

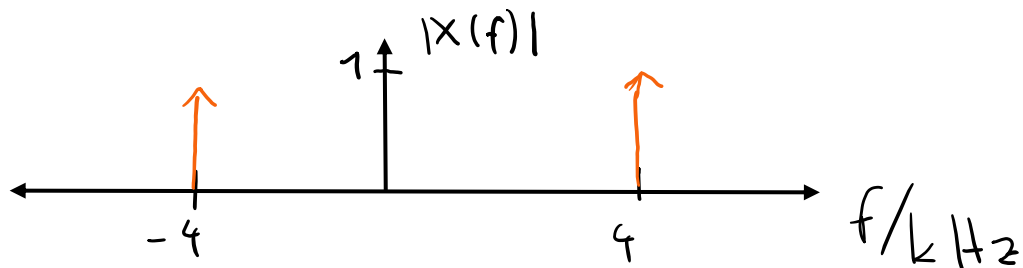
Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe
Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

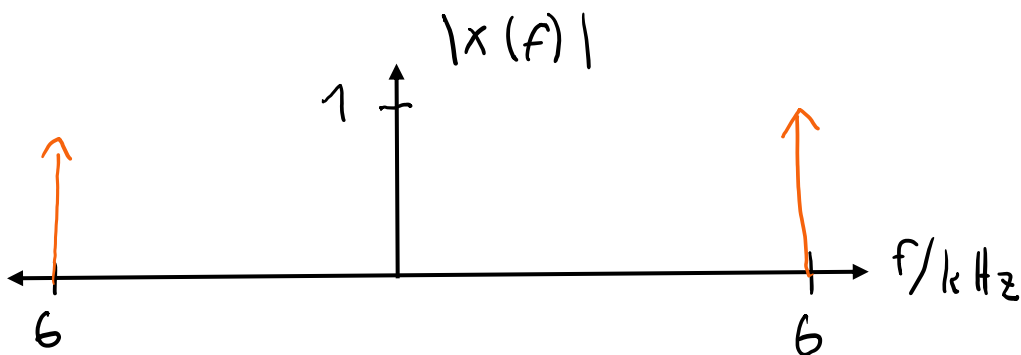
1. Aufgabe – Abtastung

a) Spektren

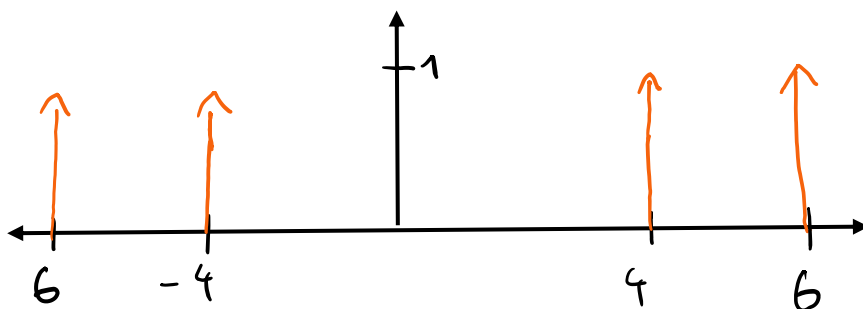
$$x_1(t) : \sin(2\pi f_1 t), f_1 = 4 \text{ kHz}$$



$$x_2(t) : \sin(2\pi f_2 t), f_2 = 6 \text{ kHz}$$

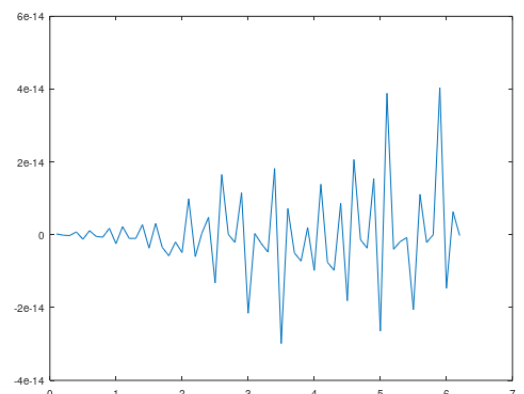


$$x(t) : x_1(t) + x_2(t)$$



b) Signal von $x[n]$

```
fs = 10;  
f1 = 4;  
f2 = 6;  
dur = 2*pi;  
T = 1/fs;  
fvec = T:T:dur;  
  
x1 = sin(2*pi*f1*fvec);  
x2 = sin(2*pi*f2*fvec);  
xn = x1 + x2;  
  
figure;  
plot(fvec, xn);
```



Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

2. Aufgabe – Fourier Transformation für zeitdiskrete Signale (DTFT)

a), b) MATLAB Funktion:

```
function X = dtft(x,n,w)
%DTFT Computes Discrete-time Fourier transform
% @param x: finite duration sequence over n
% @param n: sample position vector
% @param w: frequency location vector
% @return X: DTFT values computed at w frequencies
X = exp(-1i*w'*n) * x.';
end
```

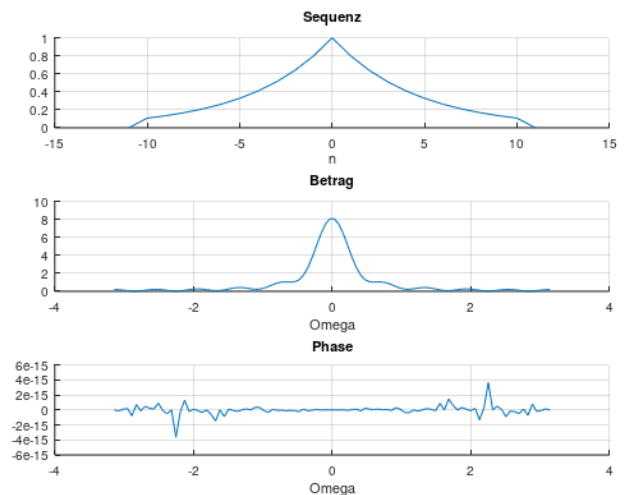
c) Betrag und Phase darstellen:

```
N = -11;
M = 11;
n = N:M;

xn = (0.8).^(abs(n)) .* (stepseq(-10, N, M) - stepseq(11, N, M));

omega = linspace(-pi, pi);
X0 = dtft(xn, n, omega);
```

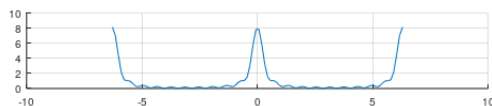
Beim Phasendiagramm fällt auf, das es Ausschläge gibt wenn das Spektrum am Nullpunkt ist.



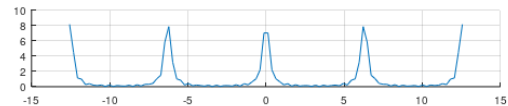
d) Variieren von Omega:

Wenn Omega größer wird variiert das Spektrum dahingehend, dass es immer weitere Extremwerte gibt, da die Sequenz sich nach 2π wiederholt.

Bsp: von -2π bis 2π :



Bsp. von -4π bis 4π :



Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe
Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

3. Aufgabe – DFT Theorie

a) Abstand der Stützstellen

Bei DFTs ist der Abstand zwischen zwei Stützstellen gleich f_s / N

$$N = 100$$

$$T_s = 1\text{ms}$$

$$f_s = 1/T_s = 1.000\text{ Hz}$$

$$\text{Abstand} = f_s/N = 1.000\text{ Hz} / 100 = 10\text{ Hz}$$

b) „Periodendauer“ im Sinne von Samples, Frequenz und normierten Kreisfrequenz

Samples: 100 ms

Frequenz: $f_s = 1.000\text{ Hz}$

Normierte Kreisfrequenz: $2 \cdot \pi$

c) Warum Zweierpotenz?

Damit die DFT mit Hilfe der schnellen Fourier-Transformation berechnet werden kann.

d) Abstand Stützstellen jetzt:

$$\text{Abstand} = f_s/N = 1.000\text{ Hz} / 128 = 7,8125\text{ Hz}$$

e) Änderung interpretieren:

Dadurch das wir mehr Samples benutzen, aber die Länge des DFTs sich nicht ändert, bekommen wir einen kleineren Abstand der Stützstellen.

