

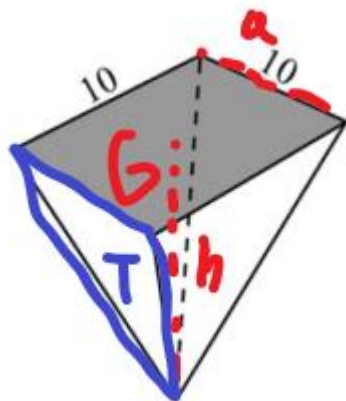
$$TA = \frac{g \cdot s}{2}$$

$$OA = \frac{(31.41 \cdot 16.0753626398)}{2} = 252.463570258 \text{ cm}^2$$

Overflade af kegle er  $252.463570258 \text{ cm}^2$



## Pyramide



Pyramide

$$V = 400 = V = 400$$

$$G := 10 \cdot 10 = 100$$

$$\text{solve}\left(\frac{100 \cdot x}{3} = 400\right) = 12$$

Højden på pyramiden er 12 cm.



$$a = 10 = a = 10$$

$$t = 5 :$$

$$h = 12 :$$

$$T := \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{12^2 + 5^2} = 65$$

$$65 \cdot 4 = 260 \text{ cm}^3$$

Overfladearealet af pyramiden A er  $260 \text{ cm}^3$



# Pyramidestub

1) Højde beregning

$$b=4$$

$$a=10$$

$$g := b \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$G := a \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$v = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot h \cdot (g + \text{sqrt}(g \cdot G) + G)$$

$$v = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot h \cdot (16 + \sqrt{(16 \cdot 100) + 100})$$

$$V=52h$$

vi kender v som er 400, så vi ender med

$$400=52h$$

vi kan dividere med 52 på begge sider

$$\left(\frac{400}{52}\right) = \left(\frac{52h}{52}\right) \rightarrow 7.69230769231 = h$$

$$h=7.69230769231$$

Bevis:

$$\left(\frac{1}{3}\right) \cdot 7.69230769231 \cdot (16 + \sqrt{(16 \cdot 100) + 100}) = 400$$

Så vores højde "h" er 7.692307692 cm

2) Overflade beregning

kan vi bruge følgende formel:

$$A = 2(a+b) \sqrt{\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$A = 2(4+10) \sqrt{\left(\frac{4-10}{2}\right)^2 + 7.692307692^2} = 231.185061$$

$$TA = A + a^2 + b^2$$

$$TA = 231.185061 + 10^2 + 4^2 = 347.185061$$

Total Overflade areal er 347.185061 cm<sup>2</sup>





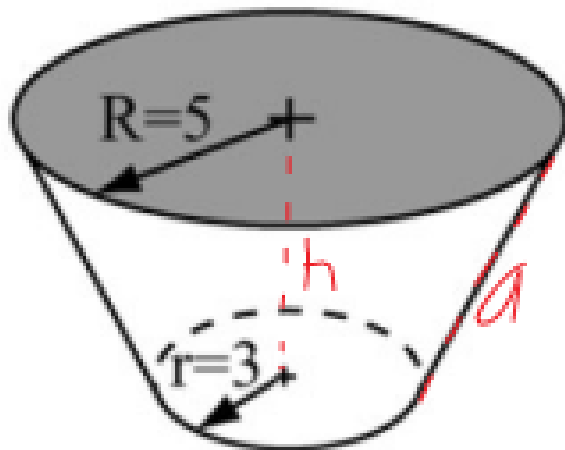
OA=TA-G

$$OA = 347.185061 - 100 = 247.185061 \text{ cm}^2$$

Overflade areal er  $247.185061 \text{ cm}^2$



## Keglestub



## Keglestub

### 1) Højde beregning

$$r1 := 5$$

$$r2 := 3$$

$$v := 400$$

$$v := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r1^2 + r2^2 + r1 \cdot r2)$$

