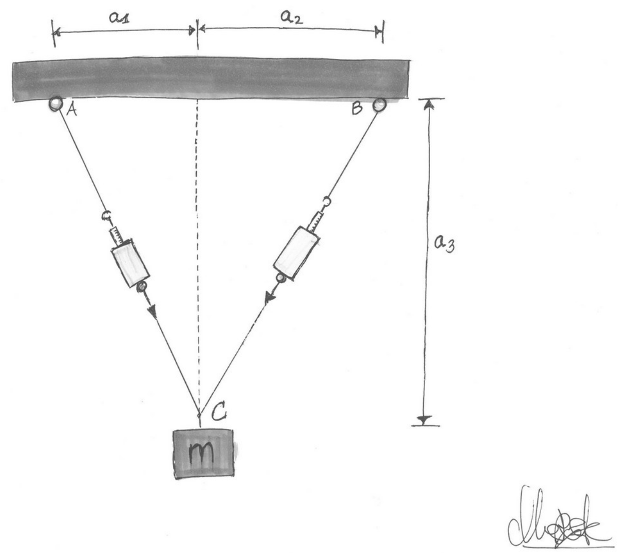
Simon From, Mikkel Kongsted, Maksim, Theis Pieter

EUX 00 – Vektorprojekt

Formål
Formålet med denne øvelse er at opstille matematiske modeller og udføre forsøg for at bestemme snorkræfter i en forsøgsopstilling.

Materialeliste
- 2x 10N Newtonmetre
- 1 kg vægt
- Bræt med søm
- Målebånd

Vægten hængt fra 1 newtonmeter hængt fra et søm, måler $9.8\,N$.



Lav forsøgsopstilling som vist på figuren, bemærk at snorene der løber fra hvert af Newtonmetrene skal bindes fast til genstanden i punktet C.

	a_1	a_2	a_3	F_A	F_B
j	$25{,}5\,cm$	$25{,}5\,cm$	$23{,}7\,cm$	$6{,}9\,N$	$6{,}9\,N$
k	$15{,}35\,cm$	$15{,}35\,cm$	$29{,}0\,cm$	$5{,}9\,N$	$5{,}9\,N$
l	$5{,}3\,cm$	$5{,}3\,cm$	$30{,}8\,cm$	$5{,}2\,N$	$5{,}2\,N$

Mål de nødvendige mål og beregn vinkler og længder i trekant *ABC* (*bemærk* at a_3 angiver den lodrette afstand fra punkterne A og B til punktet C). Alle snore skal være stramme/danne rette linjer.

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos(A)\Rightarrow 2bc\cos(A)=b^2+c^2-a^2\Rightarrow \cos(A)=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Rightarrow A=\cos^{-1}\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$$

$$c=a_3$$

$$a=\sqrt{a_2^2+a_3^2}$$

$$b=\sqrt{a_1^2+a_3^2}$$

	a	b	c
j	$\sqrt{(25{,}5\,cm)^2+(23{,}7\,cm)^2}=34.81\,cm$	$\sqrt{(25{,}5\,cm)^2+(23{,}7\,cm)^2}=34.81\,cm$	$23{,}7\,cm$
k	$\sqrt{(15{,}35\,cm)^2+(29{,}0\,cm)^2}=32.81\,cm$	$\sqrt{(15{,}35\,cm)^2+(29{,}0\,cm)^2}=32.81\,cm$	$29{,}0\,cm$
l	$\sqrt{(5{,}3\,cm)^2+(30{,}8\,cm)^2}=31.25\,cm$	$\sqrt{(5{,}3\,cm)^2+(30{,}8\,cm)^2}=31.25\,cm$	$30{,}8\,cm$

$$A=\cos^{-1}\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$$

$$B=\cos^{-1}\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)$$

$$C=\cos^{-1}\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)$$

	A	B	C
j	$70.10°$	$70.10°$	$39.80°$
k	$65.38°$	$65.38°$	$52.46°$
l	$64.09°$	$64.09°$	$59{,}05°$

Opstil en matematisk model til bestemmelse af snorkræfterne og bestem disse kræfter.

