

Zeichen	SI-Basisgröße	Basiseinheit	Symbol	Definition
$l$	Länge	Meter	m	
m	Masse	Kilogramm	kg	
t	Zeit	Sekunde	s	
I	Elektrische Stromstärke	Ampere	A	
T	Temperatur	Kelvin	K	237,15K = 0 °C
n	Stoffmenge	Mol	Mol	
I <sub>v</sub>	Lichtstärke	Candela	cd	
Zeichen	Größe	Einheit	Symbol	Definition
f	Frequenz	Hertz	Hz	1 / s
$\varphi$	Ebener Winkel	Radian	rad	m / m = 1 ≈ 57.2958°
$\Omega$	Raumwinkel	Steradian	sr	m <sup>2</sup> / m <sup>2</sup> = 1
F	Kraft	Newton	N	kg · m / s <sup>2</sup> = J / m
p	Druck, mech. Spannung	Pascal	Pa	kg / (m · s <sup>2</sup> ) = N / m <sup>2</sup>
E, W	Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	(kg · m <sup>2</sup> ) / s <sup>2</sup> = Nm = Ws = Pa · m <sup>3</sup>
P	Leistung, Wärmestrom	Watt	W	(kg · m <sup>2</sup> ) / s <sup>3</sup> = J / s = VA
Q	Elektrische Ladung	Coulomb	C	As
U	Elektrische Spannung	Volt	V	kg · m <sup>2</sup> / (s <sup>3</sup> · A) = W / A = J / C
C	Elektrische Kapazität	Farad	F	s <sup>4</sup> · A <sup>2</sup> / (kg · m <sup>2</sup> ) = C / V = C <sup>2</sup> / J
R	Elektrischer Widerstand	Ohm	$\Omega$	kg · m <sup>2</sup> / (s <sup>3</sup> · A <sup>2</sup> ) = V / A = Js / C <sup>2</sup>
G	Elektrischer Leitwert	Siemens	S	s <sup>3</sup> · A <sup>2</sup> / (kg · m <sup>2</sup> ) = A / V = 1 / $\Omega$
$\Phi$	Magnetischer Fluss	Weber	Wb	kg · m <sup>2</sup> / (s <sup>2</sup> · A) = Vs
B	Magnetische Flussdichte	Tesla	T	kg / (s <sup>2</sup> · A <sup>2</sup> ) = Wb / m <sup>2</sup> = Vs / m <sup>2</sup>
L	Induktivität	Henry	H	kg · m <sup>2</sup> / (s <sup>2</sup> · A <sup>2</sup> ) = Wb / A = Vs / A
Zeichen	abgeleitete Größe	Einheitenname	Symbol	Definition
T	T Differenz zu 273.15 K	Grad Celsius	°C	K
$\Phi$	Lichtstrom	Lumen	lm	cd · sr
E	Beleuchtungsstärke	Lux	lx	cd · sr / m <sup>2</sup> = lm / m <sup>2</sup>

$10^{24}$	Yotta	Y
$10^{21}$	Zetta	Z
$10^{18}$	Exa	E
$10^{15}$	Peta	P
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	Kilo	k
$10^2$	Hekto	h
$10^1$	Deka	da

$10^{-1}$	Dezi	d
$10^{-2}$	Zenti	c
$10^{-3}$	Milli	m
$10^{-6}$	Mikro	$\mu$
$10^{-9}$	Nano	n
$10^{-12}$	Piko	p
$10^{-15}$	Femto	f
$10^{-18}$	Atto	a
$10^{-21}$	Zepto	z
$10^{-24}$	Yokto	y


Zeichen	Größe	Einheit	Zeichen	Größe	Einheit
J	Massenträgheitsmoment	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$			
$\rho$	Massendichte	$\text{kg} / \text{m}^3$			
$\omega$	Kreisfrequenz	$\text{rad} / \text{s}$			
M	Drehmoment	Nm			

[illegible]

## Interpolationsgerade durch 2 Punkte:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## Näherungsgerade durch N Punkte:

$$y = bx + c$$

mit  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad c = \bar{y} - b\bar{x}$$

## Differenzialrechnung:

Produktregel:  $f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$

Quotientenregel:  $f(x) = \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Kettenregel:  $f(g(x)) \rightarrow f' \cdot (g(x)) \cdot g'(x)$

## Korrespondenzen:

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\ln x , \quad x \neq 0$	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\log_b x , \quad b > 0$	$\frac{1}{x \ln(b)}$	$\sqrt[n]{x}, \quad n \neq 0$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$e^x$	$e^x$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{2}{x^3}$	$b^x, \quad b > 0$	$b^x \ln(b)$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
		$\arccos(x)$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
		$\arctan(x)$	$\frac{1}{x^2 + 1}$