vi kan skrive vores tal ind og få et resultat:

$$400 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (5^2 + 3^2 + 5 \cdot 3)$$

så kan resultat bare bytte plads

$$400 = 51.31268000 h \rightarrow 51.31268000 h = 400$$

nu kan vi bare dividere med 51.31268000 på begge sider

$$\frac{51.31268000 h}{51.31268000} = \frac{400}{51.31268000}$$

$$1 h = 7.795344153$$

så vores højde er 7.795344153 cm

$$r1 := 5$$

$$r2 := 3$$

$$v := 400$$

$$v := \frac{49 \pi h}{3}$$

$$400 = 51.31268000 h$$

$$1.000000000 h = 7.795344153$$

$$h = 7.795344153$$



$$h=7.795344153$$

Bevis:

$$\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \pi \cdot 7.7953441 \cdot 3 \cdot ((5^2) + (3^2) + 5 \cdot 3) = 400.00000008$$

400.00000008 kan rundes op til 400

Så vores højde er ca. 7.795 cm

Fint at I tjekker resultatet med 'Bevis'

2)Overflade beregning

$$h= 7.795$$

$$R=5$$

$$r=3$$

kan vi bruge følgende formel:

$$a = \sqrt{(h^2 + (R - r)^2)}$$

$$a = \sqrt{(7.795^2 + (5 - 3)^2)} = 8.04748563217$$

$$TA = \pi(R + r) \times a + \pi \times R^2 + \pi \times r^2$$

$$TA = \pi \cdot (5 + 3) \cdot 8.057 + \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 3^2 == 309.308646302$$

Total Overflade areal er 309.308646302 cm<sup>2</sup>

$$OA = TA - AT$$

AT er Areal top

$$5^2 \cdot \pi = 78,5398163 \text{ cm}^2$$

$$OA= 309.308646302- 78,5398163= 230.768830002$$

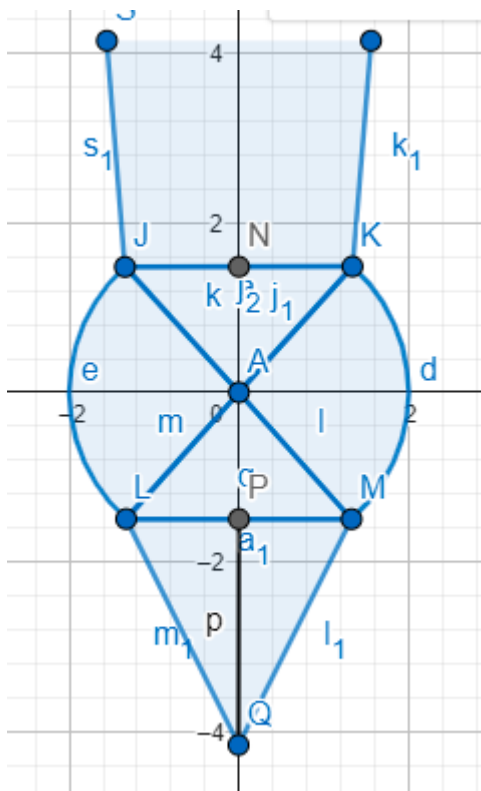
Overflade areal er 230.768830002 cm<sup>2</sup>



3:

- i) en bund som har form som en kegle,
- ii) en midterdel som har form som en kugleskive, og
- iii) en top som har form som keglestub
- iv) Cirklen der danner overgangen mellem kegle og kugleskive skal have samme radius i begge figurer.
- v) Cirklen der danner overgangen mellem kugleskive og keglestub skal have samme radius i begge figurer
- vi) højden skal være den samme i alle 3 figurer
- vii) toppen af keglestubben skal være åben
- viii) den samlede figur skal have et rumfang på mindst 80 ml. og på højst 82 ml.

