$\Omega = \{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))\}$, y posteriormente se calcula la derivada d[redacted] polinomio.

a) Calcular analíticamente el polinomio que interpola el conjunto soporte.

b) Derivar el polinomio interpolador para encontrar la derivada en el punto x_0:

$$f'(x_0) \approx p'(x_0) = \frac{1}{2h}(-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)). \qquad (3.38)$$

Si la discretización es equidistante, tenemos:

$$f'(x) \cong \frac{1}{2h}(-3f(x) + 4f(x+h) - f(x+2h)). \qquad (3.39)$$

$$\frac{1}{2h}\left(-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)\right)$$

a)

$$P(x) = a_i n_i = a_2 n_2 + a_1$$

$$a_2 = \frac{\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$

$$a_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$n_1 = (x - x_1)$$

$$n_2 = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$P(x) = a_0 + a_1 n_1 + a_2 n_2$$

$$= a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$$

$$= a_0 + a_1 x - a_1 x_1 + a_2(x^2 - x_0 x - x_0 x_1 + x_0 x_1)$$

$$P'x = a_1 + 2a_2 x - a_2 x_0 - a_2 x_1 = a_1 + a_2(2x - x_0 - x_1)$$

$$= \frac{f(x_1) - f x_0}{h} + \left[\frac{\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{h} - \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{h}}{2h}\right] [(2x_0 - x_0 - x_1) = x_0 - x_1 = -h$$

$$= \frac{\cancel{2}(f(x_1) - f x_0)}{2h} + \frac{(f x_2 - 2f(x_1) + f(x_0))\cancel{-h}}{2h^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{2(f x_1 - f x_0) - (f(x_2) - 2f(x_1) + f x_0)}{2h}$$

$$= \frac{-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)}{}$$

c

2 h

Podemos comprobar que el resultado es igual a lo esperado.