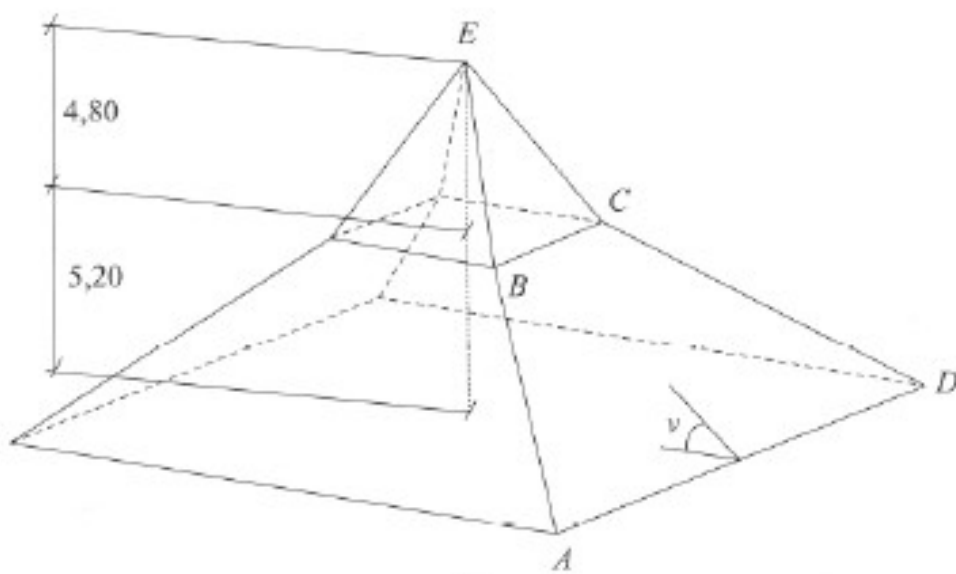


Rumlige figurer

Pga. tekniske uheldigheder er formlerne grimme, og nogle af dem har flyttet sig 1 eller 2 pladser.

Det er da noget som du lige skal have fundet ud af hvorfor ?

Opgave 1: Tagkonstruktion



$$AD = 18 \text{ m}$$

$$BC = 5,4 \text{ m}$$

$$l_s = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

$$k_2 = h_2$$

a) Bestem længden af linjestykket AB og længden af linjestykket BE .

$$h_1 = 4,80 \text{ m}$$

$$h_2 = 5,20 \text{ m}$$

Det er vigtigt at du skriver hvad du gør og hvad fx k_1 er for noget

$$k_1 = \frac{AD - BC}{2}$$

$$l_s = \sqrt{(6,3 \text{ m})^2 + (5,2 \text{ m})^2}$$

$$l_s = 8,168843247 m$$

$$AB = \sqrt{l_s^2 + k_1^2}$$

$$AB = \sqrt{(8,168843247 m)^2 + (6,3 m)^2}$$

$$k_l = \frac{18 m - 5,4 m}{2}$$

$$k_1 = 6,3 m$$

$$k_2 = 5,2 m$$

$$AB = 10,32 m \quad \checkmark$$

$$BE = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{BC^2 \times 2}}{2}\right)^2 + h_1^2} \quad \text{er hypotenusen af den øverste grundflade skåret diagonalt}$$

$$BE = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{(5,4 m)^2 \times 2}}{2}\right)^2 + (4,8 m)^2}$$

$$BE = 6,13 m \quad \checkmark$$

$$h_p$$

$$h_p = \sqrt{BC^2 \times 2}$$

$$BE = \sqrt{\frac{h_p^2}{2} + h_1^2}$$

b) Bestem vinklen v mellem vandret og fladen der indeholder punkt A , punkt B , punkt C og punkt D .

$$\text{Vi genbruger } \tan(v) = \frac{k_2}{k_l} \quad \text{og} \quad v = \tan^{-1}\left(\frac{k_2}{k_l}\right)$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{5,2m}{6,3m}\right)$$

$$k_1$$

$$k_2$$

$$v = 39,54^\circ \quad \checkmark$$

c) Bestem overfladearealet på den i figur 1 viste tagkonstruktion.

$$T_{total} = T_1 + T_2 + G$$

T_1 er den øverste pyramides overflade areal, uden grundfladen. T_2 er den nederste pyramidestubs areal, uden grundfladerne. G er den nederste grundflade.

$$G = AD^2$$

$$T_1 = \frac{h_s \times BC}{2} \times 4$$

$$h_s$$

$$h_s = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + h_1^2}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + h_1^2} \times BC}{2} \times 4 \quad \text{er højden på sidetrekanterne af den øverste pyramide.}$$

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{(5,4m)}{2}\right)^2 + (4,8m)^2} \times (5,4m)}{2} \times 4$$

$$T_1 = 59,478493592m^2 \quad \checkmark$$

$$T_s$$

$$T_s = \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times l_s$$

$$T_s = \frac{1}{2} \times (18m + 5,4m) \times 8,168843247m$$
 er arealet af en af siderne på pyramidestuppen.

