Formelsammlung Elektrotechnik

Einheitentabelle / Präfixe / Mathemerkhilfen / Konstanten:

Basisgröße	Basiseinheit	Kurzzeichen	Zeichen
Länge	Meter	m	l
Masse	Kilogramm	kg	m
Zeit	Sekunde	s	t
Elektrische Stromstärke	Ampere	A	I
Temperatur	Kelvin	K	T
Stoffmenge	Mol	Mol	n
Lichtstärke	Candela	cd	I_V
Kraft	Newton	$1\ N = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-2} = 1\ V \cdot A \cdot s \cdot m^{-1}$	F
Energie	Joule	$1\ J = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1\ V \cdot A \cdot s = 1 Nm$ (auch Drehmoment)	W
Leistung	Watt	$1\ W = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = 1\ V \cdot A$	P
Spannung	Volt	$1\ V = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} = 1\ W \cdot A^{-1}$	U
Widerstand	Ohm	$1\ \Omega = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} = 1\ V \cdot A^{-1}$	R
Leitwert	Siemens	$1\ S = 1\ kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3 \cdot A^2 = 1\ V^{-1} \cdot A = \Omega^{-1}$	G
Winkelgeschwindigkeit		$[\omega] = rad \cdot s^{-1}$	ω
Frequenz	Hertz	$[\ f\ ] = 1/s = s^{-1}$	f
spezifischer Widerstand		$[\ \rho\ ] = \Omega \cdot mm^2 \cdot m^{-1}$	ρ „rho“
Stromdichte		$[\ J\ ] = A / mm^2$	J
Leitfähigkeit		$[\ \Upsilon\ ] = m \cdot \Omega^{-1} \cdot mm$	ϒ
Kapazität	Farad	$1\ F = 1\ kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^4 \cdot A^2 = 1\ C \cdot V^{-1} = 1\ As \cdot V^{-1}$	C
Induktivität	Henry	$1\ H = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2} = 1\ Wb \cdot A^{-1} = 1\ Vs \cdot A^{-1}$	L
elektrische Ladung	Coulomb	$1\ C = 1\ A \cdot s$	Q
elektrische Feldstärke		$[E] = V / m$ Kraft, die eine Ladung in einem elektrischen Feld erfährt	E
elektrische Flussdichte		$[D] = (A \cdot s)/m^2 = C/m^2$ besteht nur aus den Feldern der frei beweglichen Ladungsträger	D
elektrischer Fluss		$[\psi] = A \cdot s = C$ entspricht Gesamtheit des Feldes, dass durch eine Fläche A tritt	ψ
Dielektrische Polarisation		$(s \cdot A)/m^2$	P
magnetische Feldstärke		$[\ H\ ] = A / m$	H
magnetische Flussdichte	Tesla	$[B] = T = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = Wb \cdot m^{-2}$	B
magnetischer Fluss	Weber	$1\ Wb = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = 1\ V \cdot s = T \cdot m^2$	Φ
magnetischer Widerstand		$(s^2 \cdot A^2)/(kg \cdot m^2) = A / (V \cdot s)$	R_m

Konstante	Wert	Einheit	Faktor	Präfix	---
elektrische Elementarladung	$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$	$[e] = C = A \cdot s$	10^{24}	Yotta	Y
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$	$[\varepsilon_0] = F / m = (A \cdot s)/(V \cdot m)$	10^{21}	Zetta	Z
Dielektrizitätszahl (Material)	$\varepsilon_r = 1$ bei Luft		10^{18}	Exa	E
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-7}$	$[\mu_0] = H/m = (V \cdot s)/(A \cdot m)$	10^{15}	Peta	P
Ruhemasse Proton	$m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$	$[m_p] = kg$	10^{12}	Tera	T
Ruhemasse Elektron	$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$	$[m_e] = kg$	10^9	Giga	G
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$	$[g] = m/s^2$	10^6	Mega	M
			10^3	Kilo	k
			10^2	Hekto	h
			10^1	Deka	da
			10^0		
			10^{-1}	Dezi	d
			10^{-2}	Zenti	c
			10^{-3}	Milli	m
			10^{-6}	Mikro	µ
			10^{-9}	Nano	n
			10^{-12}	Piko	p
Von normal zu Dezibel	dB	$20 \cdot \log10(x)$	10^{-15}	Femto	f
Von Dezibel zu normal		10^(x/20)	10^{-18}	Atto	a
K	Kelvin	°C +273,15 = K	10^{-21}	Zepto	z
Grad / Rad Umrechnung		$x / 2\pi = \alpha / 360°$	10^{-24}	Yokto	Y

Formelsammlung Elektrotechnik

Basics:

Ladung: $Q = I \cdot t = C \cdot U$

Ladungsdichte: $\rho = e_0 \cdot n$

Stromdichte: $J = \frac{I}{A}$

Wärmeenergie: $W = U \cdot Q$

ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

ohmscher Leitwert: $G = \frac{I}{U}$

spezifischer Widerstand: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

Leitfähigkeit: $\Upsilon = \frac{1}{\rho}$

Temperaturabhängigkeit Widerstand:

$$R_2 = R_1 \cdot [1 + \alpha_1(\vartheta_2 - \vartheta_1)] \quad [\alpha] = K^{-1}$$

Energie: $W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$

Leistung: $P = \frac{W}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$

$\Delta P_{\%} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\%$ $\qquad P_V = P_{zu} - P_{ab}$

Serienschaltung:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{1}{G_{ges}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_3}$$

$$Q_{ges} = Q_1 = Q_2 = Q_3 \rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \rightarrow C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Umrechnung Spannungs- /Strom-Quelle:

$UQ \rightarrow IQ$: $I_0 = \frac{U_0}{R_i}$ $\qquad IQ \rightarrow UQ$: $U_0 = I_0 \cdot R_i$

Unbelasteter Spannungsteiler:

$$\frac{U_\mu}{U} = \frac{R_\mu}{\Sigma R_U}$$

Belasteter Spannungsteiler:

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

Querstromverhältnis: $q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$

Stromteiler:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad \frac{I_1}{I_{ges}} = \frac{Gegenzweig\ R}{R_{ges\ von\ Zweigen}} = \frac{G_1}{G_{ges\ von\ Zweigen}}$$

Spannungsfehlerschaltung:

$$R = \frac{U - U_{iA}}{I} = \frac{U}{I} - R_{iA} \qquad U_{ia} = I \cdot R_{iA}$$

