Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

1. Aufgabe – Elementare Signaldarstellung

a) Anmerkung: In dieser Aufgabe seien diverse Plots zeitdiskreter Signale darzustellen

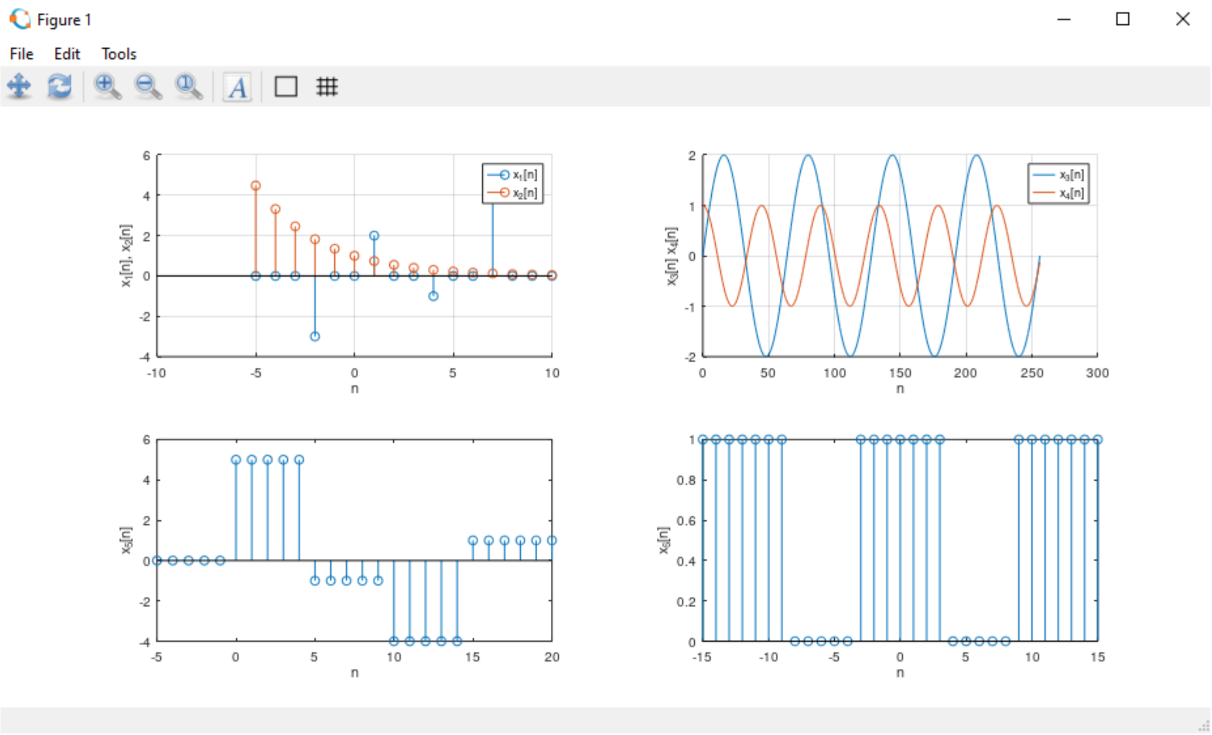


Abbildung 1 Stem- und Plotdarstellung der einzelnen Signale

Abbildung 1 zeigt die Signale x1[n] bis x6[n], wobei die ersten beiden Subplots jeweils aus zwei übereinanderliegenden Signalen bestehen. Für x3[n] und x4[n] wurde die Funktion plot gewählt, da diese viele diskrete Punkte enthalten und so die Darstellung besser aussieht. Bei x2[n] haben wir stem verwendet, da sich die Anzahl der diskreten Punkte noch in Grenzen hält. Wichtig ist, dass für x1[n] die Funktion impseq und für x5[n] stepseq verwendet wurde.

Für das Rechtecksignal von bei x6[n] haben wir die Funktion rect selbst implementiert:

```
function rectImpuls = rect (n, x)
  rectImpuls = (abs(n) <= x);
end
```

Abbildung 2 Funktion rect

Diese Funktion liefert 1, wenn der Eingabewert n <= x ist. Bei diesem Beispiel durchläuft n die Werte -1, 0 und 1 – x ist immer 3.

