Begriffsdefinitionen

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Messgröße** | physikalische Größe | **richtiger Wert $x_r$** | Abweichung zu $x_w$ egal |
| **Messgerät** | Vorgesehen Messen Größe | **Messabweichung e** | $e_i = x_i - x_w$ |
| **Messeinrichtung** | System mehrere Messgeräte | **Ausgangsgröße Y** | Ergebnisgröße $Y = f_{(x)}$ |
| **Messgrößenaufnehmer** | Sensor | **Messergebnis y** | Ausgangsschätzwert |
| **Messwert $x_i$** | gemessener Wert | **Messunsicherheit u** | Intervall um $x_i$, wo $x_w$ drin ist |
| **wahrer Wert $x_w$** | existierende Wert | | |

Begriffe & Verfahren

| | |
|---|---|
| **Messen** | Physikalische Größe wird aufgenommen → Zahlenwert → (objektiv, vom Menschen unabhängig) |
| **Schätzen** | (subjektiv, vom Menschen abhängig) |
| **Prüfen** | Feststellung, ob das zu prüfende Objekt vordefinierte Bedingungen erfüllt → True/False |
| **Kalibrieren** | Feststellung der Messabweichung zum wahren Wert |
| **Justieren** | Reduzieren der Messabweichung → Einstellung vornehmen |
| **Eichen** | Amtliche Prüfung von Messgeräten auf gesetzlich vorgegebene Eichgrenzen |

Messmethoden Messverfahren

| | |
|---|---|
| **Messprinzip** | physikalisches Prinzip z.B thermoelektrischer Effekt |
| **Messmethoden** | Ausschlagmethode, Differenzmethode, Kompensationsmethode |
| **Signalverarbeitung** | Analog = Ausgangsgröße ist stetig, Digital = Ausgangsgröße ist mit einer endlichen Auflösung quantifiziert |

| | |
|---|---|
| **Ausschlagmethode** | Messwert wird belastet → entziehen von Energie → z.B Druckmesskolben, Drehspul-Instrument |
| **Differenzmethode** | Messwert wird dabei konstante Vergleichsgröße gegenübergestellt, Δ = Wert→ z.B Neigungswaage |
| **Kompensationsmethode** | Messsignal wird mit Kompensationssignal verglichen (subtrahiert)→Kompensationssignal so langeverändern bis $\Delta x = 0$, Kompensationssignal = Ergebnis → z.B Hebelwaage |

Darstellung von Messwerten Einheiten und Normale

| | | |
|---|---|---|
| $10^{24}$ | Yotta | Y |
| $10^{21}$ | Zetta | Z |
| $10^{18}$ | Exa | E |
| $10^{15}$ | Peta | P |
| $10^{12}$ | Tera | T |
| $10^{9}$ | Giga | G |
| $10^{6}$ | Mega | M |
| $10^{3}$ | Kilo | k |
| $10^{2}$ | Hekto | h |
| $10^{1}$ | Deka | da |

| | | |
|---|---|---|
| $10^{-1}$ | Dezi | d |
| $10^{-2}$ | Zenti | c |
| $10^{-3}$ | Milli | m |
| $10^{-6}$ | Mikro | µ |
| $10^{-9}$ | Nano | n |
| $10^{-12}$ | Piko | p |
| $10^{-15}$ | Femto | f |
| $10^{-18}$ | Atto | a |
| $10^{-21}$ | Zepto | z |
| $10^{-24}$ | Yokto | y |

**Messung erfolgt durch Vergleichen mit einer Maßeinheit:**
Größenwert = Zahlenwert · Einheit

**SI-Einheitssystem Basisgrößen:** Länge, Masse, Zeit, Elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge, Lichtstärke

**Normale:** Messgerät zur Darstellung eines genau bekannten Wertes einer Größe → wird an andere Messgeräte weitergegeben.
*Internationales Normal → Primärnormal → Sekundärnormal → Arbeits- bzw. Referenznormal*