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

4. Aufgabe – Fensterfunktionen

- a) In dieser Aufgabe sollen die Fenstertypen Rectangular, Bartlett, Hann und Blackman im Zeitbereich dargestellt werden. Die Fensterlänge sei 64.

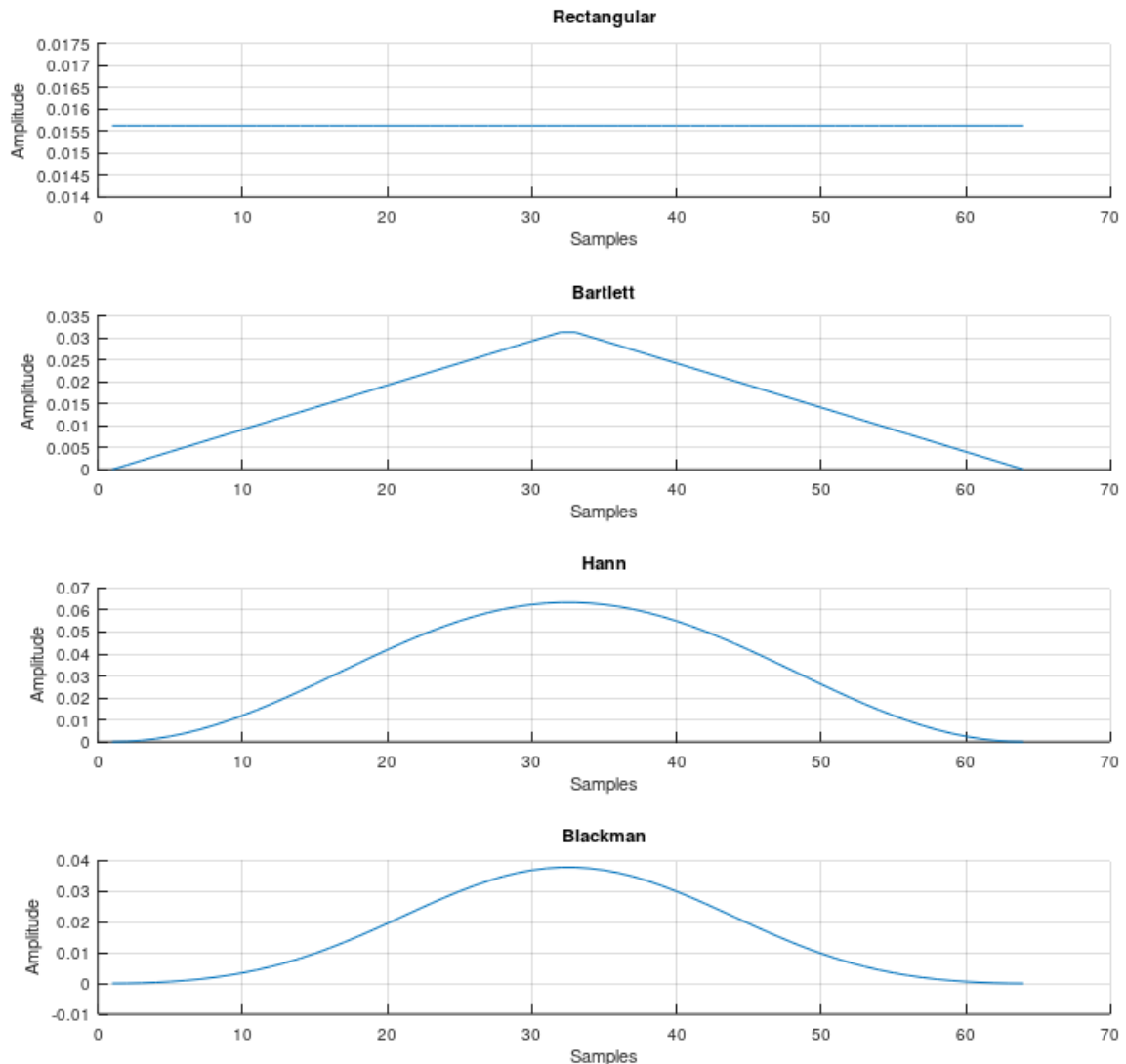


Abbildung 1 Fenstertypen

Man erkennt sehr gut, dass die Signale von 0 bis 64 gehen und somit die Fensterlänge korrekt auf 64 eingestellt wurde.