Figur:



Teoriafsnit

Kugle:

Kegle:

Keglestub:

4:

$\pi := 3.14159265359$

$\pi := 3.14159265359$

Du bør ikke definere pi, da den allerede ligger i Maple

vi starter på vores kugleskive:  
 først har vi en normal kugle  
 vi siger at dens radius er 2 cm  
 $r := 2$

$r := 2$

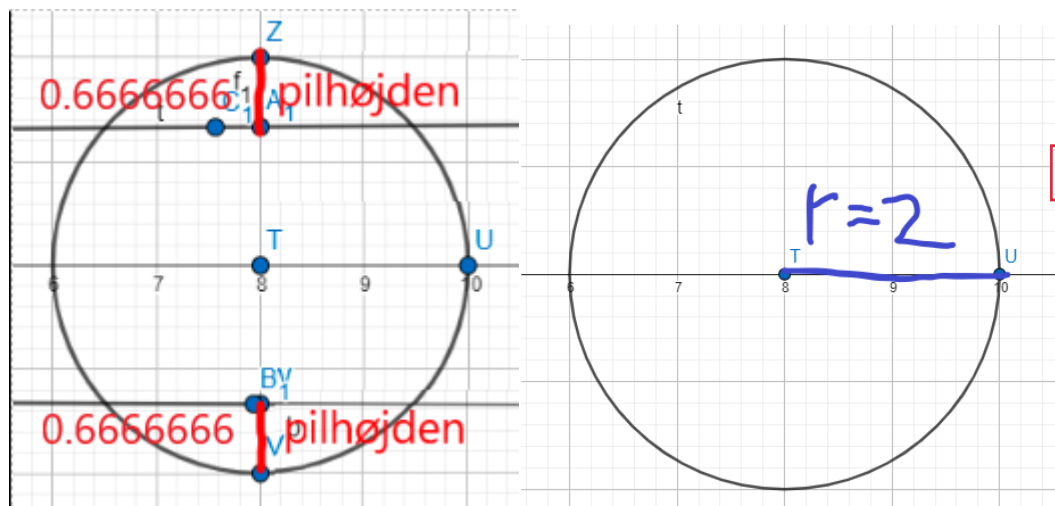
vi skal finde kugle hætte på den, så vi kan lave den til en kugleskive  
 vi siger også bare at højden af pilhøjden af kugle hætte er 0.6666666666666666 cm

0.6666666666666666

$hpil := 0.6666666666666666$

$hpil := 0.6666666666666666$

Billede under kan vi se pilhøjden og radius af kuglen



Fin tegning

Udregning mangler??

hætte volumen er 2.482246048 ml

hættev := 2.482246048

vi kan nemt finde højden pga radius på kuglen er 2 og vi skære

0.666666666 af den, men vi skal også huske at gange med 2, så radius bliver til diameter og i det tilfælde svarer det til vores højde

$h := (r - hpil) \cdot 2$

$h := 2.666666667$

så kan vi tage volumen af vores kugle

$kuglevolumen := \frac{4}{3} r^3 \pi$

$kuglevolumen := 33.51032164$

nu kan vi finde volumen af vores kugle skive

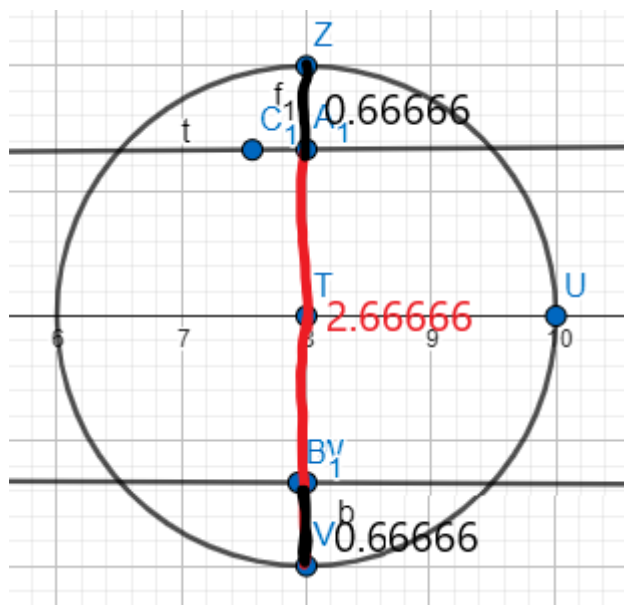
$skivev := kuglevolumen - hættev \cdot 2$

