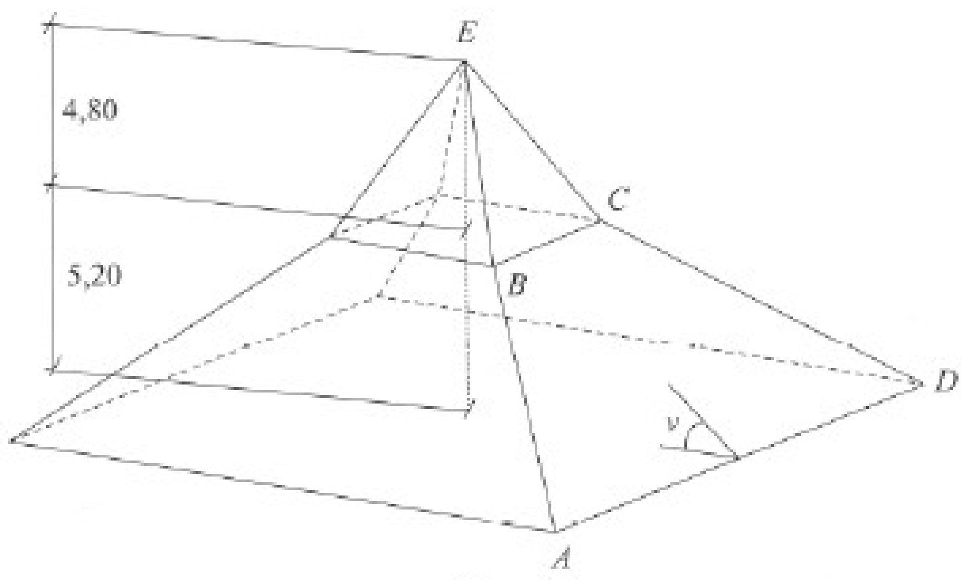
# Rumlige figurer

Pga. tekniske uheldigheder er formlerne grimme, og nogle af dem har flyttet sig 1 eller 2 pladser.

### Opgave 1: Tagkonstruktion




$AD=18\,m$
$BC=5{,}4\,m$
$l_s=\sqrt{k_1^2+k_2^2}$
$\boldsymbol{k_2=h_2}$

a) Bestem længden af linjestykket *AB* og længden af linjestykket *BE*.

$$h_1=4{,}80\,m$$

$$h_2=5{,}20\,m$$

$$k_1=\frac{AD-BC}{2}$$

$$l_s=\sqrt{(6{,}3m)^2+(5{,}2m)^2}$$

$l_s = 8{,}168843247\,m$

$AB = \sqrt{l_s^2 + k_1^2}$

$AB = \sqrt{(8{,}168843247\,m)^2 + (6{,}3\,m)^2}$

$k_l = \frac{18\,m - 5{,}4\,m}{2}$

$k_1 = 6{,}3\,m$

$k_2 = 5{,}2\,m$

$AB = 10{,}32\,m$

$BE = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{BC^2 \times 2}}{2}\right)^2 + h_1^2}$ er hypotinusen af den øverste grundflade skåret diagonalt

$BE = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{(5{,}4\,m)^2 \times 2}}{2}\right)^2 + (4{,}8\,m)^2}$

$BE = 6{,}13\,m$

$h_p$

$h_p = \sqrt{BC^2 \times 2}$

$BE = \sqrt{\frac{h_p}{2}^2 + h_1^2}$

b) Bestem vinklen *v* mellem vandret og fladen der indeholder punkt *A*, punkt *B*, punkt *C* og punkt *D*.

Vi genbruger $\tan(v) = \frac{k_2}{k_l}$ og $v = \tan^{-1}\left(\frac{k_2}{k_1}\right)$

$v = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}2\,m}{6{,}3\,m}\right)$

$k_1$

$k_2$

$v = 39{,}54°$

c) Bestem overfladearealet på den i figur 1 viste tagkonstruktion.

$T_{total} = T_1 + T_2 + G$

$T_1$ er den øverste pyramides overflade areal, uden grundfladen. $T_2$ er den nederste pyramidestubs areal, uden grundfladerne. $G$ er den nederste grundflade.

$G = AD^2$

$T_1 = \frac{h_s \times BC}{2} \times 4$

$h_s$

$h_s = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + h_1^2}$

er højden på sidetrekanterne af den øverste pyramide.