Formlen for arealet af en trapez:

$$T_s = 95,57546599m^2$$

$$T_2 = T_s \times 4$$

$$T_2 = 95,57546599m^2 \times 4$$

$$T_2 = 382,30186396m^2$$
 ✓

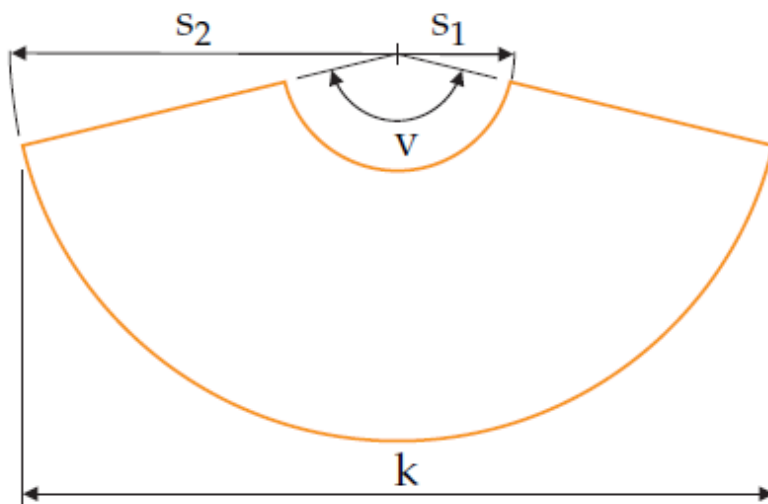
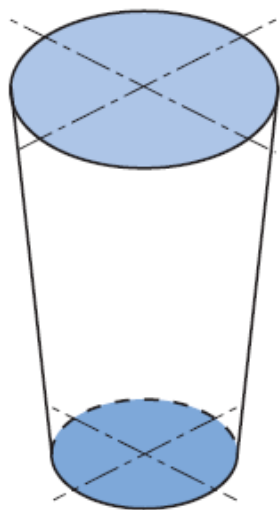
$$T_{total} = 59,478493592m^2 + 382,30186396m^2 + 324m^2$$

$$G = (18m)^2$$

$$G = 324m^2$$

$$T_{total} = 765,78m^2$$
 ✓

Opgave 2: Drikkebæger



s_2
 s_1
 v

a) Bestem $D_1=65\text{ mm}$, som er vist på figur 3.

Først regner vi vinklen $D_2=45\text{ mm}$ på siden, i forhold til grundfladen.

$$h=90\text{ mm}$$

$$b=\frac{65\text{ mm}-45\text{ mm}}{2}$$

$$b=10\text{ mm}$$

$$v_g=\tan^{-1}\left(\frac{90\text{ mm}}{10\text{ mm}}\right)=\tan^{-1}(9)$$

$$s_2=\tan(v_g)\times\frac{D_1}{2}$$

$$v_g=83,66^\circ$$

$$a=90\text{ mm}$$

Vigtigt at du skriver hvad du gjort og hvad de forskellige ting er fx ved at vise dem på en tegning

$$S_2 = \tan(83,66^\circ) \times \frac{65 \text{ mm}}{2}$$

$$S_2 = 293 \text{ mm} \quad \checkmark$$

$$\tan(\nu_g) = \frac{a}{b}$$

$$a = h$$

b) Bestem $b = \frac{D_1 - D_2}{2}$, som er vist på figur 3.

$$\nu_g$$

$$S_1 = \tan(\nu_g) \times \frac{D_2}{2}$$

$$S_1 = \tan(83,66^\circ) \times \frac{45 \text{ mm}}{2}$$

c) Bestem $S_1 = 203 \text{ mm}$, som er vist på figur 3. 

