

Matematik

Opgave 1

Løs følgende ligninger i intervallet $[0; 4\pi]$:

a) $\cos(x) = 0.471$

Her kan vi som følgende bruge den inverse cosinusfunktion " \cos^{-1} "

$$\cos^{-1}(0.471) = 1.080372$$

Da cosinus har en Svingningstid med en periode på 2π , skal vi lægge integral af 2π til.

Så løsningerne i intervallet $[0; 4\pi]$ er:

$$x = 1.080372$$

$$x = 2\pi - 1.080372 = 5.20281330718$$

$$x = 2\pi + 1.080372 = 7.36355730718$$

$$x = 4\pi - 1.080372 = 11.4859986144$$

b) $3 \cdot \sin(x) = 1.2$

Her skal vi isolere $\sin(x)$ følgende bruge den inverse sinusfunktion " \sin^{-1} "

$$3 \cdot \sin^{-1}(x) = 1.2$$

$$3/3 \cdot \sin^{-1}(x) = 1.2/3$$

$$\sin^{-1}(x) = 0.4$$

$$\sin^{-1}(0.4) = 0.411517$$

Da sinus har en Svingningstid med en periode på 2π , skal vi lægge integral af 2π til.

Så løsningerne i intervallet $[0; 4\pi]$ er:

$$x \approx 0.411517$$

$$x \approx \pi - 0.411517 = 2.73007565359$$

$$x \approx \pi + 0.411517 = 3.55310965359$$

$$x \approx 2\pi - 0.411517 = 5.87166830718$$

$$x \approx 2\pi + 0.411517 = 6.69470230718$$

$$x \approx 3\pi - 0.411517 = 9.01326096077$$

$$x \approx 3\pi + 0.411517 = 9.83629496077$$

$$x \approx 4\pi - 0.411517 = 12.1548536144$$

c) $\tan(x) = 0.8$

Her kan vi som følgende bruge den inverse tanfunktion " \tan^{-1} "

$$\tan^{-1}(0.8) = 0.67474094$$

Da tangent har en Svingningstid med en periode på π , skal vi lægge integral af $\pi/2$ til.

Så løsningerne i intervallet $[0; 4\pi]$ er:

$$x \approx 0.67474094$$

$$x \approx \pi + 0.67474094 \approx 3.81633359359$$

$$x \approx 2\pi + 0.67474094 \approx 6.95792624718$$

$$x \approx 3\pi + 0.67474094 \approx 10.0995189008$$

Opgave 2

En harmonisk svingning er givet ved

$$f(x) = 9\sin(0.2x+6)+20$$

a) Bestem størrelsen af centralaksen og amplituden for $f(x)$.

$f(x) = A \cdot \sin(\omega x + \varphi) + C$ hvor A er amplituden, ω er vinkelfrekvensen, φ er faseforskydningen, og C er det lodrette skift eller den centrale akse.

$$\text{Amplituden for } f(x) = 9\sin(0.2x+6)+20$$

Er 9 fordi der bruges $9\sin$

$$A=9$$

Amplituden er 9

$$\text{Centraleaksen for } f(x) = 9\sin(0.2x+6)+20$$

vi kan se, at centraleaksen er 20, fordi det er den værdi, der tilføjes til sine funktioner.

$$C=20$$

Centraleaksen er 20.

b) Bestem perioden for $f(x)$

T = perioden

$$\omega = 0.2$$

$$T = 2\pi/\omega$$

$$T = 2\pi/0.2=31.4159265359$$

$$T=31.4159265359$$

Perioden for $f(x)$ er "31.4159265359"

C) Tegn 2 perioder af den harmoniske svingning $f(x)$.

Så vores periode er 31.415926535 på x-aksen

Central-aksen er 20 på y-aksen

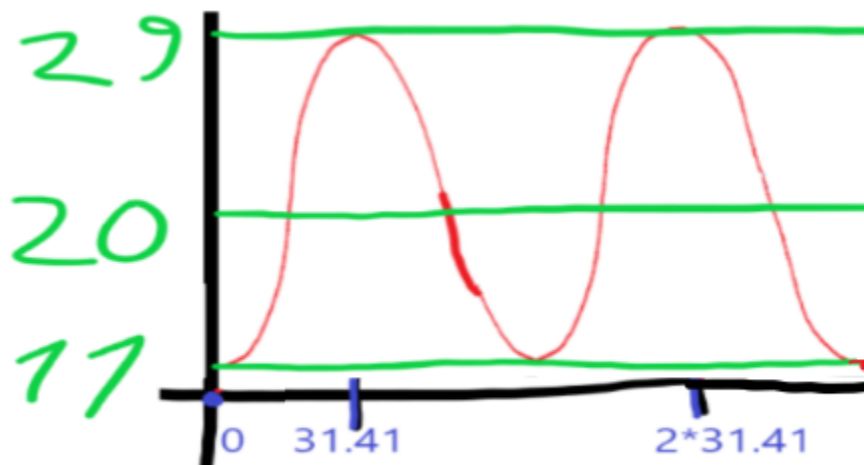
Amplituden er 9 på y-aksen

For at finde min og max værdi skal vi bare tage

$$20 - 9 = 11$$

$$20 + 9 = 29$$

Så den svinger fra 11 til 29 på y-aksen så kan vi bare tegne det sådan her:



Ikke lige den bedste til grafisk design, men der svinges fra 11 til 29 og central-aksen er 20
Og der er 2 periode