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + h_1^2} \times BC}{2} \times 4$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{(5{,}4\,m)}{2}\right)^2 + (4{,}8\,m)^2} \times (5{,}4\,m)}{2} \times 4$$

$$T_1 = 59{,}478493592\,m^2$$

$$T_s$$

$$T_s = \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times l_s$$

$$T_s = \frac{1}{2} \times (18\,m + 5{,}4\,m) \times 8{,}168843247\,m$$ er arealet af en af siderne på pyramidestuppen.

Formlen for arealet af en trapez:

$$T_s = 95{,}57546599\,m^2$$

$$T_2 = T_s \times 4$$

$$T_2 = 95{,}57546599\,m^2 \times 4$$

$$T_2 = 382{,}30186396\,m^2$$

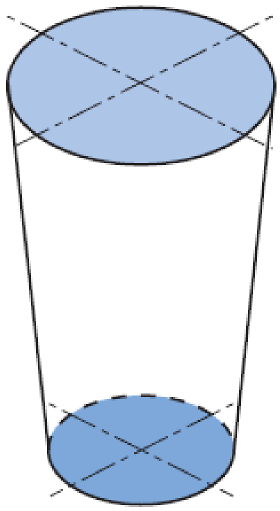
$$T_{total} = 59{,}478493592\,m^2 + 382{,}30186396\,m^2 + 324\,m^2$$

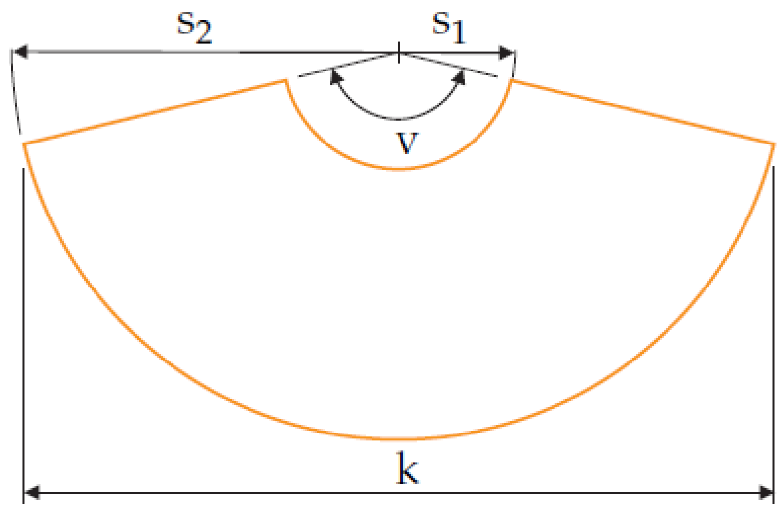
$$G = (18\,m)^2$$

$$G = 324\,m^2$$

$$T_{total} = 765{,}78\,m^2$$

**Opgave 2: Drikkebæger**






$S_2$

$S_1$

$v$

a) Bestem $D_1 = 65\,mm$ , som er vist på figur 3.

Først regner vi vinklen $D_2 = 45\,mm$ på siden, i forhold til grundfladen.

$$h = 90\,mm$$

$$b = \frac{65\,mm - 45\,mm}{2}$$

$$b = 10\,mm$$

$$v_g = \tan^{-1}\left(\frac{90\,mm}{10\,mm}\right) = \tan^{-1}(9)$$

$$S_2 = \tan(v_g) \times \frac{D_1}{2}$$

$$v_g = 83{,}66\,°$$

$$a = 90\,mm$$

$S_2 = \tan(83{,}66°) \times \frac{65\,mm}{2}$

$S_2 = 293\,mm$

$\tan(v_g) = \frac{a}{b}$

$a = h$

b) Bestem $b = \frac{D_1 - D_2}{2}$ , som er vist på figur 3.

$v_g$

$S_1 = \tan(v_g) \times \frac{D_2}{2}$

$S_1 = \tan(83{,}66°) \times \frac{45\,mm}{2}$

c) Bestem $S_1 = 203\,mm$, som er vist på figur 3.