**Drei Komponenten der Angabe:** Maßzahl, Messunsicherheit, Einheit → z.B $I = 0{,}83A \pm 0{,}55A$ (gleiche Einheit)

| | |
|---|---|
| **Maßzahl** | Bestwert $x_{Best}$ →Wert auswählen, der möglichst nah an $x_W$ liegt<br>bei Mehrfachmessung arithmetische Mittelwert verwenden → $x_{Best} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ |
| **Messunsicherheit** | Absolut: Intervall Δx, wo mit 68% Warscheinlichkeit $x_W$ liegt → u = Δx = „Vertrauensbereich“<br>Relativ: Prozentuale Darstellung → u = $\pm\frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$ = „Präzision“ |

**grafische Darstellung von Messwerten:** Säulendiagramme, Kreisdiagramme, Kennliniendiagramm, Oszillogramme

Messabweichung

| | |
|---|---|
| **Messabweichung Ursachen:** | Unvollkommenheit des Messgeräts bzw. der Messeinrichtung |
| | Rückwirkung der Messeinrichtung auf das Messobjekt (Energieentzug) z.B Druckmesskolben |
| | Umwelteinflüsse auf die Messeinrichtung oder überlagerte Störung |
| **Messfehler** | Fehlerhafter Begriff →Bei einer Messabweichung innerhalb spezifizierten Bereich → kein Fehler |
| **Messabweichung Arten:** | **Systematische Abweichung:** deterministisch (liefert bei gleichen Randbedingungen immer die gleichen Ergebnisse) → gleich, umrechenbar |
| | **Zufällige Abweichung:** zufällige, nicht vorhersagbare Abweichung statistischer Natur (statistische Verteilung bei gleichen Messungen unter Wiederholbedingung →schwankt, nicht korregierbar |

Systematische

| <u>Bekannte</u> systematische Messabweichungen | | | |
|---|---|---|---|
| **Ermittelter Messwert:** | $x = x_r + e_{sys,b} = x_r + \Delta x$ | **korrigierter Messwert:** | $x_{korr} = x - e_{sys,b}$ |
| **Korrektionswert K:** | $K = -e_{sys,b}$ | **korrigierter Messwert:** | $x_{korr} = x + K$ |
| **relative Abweichung:** | $e_{sys_{rel.}} = \frac{\Delta x}{x_r} \approx \frac{\Delta x}{x}$ in [%] vers. | **Absolute Messabweichung:** | $e_{sys,b} = x - x_r = \Delta x$ |

Systematische

**Unbekannte systematische Messabweichung**

**Genauigkeitsklasse G** (z.B G = 1,5 → Messunsicherheit von ±1,5% des jeweiligen Messbereichsendwertes)

$G\ (in\ \%) = \frac{G}{x} \cdot 100\%$ (mit x als Messbereichsendwert)

Man kann eine maximale Größenordnung abschätzen, aber kein Vorzeichen angeben, Korrektur nicht möglich!!!

Zufällige Messabweichung

**Zufällige Messabweichung (immer unbekannt)**

**Klasseneinteilung:** Klassenanzahl $p \approx \sqrt{n}$ n = Anzahl Messwerte

**Wertebereich:** $\Delta x_{ges} = \Delta x_{max} - \Delta x_{min}$

**Breite der einzelnen Klasse:** $\Delta x = \Delta x_{ges} : p$

→Säulendiagramm mit Anzahl Werte pro Klasse und Wertebereich

**Wahrscheinlichkeit** (Messwert in die Klasse k): $P_k = n_k : n$ (mit $n_k$ = Anzahl/Klasse und n = Gesamtzahl Messwerte

**Gesamtwahrscheinlichkeit:** $P = \sum_{k=1}^{p} P_k = 1$

Gaußsche Normalverteilung: $h(x) = \lim\limits_{n,x\to\infty} \frac{n_k}{n \cdot \Delta x} = \lim\limits_{n,x\to\infty} \frac{dn_k}{n \cdot dx}$

**Wahrscheinlichkeit** $P_{(x)} = \int_{x_1}^{x_2} h(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} \lim\limits_{n\to\infty} \frac{dn_k}{n \cdot dx} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{dn_k}{n}$

**Erwartungswert:**
Arithmetische Mittelwert, liegt im Kurven maximum $\mu = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