Stromfehlerschaltung:

$$R = \frac{U}{I - I_{iV}} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}} \qquad I_{iV} = \frac{U}{R_{iV}}$$

Brückenschaltung:

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ (wenn Brücke abgeglichen)

Schleifdrahtmessbrücke:

$$R_x = R_N \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

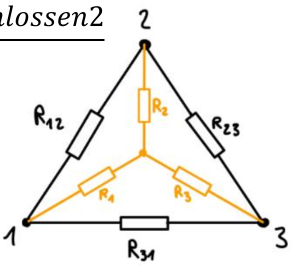
Stern- Dreiecks- Transformation:

Umrechnung von Δ in Stern

$$R = \frac{eingeschlossen1 \cdot eingeschlossen2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Umrechnung von Stern in Δ

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{gegenüberliegender\ R}$$



Ersatzspannungs- und Stromquelle:

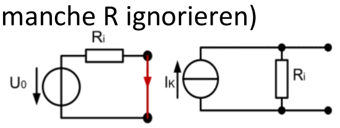
Leerlaufspannung U_0: U_0 berechnen (Spannungsteiler)

Innenwiderstand R_i: (Spannungsquelle kurzschließen)

(Stromquelle durch Leerlauf ersetzen)

Kurzschlussstrom I_K: $I_K = \frac{U}{R_1}$ (manche R ignorieren)

Zusammenhang: $U_0 = R_i \cdot I_K$



Leistung maximal: $P = \frac{(U_0)^2}{4 \cdot R_i}$

Innere Verlustleistung: $P_V = I^2 \cdot R_i$

Formelsammlung Elektrotechnik

Wechselstromtechnik:

Frequenz:

Periodendauer [s]: $T = \frac{1}{f}$

Frequenz [Hz]: $f = \frac{1}{T}$

Kreisfrequenz (für **Sinus**) [$\frac{1}{s}$]: $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

Spannung:

Effektivwert Spannung [V]: $U_{eff} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$

Effektivwert **Sinus** Spannung [V]: $U_{eff} = U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Augenblickswert **Sinus** Spannung [V]:

$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$

$u(t) = \omega \cdot N \cdot B \cdot l \cdot b \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Scheitelwert [V]: $U_{max} = Max(|u(t)|)$

Scheitelwert **Sinus**: $\hat{u} = N \cdot B \cdot l \cdot b \cdot \omega$

Gleichrichtwert [V]: $|\overline{u}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| \cdot dt$

Bedeutet Integrieren in Teilen, negative Teile hochklappen, u(t) anpassen, integrieren

Gleichrichtwert **Sinus** [V]: $|\overline{u}| = \frac{\hat{u}}{\pi} \cdot 2$

Gleichspannungsanteil [V]: $U_= = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$

Stromstärke:

Effektivwert Strom [A]: $I_{eff} = I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$

Effektivwert **Sinus** Strom [A]: $I_{eff} = I = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

Augenblickswert **Sinus** Strom [A]:

$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$

Gleichrichtwert [A]: $|\overline{\imath}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |i(t)| \cdot dt$

Gleichrichtwert **Sinus** [A]: $|\overline{\imath}| = \frac{\hat{\imath}}{\pi} \cdot 2$

Gleichstromanteil [A]: $I_= = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) \cdot dt$

Leistung:

Effektivwert Leistung [W]: $P_{eff} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{R} = (I_{eff})^2 \cdot R$$

Faktoren:

Scheitelfaktor = Maß für Spannungsspitzen

Scheitelfaktor: $\sigma = \frac{|U|_{max}}{U_{eff}}$

Scheitelfaktor **Sinus**: $\sigma = \sqrt{2}$

Formfaktor = Abweichung Messwerte bzgl. Form der Wechselspannung

Formfaktor: $F = \frac{U_{eff}}{|\overline{u}|} = \frac{I_{eff}}{|\overline{\imath}|}$

Formfaktor **Sinus**: $F = \frac{\pi}{\sqrt{8}}$

Weiteres:

Magnetischer Fluss Φ [Wb]: $\Phi = B \cdot l \cdot b \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Phasenverschiebung [rad] [°]: $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = const.$

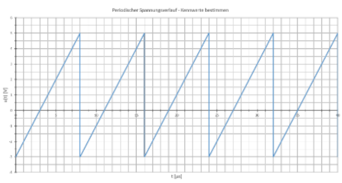
Elementares:

Liniendiagramm: Verschoben nach rechts $\varphi \rightarrow -$

Verschoben nach links $\varphi \rightarrow +$

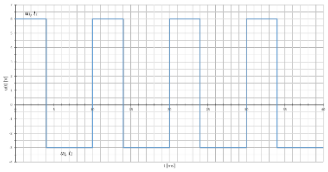
Zeigerdiagramm: Verschoben mit Uhrzs. $\varphi \rightarrow -$

Verschoben gegen Uhrzs. $\varphi \rightarrow +$



$$u(t) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{Präfix V}{Präfix s} \cdot t + (Y Achsenabschnitt)$$

Binomische Formel bei Quadrierung



$u(t) = y$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a (\ldots V)^2 \cdot dt + \int_a^b (\ldots V)^2 \cdot dt \right)}$$

$$|\overline{u}| = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a |\ldots V| \cdot dt + \int_a^b |\ldots V| \cdot dt \right)$$

$$U_= = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a (\ldots V) \cdot dt + \int_a^b (\ldots V) \cdot dt \right)$$

Formelsammlung Elektrotechnik

Fürs Verständnis:

Kondensator

$(f \to 0)\ \ \underline{Z}_C \to \infty\ \underline{Y}_C = 0$

$(f \to \infty)\ \ \underline{Z}_C = 0\ \underline{Y}_C \to \infty$

Blindwiderstand negativ

Blindleitwert positiv

$\varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$ „Strom eilt vor“

Spule

$(f \to 0)\ \ \underline{Z}_L = 0\ \underline{Y}_L \to \infty$

$(f \to \infty)\ \ \underline{Z}_L \to \infty\ \underline{Y}_L = 0$

Blindwiderstand positiv

Blindleitwert negativ

$\varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$ „Strom eilt nach“

Allgemein

$I \sim Y$

$U \sim Z$

Mechanik:

$P_{mech} = M \cdot \omega = F \cdot r \cdot 2\pi \cdot f$

$A = r^2 \cdot \pi = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ „Fläche eines Kreises“