## Integralrechnung Korrespondenzen:

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$x^n$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1}, \quad n \neq -1$	$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\frac{1}{x}$	$\ln x , \quad x \neq 0$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}, \quad n \neq 1$	$\tan(x)$	$-\ln( \cos(x) )$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$	$(\sin(x))^2$	$\frac{1}{2}(x - \sin(x)\cos(x))$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{n}{n+1} x^{\frac{n+1}{n}}, \quad n \neq -1, n \neq 0$	$(\cos(x))^2$	$\frac{1}{2}(x + \sin(x)\cos(x))$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$(\tan(x))^2$	$\tan(x) - x$
$e^x$	$e^x$	$\sin(ax)\cos(ax)$	$\frac{1}{2a}(\sin(ax))^2$
$x e^{ax}$	$\frac{ax-1}{a^2} e^{ax}$	$x \sin(ax)$	$\frac{1}{a^2} \sin(ax) - \frac{x}{a} \cos(ax)$
$e^{ax} \sin(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin(bx) - b \cos(bx))$	$x \cos(ax)$	$\frac{1}{a^2} \cos(ax) + \frac{x}{a} \sin(ax)$
$e^{ax} \cos(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos(bx) + b \sin(bx))$	$\arcsin(x)$	$x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$
$b^x$	$\frac{1}{\ln(b)} b^x, \quad b > 0, b \neq 1$	$\arccos(x)$	$x \arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$
$\ln(x)$	$x(\ln(x) - 1), \quad x > 0$	$\arctan(x)$	$x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
$\log_b(x)$	$\frac{1}{\ln(b)} x(\ln(x) - 1)$		$\frac{1}{x^2 + a^2} \quad \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right), \quad a \neq 0$
			$\frac{x^2}{x^2 + 1} \quad x - \arctan(x)$

## Geometrie: Dreieckregeln:

S	C	T
G	A	G
H	H	A

Höhensatz:  $c_1 \cdot c_2 = h_c^2$

Kathetensatz:  $c \cdot c_2 = a^2 \quad c \cdot c_1 = b^2$

Sinussatz:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot A}$

Cosinussatz:  $a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma) = c^2$

$$a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta) = b^2$$

$$b^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\alpha) = a^2$$

## Kreis:

Umfang:  $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Fläche:  $A = \pi \cdot r^2$

## Kreis Sektor:

Kreisbogen-Länge( $\varphi$  in  $^\circ$ ):  $b = 2\pi r \cdot \frac{\varphi}{360^\circ}$

Kreisbogen-Länge( $\varphi$  in rad):  $b = r \cdot \varphi$

Kreisbogen-Fläche( $\varphi$  in  $^\circ$ ):  $A = \pi r^2 \cdot \frac{\varphi}{360^\circ}$

Kreisbogen-Fläche( $\varphi$  in rad):  $A = \frac{1}{2} r^2 \varphi = \frac{1}{2} r b$

Umrechnung Radiant und Grad:  $\frac{x}{2\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ}$

## Trigonometrische Formeln:

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin(x) & \sin(2x) &= 2\sin(x)\cos(x) \\ \cos(-x) &= \cos(x) & \cos(2x) &= 2\cos(x)^2 - 1 \\ \tan(-x) &= -\tan(x) & \tan(2x) &= \frac{2\tan(x)}{1 - \tan(x)^2} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos(x) & \sin\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}} \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin(x) & \cos\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}} \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \tan(x) & \tan\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)}} \\ (\cos x)^2 + (\sin x)^2 &= 1 & \sin(x \pm y) &= \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y) \\ \tan(x) &= \frac{\sin(x)}{\cos(x)} & \cos(x \pm y) &= \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y) \\ & & \tan(x \pm y) &= \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x)\tan(y)} \end{aligned}$$

## Vektorrechnung:

Winkel zwischen Vektoren:  $\varphi = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

Orthogonale Projektion eines Vektor  $\vec{b}$  auf Vektor  $\vec{a}$ :

$$\vec{b}_{\vec{a}} = \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}} \vec{a} = \left( \vec{b} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \right) \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

$$|\vec{b}_{\vec{a}}| = |\vec{b}| \cos \varphi$$

Mittelpunkt M zwischen Punkten A und B:

$$\vec{m} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b})$$

# Formelsammlung Physik

## Elementare Statistik:

Relative Häufigkeit:  $h_i = h(E_i) = \frac{n_i}{n}$

Arithmetisches Mittel:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

Geometrisches Mittel:  $\bar{x}_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = (x_1 x_2 \dots x_n)^{1/n}$

