Simon From Jakobsen

Matematik EUX 01 – Cykelprojekt – Analytisk plangeometri

$\text{l}: y=28{,}6x-8{,}18$

$n: y=0{,}4x+0{,}28$

$\text{m}: \ y=0{,}5x-0{,}15$

a)

Formler:

$y=a_1 x+b_1$

$y=a_2 x+b_2$

$a_1 x+b_1=a_2 x+b_2$

Udregniner:

$28{,}6x-8{,}18=0{,}4x+0{,}28$

$28{,}6x-0{,}4x=0{,}28+8{,}18$

$28{,}2x=8{,}46$

$x=\frac{8{,}46}{28{,}2}$

$x=0{,}3$

$y=28{,}6\cdot 0{,}3-8{,}18$

$y=0{,}4$

$A=(0{,}3;0{,}4)$

b)

Formler:

$P=(x_1;y_1)$

$y = ax + b$

$s = \frac{|ax_1 + b - y_1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$

Udregninger:

m: $y = 0{,}5\,x - 0{,}15$

$P = A = (x_1 ; y_1) = (0{,}3 ; 0{,}4)$

$s = \frac{|0{,}5 \cdot 0{,}3 + (-0{,}15) - 0{,}4|}{\sqrt{(0{,}5)^2 + 1}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{1{,}25}}$

$s = 0{,}36$

c)

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$A = (x_1 ; y_1) = (a ; b) = (0{,}3 ; 0{,}4)$

$r = s = 0{,}36$

$(x - 0{,}3)^2 + (y - 0{,}4)^2 = 0{,}36^2$

d)

$x = 0$

$(0 - 0{,}3)^2 + (y - 0{,}4)^2 = 0{,}36^2$

$0{,}3^2 + y^2 + (-0{,}4)^2 - 2 \cdot -0{,}4 \cdot y = 0{,}36^2$

$0 = y^2 - 0{,}8\,y + 0{,}1204$

$y_{formel} = ax_{formel}^2 + bx_{formel} + c$

$x_{formel} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a}$

$x_{formel} = y$

$$y=\frac{-(-0{,}8)\pm\sqrt{(-0{,}8)^2-4\cdot1\cdot0{,}1204}}{2\cdot1}=\frac{0{,}8\pm\sqrt{0{,}1584}}{2}$$

$$y_1=\frac{0{,}8-\sqrt{0{,}1584}}{2}=0.20$$

$$y_2=\frac{0{,}8+\sqrt{0{,}1584}}{2}=0.60$$

Vi vidste allerede at cirklen havde 2 skæringspunkter med y-aksen, men kunne også finde ud af det, ved at tjekke diskriminanten er større end 0:

$$b^2-4ac=(-0{,}8)^2-4\cdot1\cdot0{,}1204=0{,}1584>0$$

e)

$$y=ax+b$$

$$\text{l: } y=28{,}6x-8{,}18$$

$$A=(x_1;y_1)=(0{,}3;0{,}4)$$

$$C=(x_2;y_2)$$

$$|AC|=0{,}5$$

Siden vi har at gøre med 2 punkter, en linje, hvor mindst 1 af punkterne ligger på linjen, og en kendt afstand mellem punkterne, kan vi forestille os en cirkel med A i centrum og en radius på $0{,}5$. Så kan vi regne skæringspunkterne mellem cirklen og lignen:

$$dist(A,l)=\frac{ax_1+b-y_1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$dist(A,l)=\frac{28{,}6\cdot0{,}3+(-8{,}18)-0{,}4}{\sqrt{28{,}6^2+1}}$$

$dist(A,l)=0<0{,}5$ Dvs. linjen skære cirklen i 2 punkter, og siden den er 0 skære linjen centrum.

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,18-0,4)^2=0,5^2$$

$$(x-0,3)^2+(28,6x-8,58)^2=0,5^2$$

$$x^2+0,3^2-2\cdot 0,3x+(28,6x)^2+8,58^2-2\cdot 8,58\cdot 28,6x=0,25$$

$$x^2+0,09-0,6x+817,96x^2+73,62-490,78x=0,25$$

$$0=818,96x^2-491,38x+73,46$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-491,38)\pm\sqrt{(-491,38)^2-4\cdot 818,96\cdot 73,46}}{2\cdot 818,96}$$

$$x=\frac{491,38\pm\sqrt{811.098}}{1637.92}$$

$$x_0=\frac{491,38-\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.28$$

$$y_0=28,6\cdot 0.28-8,18=-0.17$$

$$x_2=\frac{491,38+\sqrt{811.098}}{1637.92}=0.32$$

$$y_2=28,6\cdot 0.32-8,18=0.972$$

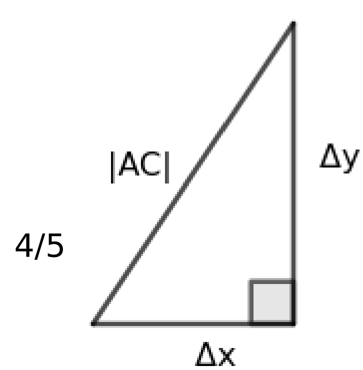
x_2 og y_2 er kordinaterne, fordi, som vi kan aflæse fra skitsen, har C en højere y-værdi end A, og linjen har en positiv hælning, så eftersom C ligger højere, giver det bedst mening hvis $x_2>x_1=0,32>0,3$.

Siden punkterne A og C begge ligger på linjen l, og vi kender definitionen på A og l, kan man ud fra det beregne C. Til det kan vi bruge pythagoras:

$$a^2+b^2=c^2$$

$$y=28,6x-8,18$$

$$|AC|=0,5$$



$0{,}5^2=\Delta x^2+\Delta y^2$

$\Delta y=28{,}6\,\Delta x$

$0{,}5^2=\Delta x^2+(28{,}6\,\Delta x)^2$

$0{,}5^2=\Delta x^2+28{,}6^2\Delta x^2$

$0{,}5^2=\Delta x^2+(1+28{,}6^2)$

$\sqrt{0{,}5^2}=\sqrt{\Delta x^2}+\sqrt{(1+28{,}6^2)}$

$\sqrt{0{,}5^2}=\sqrt{\Delta x^2}+\sqrt{(1+28{,}6^2)}$

$$\Delta x=\frac{0{,}5}{\sqrt{(1+28{,}6^2)}}=0.01747$$

$\Delta y=28{,}6\cdot 0{,}01747=0.4996$

$x_2=x_1+\Delta x=0{,}3+0.01747=0.32$

$y_2=28{,}6\cdot 0{,}32-8{,}18=0.97$

Som vi kan se er x_2 , og derved og y_2 , det samme i begge beregninger.

f)