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

b) Anmerkung: Hier muss für x3[n] und x4[n] die normierte Kreisfrequenz angegeben werden

Signal	**Kreisfrequenz**	**Anmerkung**
x3[n]	$\frac{2\pi}{64}$	Diese Werte können aus der Angabe der Funktionen abgelesen werden. Man betrachte hierzu den allgemeinen Sinus $a * \sin(b * x + c) + d$ Die normierte Kreisfrequenz entspricht b.
x4[n]	$\frac{9}{64}$	

c) Anmerkung: Es muss bestimmt werden, ob x3[n] und x4[n] periodisch sind und wenn ja, muss deren Fundamentalperiode angegeben werden

Signal	**Periodisch?**	**Fundamentalperiode**
x3[n]	Ja	$N_0 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{64}}$ = 64
x4[n]	Ja	$N_0 = \frac{2\pi}{\frac{9}{64}}$ = 44.68

d) In dieser Aufgabe sei eine Funktion zu implementieren, welche die mittlere Leistung eines zeitdiskreten periodischen Signals berechnet.

```
function retLeistung = leistung(period)
  retLeistung = 0;
  for n = 1:length(period)-1
    retLeistung += abs(period(n))^2;
  endfor
  retLeistung /= length(period);
end
```

Abbildung 3 Funktion Leistung

In Abbildung 3 ist die Implementierung der Leistungsfunktion aus der Angabe zu sehen, die die in Abbildung 4 zu sehenden mittleren Leistungswerte (p1-p6 für x1[n]-x6[n]) der jeweiligen zeitdiskreten Signale berechnet. pMittelwert steht hier für das arithmetische Mittel aller Leistungswerte, da man aus der Angabe („mittlere Leistung der periodischen Signale") eventuell auch vermuten könnte, dass hier der Mittelwert über alle Signale gemeint ist.

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

Name	Klasse	Dimension	Wert
p1	double	1x1	1.8750
p2	double	1x1	2.7820
p3	double	1x1	1.9922
p4	double	1x1	0.5017
p5	double	1x1	8.2692
p6	double	1x1	0.6452
pMittelwert	double	1x1	2.6775

Abbildung 4 Leistung der jeweiligen Signale aus a)

e) In dieser Aufgabe sei eine Funktion zu implementieren, welche die Energie eines zeitdiskreten Signals berechnet.

```
function retEnergie = energie(signal)
  retEnergie = 0;
  for n = 1:length(signal)
    retEnergie += abs(signal(n))^2;
  endfor
end
```

Abbildung 5 Funktion Energie

Name	Klasse	Dimension	Wert
e1	double	1x1	30
e2	double	1x1	44.514
e3	double	1x1	512.00
e4	double	1x1	128.96
e5	double	1x1	216
e6	double	1x1	21
e7	double	1x1	7.5751

Abbildung 6 Energie der Signale

f) Die Ergebnisse der Leistungs- und Energieberechnungen sollen tabellarisch dargestellt werden

Signal	Mittlere Leistung	Energie
x1[n]	1.875	30
x2[n]	2.782	44.514
x3[n]	1.9922	512
x4[n]	0.5017	128.96
x5[n]	8.2692	216

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

x6[n]	0.6452	7.5751
x7[n] = randn(10,1)	-	4.2033

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21
Simon Primetzhofer 11942035
Kaan Baylan 11910231

2. Aufgabe – Sägezahnsignal mittel Fourier Reihen

a) Anmerkung: Es soll eine Funktion in Matlab programmiert werden, welche mit jeder beliebigen Fourier-Reihe funktionieren soll. Diese Funktion soll die Fourier-Reihe über den Zeitvektor **t** berechnen

```
function x = fourier_series(a,b,f0,t)
  x = zeros(length(t),1);

  for i=1:length(t)
    x(i,1) = a(1)/2;
    for k=1:length(b)
       x(i,1) += a(k+1)*cos(2*pi*k*f0*t(i)) + b(k)*sin(2*pi*k*f0*t(i));
    endfor
  endfor
end
```

Im ersten Schritt initialisierten wir x (die zurückzugebene Fourier-Reihe) mit einem 0-Vektor und der Länge des Zeitvektors t.
In den zwei Schleifen werden nun die einzelnen Werte für die jeweilige Position berechnet.

Mit der ersten for-Schleife gehen wir jeden Wert von t durch, um unsere Fourier-Reihe zu befüllen. Mit der zweiten for-Schleife addieren wir alle Werte zusammen, die wir durch die A/B-Koeffizienten erhalten.

b) Anmerkung: Es soll nun ein Programm geschrieben werden, welches unsere in a) programmierte Funktion benutzt.

```
f0 = 10;
fs = f0*1000;
% -0.05 - 0.05 -> 1. cycle -> 0.05 - 0.15 -> 2. cycle
t = -0.05:1/fs:0.15;
```

Zuerst berechnen wir uns, unseren Zeitvektor t.
Weil wir hier zwei Perioden brauchen, setzen wir die Länge des t größer. Die 1. Periode geht von (-0.05) bis 0.05 und die zweite von 0.05 bis 0.15.