**Varianz:**
Maß für die Streuung der Messwerte um Erwartungswert $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$

**Standardabweichung:**
„der Einzelmesswerte" $\sigma = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$

**experimentelle oder empirische Standardabweichung** (n<<∞) $s_{(x_i)} = \pm\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$

**Wahrscheinlichkeit:**
Messwert im Intervall der Normalverteilung $P(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} dx$

**Wahrscheinlichkeit:**
Messwert im Intervall Der Standardnormalverteilung $\Phi(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} dx$

**Transformation:** $z = t = \frac{x - \mu}{\sigma}$ $mit\ x\ für\ z_1 \to x_u$, $z_2 \to x_o$

Bei große n → σ = s (Nicht Studenten t-Wert)

**Wahrscheinlichkeit:**
Messwert im Intervall Der Standardnormalverteilung $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{\left[-\frac{t^2}{2}\right]} dt$

Wahrscheinlichkeits-Intervalle $\Phi(z_{1,2}) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = P(z_2) - P(z_1)$

Für negative z-Werte: $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$

**Standartabweichung:**
$S_x = \frac{u}{t}$ mit u als +- wert und t als Studentenwert

**Empirische Standartabweichung des Mittelwertes** $s_{(\bar{x}_i)} = \frac{s_{(x_i)}}{\sqrt{n}}$

**Standartunsicherheit:**
Maß für Annäherung des Mittelwertes Einer Messreihe an den Erwartungswert μ $u_{(x)} = s_{(\bar{x}_i)} = \frac{s_{(x_i)}}{\sqrt{n}}$

**Relative Unsicherheit:**
(in Prozent) $u_{(x)rel} = \frac{u_{(x)}}{Messergebnis} = \frac{u_{(x)}}{|\bar{x}|}$

**Vertrauensbereich:** Symmetrischer Bereich um Mittelwert, wo $\mu$ mit definierter P ist $v = u_{(\bar{x})} = s_{(x_i)} \cdot \frac{t}{\sqrt{n}}$

Ergibt ± Wert (siehe **Ergebnis**), Studenten t-Wert aus Tabelle, bei n → ∞ fällt Wurzel n weg

**Obere Grenze des Vertrauensbereich** $v_o = \bar{x} + v = \bar{x} + s_{(x_i)} \cdot \frac{t}{\sqrt{n}}$

**Untere Grenze des Vertrauensbereich** $v_u = \bar{x} - v = \bar{x} - s_{(x_i)} \cdot \frac{t}{\sqrt{n}}$

**Ergebnis:** Erwartungswert $\mu = \bar{x}_i \pm u_{(\bar{x})}$

**Ergebnisschreibweise** z.B P = (150 ± 1,56) mW

## Fortpflanzung von Messabweichung:

**Fortpflanzung systematischer Messabweichungen**

**Indirekt gemessene Größe** $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

**Messabweichung:** $e_y = \Delta y$

$e_y = y - y_e = f(x_1 + e_{x1}, x_2 + e_{x2}, \dots x_n + e_{xn}) - f(x_1, x_2, \dots x_n)$

$\Delta y = y - y_e = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2 \dots x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots x_n)$

**Fortpflanzungsgesetz** für die Messabweichung bei indirekter Messung (Voraussetzung $\Delta x_i \gg x_i$)

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i = \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n$$

| math. Operation | Form | Gesamtabweichung (absolut) Δy oder e | Gesamtabweichung (relativ) $\Delta y_{rel}$ oder $e_{rel.}$ |
|---|---|---|---|
| Addition v. Messwerten | $y = x_1 + x_2$ | $\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2$ | $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{y}$ |
| Subtraktion v. Messwerten | $y = x_1 - x_2$ | $\Delta y = \Delta x_1 - \Delta x_2$ | $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{y}$ |
| Multiplikation v. Messwerten | $y = x_1 \cdot x_2$ | $\Delta y = x_2 \cdot \Delta x_1 + x_1 \cdot \Delta x_2$ | $\frac{\Delta y}{y} = \Delta x_{1,rel} + \Delta x_{2,rel}$ |
| Division v. Messwerten | $y = \frac{x_1}{x_2}$ | $\Delta y = \frac{1}{x_2} \cdot \Delta x_1 - \frac{x_1}{x_2^2} \cdot \Delta x_2$ | $\frac{\Delta y}{y} = \Delta x_{1,rel} - \Delta x_{2,rel}$ |