$skivev := 28.54582954$

kugle skive volumen er 28.54582954 ml

(✓)

Billede under kan vi se den højden, som de 2 andre figurer skal have altså 2.666666 cm



nu skal vi også finde grundflade radius af de 2 ny grundflader som, bliver skab ved at vi fjerne de 2 kugle hætter fra kuglen  
det kan vi nemt gøre ved at bare finde kugle hættens flade radius

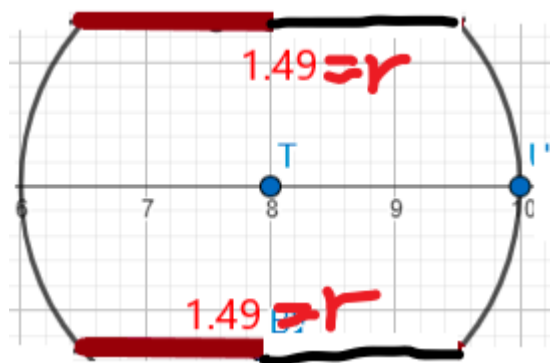
$$fr = \sqrt{r^2 - (r - h_{pil})^2}$$

$$fr = 1.490711985$$

så vi skal bruge den her radius som er 1.49  
 $r := 1.490711985$

$$r := 1.490711985$$

Billede under kan vi se radius, som de 2 andre figurer skal have



så nu kan vi beregne keglens volumen

$$k_{eglev} := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$k_{eglev} := 6.205615120$$

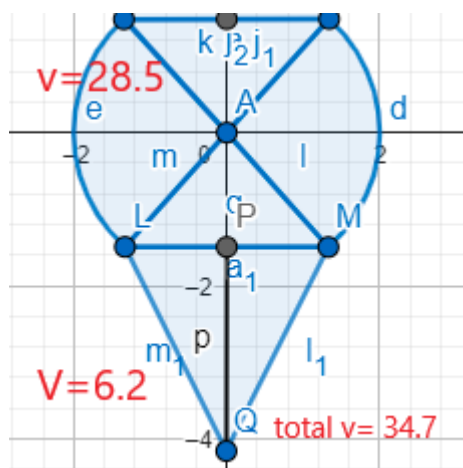
kegle volumen er 6.205615120 ml  
i alt har vi nu

$$k_{eglev} + sk_{ivev}$$

$$34.75144466$$

så tilsammen har de 2 figurer volumen på 34.75144466 ml

Billede under kan vi se volumen af keglen og kugleskiven



så kan vi beregne hvor meget volumen skal være på keglestuben

$$81 - 34.75144466$$

$$46.24855534$$

så kegle stub volumen skal op på 46.24855534 ml

$$k_{eglestubv} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r^2 + (r \cdot r_{top}) + r_{top}^2) \cdot h$$

$$46.24855533 = 46.24855533$$

nu kan vi bare sige at

$$\text{solve}\left(46.24855534 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r^2 + (r \cdot x) + x^2) \cdot h\right)$$

$$-4.604744191, 3.114032205$$

så vores rtop skal være 3.114032205 fordi det kan ikke være —  
bevis:

$$r_{top} := 3.114032205$$

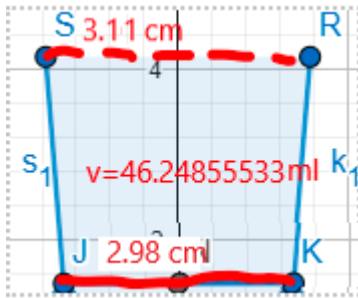
$$r_{top} := 3.114032205$$

$$k_{eglestubv} := \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r^2 + (r \cdot r_{top}) + r_{top}^2) \cdot h$$

$$k_{eglestubv} := 46.24855533$$

Billede under kan vi se keglestuben og dens målinger





$k_{eglestubv} + k_{eglev} + s_{kivev}$

$k_{eglestubv} := 46.24855533$

80.99999999

hele figures volume er 80.99999999 ml som er inde for 80-82 ml grænsen

23:39



$h \cdot 3$

8.000000001

$r$

1.490711985

$r_{top}$

3.114032205

kuglens  $r=2$

her kan vi se at i alt at højden af hele figur er ca 8 cm S

radius af de 2 cirkulære grundflade på kugleskive er begge 1.49 cm

bundradius kegle og keglestub er 1.49 cm

kugleskives radius er 2 cm

radius af toppen af keglestub er 3.11 cm

5:

vi starter med cirkel skiven

først skal vi have en kugle som vi så converter til kugle skive

så vi tager bare de originale mål

$\pi := 3.14159265359$

$\pi := 3.14159265359$

$r := 2$

$r := 2$

$h_{pil} := 0.6666666666666666$

$h_{pil} := 0.6666666666666666$

$h := 2.666666667$

$h := 2.666666667$

$TOA_{kugle} := 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$TOA_{kugle} := 50.26548248$

så skal vi finde overflade af kegle hætte

$OA_{hætte} := 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_{pil}$

$OA_{hætte} := 8.377580412$

så skal vi også have hættens grundflad radius og overflade af grundflade

$Gr := \sqrt{r^2 - (r - h_{pil})^2}$

$Gr := 1.490711985$

nu kan vi finde grundfladen

$$G_{hætte} := G r^2 \cdot \pi$$

resultat

$$O_{Askive} := O_{\text{Kugle}} - O_{\text{Hætte}} \cdot 2$$

overfladen af kugleskiven er  $33.51032166 \text{ cm}^2$   
vi kan finde total overflade areal

$$T O_{\text{Askive}} := O_{\text{Askive}} + G_{hætte} \cdot 2$$

total overflade areal af cirkel skiven er  $47.47295568 \text{ cm}^2$

vidre til keglen

$$r := 1.490711985$$

$$L := \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$P := 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$O_{\text{Kegle}} := \frac{P \cdot L}{2}$$

overflade af kegle er  $14.30744234 \text{ cm}^2$

vidre til keglestub

$$r_{\text{top}} := 3.114032205$$

$$L := \sqrt{(r - r_{\text{top}})^2 + h^2}$$

$$O_{\text{Keglestub}} := \pi \cdot (r + r_{\text{top}}) \cdot L$$

overflade af keglestub er  $45.16217150 \text{ cm}^2$   
alt i alt er vores totale overflade af den samlede figure  
 $TOA := T O_{\text{Askive}} + O_{\text{Kegle}} + O_{\text{Keglestub}}$

total overflade af samlede figuren er  $106.9425695 \text{ cm}^2$

Error, missing operation

det skulle gerne passe fint med vores rumfang som vi fik på  $80.99999999 \text{ ml}$

$$r := 1.490711985$$

$$G_{hætte} := 6.981317008$$

$$O_{\text{Askive}} := 33.51032166$$

$$T O_{\text{Askive}} := 47.47295568$$

$$r := 1.490711985$$

$$L := 3.055050464$$

$$P := 9.366419642$$

$$O_{\text{Kegle}} := 14.30744234$$

$$r_{\text{top}} := 3.114032205$$

$$L := 3.121903210$$

$$O_{\text{Keglestub}} := 45.16217150$$

$$TOA := 106.9425695$$

Forklaring til beregning af overfladeareal er meget mangelfuld.  
Det fremgår ikke hvad I regner ud hvornår!