Her er formelen for omkreds i et cirkeludsnit:

$$O = 2\pi r \frac{\nu}{360^\circ}$$

Siden vi kender omkredsen $O \times 360^\circ = 2\pi r \frac{\nu}{360^\circ} \times 360^\circ$ og radius r , kan vi omskrive den til:

$$r$$

$$O \times 360^\circ = 2\pi r \nu$$

$$\frac{O \times 360^\circ}{2\pi r} = \frac{2\pi r \nu}{2\pi r}$$

$$\nu = \frac{O \times 360^\circ}{2\pi r}$$

$$v = \frac{1}{2\pi} \times \frac{141,37 \text{ mm}}{203 \text{ mm}} \times 360^\circ$$

$$O = O_2$$

$$r = S_1 = 203 \text{ mm}$$

$$v = 39,9^\circ$$

$$O_2 = D_2 \pi$$

$$O_2 = 45 \text{ mm} \times \pi \quad \times$$

$$O_2 = 141,37 \text{ mm}$$

d) Bestem overfladearealet af drikkebægeret.

Formlen for arealet af en pyramidestub:

$$T = \frac{s}{2} \times a + \frac{s}{2} \times b$$

$$s = S_2 - S_1 = 293 - 203 \text{ mm} = 90 \text{ mm}$$

$$a = O_1 = D_1 \pi = 65 \text{ mm} \times \pi = 204,21 \text{ mm}$$

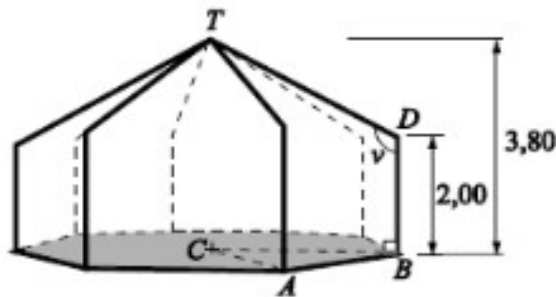
$$b = O_2 = D_2 \pi = 45 \text{ mm} \times \pi = 141,37 \text{ mm}$$

$$T = 45 \text{ mm} \times 204,21 \text{ mm} + 45 \text{ mm} \times 141,37 \text{ mm}$$

$$\frac{s}{2} = \frac{90 \text{ mm}}{2} = 45 \text{ mm}$$

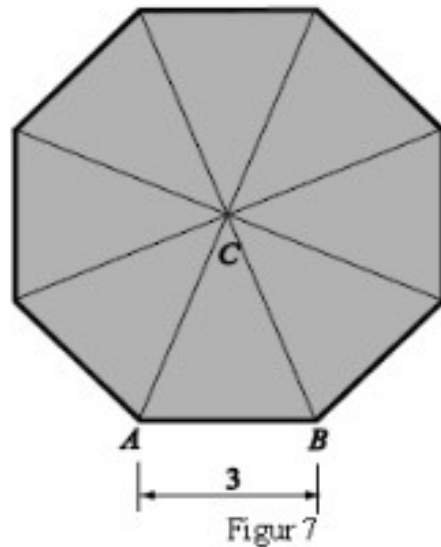
$$T = 15551 \text{ mm}^2$$

Opgave 3: Scene på torv



Figur 8

$$\begin{aligned} AB &= 3m \\ h_D &= 2,00m \\ h_T &= 3,80m \end{aligned}$$



Figur 7

a) Bestem længden AC (se figur 7)

Her kan vi bruge sinus-relationerne:

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

Siden der er en ret 8-kant, kan vi om den enkelte trekant sige:

$$C = \frac{360^\circ}{n_{\text{sider}}} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$a = BC, b = AC, c = AB$$

$$c = 3m$$

$$A = B = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67,5^\circ$$

$$\frac{a}{\sin(67,5^\circ)} = \frac{b}{\sin(67,5^\circ)} = \frac{3m}{\sin(45^\circ)}$$

$$a = 74,24m \times 0,92$$

$$\frac{a}{0,92} = 4,24m$$

$$a = b$$

$$a = 3,9 m$$

$$AC = 3,9 m \quad \checkmark$$

b) Bestem arealet af scenegulvet, som er vist med gråtonet på figur 7

Vi regner mindstmulige enkapsulerende kvadrat og regner hjørnerne som trekanter. Derved kan vi med pythagoras' sætning sige:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$k = a = b$$

$$c = 3 m$$

$$k = \sqrt{\frac{9 m^2}{2}}$$

$$2k^2 = (3 m)^2$$

$$k^2 = \frac{9 m^2}{2}$$

$$k = 2,12 m$$

$$2k^2 = 9 m^2$$

Så regner vi kvadraten og trækker hjørnerne fra:

$$A = (2k + c)^2 - 2k^2$$

$$A = (2 \times 2,12 m + 3 m)^2 - (2 \times 2,12 m)^2$$

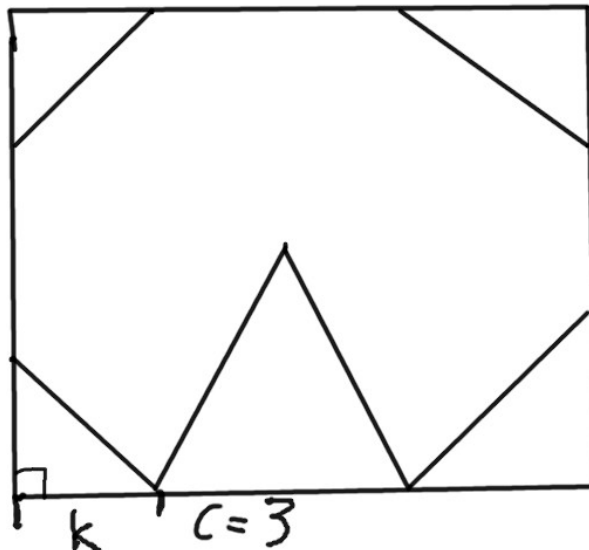
$$A = 34,44 m^2$$


c) Bestem længden af linjestykket DT

$$c = \sqrt{BC^2 + h_T - h_D}$$

$$c = \sqrt{(3,9 m)^2 + (3,8 m - 2 m)^2} \quad , \text{ som vi kender fra a).}$$

$$BC = AC$$



$$c = 4,3 m^2$$
 

d) Bestem vinkel v mellem linjestykkerne DT og DB (se figur 8)

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{h_T - h_D}{AC}\right)$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{3,8 m - 2 m}{3,9 m}\right)$$

$$v = 24,775140569^\circ$$

mangler 90 grader



Opgave 4: Julekugle

$$r=R=2\text{ cm}$$

$$v=60^\circ$$

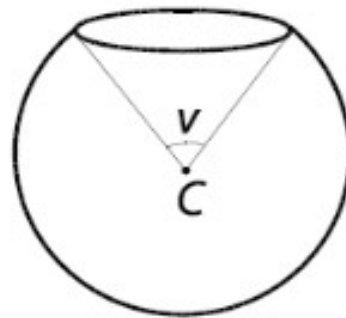
a) Bestem kuglens rumfang

$$V_c = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_c = \frac{4}{3} \pi (2\text{ cm})^3$$

$$V_c = 33,51\text{ cm}^3$$

$$V_k = \frac{2}{3} r^2 h \pi$$



Figur 9

For at regne tophøjden h , skal vi først finde h_i , til det kan vi bruge denne formel:

$$a = c \times \sin(A)$$

$$h = r - h_i$$

$$h_i = r \times \sin(v)$$

$$h_i = 2\text{ cm} \times \sin(60^\circ)$$

$$h_i = 1,73\text{ cm}$$

$$h = 2\text{ cm} - 1,73\text{ cm}$$

$$h = 0,27\text{ cm}$$

$$V_k = \frac{2}{3} (2\text{ cm})^2 \times 0,27\text{ cm} \times \pi$$

$$V_k = 2,26\text{ cm}^3$$

$$V_{total} = V_c - V_k = 33,52\text{ cm}^3 - 2,26\text{ cm}^3$$

$$V_{total} = 31,26\text{ cm}^3$$



b) Bestem kuglens overfladeareal

Simon From Jakobsen – Matematik - Rumlige Figure Træningsopgave

$$T_c = 4 \pi r^2$$

$$T_c = 4 \times \pi \times (2 \text{ cm})^2$$

$$T_c = 50,27 \text{ cm}^2 \quad \checkmark$$

Så regner vi siden af keglen T_k og toppen af keglen T_t .

$$T_k = h r_k \pi$$

Vi kan regne r_k med denne formel:

$$a = b \cdot \tan(A)$$

$$r_k = r \times \tan\left(\frac{\nu}{2}\right)$$

$$r_k = 2 \text{ cm} \times \tan\left(\frac{60^\circ}{2}\right)$$

$$r_k = 1,15 \text{ cm}$$

$$T_k = 0,27 \text{ cm} \times 1,15 \text{ cm} \times \pi$$

$$T_k = 0,98 \text{ cm}^2$$

$$T_t = 2 r_k h \pi$$

$$T_t = 2 \times 1,15 \text{ cm} \times 0,27 \text{ cm} \times \pi$$

$$T_t = 1,95 \text{ cm}^2$$

Metoden er ok

$$T_{total} = T_c + T_k - T_t$$

$$T_{total} = 50,27 \text{ cm}^2 + 0,98 \text{ cm}^2 - 1,95 \text{ cm}^2$$

$$T_{total} = 49,3 \text{ cm}^2$$

Jeg tror ikke at dette er det rigtige resultat, da det ikke giver mening at kugleudsnittet er så meget lavere end resten af kuglen, når nu udsnitsvinklen er på 60° .