Deckblatt für digitale schriftliche Prüfungen

Angaben zur Prüfung (von der Lehrveranstaltungsleitung auszufüllen)

Lehrveranstaltung/Prüfung (LV-Nummer, Bezeichnung):
2021W 250019-1 Komplexe Analysis

Lehrveranstaltungsleiter*in: Professor Olivia Constantin

Prüfungsbeginn: 07.02.2022, 11:00 Uhr Prüfungsende: 07.02.2022, 13:10 Uhr

Digitaler Ort der Prüfung (Link zum Moodle-Raum): https://moodle.univie.ac.at/course/view.php?id=285993

Erreichbarkeit während der Prüfung:

Technische Notfälle: StudienServiceCenter +43-1-4277-50403

Technische Probleme und Fragen: Roman Kostal, Stefan Stevanovic (Videokonferenz auf der Moodle Seite)

Inhaltliche Fragen: Professor Olivia Constantin +436607271882

Angaben zur Studierenden / zum Studierenden

Familienname(n), Vorname(n), Matrikelnummer:

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A Studienrichtung lt. Studienblatt:

Studienrechtliche Hinweise für Studierende

Nachzulesen auch unter https://studienpraeses.univie.ac.at/infos-zum-studienrecht/pruefungen/digitales-pruefen/ (dieser Bereich darf nicht verändert werden)

- Sie müssen korrekt zu dieser Prüfung angemeldet sein und die Voraussetzungen für diesen Antritt erfüllen.
- Der Prüfungsmodus wurden Ihnen vor der Prüfung kommuniziert. Mit ordnungsgemäßer Anmeldung zur Prüfung haben Sie den Prüfungsmodus akzeptiert. Dieser Antritt wird auf die Gesamtzahl der Prüfungsantritte dieser Prüfung dazugezählt.
- Sie erklären eidesstattlich mit der Teilnahme an dieser Prüfung, dass Sie diese Prüfung selbständig, ohne Hilfe Dritter und ohne unerlaubte Hilfsmittel ablegen.
  - Ihre Prüfung kann zur Kontrolle einer Plagiatsprüfung unterzogen werden.
  - Innerhalb der Beurteilungsfrist von vier Wochen kann die*der Prüfer*in auch mündliche Nachfragen zum Stoffgebiet der Prüfung vornehmen. Dies kann auch stichprobenartig erfolgen.
  - Werden unerlaubte Hilfsmittel verwendet und/oder die Prüfung nicht selbständig geschrieben, wird die Prüfung nicht beurteilt und mit einem X im Sammelzeugnis dokumentiert.
- Wird die Prüfung ohne Angabe eines wichtigen Grundes abgebrochen oder innerhalb des vorgegebenen Zeitraumes nicht auf Moodle hochgeladen, wird die Prüfung mit „nicht genügend“ beurteilt. Bei technischen Problemen wenden Sie sich sofort an die Lehrveranstaltungsleitung oder die Prüfungsaufsicht.

Als Deckblatt für Ihre Abgabe schreiben Sie bitte auf ein leeres Blatt in Ihrer eigenen Handschrift die oben verlangte Informationen und Folgendes,: „Ich erkläre eidesstattlich mit der Teilnahme an dieser Prüfung, dass ich diese Prüfung selbständig, ohne Hilfe Dritter ablege. Datum, Unterschrift“.

Darunter Ihren Studierendenausweis legen und alles einscannen/abfotografieren.

Dann bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer schreiben, und Ihre Antworten übersichtlich nummerieren.

Komplexe Analysis (WS 2021/22) Termin: 7. Februar 2022

mindestens 50 % der Punkte müssen für eine positive Note erreicht werden

$\boxed{1}$ *(25 Punkte)*

$\boxed{\text{1A}}$ RICHTIG oder FALSCH? *(KEINE Begründung erforderlich!)*

(a) Sei $U \subseteq \mathbb{C}$ offen, $z_0 \in U$. Falls $f : U \to \mathbb{C}$ komplex differenzierbar in z_0 ist, dann ist f reell differenzierbar in z_0.

(b) Es existieren nichtkonstante holomorphe Funktionen $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, die beschränkt sind, wie z.B. $f(z) = \cos z,\ z \in \mathbb{C}$.

(c) Es gibt Pfade γ in $\mathbb{C}$ mit $\gamma^* \cap \mathbb{N} = \emptyset$, sodass $W_\gamma(n) = 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (Hier bezeichnet W_γ die Windungszahlfunktion)

$\boxed{\text{1B}}$ *(Begründung erforderlich!)*

(i) Gibt es ein Gebiet $G \subseteq \mathbb{C}$ und eine nichtkonstante holomorphe Funktion $f : G \to \mathbb{C}$, deren Nullstellenmenge (mindestens) einen Häufungspunkt in $\mathbb{C}$ hat?

(ii) Sei $U \subseteq \mathbb{C}$ Gebiet. Finde alle holomorphe Funktionen $f : U \to \mathbb{C}$ mit $\frac{1}{f}$ holomorph auf U, und sodass $|f|$ ein lokales Minimum in U besitzt.

$\boxed{2}$ *(15 Punkte)* Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{n}}\, z^{2n}.$

$\boxed{3}$ *(15 Punkte)* Sei $\gamma(t) = 4e^{it}$, $0 \le t \le 2\pi$. Bestimme

$$(a) \int_\gamma \frac{e^{iz}}{(z-2i)(z+7)}\, dz\,; \qquad (b) \int_\gamma \frac{\cos z}{(z-\pi)^3}\, dz.$$

$\boxed{4}$ *(15 Punkte)* Verwenden Sie Methoden aus der komplexen Analysis um das folgende Integral zu berechnen

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 - 3\cos t}\, dt.$$

$\boxed{5}$ *(15 Punkte)*

(a) Bestimmen Sie die Art der Singularitäten der Funktion $f(z) = \dfrac{(1-\cos z)^{50}}{z^{100}}$.

(b) Gibt es holomorphe Funktionen in $D_1(0) := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ mit der Eigenschaft $f^2(z) = (\sin z)^5$ für alle $z \in D_1(0)$?

$\boxed{6}$ *(15 Punkte)* Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet mit $0 \in G$ und sei $f \in \mathcal{H}(G \setminus \{0\})$. Es existiere eine Folge $(z_n)_{n\ge1}$ in G mit $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 0$ und $f(z_n) = 1 + i2n\pi$, $n \ge 1$. Zeigen Sie, dass $e^f = exp(f)$ eine wesentliche Singularität in $z = 0$ hat.