$$total \text{ overflade af samlede figuren er } 106.9425695 \text{ cm}^2$$



vi starter med cirkel skiven  
 først skal vi have en kugle som vi så conveter til kugle skive  
 så vi tager bare de orginale mål

$$\pi := 3.14159265359$$

$$\pi := 3.14159265359$$

$$r := 2$$

$$r := 2$$

$$h_{pil} := 0.6666666666666666$$

$$h_{pil} := 0.6666666666666666$$

$$h := 2.666666667$$

$$h := 2.666666667$$

$$TOA_{kugle} := 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$TOA_{kugle} := 50.26548248$$

så skal vi finde overflade af kegle hætte

$$OA_{hætte} := 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_{pil}$$

$$OA_{hætte} := 8.377580412$$

så har vi overfladen fa cirkel skiven

så har vi overfladen fa cirkel skiven

resultat

$$OA_{skive} := OA_{kugle}$$

$$OA_{skive} := 50.26548248$$

overflade areal af cirkel skiven er  $50.26548248 \text{ cm}^2$

vidre til keglen

$$r := 1.490711985$$

$$r := 1.490711985$$

$$L := \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$L := 3.055050464$$

$$P := 2 \cdot r \cdot \pi$$

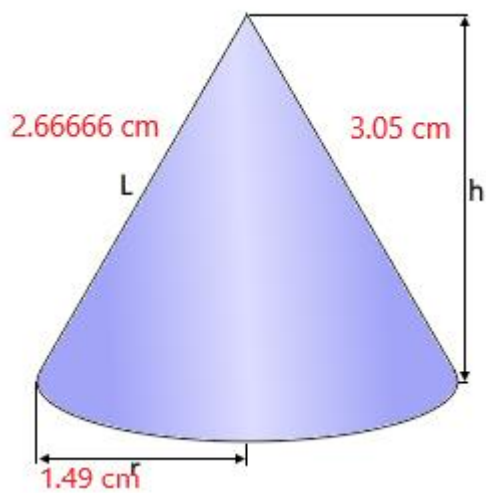
$$P := 9.366419642$$

$$OA_{kegle} := \frac{P \cdot L}{2}$$

$$OA_{kegle} := 14.30744234$$

overflade af kegle er  $14.30744234 \text{ cm}^2$

Billede under kan vi se keglen og dens målinger



vidre til keglestub

$$r_{top} := 3.114032205$$

$$r_{top} := 3.114032205$$

$$L := \sqrt{(r_{top} - r)^2 + h^2}$$

$$L := 3.121903210$$

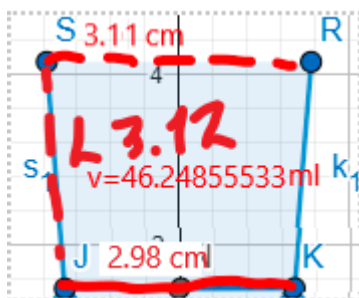
$$OA_{keglestub} := \pi \cdot (r_{top} + r) \cdot L$$

$$OA_{keglestub} := 45.16217150$$

Her er det bedre  
forklaret. Men hvorfor  
deler I det op i 2 ?

overflade af keglestub er  $45.16217150 \text{ cm}^2$

Billede under kan vi se keglestub og dens målinger



overflade af keglestub er  $45.16217150 \text{ cm}^2$   
alt i alt er vores totale overflade af den samlede figure  
 $OA := OA_{skive} + OA_{kegle} + OA_{keglestub}$   
 $OA := 109.7350963$

overflade af samlede figuren er  $109.7350963 \text{ cm}^2$

det skulle gerne passe fint med vores rumfang som vi fik på  
 $80.99999999 \text{ ml}$

Opgaven (specielt del 2) er meget rodet.