Datenanalyse

May 23, 2023

1 Basics

Mittelwert (diskret/stetig)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}(x_i)$$

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty}(f(x) * x)dx$$

Varianz (diskret/stetig)

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$\sigma^2 = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2$$

Geschätzte Varianz

$$s^2 = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Pearson Korrelation

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N-1)s_x s_y}$$

2 Faltung

2.1 Diskret

$$f_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} f_X(x_i) * f_Y(x_j) * \mathbb{I}_z(x_i + y_j)$$

2.2 Stetig

Wenn X und Y stetig verteilte Zufallsvariablen sind und $Z = X + Y$. Dann gilt

$$f_Z(z) = f_{X+Y}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(z-x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(z-y) f_Y(y)dy$$

2.3 Bivariate

$$(f * g)(x) := \int f(T) * g(x - T)dT$$

http://www.biancahoegel.de/mathe/analysis/faltung.html

2.4 Dichtetransformationssatz

Es ist eine Funktion "f" gegeben und eine Funktion "g"

$$h = g^{-1}$$

$$f = |h'| * f(h) * \mathbb{I}_\Omega$$

3 Schätzer

To do...

- Erwartungstreue
- Bias
- MSE
- Konsistenz von Schätzern

3.1 Maximum-Likelihood-Methode

Likelihood Funktion

$$L = f(x1) * ... * f(xn)$$

Einsetzten der Likelihood Funktion in den Logarithmus.

$$log(L) = log(f_{x1}) + ... + log(f_{xn})$$

Erste Ableitung bilden

Zweite Ableitung bilden

Notwendige Bedingung

Hinreichende Bedingung

Ergebnis

3.2 Momentenmethode

Erwartungswert berechnen und mit dem Empirischen Wert gleichsetzten

$$\mathbb{E}[X] = \bar{x}$$

3.3 Kleinste-Quadrate-Methode (Regression)

$$f(x) = a + b * x$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}(y^2) - n\bar{y}^2}$$

$$a = \bar{y} - b * \bar{x}$$

4 Konfidenz Intervall

Erwartungswert

$$[\bar{x} - z_{1-\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{1-\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

Varianz

$$[\frac{(n-1*S^2)}{q_{1-a/2}}; \frac{(n-1*S^2)}{q_{a/2}}]$$

5 Hypothesen Tests

To do...

- ab 6.4 unvollständig

$$v = \sqrt{n} * \frac{\bar{x} - h_0}{\sigma}$$

Einstichprobentest (Bernoulli Experiment)

$$v = \sqrt{n} * \frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{q * (1-q)}}$$

$$p = 2 * (1 - \phi(|v|))$$

phi ist eine Verteilungsfunktion.
Entscheidungsregeln (bekanntes σ):

- $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu \neq \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $|v| > z_{1-\alpha/2}$
- $H_0 : \mu \geq \mu_0$ vs $H_1 : \mu < \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $v < z_\alpha$

- $H_0 : \mu \leq \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $v > z_{1-\alpha}$

Entscheidungsregeln (unbekanntes σ):

- $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu \neq \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $|v| > t_{1-\alpha/2}$
- $H_0 : \mu \geq \mu_0$ vs $H_1 : \mu < \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $v < t_\alpha$
- $H_0 : \mu \leq \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$: H_0 wird abgelehnt, falls $v > t_{1-\alpha}$