Simon From Jakobsen

Matematik EUX 01 – Cykelprojekt – Analytisk plangeometri

l: $y=28{,}6\,x-8{,}18$

$n: y=0{,}4\,x+0{,}28$

m: $y=0{,}5\,x-0{,}15$

a)

Formler:

$y=a_1\,x+b_1$

$y=a_2\,x+b_2$

$a_1\,x+b_1=a_2\,x+b_2$

Udregniner:

$28{,}6\,x-8{,}18=0{,}4\,x+0{,}28$

$28{,}6\,x-0{,}4\,x=0{,}28+8{,}18$

$28{,}2\,x=8{,}46$

$x=\frac{8{,}46}{28{,}2}$

$x=0{,}3$

$y=28{,}6\cdot 0{,}3-8{,}18$

$y=0{,}4$

$A=(0{,}3\,;0{,}4)$

b)

Formler:

$P=(x_1\,;y_1)$

$$y = ax + b$$

$$s = \frac{|ax_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2+1}}$$

Udregninger:

$$\text{m: } y = 0{,}5\,x - 0{,}15$$

$$P = A = (x_1 ; y_1) = (0{,}3 ; 0{,}4)$$

$$s = \frac{|0{,}5 \cdot 0{,}3 + (-0{,}15) - 0{,}4|}{\sqrt{(0{,}5)^2+1}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{1{,}25}}$$

$$s = 0{,}36$$

c)

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$A = (x_1 ; y_1) = (a ; b) = (0{,}3 ; 0{,}4)$$

$$r = s = 0{,}36$$

$$(x-0{,}3)^2 + (y-0{,}4)^2 = 0{,}36^2$$

d)

$$x = 0$$

$$(0-0{,}3)^2 + (y-0{,}4)^2 = 0{,}36^2$$

$$0{,}3^2 + y^2 + (-0{,}4)^2 - 2 \cdot -0{,}4 \cdot y = 0{,}36^2$$

$$0 = y^2 - 0{,}8\,y + 0{,}1204$$

$$y_{formel} = ax_{formel}^2 + bx_{formel} + c$$

$$x_{formel} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a}$$

$$x_{formel} = y$$

$$y=\frac{-(-0{,}8)\pm\sqrt{(-0{,}8)^2-4\cdot 1\cdot 0{,}1204}}{2\cdot 1}=\frac{0{,}8\pm\sqrt{0{,}1584}}{2}$$

$$y_1=\frac{0{,}8-\sqrt{0{,}1584}}{2}=0.20$$

$$y_2=\frac{0{,}8+\sqrt{0{,}1584}}{2}=0.60$$

Vi vidste allerede at cirklen havde 2 skæringspunkter med y-aksen, men kunne også finde ud af det, ved at tjekke diskriminanten er større end 0:

$$b^2-4ac=(-0{,}8)^2-4\cdot 1\cdot 0{,}1204=0{,}1584>0$$

e)

$$y=ax+b$$

$$\text{l:}\ \ y=28{,}6x-8{,}18$$

$$A=(x_1;y_1)=(0{,}3;0{,}4)$$

$$C=(x_2;y_2)$$

$$|AC|=0{,}5$$

Siden vi har at gøre med 2 punkter, en linje, hvor mindst 1 af punkterne ligger på linjen, og en kendt afstand mellem punkterne, kan vi forestille os en cirkel med $A$ i centrum og en radius på $0{,}5$. Så kan vi regne skæringspunkterne mellem cirklen og linjen:

$$dist(A,l)=\frac{ax_1+b-y_1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$dist(A,l)=\frac{28{,}6\cdot 0{,}3+(-8{,}18)-0{,}4}{\sqrt{28{,}6^2+1}}$$

$dist(A,l)=0<0{,}5$ Dvs. linjen skære cirklen i 2 punkter, og siden den er $0$ skære linjen centrum.

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r^2$$

$$(x-0{,}3)^2+(28{,}6x-8{,}18-0{,}4)^2=0{,}5^2$$

$$(x-0{,}3)^2+(28{,}6x-8{,}58)^2=0{,}5^2$$

$$x^2+0{,}3^2-2\cdot 0{,}3x+(28{,}6x)^2+8{,}58^2-2\cdot 8{,}58\cdot 28{,}6x=0{,}25$$

$$x^2+0{,}09-0{,}6x+817{,}96x^2+73{,}62-490{,}78x=0{,}25$$

$$0=818{,}96x^2-491{,}38x+73{,}46$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-491{,}38)\pm\sqrt{(-491{,}38)^2-4\cdot 818{,}96\cdot 73{,}46}}{2\cdot 818{,}96}$$

$$x=\frac{491{,}38\pm\sqrt{811.098}}{1637.92}$$

$$x_0=\frac{491{,}38-\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.28$$

$$y_0=28{,}6\cdot 0.28-8{,}18=-0.17$$

$$x_2=\frac{491{,}38+\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.32$$

$$y_2=28{,}6\cdot 0.32-8{,}18=0.972$$

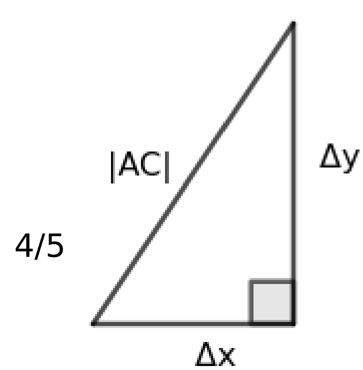
$x_2$ og $y_2$ er kordinaterne, fordi, som vi kan aflæse fra skitsen, har $C$ en højere y-værdi end $A$, og linjen har en positiv hælning, så eftersom $C$ ligger højere, giver det bedst mening hvis $x_2>x_1=0{,}32>0{,}3$.

Siden punkterne $A$ og $C$ begge ligger på linjen $l$, og vi kender definitionen på $A$ og $l$, kan man ud fra det beregne $C$. Til det kan vi bruge pythagoras:

$$a^2+b^2=c^2$$

$$y=28{,}6x-8{,}18$$

$$|AC|=0{,}5$$



$0{,}5^2=\Delta x^2+\Delta y^2$

$\Delta y=28{,}6\,\Delta x$

$0{,}5^2=\Delta x^2+(28{,}6\,\Delta x)^2$

$0{,}5^2=\Delta x^2+28{,}6^2\,\Delta x^2$

$0{,}5^2=\Delta x^2(1+28{,}6^2)$

$\sqrt{0{,}5^2}=\sqrt{\Delta x^2}\sqrt{(1+28{,}6^2)}$

$0{,}5=\Delta x\sqrt{(1+28{,}6^2)}$

$$\Delta x=\frac{0{,}5}{\sqrt{(1+28{,}6^2)}}=0.01747$$

$\Delta y=28{,}6\cdot 0{,}01747=0.4996$

$x_2=x_1+\Delta x=0{,}3+0.01747=0.32$

$y_2=28{,}6\cdot 0{,}32-8{,}18=0.97$

Som vi kan se er $x_2$ , og derved også $y_2$ , det samme i begge beregninger.

f)