$U = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$ „Umfang eines Kreises“

$V = A \cdot l$ „Fläche mal Länge wird Volumen eines Torus“

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ „Volumen einer Kugel“

$A = 4\pi \cdot r^2$ „Oberfläche einer Kugel“

Formelsammlung Elektrotechnik

Elektrostatik:

Coulomb-Kraft: $\vec{F} \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2}$ $\qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

Skalar Form: $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2}$

Vektor Form: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ $\qquad \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = \vec{e}_{12}$

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ $\qquad \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = -\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ $\qquad \vec{r}_{12} = \vec{r}_{q2} - \vec{r}_{q1}$

Bei gleichen q: kleiner - größer

Superpositionsprinzip n. Punktladungen: mit q und r der Betrachteten

$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{(r - r_i)^2} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Integrationsform der Ladungsverteilung: $\vec{F} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \int_Q \frac{dQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Das elektrische Feld: $\vec{E}\ von\ +nach\ -$

Vektorfeld el. Feldstärke $\left[\frac{V}{m}\right]$ $\qquad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$

Integralform für Ladungswert. dQ: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \int_Q \frac{dQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Für eine Punktladung Q: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Für eine Linienladung Linienladungsdichte $\lambda = \frac{dQ}{dl}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m} = \frac{C}{m}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \int_L \frac{\lambda \cdot dl}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2}}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Für $R \ll L (\vec{E} \perp Linie)$: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für eine Flächenladung Flächenladungsdichte $\sigma = \frac{dQ}{dA}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m^2} = \frac{C}{m^2}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \int_L \frac{\sigma \cdot dA}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{s^2}{R^2} + 1}} \end{pmatrix}$$

- Für $R \ll L (\vec{E} \perp Linie)$: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für eine Raumladung Raumladungsdichte $\rho = \frac{dQ}{dA}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m^3} = \frac{C}{m^3}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \int_V \frac{\rho \cdot dV}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

- Für Kugel mit $Q = \int_V \rho \cdot dV$: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Elektrischer Dipol:

Dipolmoment: $\quad \vec{p} = \vec{b} \cdot q \qquad [C \cdot m]$

- Mit Abstandsvektor von – zu +: $\vec{b} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

Mechanisches Drehmoment allgemein: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

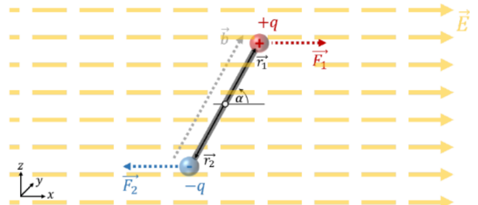
- Auf Dipol allgemein: [C · V = Nm]

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F} - \vec{r}_2 \times \vec{F} = q \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{E} - \vec{r}_2 \times \vec{E})$$

$\vec{M} = q \cdot (\vec{b} \times \vec{E})$ selber aus Übung

- Im homogenen elektrischen Feld: [Nm]

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \quad \vec{M} = q \cdot \vec{b} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$



Elektrostatisches Potential – elektrische Spannung:

Kraft auf Ladung im el. Feld: $\vec{F}_C = q \cdot \vec{E}$ $\qquad (F_G + F_C = 0)$

Verschiebungsarbeit im el. Feld:

$$W = -\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q \cdot \int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Wirbelfreiheit el. Feld: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$

Definition pot. Energie:

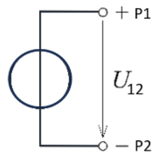
$$W_{pot}(\vec{P}) = \int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q \cdot \int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Definition el. Potential: $\varphi(\vec{P}) = \frac{W_{pot}(\vec{P})}{q} = -\int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$ $\left[\frac{J}{C} = V\right]$

Zusammenhang el. Feld und Potential:

$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{d\vec{s}} = -grad(\varphi)$ Richtung der steilsten Steigung

Elektrische Spannung:



$$U_{12} = \varphi(\vec{P}_1) - \varphi(\vec{P}_2) = \boxed{\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}} = -U_{21}$$

- Im homogenen el. Feld: $|U| = |E \cdot d| = \left|F \cdot \frac{d}{q}\right|$

Elektrischer Fluss, Flussdichte und Influenz:

Elektr. Fluss geht von Ladung aus: $\psi = Q \quad [A \cdot s = C]$

- im homogenen el. Feld: $\quad \psi = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \cdot \vec{A}$

Elektrische Flussdichte: $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$ $\quad \left[\frac{A \cdot s}{m^2} = \frac{C}{m^2}\right]$

- Allgemein: $\psi = \vec{D} \cdot \vec{A}$
- Plattenkondensator: $\psi = D \cdot A$
- auf Leiteroberfläche: $D = \sigma$

Zusammenhang Ladung zu el. Flussdichte: $Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{A}$

Formelsammlung Elektrotechnik

Dielektrika:

Dielektrische Polarisation: $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

Linear, isotrope Materialien: $\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_r - 1) \cdot \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$$

Kondensator:

Kapazität: $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

Spannung: $U = E \cdot d = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot d = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot d$

Ladung: $Q = D \cdot A = A \cdot E \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = U \cdot C$

Reihenschaltung: $C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Parallelschaltung: $C_{ges} = C_1 + C_2$

Energie des elektrischen Feldes:

Allgemein: $W_{el} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot D \cdot E$

Kondensator: $W_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$

Energiedichte Kondensator: $w_{el} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot E$

Zusammenhang Kraft und Energieänderung:

$$dW_{el} = \vec{F} \cdot ds$$

Auseinanderziehen Plattenkondensator $F \sim \frac{1}{d^2}$

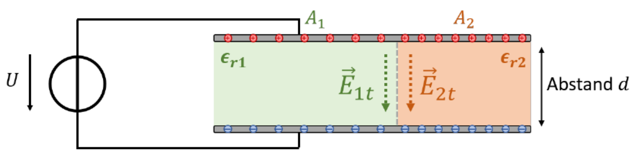
- Bei konst. Ladung Q: $F = \frac{dW_{el}}{ds} = \frac{Q^2}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}$
- Bei konst. Spannung U:

$$F = \frac{dW_{el}}{ds} - \frac{d(p \cdot dt)}{ds} = \frac{U^2}{2 \cdot s^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A$$

Elektrisches Feld an Grenzflächen:

