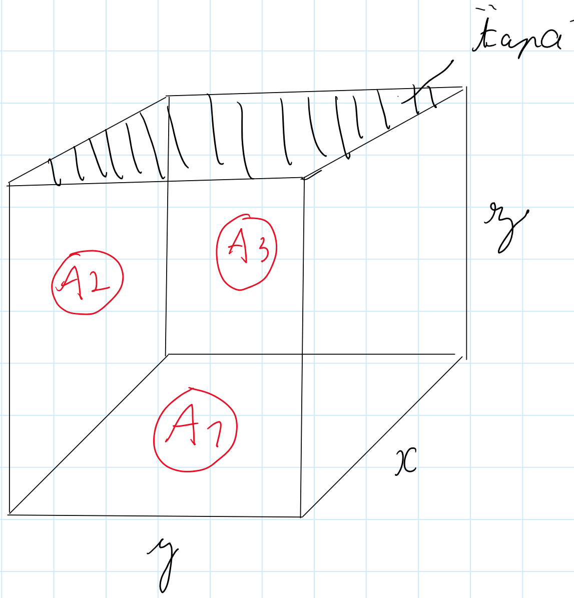
Ejercicio 3 Optimize Parte analítica

miércoles, 29 de noviembre de 2023 3:55 p. m.

3. El volumen de una caja está descrito por las tres coordenadas del sistema cartesiano:

$$V(x, y, z) = xyz \tag{6.27}$$

Hay suficiente material para fabricar cajas de área superficial de la caja (sin la tapa superior) sea 12 cm^2.



$V(x,y,z) = x\,y\,z$

$A = xy + 2yz + 2xz$

Restricción $\Rightarrow$ $xy + 2yz + 2xz = 72$

$$\Downarrow$$

$g(x,y,z) = xy + 2yz + 2xz - 72$

$\Delta V = (yz,\ xz,\ xy)$

$\Delta g = (y+2z,\ x+2z,\ 2x+2y)$

$A = A_1 + 2A_2 + 2A_3$

$① = xy \quad ② = xz \quad ③ = yz$

$A(x,y,z) = xy + 2xz + 2yz$

$\Delta V = \lambda \Delta g$

$yz = \lambda(y+2z)$

$xz = \lambda(x+2z)$

$xy = \lambda(2x+2y)$

$xy + 2yz + 2xz = 72$

Antes que nada hay que tener en cuenta que nuestro dominio sea $\in \mathbb{N} > 0$ debido a que no puede haber longitudes negativas ni nulas, es por esto que en cualquier caso el denominador será $\neq 0$ y solo tomaremos las soluciones positivas.

(2)

$$\lambda = \frac{yz}{y+2z} \quad \text{de } (1)$$

$$\lambda = \frac{xz}{x+2z} \quad \text{de } (2)$$

$$\lambda = \frac{xy}{2(x+y)} \quad \text{de } (3)$$

$$xz = \frac{yz}{y+2z}(x+2z)$$

$$x\cancel{z}y + 2xz^2 = x\cancel{z}y + 2z^2y$$

$$\cancel{2}x\cancel{z^2} = \cancel{2}\cancel{z^2}y$$

$$x = y$$

$$\boxed{y = x}$$

$$xy = \frac{yz}{y+2z}(2x+2y)$$

$$x^2 = \frac{xz}{(x+2z)} \cdot 4x$$

$$\cancel{x^2}(x+2z) = 4\cancel{x^2}z$$

$$x+2z = 4z$$

$$x = 2z$$

$$\boxed{z = \frac{1}{2}x}$$

En este caso tenemos: $z = \frac{1}{2}x$

$y = x$

$$xy + 2yz + 2xz = 12$$

$$x \cdot x + 2x \cdot \frac{1}{2}x + 2x \cdot \frac{1}{2}x = 12$$

$$x^2 + x^2 + x^2 = 12$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

$x = \pm 2 \rightarrow$ Tomamos $x = +2$

Solución: $x = 2$ $\quad y = 2$ $\quad z = 1$

Podemos ver que la solución encontrada

analíticamente concuerda con la encontrada

numéricamente