- b) Es sei der logarithmische Betrag der Fouriertransformierten der Zeitsignale aus a) zu erzeugen. Wichtig ist, dass hierfür die Beziehung

$$|X(f)|_{\log} = 20 \log_{10} |X(f)|.$$

zu verwenden ist. Die FFT-Länge sei 2048 und die Frequenzachse sei so zu skalieren, dass die normierte Frequenzvariable Omega aufgetragen ist. Weiter muss der Peak der Hauptkeule bei

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

allen Fenstern auf 0dB normiert sein.

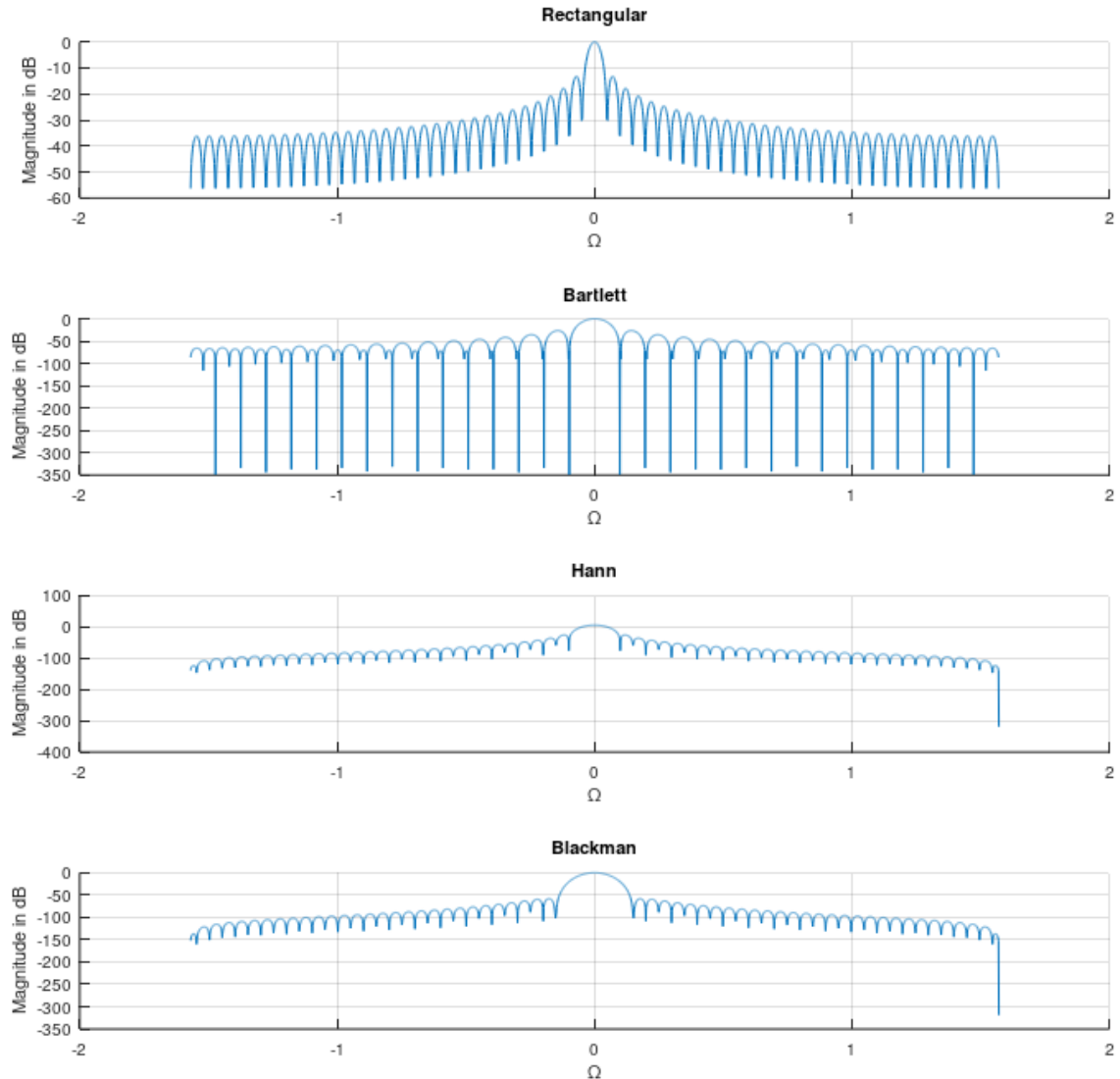


Abbildung 2 FFT mit logarithmischem Betrag

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

- c) Es sei zu untersuchen, wie sich die Frequenzverläufe der Fenster unterscheiden, wenn man die Fensterlänge variiert. Hierzu wurde die Fensterlänge auf 256 erhöht und folgendes Ergebnis erzeugt:

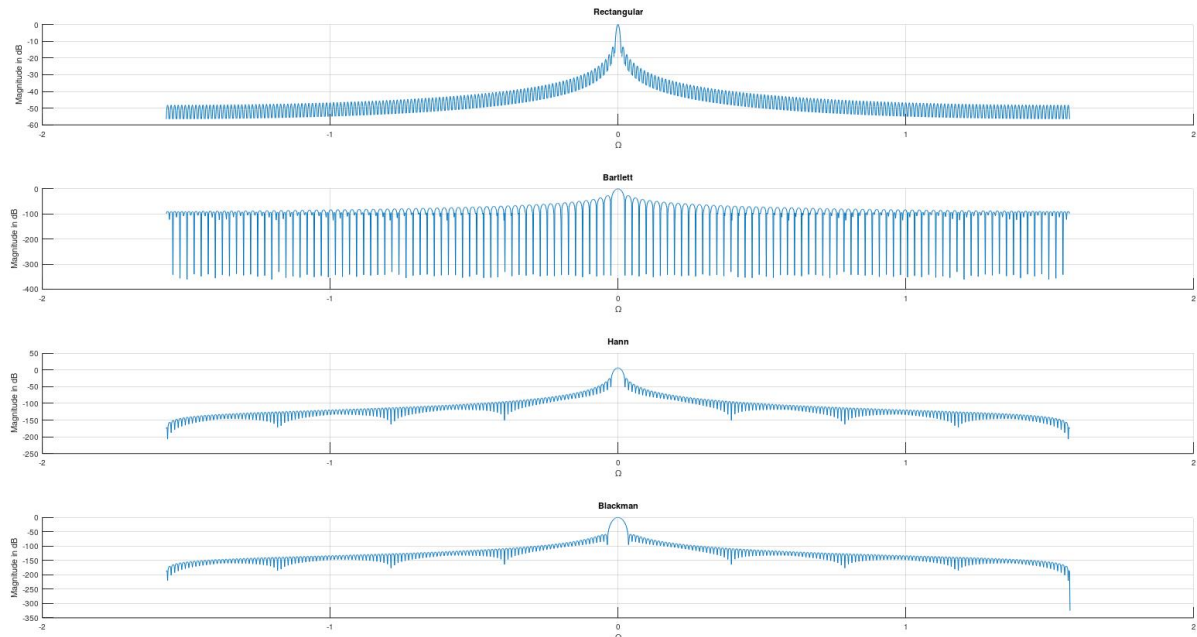


Abbildung 3 Erhöhung der Fensterlänge

Fenster	Unterschied
Rectangular	Die Hauptkeule wird spitzer und hat ein größeres Maximum auf der y-Achse. Die Nebenkeulen steigen leicht mit, sind aber im Großen und Ganzen gleichmäßig. Die Anzahl der Nebenkeulen steigt bei größerer Fensterlänge.
Bartlett	Die Hauptkeule ist nur minimal breiter als die größten Nebenkeulen. Was besonders auffällt ist, dass die Nebenkeulen nicht gleichmäßig groß sind, sodass manche etwas breiter dargestellt werden. Die Anzahl der Nebenkeulen steigt ebenfalls bei größerer Fensterlänge.
Hann	Bei kleinerer Fensterlänge ähnelt das Hannfenster noch ein wenig dem Blackmanfenster. Bei größerer Fensterlänge sieht man aber deutlich, dass die Hauptkeule kleiner ist und die Nebenkeulen kleine Ausreißer nach unten haben. Dies ist bei kleiner Fensterlänge nicht so ausgeprägt zu beobachten.