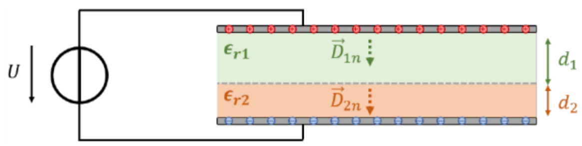
Feld tangential zu Grenzfläche: $E_{1t} = E_{2t} = \frac{U}{d}$

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$



Feld normal zu Grenzfläche: $D_{1n} = D_{2n} = \frac{Q}{A}$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}$$



Die elektrische Leitung

Feldgrößen des Strömungsfeldes: $U(x) = \int_0^x E(x) \cdot dx$

Ohm. Gesetz: $dU = R \cdot dI = E \cdot ds$ $\quad E = R \cdot \frac{dI}{ds}$

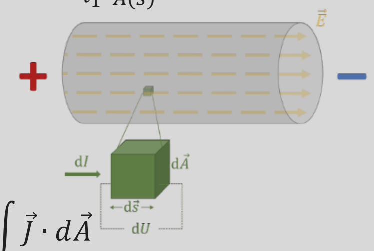
Widerstand Leiter: $R = \frac{\rho \cdot ds}{dA}$

Konstante Querschnittsfläche: $R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\sigma \cdot A}$

Variable Querschnittsfläche: $R = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\rho}{A(s)} \cdot ds$

Feld im Leiter: $E = \frac{\rho \cdot dI}{dA}$

Stromdichte: $J = \frac{dI}{dA}$ $\quad \left[\frac{A}{m^2}\right]$



$\boxed{\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}} = \frac{\rho \cdot \vec{J} \cdot dA}{dA}$ $\quad I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$

Leitfähigkeit: $\sigma = \frac{1}{\rho}$

Leitwert: $G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{dA}{ds}$

Wärmeentwicklung und Temperaturabhängigkeit:

Leistungsdichte: $S = \frac{dP}{dV} = E \cdot J$ $\quad \left[\frac{W}{m^3}\right]$

- wenn A und $\rho = const.$: $S = \rho \cdot J^2 = \rho \cdot \left(\frac{I}{A}\right)^2$

Umgesetzte Wärmeleistung im Leiter:

$$P = \iiint_V E \cdot J \cdot dV = \iiint_V \rho \cdot J^2 \cdot dV$$

- wenn Leiter homogen: $P = \rho \cdot I^2 \cdot \frac{x}{A} = R \cdot I^2$

Temperaturabhängigkeit Metalle:

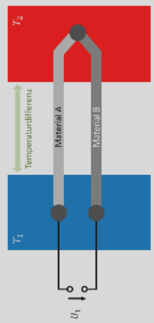
$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$ $[\Omega \cdot m]$

Nichtleiter u. Halbleiter: $\rho(T) = \rho(T_0) \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$

(mit B als materialspezifische Konstante): R Verhältnis: R(T)/R(T0)!

$R(T) = R(T_0) \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$ $\quad T = \frac{B \cdot T_0}{B + T_0 \cdot \ln\left(\frac{R(T)}{R(T_0)}\right)}$

Thermospannung (Seebeck-Effekt):



$$U_{th} = \int_{T_1}^{T_2} (S_B(T) - S_A(T)) \cdot dT$$

- Seebeck Koeffizient $\approx const.$:

$$U_{th} = (S_B - S_A) \cdot (T_2 - T_1)$$

Durchschlag

Durchschlagspannung Paschen Gesetz: $U_d \sim p \cdot d$

(für Gase mit Druck p und Abstand Elektroden d)

Formelsammlung Elektrotechnik

Magnetismus

Magnetische Flussdichte und Fluss: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$

Magn. Flussdichte: $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

Geschlossene Oberfläche: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Magnetischer Fluss: $\Phi = \int \vec{B} \cdot dA$

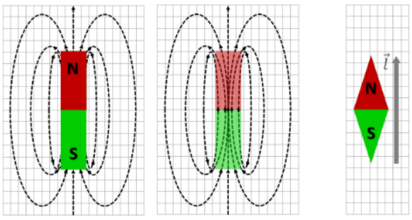
Feldlinien und Dipole:

Magnetfeldlinien: $außen: N \Longrightarrow S; innen: S \Longrightarrow N$

Magnetisches Dipolmoment: $\vec{m} = \Phi \cdot \vec{l}$ $[\vec{m}] = A \cdot m^2$

- Mit Länge: $\vec{l}$ $von\ S \Longrightarrow N$

Drehmoment: $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$ $[\vec{M}] = V \cdot A \cdot s = Nm$



Magnetfeld eines langen, geraden und strom-durchflossenen Leiters:

magnetische Feldstärke: $\vec{H} = \frac{\vec{I} \times \vec{r}}{2\pi \cdot r^2}$ $H = \frac{M}{m} = \frac{I}{2\pi \cdot r}$ $[H] = \frac{A}{m}$

Durchflutung: $\Theta = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = I \equiv V_m$
$[\Theta] = A$

Stromdurchflossene Spule mit N Windungen:

Magnetfeld im Inneren: $H = \frac{N \cdot I}{l}$ mit l als Umfang

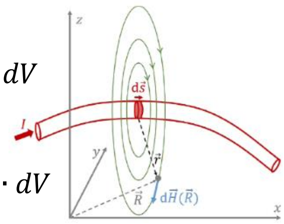
Bio-Savart-Gesetz:

Magnetfeld Leiterstück ($d\vec{s}$ $in\ Stromrichtung$)

- Vektoriell: $d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{s} \times \vec{r}}{4\pi \cdot r^3}$
- Betrag: $H = \frac{I \cdot ds \cdot \sin\phi}{4\pi \cdot r^2}$

Allgemein (für bewegte Ladungsträger)

- Magnetfeld:
$$\vec{H}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_V J(\vec{R}) \times \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot dV$$
- Magn. Flussdichte:
$$\vec{B}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} \cdot \int_V J(\vec{R}) \times \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot dV$$



Punkteladung konstanter Geschwindigkeit:

Magnetfeld: $\vec{H}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi \cdot r^3} \cdot \vec{v} \times \vec{r}$

Magnetische Flussdichte: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot q}{4\pi \cdot r^3} \cdot \vec{v} \times \vec{r}$

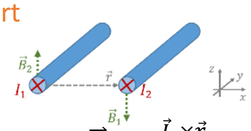
Kraftwirkung des mag. Feldes auf stromdurchf. Leiter:

Magnetfeld auf Stromleiter: mit $\vec{l}$ in Stromrichtung
„Spitze minus Fuß"

- Kraft: $\vec{F} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \vec{l} \times \vec{H} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$

  mit I von Leiter, der F erfährt

Zwischen zwei Leitern:



- Magnetfeld durch I_1 $bei\ Leiter\ 2$: $\vec{H}_1 = \frac{\vec{I}_1 \times \vec{r}}{2\pi \cdot r^2}$
- Kraft auf Leiter 2: $\vec{F}_2 = I_2 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_1$

Kraftwirkung des mag. Feldes auf freie Ladungsträger:

Lorenzkraft:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$|\vec{F}_L| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Elektronen auf Kreisbahn im magnetischen Feld:

Ansatz: $F_L = F_{ZF} \rightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$ mit r der Kreisbahn

Hall-Effekt:

Kräftegleichgewicht: (Coulombkraft und Lorenzkraft)

$$\vec{F}_E + \vec{F}_L = 0$$

$$\vec{F}_E = q_\pm \cdot \vec{E} = q_\pm \cdot \frac{U_H}{b} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -|q| \cdot \begin{pmatrix} v \cdot B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -\vec{F}_L$$

Strom im Leiter:

$$I = \frac{dQ}{t} = \frac{n \cdot q \cdot dV}{dt} = \frac{n \cdot q \cdot b \cdot d \cdot dl}{dt} = n \cdot q \cdot d \cdot b \cdot v$$

- Mit: mittlere Gesch. Ladungsträger $v = \frac{1}{n \cdot q \cdot b \cdot d}$

Hall-Widerstand: $R_H = \frac{B}{n \cdot q \cdot d}$ mit Ladungsträgerdichte n

Flussdichte B: $B = R_H \cdot n \cdot q \cdot d = \frac{U_H}{I} \cdot \frac{1}{A_H} \cdot d$

Hall-Koeffizient: $A_H = \frac{1}{n \cdot q}$ $[A_H] = \frac{m^3}{C}$ mit $[n] = \frac{1}{m^3} = m^{-3}$

mit $q = \pm e = \pm 1{,}6022 \cdot 10^{-19}C$ (A_H entscheidet $\pm$)

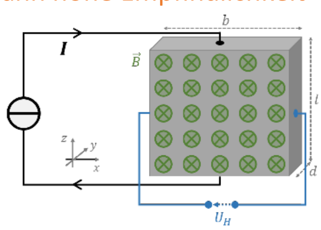
negative Ladungsträger, wenn: $A_H < 0$; $U_H < 0$

positive Ladungsträger, wenn: $A_H > 0$; $U_H > 0$

Hallspannung: $U_H = \frac{|q|}{q_\pm} \cdot v \cdot B \cdot b = I \cdot R_H = I \cdot A_H \cdot \frac{B}{d}$

wenn die U_H vergrößert, dann hohe Empfindlichkeit

mit d aus Skizze →



Materie im Magnetfeld:

Magnetisierung: $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \chi_m \cdot \vec{H}$ $\quad [M] = \frac{A}{m}$

Magn. Flussdichte im Material:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$$

Permeabilitätszahl: $\mu_r < 1\ (diamagnetisch)$

$\mu_r > 1\ (paramagnetisch)$

$\mu_r \gg 1\ (ferromagnetisch)$

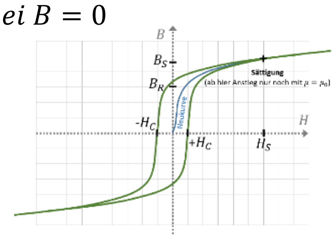
- differentiell: $\mu_{r_{diff}} = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{dB}{dH}$ (=Steigung)

Hysterese ferromagnetisches Material:

$H_S\ Sättigungsfeldstärke$

$H_C\ Koerzitivfeldstärke\ bei\ B = 0$

$H_R\ Remanenz\ bei\ H = 0$



Der magnetische Kreis

Allgemein:

- Magnetische Spannung: $[V_m] = A$
  $V_m = \int \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l$
- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$
  $R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{H \cdot l}{B \cdot A} = \frac{l}{\mu \cdot A}$ mit $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \mathrm{B} \cdot \mathrm{A} = \frac{V_m}{R_m} = \frac{N \cdot I}{R_m} = \frac{H_E \cdot l_E}{R_m}$

Geschlossener magnetischer Kreis:

- Magnetische Spannung: $[V_m] = A$
  $V_m = \Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l_E = \frac{I \cdot N}{l_E} \cdot l_E = I \cdot N$
- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$
  $R_{mE} = \frac{l_E}{\mu \cdot A} = \frac{l_E}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$
- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \frac{V_m}{R_{mE}} = I \cdot N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l_E} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l_E} \cdot A$
  $= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A = B \cdot A = \frac{N}{R_m} \cdot I$
- magnetische Feldstärke: $[H] = \frac{A}{m}$
  $H_E = \frac{N \cdot I}{l_E}$
- magnetische Flussdichte: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$
  $B_E = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E = \frac{\Phi}{A}$

Magnetischer Kreis mit Luftspalt: Mit μ_r vom Eisenring

- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$

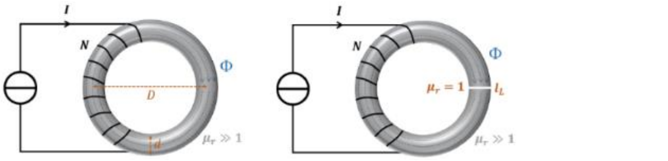
$$R_m = R_{mE} + R_{mL} = \frac{l_E}{\mu \cdot A} = \frac{l_E}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} + \frac{l_L}{\mu_0 \cdot A} = \frac{l_E + \mu_r \cdot l_L}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \frac{V_m}{R_m} = I \cdot N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l_E + \mu_r \cdot l_L} = B \cdot A$
  $= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E \cdot A = \mu_0 \cdot H_L \cdot A$
- magnetische Flussdichte: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$
  $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E = \mu_0 \cdot H_L$
- Feld im Eisenring: $[H] = \frac{A}{m}$

$$H_E = \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{I \cdot N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot (l_E + \mu_r \cdot l_L)} = \frac{I \cdot N}{l_E + \mu_r \cdot l_L}$$