Harmonisches Mittel:  $\bar{x}_H = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \right)^{-1} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$

Varianz:  $s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  Standardabweichung:  $s_x = \sqrt{s_x^2}$

Mittlere absolute Abweichung:  $e_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$

Median: n ungerade:  $\frac{n+1}{2} = x_m \rightarrow M = w_m$

n gerade:  $x_{m1} = \frac{n}{2}$   $x_{m2} = x_{m1} + 1 \rightarrow M = \frac{w_{m1} + w_{m2}}{2}$

Quantil:  $\frac{n \cdot \%}{100} = x_Q \rightarrow Q = w_Q$  **Modus:** häufigster Wert

Wahrer Fehler:  $\delta x_{i,w} = x_i - x_w$  **Scheinbarer Fehler:**  $\delta x_i = x_i - \bar{x}$

Relativer Fehler:  $\delta x_{i,rel} = \frac{\delta x_i}{\bar{x}}$  oder  $\delta x_{i,w,rel} = \frac{\delta x_{i,w}}{x_w}$

(Standardabweichung von  $\bar{x}$ )

Unsicherheit:  $u_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$  **Gesamtunsicherheit:**  $u_{x,ges} = \sqrt{u_{x,1}^2 + u_{x,2}^2 + \dots}$

Messunsicherheiten:

analog:  $u = a/\sqrt{6}$  (2a = Abstand Skalenstrichen)

digital:  $u = a/\sqrt{3}$  (2a = Auflösung)

Anzahl der Wiederholungsmessungen n	Statistischer Vertrauensbereich p		
	68,27%	95,45%	99,73%
	$t_{0,6827}$	$t_{0,9545}$	$t_{0,9973}$
1	1,84	13,97	235,80
2	1,32	4,53	19,21
3	1,20	3,31	9,22
4	1,14	2,87	6,62
5	1,11	2,65	5,51
6	1,09	2,52	4,90
7	1,08	2,43	4,53
8	1,07	2,37	4,28
9	1,06	2,32	4,09
10	1,05	2,28	3,96
15	1,03	2,18	3,59
20	1,03	2,13	3,42
30	1,02	2,09	3,27
50	1,01	2,05	3,16
100	1,01	2,03	3,07
200	1,00	2,01	3,03
$\infty$	1,00	2,00	3,00

Wertebereich:  $\bar{x} - t_p + u_x \leq x_w \leq \bar{x} + t_p + u_x$

## Fehlerfortpflanzung:

Messabweichung:  $\delta y \approx \frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) \delta v + \frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) \delta w + \dots$

Absolute Fehlergrenze:  $\delta y_{\max} \approx \left| \frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) \delta v_{\max} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) \delta w_{\max} \right| + \dots$

Relative Fehlergrenze:  $\delta y_{rel} \approx \delta y_{\max} / \bar{y}$

Messunsicherheit (Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz):

$$u_y \approx \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) u_v \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v}, \bar{w}, \dots) u_w \right)^2 + \dots}$$

## Drehbewegung:

Frequenz:  $f = \frac{1}{T}$  **Kreisfrequenz:**  $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

Winkeländerung:  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$  **Bogenlänge:**  $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$

Winkelgeschwindigkeit:  $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Winkelbeschleunigung:  $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Bahngeschwindigkeit:  $v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t}$   $v_t(t) = r \cdot \dot{\varphi}(t) = r \cdot \omega(t)$

Bahnbeschleunigung:  $a_t(t) = r \cdot \ddot{\varphi}(t) = r \cdot \dot{\omega}(t) = r \cdot \alpha(t)$

## Gleichförmige Rotation:

$\varphi(0) = \varphi_0$   $\alpha(t) = 0 = const.$   $\omega(t) = \omega_0 = const.$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t$

## Gleichmäßig beschleunigte Rotation:

$\varphi(0) = \varphi_0$   $\omega(0) = \omega_0$   $\alpha(t) = \alpha_0 = const.$

$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 \cdot t$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + 0,5 \cdot \alpha_0 \cdot t^2$

$\omega^2(t) = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha_0 \cdot (\varphi(t) - \varphi_0)$

## Ebene Drehbewegung:

radial tangential

$\vec{r}(t) = r(t) \cdot \vec{e}_r(t)$

$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{r}(t) \cdot \vec{e}_r(t) + r(t) \cdot \omega(t) \cdot \vec{e}_\varphi(t)$

$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{r}(t) \cdot \vec{e}_r(t) + \dots$

$= (\ddot{r}(t) - r(t)\omega^2(t))\vec{e}_r(t) + (2\dot{r}(t)\omega(t) + r(t)\dot{\omega}(t))\vec{e}_\varphi(t)$