Opgave 3

a) Opstil en forskrift for en harmonisk svingning, $f(t)$, der

Svinger mellem værdierne 10 og 16 på y-aksen

Har en frekvens på 0.1

Ikke rammer centralaksen samtidig med y-aksen

$$f(t) = A * \sin(2\pi * ft + \varphi) + C$$

A er halvdelen af forskellen mellem maksimale og minimale værdier på y-aksen:

$$A = (16-10)/2 = 3$$

$$f = 0.1$$

Svingningen ikke må ramme centralaksen samtidig med y-aksen, hvilket betyder at fasen ikke er 0.

fasevinkel er $\pi/2$:

$$\varphi = \pi/2$$

C er central akse som er:

$$(10+16)/2$$

Så forskrift for en harmonisk svingning, $f(t)$, der

Svinger mellem værdierne 10 og 16 på y-aksen

Har en frekvens på 0.1

Ikke rammer centralaksen samtidig med y-aksen

Ville være:

$$f(t) = 3 * \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) + (10+16)/2$$

b) Løs herefter ligningen $f(t) = 12$ i intervallet $[0; 20]$

Vi skal bruge denne formel :

$$f(t) = A * \sin(2\pi * ft + \varphi) + C$$

Finder central aksen med denne formel:

$$C = (y_1 + y_2)/2$$

Nu har vi altså man skal bruge, nu sætter bare ind i formel

$$f(t) = 3 * \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) + (10+16)/2$$

Her skal vi isolere sin ved følgende bruge den inverse sinusfunktion " \sin^{-1} "

$$3 * \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) + 13 = 12 \rightarrow 3 * \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) = 12-13$$

$$3 * \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) = -1 \rightarrow \sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) = -1/3$$

$$\sin(2\pi * 0.1t + \pi/2) = -0.3333333333 \rightarrow 2\pi * 0.1t + \pi/2 = \sin^{-1}(-0.3333333333)$$

$$t = (\sin^{-1}(-0.3333333333) - \pi/2) / (2\pi * 0.1)$$

Og efter og taste det i lommeregner får jeg 3.02074653348

Løsning til ligningen $f(t) = 12$ i intervallet $[0; 20]$ er hermed:

$$t = 3.02074653348$$

C) Tegn grafen for $f(t)$ og linjen $yy = 12$ i samme koordinatsystem i intervallet $[0; 20]$

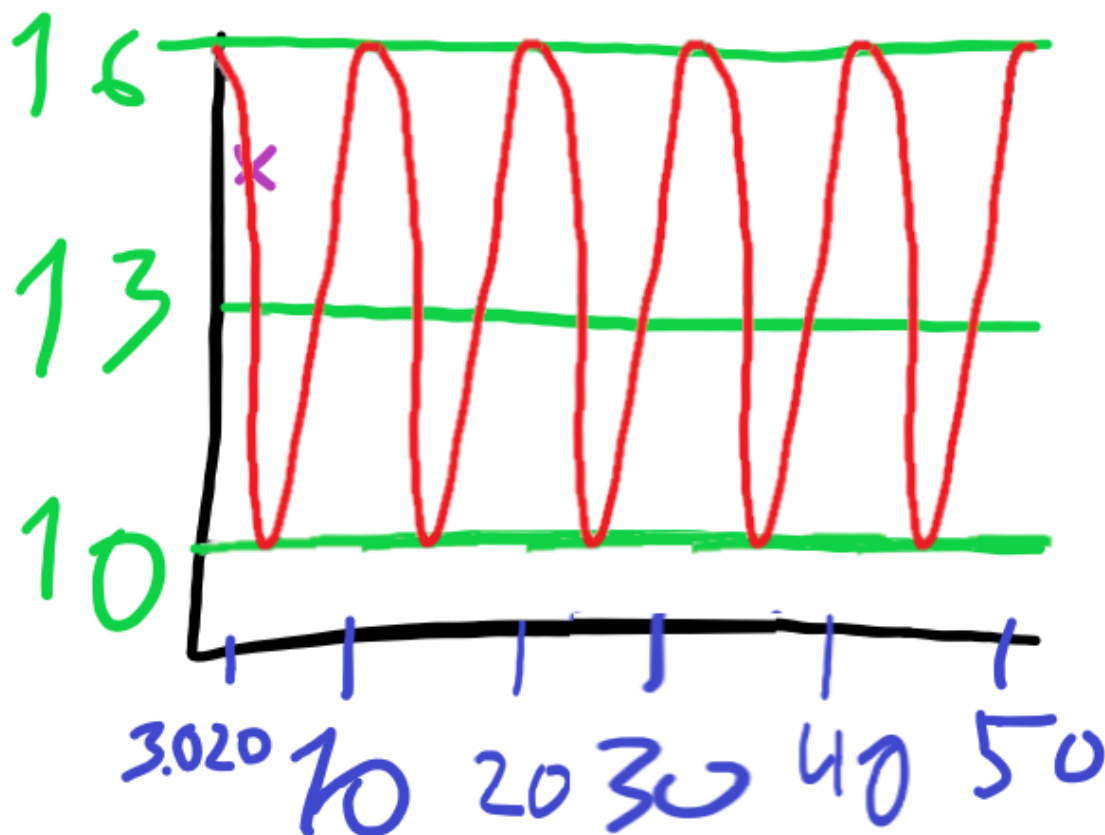
Så vores periode er bare 10 på x akse

Central akse er 13 på y akse

Amplituden er 3 på y akse

Interval i $[0,20]$ er 3.02074653348 på x akse

Så den svinger fra 10 til 16 så kan vi bare tegne det sådan her:



Det er grafen for $f(t)$ og linjen $yy = 12$ i samme koordinatsystem i intervallet $[0; 20]$