- Feld im Luftspalt: $[H] = \frac{A}{m}$

$$H_L = \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot A} = \frac{I \cdot N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{\mu_0 \cdot A \cdot (l_E + \mu_r \cdot l_L)} = \frac{\mu_r \cdot I \cdot N}{l_E + \mu_r \cdot l_L} = \mu_r \cdot H_E$$



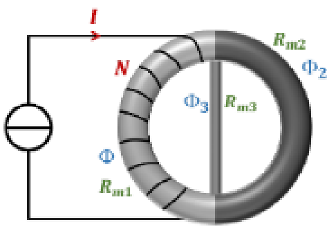
Berechnung magnetischer Netzwerke

Reihenschaltung:

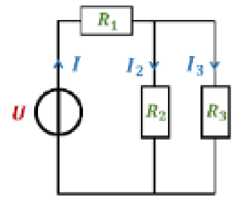
- Magn. Widerstand: $R_m = R_{m1} + R_{m2}$
- Magn. Fluss: $\Phi = \frac{V_m}{R_m} = \frac{V_m}{R_{m1} + R_{m2}}$
- Maschengleichung: $V_m = V_{m1} + V_{m2} = \Phi \cdot R_{m1} + \Phi \cdot R_{m2}$
- Spannungsteiler: $V_{m1} = V_m \cdot \frac{R_{m1}}{R_{m1} + R_{m2}}$

Parallelschaltung:

- Magn. Widerstand: $R_m = R_{m1} + \frac{R_{m2} \cdot R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}$
- Magn. Spannung: $V_m = V_{m1} + V_{m2} = V_{m1} + V_{m3}$
- Knotenregel: $\Phi = \Phi_2 + \Phi_3$
- Stromteiler: $\Phi_2 = \Phi \cdot \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}$



$\widehat{=}$



Formelsammlung Elektrotechnik

Elektromagnetische Induktion (elektrisches Feld durch Änderung magnetischen Fluss)

Bewegungsinduktion (bewegter Leiter im Magnetfeld):

Lorenzkraft auf bewegte Ladung: $\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

Induziertes elektrisches Feld: $\vec{E}_{el} = -\vec{v} \times \vec{B}$ (Ladungstrennung) $[E] = \frac{T \cdot m}{s} = \frac{V}{m}$

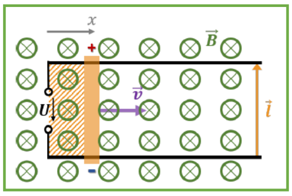
Magnetischer Fluss: $\phi = B \cdot A$

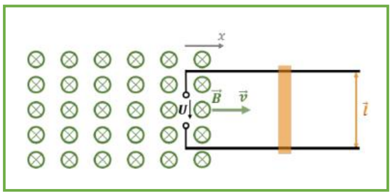
$\phi(t) = \int_a^{a+b} B(t) \cdot dA$ mit a = Abstand b = Länge und dA = Flächenstück

Bewegung Leiterstab entspr. Änderung magn. Fluss pro Zeit

Resultierende Spannung:

$$U = \int_0^l \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_{el} \cdot \vec{l} = -(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = \vec{E}_{el} \cdot \vec{l} = -B \cdot \left(\frac{dA}{dt}\right)$$



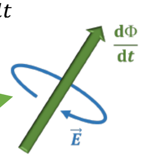


Induktion aufgrund veränderlicher magn. Flussdichte:

Resultierende Spannung: $U = -N \cdot \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$

mit: N Anzahl Windungen

Allgemeines Induktionsgesetz



Induktionsgesetz: $U_i = -\frac{d\vec{\Phi}}{dt} = -N \cdot \vec{B} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} - N \cdot \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$

Vorzeichen: + wenn E gleichgepfeilt U – wenn ungleich

Lenzsche Regel: (z.B. F wirkt Richtung -v)

Die Induktionsspannung wirkt immer ihrer Ursache (Änderung des magnetischen Flusses) entgegen!

Selbstinduktion

Selbstinduktion: Induktionswirkung eines Stromes auf seinen eigenen Leiterkreis

Magnetischer Fluss aufgrund i(t):

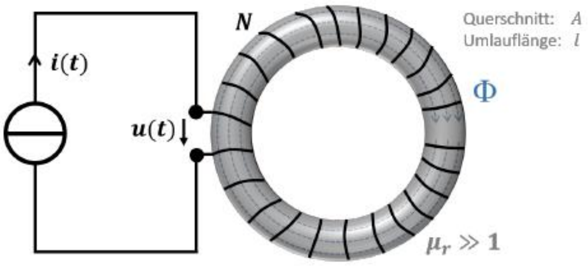
$$\Phi(t) = B(t) \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot \frac{A}{l} \cdot i(t)$$

induzierte Spannungen:

$$u(t) = -N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{di(t)}{dt} = -L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Induktivität: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} = \frac{N^2}{R_m}$ $[L] = H$

Magn. Fluss: $\Phi = \frac{L}{N} \cdot I$



Induktive Kopplung (Gegeninduktion)

$i_1(t)$ in Spule 1 erzeugt:

$$\Phi(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_1 \cdot \frac{A}{l} \cdot i_1(t) = \frac{N_1}{R_m} \cdot i_1(t)$$

dadurch induzierte Spannung:

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} = L_{12} \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

mit Gegeninduktivität: $L_{12} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m}$

$i_2(t)$ in Spule 2 erzeugt:

$$\Phi(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_2 \cdot \frac{A}{l} \cdot i_2(t) = \frac{N_2}{R_m} \cdot i_2(t)$$

dadurch induzierte Spannung:

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} \cdot \frac{di_2(t)}{dt} = L_{12} \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

mit Gegeninduktivität: $L_{12} = L_{21} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

Selbst-/Gegeninduktivität: $L_{12}^2 = L_1 \cdot L_2$

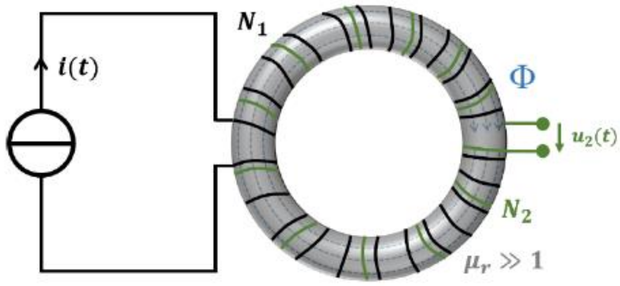
- mit: $L_1 = N_1^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} = \frac{N_1^2}{R_m}$
- und: $L_2 = N_2^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} = \frac{N_2^2}{R_m}$