## Rückrechnung ins kartesische KS

$\vec{e}_r(t) = \cos(\varphi(t))\vec{e}_x + \sin(\varphi(t))\vec{e}_y$   $\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\varphi) \\ r \cdot \sin(\varphi) \end{bmatrix}$

$\vec{e}_\varphi(t) = -\sin(\varphi(t))\vec{e}_x + \cos(\varphi(t))\vec{e}_y$

**Kreisbewegung:**  $t_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = \varphi(0)$ ,  $\omega_0 = const$ ,  $r = const$

$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \\ r \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \end{bmatrix}$

$\vec{v}_t(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{bmatrix} -\omega_0 \cdot r \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \\ \omega_0 \cdot r \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \end{bmatrix}$

$v_t = |\vec{v}_t(t)| = \omega_0 \cdot r$   $\vec{v}_t(t) \perp \vec{r}(t)$

$\vec{a}_r(t) = -\omega_0^2 \cdot \vec{r}(t) = -\frac{v_t^2}{r^2} \cdot \vec{r}(t)$

$a_r = |\vec{a}_r(t)| = \omega_0^2 \cdot r = \frac{v_t^2}{r}$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t$

$\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_0 = \omega_0 \cdot t$

$\Delta s(t) = r \cdot \Delta\varphi(t) = r \cdot \omega_0 \cdot t$

$\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

## Mechanik starrer Körper

**Verschiebung:**  $\Delta x = x_E - x_A$  **Strecke:**  $\Delta s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots$

**Mittlere Geschwindigkeit:**  $\bar{v}_x = \frac{x_E - x_A}{t_E - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

**Mittlerer Geschwindigkeitsbetrag:**  $\bar{u}_x = \left| \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|$

**Zusammenhang:**  $a_x(t) = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t)$

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^t a_x(\tau) d\tau$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v_x(\tau) d\tau$$

**Gleichförmige Bewegung:**  $v_x = \text{konst.}$   $a_x = 0$  (konst.)

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot (t - t_0)$$

**Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:**  $a_x = \text{konst.}$

$$x(t) = x_0 + v_{0,x} \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a_x \cdot (t - t_0)^2$$

$$v_x(t) = v_{0,x} + a_x \cdot (t - t_0)$$

$$v_x^2 - v_{0,x}^2 = 2a_x(x - x_0)$$

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x,E} - v_{x,A}}{t_E - t_A}$$

**Freier Fall:**  $y(0) = h$   $v_y(0) = v_0$   $a_y(t) = -g = \text{konst.}$

$$v_y(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$y(t) = h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$\text{Aufprallzeit: } t_E = t_0 + \frac{1}{g}(v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h})$$

**Schiefer Wurf: (2 Dimensionen)**

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x_0 + v_{x0} \cdot t \\ y_0 + v_{y0} \cdot t - 0,5gt^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - 0,5gt^2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} - gt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_0 \cdot \sin(\alpha) - 0,5gt \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

**Wurfparabel** (nach Eliminierung von t)

$$y(x) = y_0 + \frac{v_{y0}(x - x_0)}{v_{x0}} - \frac{g(x - x_0)^2}{2v_{x0}^2}$$

$$= y_0 + \tan(\alpha) \cdot (x - x_0) - \frac{g \cdot (x - x_0)^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)}$$

**Scheitelpunkt**

$$\vec{r}(t_s) = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_{x0} \cdot v_{y0}}{g} \\ y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_0^2}{g} \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ y_0 + \frac{v_0^2}{2g} \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t_s) = \begin{bmatrix} v_{x,s} \\ v_{y,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{bei } t_s = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{v_0}{g} \cdot \sin(\alpha)$$

**Endpunkt**  $y(t) = y(x) = 0$

$$\vec{r}(t_E) = \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_{x0}}{g} \left( v_{y0} + \sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_0}{g} \cos(\alpha) \cdot \left( v_0 \cdot \sin(\alpha) + \sqrt{2gy_0 + v_0^2 \sin^2(\alpha)} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t_E) = \begin{bmatrix} v_{x,E} \\ v_{y,E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ -\sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \cos(\alpha) \\ -\sqrt{2gy_0 + v_0^2 \sin^2(\alpha)} \end{bmatrix}$$

**Aufprallgeschwindigkeit**

$$|\vec{v}(t_E)| = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + 2gy_0} = \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}$$