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

Im nächsten Schritt berechnen wir uns die Fourier Reihen für N = 10, 100, 10.000:

```
N = 10;

a = zeros(1,N+1);
b = (-ones(1,N)).^(0:N-1);
b = b./(1:N);

y = (-(2/pi)) * fourier_series(a,b,f0,t);
```

```
N = 100;

a = zeros(1,N+1);
b = (-ones(1,N)).^(0:N-1);
b = b./(1:N);

y2 = (-(2/pi)) * fourier_series(a,b,f0,t);
```

```
N = 10000;

a = zeros(1,N+1);
b = (-ones(1,N)).^(0:N-1);
b = b./(1:N);

y3 = (-(2/pi)) * fourier_series(a,b,f0,t);
```

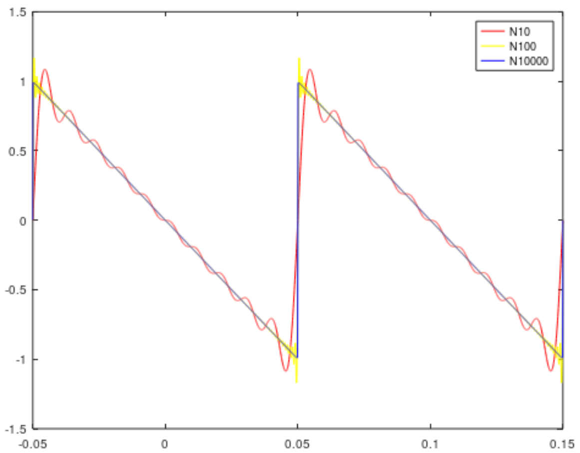
Als erstes werden die Koeffizienten Variablen a und b initialisiert.
Der b Vektor wird dann so befüllt wie in der Angabe beschreiben. Dafür wird er zuerst mit (-1) befüllt und hoch seiner Position gerechnet.
Im Anschluss wird dann noch durch seine Position dividiert.

Danach wird unsere Funktion aufgerufen, um die jeweilige Fourier-Reihe zu erhalten

```
figure
plot(t, y, 'r');
hold on
plot(t, y2, 'y');
hold on
plot(t, y3, 'b');
hold on

legend('N10', 'N100', 'N10000')
```

Zuletzt werden die drei berechneten Fourier-Reihen in einem Graphen eingezeichnet und mit einer Legende versehen:



Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

3. Aufgabe – Quantisierungsrauschen

Unter Verwendung der „floor“ Quantisierung ist eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Quantisierungsfehler gegeben

a) Anmerkung: Es sei die Leistung des Quantisierungsrauschens für eine allgemeine Breite einer Quantisierungsstufe zu berechnen

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} |v|^2 \, p_n(v) \, dv = \int_{-q}^{0} v^2 \, \frac{1}{q} \, dv$$

$$= \frac{v^3}{3} \cdot \frac{1}{q} \Big|_{-}^{0} = \cancel{\frac{0^3}{3} \cdot \frac{1}{q}} - \frac{-q^3}{3} \cdot \frac{1}{q}$$

$$= \underline{\underline{\frac{q^2}{3}}}$$

b) Anmerkung: Es sei die Breite einer Quantisierungsstufe, die Quantisierungsrauschleistung P_n und P_n in Dezibel zu berechnen. Der Amplitudenbereich [-1;1] ist in 2^{10} Quantisierungsstufen unterteilt.

- Breite $q = \frac{2}{2^{10}} \leftarrow \frac{1-(-1)}{2}$
- $P_n = \frac{q^2}{3}$ aus a) $= \frac{\left(\frac{2}{2^{10}}\right)^2}{3} = \frac{1}{786432}$
- P_n in dB $= 10 \cdot \lg\left(\frac{1}{786432}\right) = \underline{\underline{-58{,}96\,dB}}$

Digitale Signalverarbeitung WS 2021/22 – 1. Aufgabe

Assignment 1 – Einführung in Matlab, Fourier-Reihen und Quantisierungsrauschen

Gruppennummer 21

Simon Primetzhofer 11942035

Kaan Baylan 11910231

c) Anmerkung: Es sei die Quantisierungsrauschleistung aus b) mit jener aus der Vorlesung zu vergleichen

$$P_{n\,\text{Vorlesung}} = \frac{q^2}{12} = \frac{\left(\frac{2}{2^{10}}\right)^2}{12} = \frac{1}{3145728}$$

$$\Rightarrow -64{,}98\ \text{dB}$$

Man kann daraus schließen, dass die Quantisierungsrauschleistung mit der Breite pro Quantisierungsstufe wächst. Man muss aber beachten, dass dB eine logarithmische Größe ist und somit der Unterschied zwischen P_n und $P_{n\,\text{Vorlesung}}$ größer ist, als man intuitiv vermuten würde.