Streuverluste über Kopplungsfaktor $k \leq 1$:

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \leq 1$$

- Streuwirkung: $\sigma = 1 - k^2$ mit $0 \leq \sigma \leq 1$
- Selbst-/Gegeninduktivität:

$$L_{12}^2 = L_1 \cdot L_2 \cdot k^2 = \frac{N_1^2}{R_m} \cdot \frac{N_2^2}{R_m} \cdot k^2$$



Energie Magnetfeld und Verhalten an Grenzflächen

Energie des magnetischen Feldes:

Energieänderung: $dW_m = u(t) \cdot i(t) \cdot dt$

Induktionsgesetz: $u(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt}$

Für Magnetkreis: $i(t) = \frac{V_m(t)}{N} = \frac{H(t) \cdot l}{N}$

$$=> dW_m = N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt} \cdot \frac{H(t) \cdot l}{N} \cdot dt = A \cdot l \cdot H(t) \cdot dB(t)$$

Magnetische Energie Spule: $[W_m] = J$

$$W_m = \int_0^B A \cdot l \cdot H \cdot dB = V \cdot \int_0^B \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot dB = \frac{1}{2} \cdot V \cdot H \cdot B$$

Energiedichte: $w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \cdot H \cdot B \quad [w_m] = \frac{J}{m^3}$

mit Induktivität: $u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$

Energieänderung: $dW_m = u(t) \cdot i(t) \cdot dt = L \cdot i(t) \cdot di$

Gesamtenergie: $W_m = \int_0^1 L \cdot i \cdot di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

Kräfte an Grenzflächen:

Kräfte an Grenzflächen bei kleinen Luftspalten l_L

Gesamtkraft allg.: $F = \frac{dW_{mL}}{dl} = \frac{B^2}{\mu_0} \cdot A$

Für Dauermagnet mit Remanenz: $F = \frac{B_R^2}{\mu_0} \cdot A \approx const.$

Für stromdurchfl. Spule mit:

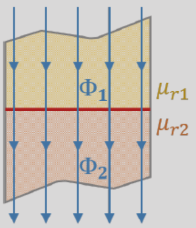
$\mu_{r1}(Spulenkern); \;\; \mu_{r2}(Gegenstück)$

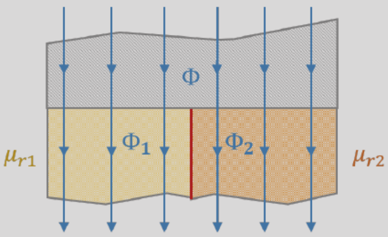
$$F = \left(\frac{I \cdot N}{\frac{l_{E1}}{\mu_{r1}} + \frac{l_{E2}}{\mu_{r2}} 2 \cdot l_L} \right) \cdot A \cdot \mu_0$$

Magnetfeld an Grenzflächen:

Feld normal zu Grenzfläche: $B_{1n} = B_{2n}\,; \;\; \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}$

Feld tangential zu Grenzfläche: $\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}\,; \;\; H_{1t} = H_{2t}$





Die Maxwell-Gleichungen

Mathe Grundlagen – Differentialoperator Gradient:

Gradient: „Richtungsableitung" (Skalarfeld->Vektorfeld)

Beispiel el. Potential $\emptyset$:

$$grad\ \varphi = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \varphi = \begin{pmatrix} \frac{d\varphi}{dx} \\ \frac{d\varphi}{dy} \\ \frac{d\varphi}{dz} \end{pmatrix} = -\vec{E}$$

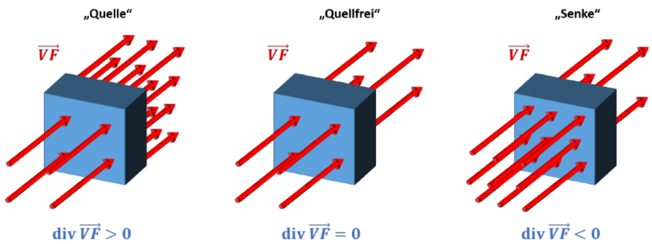
Mathe Grundlagen – Differentialoperator Divergenz:

Divergenz: „Quellendichte" (Vektorfeld -> Skalarfeld)

Prüft ob es ein Quellenfeld ist

Beispiel bel. Vektorfeld:

$$div\ \vec{V}F = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix} = \frac{dVF_x}{dx} + \frac{dVF_y}{dy} + \frac{dVF_z}{dz}$$



Mathe Grundlagen – Differentialoperator Rotation:

Rotation: (Vektorfeld -> Verktorfeld)

Beispiel bel. Vektorfeld:

$$rot\ \vec{V}F = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dVF_z}{dy} - \frac{dVF_y}{dz} \\ \frac{dVF_x}{dz} - \frac{dVF_z}{dx} \\ \frac{dVF_y}{dx} - \frac{dVF_x}{dy} \end{pmatrix}$$

wenn = 0 dann wirbelfrei

Mathe Grundlagen – Differentialoperator Laplace:

Laplace: (Skalarfeld ->Skalarfeld)

Beispiel bel. Skalarfeld: $\Delta f = div(grad\ f)$

Mathe Grundlagen – Beziehungen in Vektorfeldern:

Ein Vektorfeld, das aufgrund eines Gradienten entsteht, ist immer wirbelfrei!

$$rot\ (grad\ \varphi) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{d\varphi}{dx} \\ \frac{d\varphi}{dy} \\ \frac{d\varphi}{dz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d^2\varphi}{dy \cdot dz} - \frac{d^2\varphi}{dy \cdot dz} \\ \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dz} - \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dz} \\ \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dy} - \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dy} \end{pmatrix} = 0$$

Die Rotation eines Vektorfelds immer quellenfrei!

$$div(rot\ \vec{V}F) = div\left(\begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dVF_z}{dy} - \frac{dVF_y}{dz} \\ \frac{dVF_x}{dz} - \frac{dVF_z}{dx} \\ \frac{dVF_y}{dx} - \frac{dVF_x}{dy} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{dVF_z}{dx \cdot dy} - \frac{dVF_y}{dx \cdot dz} + \frac{dVF_x}{dy \cdot dz} - \frac{dVF_z}{dx \cdot dy} + \frac{dVF_y}{dz \cdot dx} - \frac{dVF_x}{dz \cdot dy} = 0$$