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

Blackman	Die Hauptkeule wird etwas spitzer, aber im Vergleich zum Hannfenster immer noch breiter. Die Nebenkeulen sind sehr ähnlich zum Hannfenster und in ihrer Anzahl ebenfalls gestiegen.
----------	---

- d) Es sei ein Sinus mit 50Hz, einer Abtastrate von 200Hz und einer Dauer von 0.5 Sekunden zu erzeugen.

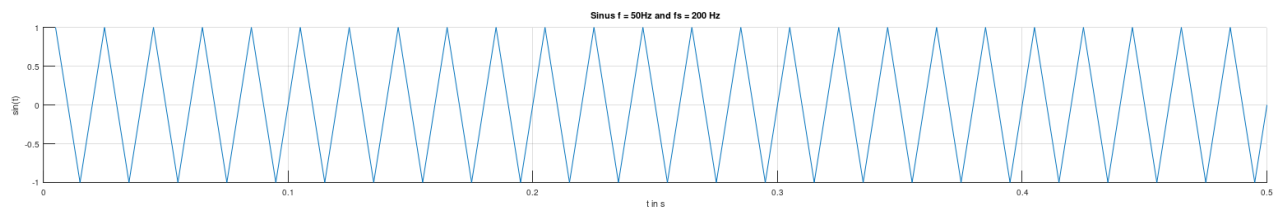


Abbildung 4 Erzeugter Sinus

- e) Es soll nun der Sinus aus d) mit den vier Fenstertypen aus a) gewichtet und der Betrag der Fouriertransformierten verglichen werden.

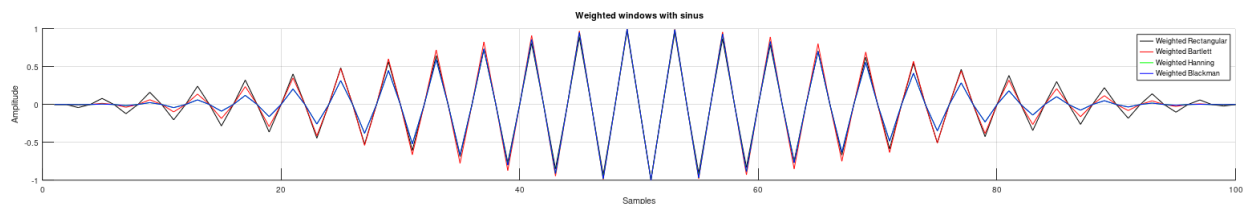


Abbildung 5 Überlagerte Darstellung

Anmerkung: In der Mitte des Plots überlagern sich die vier gewichteten Signale komplett. Am Anfang und Ende sieht man die Unterschiede relativ klar.

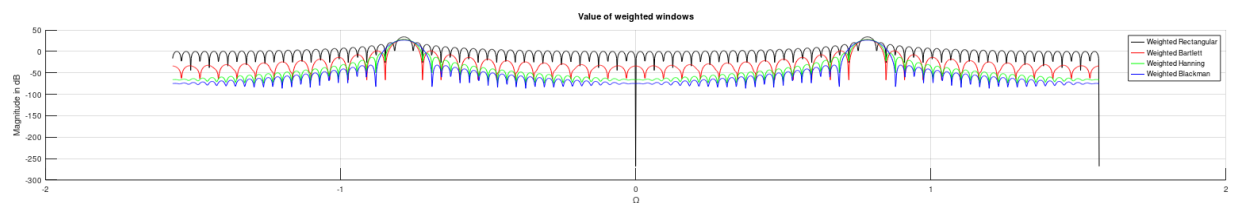


Abbildung 6 FFT auf gewichtete Signale angewendet

- f) Es seien nun für zwei weitere Sinusse die gleichen Schritte wie bei e) durchzuführen. Hierbei ist die Abtastfrequenz wieder 200Hz und die Signaldauer 0.5 s.