Vi kender tyngeaccelerationen og massen:

$$g=9{,}8\frac{N}{kg}$$

$$m=1\,kg$$

Og vi kan derfor regne tyngdekraften:

$$F = m\,a$$

$$F_t = g\,m$$

$$F_t = 9{,}8\,\frac{N}{kg}\,1\,kg$$

$$F_t = 9{,}8\,N$$

Siden vægten står stille, skal vi have en normalkraft i modsat retning af samme størelse:

$$F_n = 9{,}8\,N$$

Så laver vi dem til vektorer, for at de også er retningsbestemte:

$$\vec{F}_t = \begin{pmatrix} 0 \\ -9{,}8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 9{,}8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -a_1 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Så skal vi bruge normalvektorerne af $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

$$\overrightarrow{a_{normal}} = \begin{pmatrix} \frac{a_x}{|\vec{a}|} \\ \frac{a_y}{|\vec{a}|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_1}{|\vec{a}|} \\ \frac{a_3}{|\vec{a}|} \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{-a_1^2 + a_3^2}$$

$$\overrightarrow{b_{normal}} = \begin{pmatrix} \frac{b_x}{|\vec{b}|} \\ \frac{b_y}{|\vec{b}|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-b_1}{|\vec{b}|} \\ \frac{b_3}{|\vec{b}|} \end{pmatrix}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = \sqrt{-b_1^2 + b_3^2}$$

Siden vi kender normalkraften og vi ved at der er 2 snore, kan vi sige:

$$F_n = a_{normal} \cdot F_n + b_{normal} \cdot F_n$$

$$F_a = F_n \cdot a_{normal}$$

$$F_b = F_n \cdot b_{normal}$$

Nu regner vi den ud for j :

$$|\vec{a}_j| = \sqrt{a_{jx}^2 + a_{jy}^2} = \sqrt{-a_{j1}^2 + a_{j3}^2} = \sqrt{(-25{,}5\,cm)^2 + (23{,}7\,cm)^2} = 34{,}81\,cm$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{b_{jx}^2 + b_{jy}^2} = \sqrt{-b_{j1}^2 + b_{j3}^2} = \sqrt{(25{,}5\,cm)^2 + (23{,}7\,cm)^2} = 34{,}81\,cm$$

$$\overrightarrow{a_{jnormal}} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{j1}}{|\vec{a}_j|} \\ \frac{a_{j3}}{|\vec{a}_j|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-25{,}5\,cm}{34{,}81\,cm} \\ \frac{23{,}7\,cm}{34{,}81\,cm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.73 \\ 0.68 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{b_{jnormal}} = \begin{pmatrix} \frac{-b_{j1}}{|\vec{b}_j|} \\ \frac{b_{j3}}{|\vec{b}_j|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{25{,}5\,cm}{34{,}81\,cm} \\ \frac{23{,}7\,cm}{34{,}81\,cm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.73 \\ 0.68 \end{pmatrix}$$

$$F_{aj} = F_n \cdot a_{jnormal} = \begin{pmatrix} 0\,N \\ 9.8\,N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.73 \\ 0.68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\,N \cdot -0.73 \\ 9.8\,N \cdot 0.68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6{,}66\,N \end{pmatrix}$$

$$F_{aj} = F_n \cdot a_{jnormal} = \begin{pmatrix} 0\,N \\ 9.8\,N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.73 \\ 0.68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\,N \cdot 0.73 \\ 9.8\,N \cdot 0.68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6{,}66\,N \end{pmatrix}$$

Vi føler at det er fint kun at regne forsøg j , da de andre vil give resultater der ligner meget.

Sammenlign de målte og beregnede snor kræfter

Vi målte F_a i j til $6{,}9\,N$ og regnede den til $6{,}66\,N$, som giver en forskel på $6{,}9\,N-6{,}66\,N=0{,}24\,N$, som vi synes er indenfor naturlig upræcision.