Satz von Stokes

$$\oint_S \vec{V}F \cdot d\vec{s} = \int_A rot\ \vec{V}F \cdot d\vec{A}$$

Satz von Gauß

$$\oint_A \vec{V}F \cdot d\vec{A} = \int_V div\ \vec{V}F \cdot dV$$

Materialgleichungen:

Elektrische Flussdichte allg.: $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$

Linear isotrope Materialien: $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$

Magnetische Flussdichte allg.: $\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$

Linear isotrope Materialien: $\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

Stromdichte: $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$

Durchflutungsgesetz: Ursache für magnetisches Feld ist ein e-Strom oder ein zeitlich veränderliches e-Feld

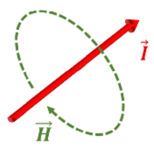
Differentiell:

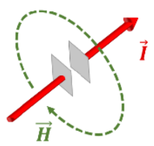
$$rot\ \vec{H} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dH_z}{dy} - \frac{dH_y}{dz} \\ \frac{dH_x}{dz} - \frac{dH_z}{dx} \\ \frac{dH_y}{dx} - \frac{dH_x}{dy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{dD_x}{dt} \\ \frac{dD_y}{dt} \\ \frac{dD_z}{dt} \end{pmatrix} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$

Flussdichteänderung wenn keine Änderung = 0

Integral:

$$\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A rot\ \vec{H} \cdot d\vec{A} = \int_A \left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}\right) \cdot d\vec{A} = I + \int_A \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{A}$$





Induktionsgesetz:

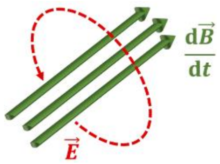
Differentiell:

$$rot\ \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dE_z}{dy} - \frac{dE_y}{dz} \\ \frac{dE_x}{dz} - \frac{dE_z}{dx} \\ \frac{dE_y}{dx} - \frac{dE_x}{dy} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \frac{dB_x}{dt} \\ \frac{dB_y}{dt} \\ \frac{dB_z}{dt} \end{pmatrix} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

„ $-rot(grad\varphi) = 0$ *immer wirbelfrei* " somit kann dieses Feld E nicht durch elektromagnetische Induktion erzeugt werden

$$\vec{B}_{(t)} = -\int_0^t rot\ \vec{E} \cdot dt$$

Integral: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_A \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} = -\frac{d\Phi}{dt} = U_i$



Wenn = 0: besagt, dass der geschlossene Weg s keine magnetische Flussänderung umfassen kann

Physikalisches Gaußsches Gesetz:

Differentiell:

$$div\ \vec{D} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \frac{dDx}{dx} + \frac{dDy}{dy} + \frac{dDz}{dz} = \rho \quad [\rho] = \frac{A \cdot s}{m^3}$$

Integral: $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \cdot dV = Q$

Alternative ohne Integral: $Q = V \cdot \rho = \vec{D} \cdot \vec{A}$

Wenn = 0: besagt, dass die Ursache für ein elektrische Feld innerhalb der geschlossenen Fläche A nur ein zeitlich veränderliches Magnetfeld sein kann

Quellenfreiheit Magnetfeld:

Differentiell:

$$div\ \vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{dBx}{dx} + \frac{dBy}{dy} + \frac{dBz}{dz} = 0$$

Integral: $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V 0 \cdot dV = 0$

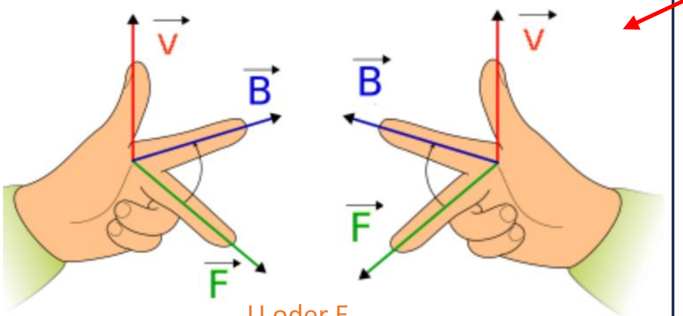
Alles was rein geht, geht raus (magnetische Flussdichte-Feldlinien)

Formelsammlung Elektrotechnik

Handregeln:

negative Ladung | positive Ladung

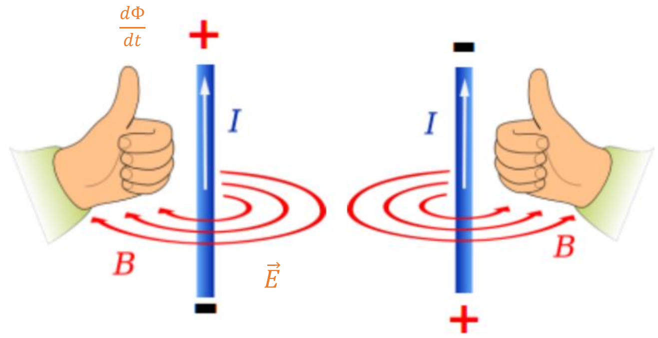
v ist die physikalische Stromrichtung, müsste bei technische Stromrichtung gedreht werden



linke Hand | rechte Hand

Allgemein: $Mittelfinger = Daumen \times Zeigefinger$

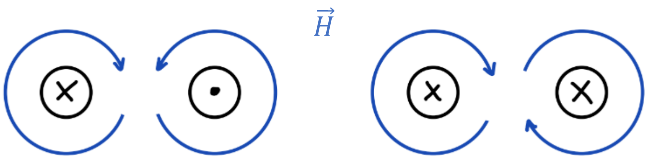
physikalische Stromrichtung | technische Stromrichtung



linke Hand | rechte Hand

$\frac{d\Phi}{dt}$ = magnetische Flussänderung (nur linke Hand)

weitere Merkhilfen:



abstoßende Wirkung | anziehende Wirkung

Kochrezept Spannungsvorzeichen bei Veränderung der Flussdichte:

1) Flussdichte-Richtung ist andersrum beim Absenken

2) E Feld einzeichnen (linke Hand-Regel) U ist genau so

3) U Richtung mit Spannungspeilvergleichen –> Vorzeichen bestimmen

$x^{-\frac{u}{v}} = \frac{1}{\sqrt[v]{x^u}}$ über oder unter Bruch