Kolloquium Komplexe Analysis I vom 8. 5. 2003, Haslinger

1. Holomorphe Funktionen (Gegenüberstellung: reell differenzierbar, komplex differenzierbar, holomorph; die Cauchy-Riemann'schen Differentialgleichungen, Beispiele, die wichtigsten Eigenschaften holomorpher Funktionen).

2a. Formuliere und beweise den Weierstraß'schen Konvergenzsatz.

2b. Man untersuche das Verhalten der Funktion

$$f(z) = \frac{z^2}{\sin z}$$

an der Stelle $z = 0$.

3a. Man entwickle die Funktion

$$f(z) = \frac{z}{z-1}$$

in eine Taylorreihe um $z = 0$ und bestimme den Konvergenzradius der entstehenden Potenzreihe. Ferner berechne man

$$\int_{\gamma_k} f(z)\, dz, \quad k = 1, 2,$$

wobei $\gamma_1(t) = 2e^{it}$ und $\gamma_2(t) = 3 + e^{it}$ für $t \in [0, 2\pi]$.

3b. Auf welche Art und Weise ist das Größenwachstum der k-ten Ableitung einer holomorphen Funktion durch die ursprüngliche Funktion bestimmt? (Beweisskizze!)

Kolloquium Komplexe Analysis II, Juli 2003, Haslinger

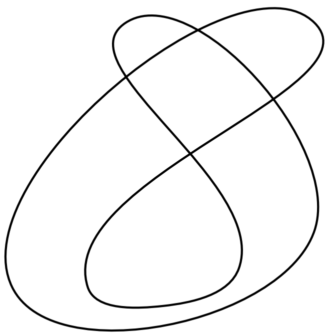
1. Inhomogene Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen: wichtige Begriffe, Anwendungen, Zusammenhänge.

2a. Berechne

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{1+x}\,dx$$

mit Hilfe des Residuensatzes.
Hinweis: verwende $f(x) = \dfrac{e^{ix}}{1+x}$.

2b. Windungszahlen von folgender Kurve: (einschreiben)



(kann auch andere Richtung gewesen sein)

2b. Laurentreihe von $f(z) = \dfrac{1}{(z-1)(z-2)}$ in $1 < |z| < 2$

3a. Diskutiere das Problem „Approximationvon holomorphen Funktionen durch Polynome“.

3b. Residuum von

$$f(z) = \frac{z-1}{(z^2+1)^2}$$

(Lsg.: $\frac{i}{4}$)