

Abiturvorbereitung Mathematik

Simon Fredrich

2020-2021

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werde ich den Stoff der 12. und 13. Klasse des Bereiches Mathematik zusammenfassen und mit Beispielen ausführen. Es handelt sich um den Mathematik Leistungskurs.

Kapitel 1

Integralrechnung

1.1 Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung

Ist f eine im $I[a; b]$ stetige Funktion und F eine zu f gehörende Stammfunktion so gilt:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (1.1)$$

1.1.1 Beispiel

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{8}{3} \quad (1.2)$$

Mit $C = -2$:

$$\int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2 \right]_0^2 = \left(\frac{2^3}{3} - 2 \right) - \left(\frac{0^3}{3} - 2 \right) = \frac{8}{3} \quad (1.3)$$

1.2 Regeln

Das Ermitteln unbestimmter Integrale.

1.2.1 Potenzregel

1.2.2 Summenregel

1.2.3 Faktorregel

1.2.4 lineare Kettenregel/Substitution

1.3 Die Integralfunktion

Dem bestimmten Integral kann bei Veränderung der oberen Integrationsgrenze b genau eine Zahl zugeordnet werden.

$$\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3} \quad (1.4)$$

Dies ist das bestimmte Integral zur oberen Grenze b .

1.4 Stammfunktionen

Eine differenzierbare Funktion F , für die gilt $F'(x) = f(x)$ heißt Stammfunktion von f .

\implies Integralfunktionen sind Stammfunktionen

Die Menge aller Stammfunktionen einer Funktion f heißt *unbestimmtes Integral* von f .

$$\int f(x) dx = F(x) + C \quad \text{and} \quad C \in \mathbb{R} \quad (1.5)$$

1.4.1 Beispiele

1. $f(x) = 6x$
 $F_1(x) = 3x^2$
 $F_2(x) = 3x^2 + 4$
 $F_3(x) = 3x^2 - 5$
2. $f(x) = 7$
 $F_1(x) = 7x$
 $F_2(x) = 7x + 16$
 $F_3(x) = 7x - 3$

1.4.2 Satz

F_1 und F_2 sind Stammfunktionen von f , dann ist $F_1 - F_2$ eine konstante Funktion. Das heißt F_1 und F_2 unterscheiden sich nur um eine additive Konstante.

1.4.3 Beweis

F_1 und F_2 sind Stammfunktionen von f .

$$\implies F_1' = f \text{ und } F_2' = f$$

$$\implies F_1' - F_2' = 0$$

$$\implies (F_1 - F_2)' = 0$$

Eine Funktion, deren Ableitung null ist, ist eine Konstante.

$$\implies F_1 - F_2 = C$$