$$(i) \quad x_1 = \sin(2\pi 48t) + \sin(2\pi 52t)$$

$$(ii) \quad x_2 = \sin(2\pi 50t) + 0.1 \sin(2\pi 60t)$$

Abbildung 7 Weitere Sinusse

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

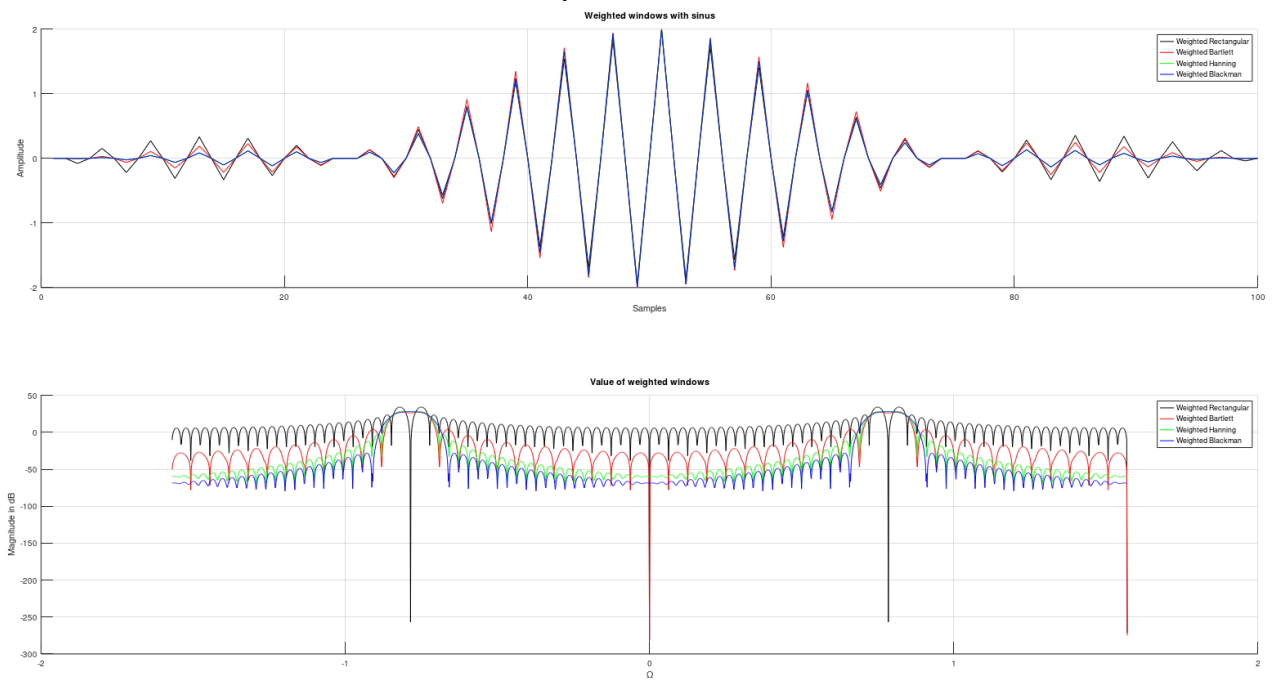


Abbildung 8 Gewichtete Signale und FFT von x_1

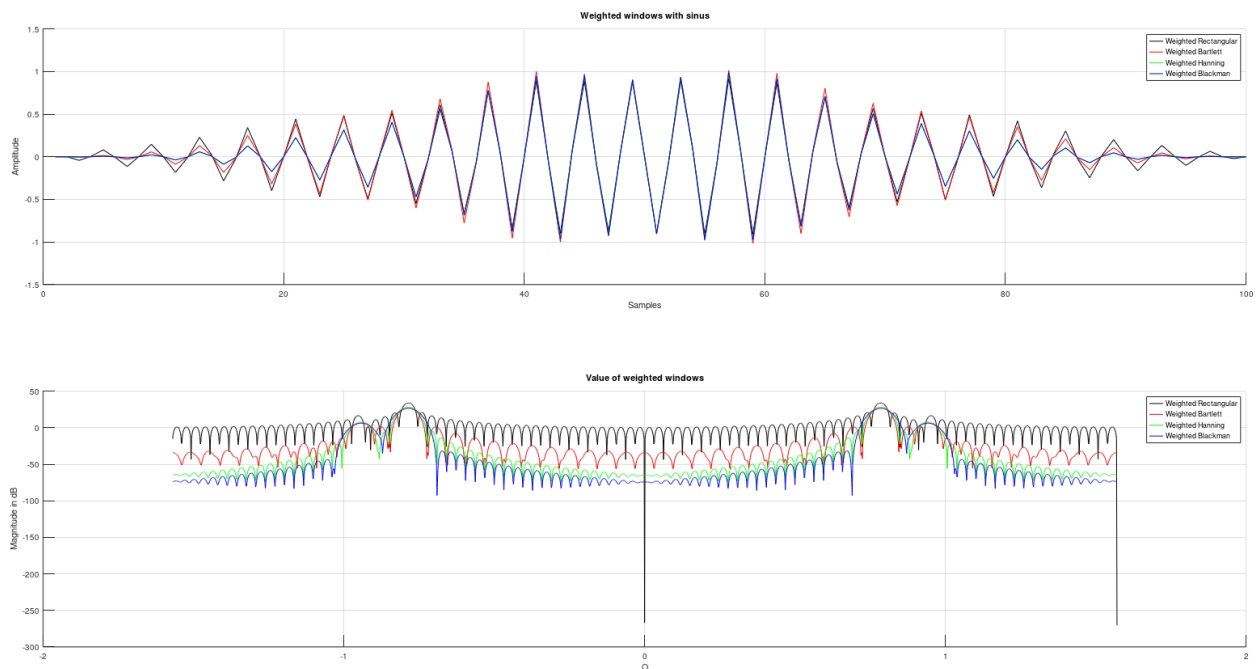


Abbildung 9 Gewichtete Signale und FFT von x_2

Sind die beiden Sinusschwingungen unterscheidbar?

Ja ganz klar, da bei den gewichteten Signalen von x_1 zwischenzeitlich die Amplitude auf 0 bleibt, wobei sie bei x_2 weiter steigt. Weiters steigt x_1 nach dieser Nullphase der Amplitude monoton an

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 3. Aufgabe

Assignment 3 – Abtastung, DTFT, DFT und Fensterung

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

und fällt danach auch wieder symmetrisch – x_2 steigt zuerst, fällt dann minimal in der Mitte des Plots, steigt wieder symmetrisch und fällt schlussendlich ebenfalls symmetrisch ab.

Stimmen die aus dem Plot ablesbaren Amplitudenwerte?

Ja die Amplitudenwerte von stimmen beim Rechteckfenster. Bei den anderen Fenstern nicht, da etwa das Rechteckfenster Nachschwinger und das Hannfenster die Amplituden der Seitenlinien minimiert. Selbiges gilt auch für das Blackmanfenster.

Einfluss der Fenster auf die Darstellung der Sinusschwingungen

Fenster	Einfluss
Rechteck	Entspricht einer Multiplikation mit 1, ist also, wenn man es genau nimmt, kein richtiges Fenster. Nimmt also keinen Einfluss auf die Darstellung.
Bartlett	Durch das Dreieck des Bartlettfensters kann man die Nachschwinger verringern, was man in den obigen Abbildungen sehr gut sehen kann. Die Amplituden nähern sich somit schneller 0 als beim Rechteckfenster.
Hann	Das Hannfenster bewirkt, dass die Amplitude in der Hauptlinie (mittig) 1:1 dargestellt wird, jedoch in den Nebenlinien verkleinert wird.
Blackman	Bei den gewichteten Sinussen sieht man hier keinen Unterschied zum Hannfenster, jedoch sieht man bei der FFT die stärkere Ausprägung der Hauptkeulen.