Her er formlen for omkreds i et cirkeludsnit:

$O = 2\pi r \frac{v}{360°}$

Siden vi kender omkredsen $O \times 360° = 2\pi r \frac{v}{360°} \times 360°$ og radius $O$ , kan vi omskrive den til:

$r$

$O \times 360° = 2\pi r v$

$\frac{O \times 360°}{2\pi r} = \frac{2\pi r v}{2\pi r}$

$v = \frac{O \times 360°}{2\pi r}$

$$v=\frac{1}{2\pi}\times\frac{141{,}37\,mm}{203\,mm}\times 360°$$

$$O=O_2$$

$$r=S_1=203\,mm$$

$$v=39{,}9°$$

$$O_2=D_2\pi$$

$$O_2=45\,mm\times\pi$$

$$O_2=141{,}37\,mm$$

d) Bestem overfladearealet af drikkebægeret.

Formlen for arealet af en pyramidestub:

$$T=\frac{s}{2}\times a+\frac{s}{2}\times b$$

$$s=S_2-S_1=293-203\,mm=90\,mm$$

$$a=O_1=D_1\pi=65\,mm\times\pi=204{,}21\,mm$$

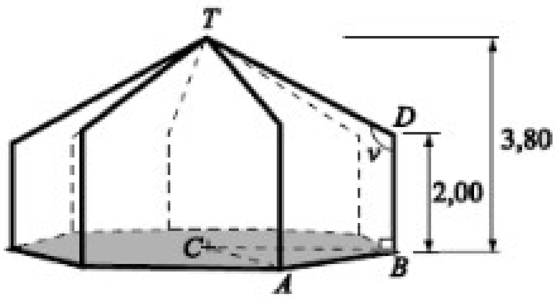
$$b=O_2=D_2\pi=45\,mm\times\pi=141{,}37\,mm$$

$$T=45\,mm\times 204{,}21\,mm+45\,mm\times 141{,}37\,mm$$

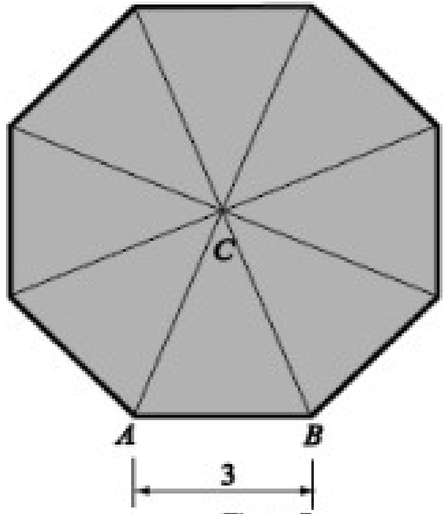
$$\frac{s}{2}=\frac{90\,mm}{2}=45\,mm$$

$$T=15551\,mm^2$$

**Opgave 3: Scene på torv**




Figur 8




Figur 7

$AB=3m$
$h_D=2,00m$
$h_T=3,80m$

a) Bestem længden AC (se figur 7)

Her kan vi bruge sinus-relationerne:

$$\frac{a}{\sin(A)}=\frac{b}{\sin(B)}=\frac{c}{\sin(C)}$$

Siden der er en ret 8-kant, kan vi om den enkelte trekant sige:

$$C=\frac{360^\circ}{n_{sider}}=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$$

$$a=BC,b=AC,c=AB$$

$$c=3m$$

$$A=B=\frac{180°-45°}{2}=67,5°$$

$$\frac{a}{\sin(67,5°)}=\frac{b}{\sin(67,5°)}=\frac{3m}{\sin(45°)}$$

$$a=74,24m\times 0,92$$

$$\frac{a}{0,92}=4,24m$$

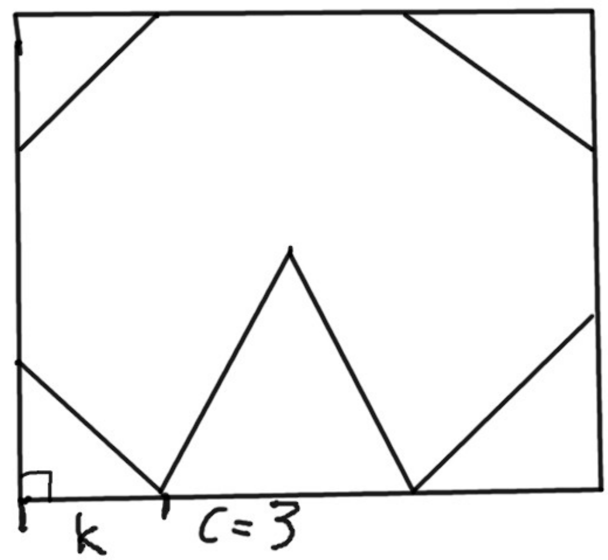
$$a=b$$

$a=3{,}9\,m$

$AC=3{,}9\,m$

b) Bestem arealet af scenegulvet, som er vist med gråtonet på figur 7

Vi regner mindstmulige enkapsulerende kvadrat og regner hjørnerne som trekanter. Derved kan vi med pythaguras' sætning sige:




$a^2+b^2=c^2$

$k=a=b$

$c=3m$

$k=\sqrt{\frac{9m^2}{2}}$

$2k^2=(3m)^2$

$k^2=\frac{9m^2}{2}$

$k=2{,}12m$

$2k^2=9m^2$

Så regner vi kvadraten og trækker hjørnerne fra:

$A=(2k+c)^2-2k^2$

$A=(2\times 2{,}12\,m+3\,m)^2-(2\times 2{,}12\,m)^2$

$A=34{,}44\,m^2$

c) Bestem længden af linjestykket DT

$c=\sqrt{BC^2+h_T-h_D}$

$c=\sqrt{(3{,}9m)^2+(3{,}8m-2m)^2}$ , som vi kender fra a).

$$BC=AC$$

$c = 4{,}3\,m^2$

d) Bestem vinkel $v$ mellem linjestykkerne DT og DB (se figur 8)

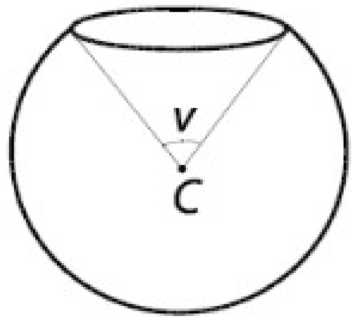
$$v = \tan^{-1}\left(\frac{h_T - h_D}{AC}\right)$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}8\,m - 2\,m}{3{,}9\,m}\right)$$

$$v = 24{,}775140569°$$

**Opgave 4: Julekugle**

$r=R=2\,cm$
$v=60°$




Figur 9

a) Bestem kuglens rumfang

$$V_c=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_c=\frac{4}{3}\pi(2\,cm)^3$$

$$V_c=33{,}51\,cm^3$$

$$V_k=\frac{2}{3}r^2 h\pi$$

For at regne tophøjden $h$, skal vi først finde $h_i$, til det kan vi bruge denne formel:

$$a=c\times\sin(A)$$

$$h=r-h_i$$

$$h_i=r\times\sin(v)$$

$$h_i=2\,cm\times\sin(60°)$$

$$h_i=1{,}73\,cm$$

$$h=2\,cm-1{,}73\,cm$$

$$h=0{,}27\,cm$$

$$V_k=\frac{2}{3}(2\,cm)^2\times0{,}27\,cm\times\pi$$

$$V_k=2{,}26\,cm^3$$

$$V_{total}=V_c-V_k=33{,}52\,cm^3-2{,}26\,cm^3$$

$$V_{total}=31{,}26\,cm^3$$

b) Bestem kuglens overfladeareal

$T_c = 4\pi r^2$

$T_c = 4 \times \pi \times (2\,cm)^2$

$T_c = 50{,}27\,cm^2$

Så regner vi siden af keglen $T_k$ og toppen af keglen $T_t$ .

$T_k = h r_k \pi$

Vi kan regne $r_k$ med denne formel:
$a = b * \tan(A)$

$r_k = r \times \tan(\frac{v}{2})$

$r_k = 2\,cm \times \tan(\frac{60°}{2})$

$r_k = 1{,}15\,cm$

$T_k = 0{,}27\,cm \times 1{,}15\,cm \times \pi$

$T_k = 0{,}98\,cm^2$

$T_t = 2 r_k h \pi$

$T_t = 2 \times 1{,}15\,cm \times 0{,}27\,cm \times \pi$

$T_t = 1{,}95\,cm^2$

$T_{total} = T_c + T_k - T_t$

$T_{total} = 50{,}27\,cm^2 + 0{,}98\,cm^2 - 1{,}95\,cm^2$

$T_{total} = 49{,}3\,cm^2$

Jeg tror ikke at dette er det rigtige resultat, da det ikke giver mening at kugleudsnittet er så meget lavere end resten af kuglen, når nu udsnitsvinklen er på $60°$ .