**Aufprallwinkel zur Horizontalen**

$$\beta_E = \arctan\left(\frac{2}{v_{x0}} \sqrt{2 \cdot g \cdot y_0 + v_{y0}^2}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{2gy_0}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)}} + \tan^2(\alpha)\right)$$

$$\text{Bei } t_E = \frac{1}{g} \left( v_{y0} + \sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2} \right)$$

$$= \frac{1}{g} \left( v_0 \sin(\alpha) + \sqrt{2gy_0 + v_0^2 \sin^2(\alpha)} \right)$$

## Newtonschen Axiome

**Newton 1:**  $\vec{a} = 0$  wenn  $\vec{F} = 0$  ( $\vec{v}$  kann  $\neq 0$  sein!)

**Newton 2:**  $\frac{d}{dt} \vec{p}(t) = \vec{F}_{\text{res}}(t)$  mit  $\vec{p}(t) = m(t) \cdot \vec{v}(t)$

$$m(t) \cdot \vec{a}(t) + \dot{m}(t) \cdot \vec{v}(t) = \sum_i \vec{F}_i(t)$$

Bei konstanter Masse:  $m \cdot \vec{a}(t) = \sum_i \vec{F}_i(t) \rightarrow F = m \cdot a$

**Newton 3:** Wechselwirkungsprinzip  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

**Gravitationskraft:**  $\vec{F}_{G12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_{12})^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$   $F_{G12} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_{12})^2}$

**Normalkraft:**  $F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$

**Hangabtriebskraft:**  $F_H = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

**Reibungskraft:**  $\vec{F}_R = -\mu_R \cdot F_N \cdot \frac{\vec{v}(t)}{v(t)}$   $F_R = \mu_R \cdot F_N$

**Luftreibung:**  $\vec{F}_W = -\frac{1}{2} c_w \rho A v \vec{v}$   $F_W = -\frac{1}{2} c_w \rho A v^2$

**Federkraft:**  $F_{\text{Zug}} = k_F \cdot x$   $F_{\text{Feder}} = -k_F \cdot x$  (Hooksches Gesetz)

**Zentripetalkraft:**  $\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r}$   $F_{ZP} = m \cdot \omega^2 \cdot r$

**Allgemein:**  $\vec{F} = \begin{pmatrix} (+\text{rechts})(-\text{links}) \\ (+\text{oben})(-\text{unten}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$

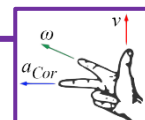
**Trägheitskraft:**  $\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a}_B(t)$

**Zentrifugalkraft:**  $\vec{F}_{ZF} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = -\vec{F}_{ZP}$

**Coriolis-Kraft:**  $\vec{F}_{\text{Cor}} = 2m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} = 2 \cdot m \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{\omega}| \cdot \sin \angle(\vec{v}, \vec{\omega})$

**Coriolis-Beschleunigung:**

$$\vec{a}_{\text{Cor}} = 2 \cdot v_r \cdot \omega \cdot \vec{e}_\varphi = 2 \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} = 2 \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{\omega}| \cdot \sin \angle(\vec{v}, \vec{\omega})$$



## Formelsammlung Physik

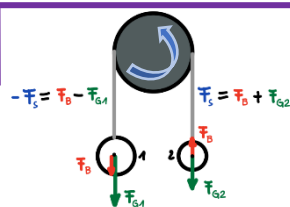
Seilkraft: überall gleich !!!

Massenmittelpunkt:

$$x_S \cdot (m_1 + m_2) \cdot g = x_1 \cdot m_1 \cdot g + x_2 \cdot m_2 \cdot g$$

$$x_S = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

Hier noch eine Skizze evtl



## Arbeit und Energie:

Arbeit:  $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos \angle(\vec{F}, \vec{s})$

Hubarbeit:  $W_H = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_{pot} = W_H$

Beschleunigungsarbeit:  $W_B = F_B \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_{kin} = W_B$

Reibungsarbeit:  $W_R = F_R \cdot s = \mu \cdot F_N \cdot s \rightarrow E_{therm} = W_R$

Arbeit im Kosi:  $\Delta W = F \cdot \Delta s$  (Fläche unter Graphen)

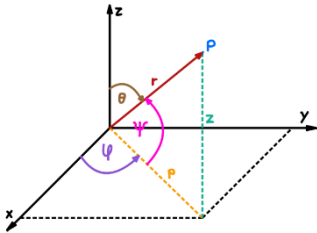
Leistung:  $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

## Koordinatenarten:

Zylinderkoordinaten:  $(\rho, \varphi, z)$

Kugelkoordinaten Typ 1:  $(r, \varphi, \theta)$

Kugelkoordinate Typ 2:  $(r, \varphi, \psi)$



Raumwinkel:  $\Omega = \frac{A}{r^2}$