**Fortpflanzung unbekannter, systematischer Messabweichungen**

**Fortpflanzungsgesetz** für Einzelmessunsicherheiten bei indirekte Messung (worst case) $\Delta y = \pm\sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial y}{\partial x_i}\right| \cdot |u(x_i)|$

**Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz**
mittlere bzw. wahrscheinliche Gesamtabweichung $\Delta y_w = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u_{x_i}\right)^2}$

$S_P^2 = (I \cdot S_U)^2 + (U \cdot S_I)^2$ (mit 68,3%)

Mit gewünschter P (z.B P = 95%) → $\pm S_P = \left(S_{P(68,3\%)}\right) \cdot t$ mit t als Studentenwert

| Fortpflanzung zufälliger Abweichungen | |
|---|---|
| µ setzt sich aus den einzelnen µ der einzelnen Messgrößen zusammen → $\mu_y = f(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n)$ | |
| **Worst-Case-Kombination** für Zufallsabweichungen $\Delta y = \pm \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right\|$ | **Varianz** $\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_3} \cdot \sigma_3\right)^2 + \cdots$ |
| **Varianz Zufallsfortpflanzung** $s_y^2 = \sum_{k=1}^{n} \left(\left(\frac{\partial y}{\partial x_k}\right)^2 \cdot s_k^2\right) = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \cdot s_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \cdot s_2^2 + \ldots \ldots \ldots \left(\frac{\partial y}{\partial x_k}\right)^2 \cdot s_k^2$ | |
| **Fortpflanzung zufälliger Abweichungen bei indirekten Messungen** | |
| **Gesamtabweichung bei Messgeräten:** $A_M = A_{Msys} + A_{Mran}$ Gl 3.33 <br> $A_M$: Messgeräteabweichung <br> $A_{Msys}$: unbekannte, systematische Abweichung <br> $A_{Mran}$: zufällige Messabweichung | **Gesamtabweichung worst case:** $A_{M_{ges.}} = \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot A_{M_i} \right\|$ <br> $A_{M_{ges.}}$: Gesamtabweichung <br> $A_{M_i}$: Abweichung Messgerät zur Messung der Größe $x_i$ <br> $\frac{\partial y}{\partial x_i}$: Gewichtungsfaktor für die Messgröße $x_i$ in der Rechenvorschrift |
| **Mittlere Gesamtabweichung:** $A_{M_{gew.}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot A_{M_i}\right)^2}$ | |

## Das Verarbeiten von Messdaten:

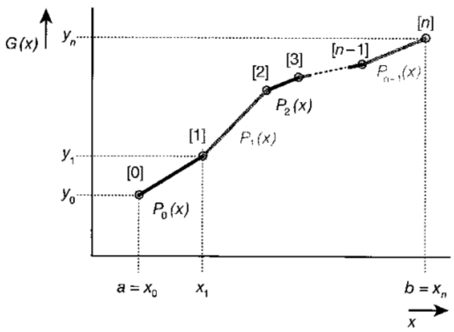
**1. Experimentelle Untersuchungen im Labor:** nicht nur Werte, sondern auch physikalische/technische Zusammenhänge

**2. Fertigungsmesstechnik:** Hauptaufgabe ist Qualitätssicherung durch Prozesslenkung mittels geschlossenen Regelkreises

**3. Prozessmesstechnik:** Messdaten in Echtzeit weiterverarbeitet mittels geschlossenen Regelkreises

**Interpolationsverfahren:**

Lineare Interpolation




$$P_i(x) = a_i + (x - x_i) \cdot b_i$$

Mit

$$a_i = y$$

$$b_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$$

**Approximationsverfahren:** (ist ein Näherungsverfahren)

## Eigenschaften elektrischer Messgeräte:

**1. Kenngrößen:** Beschreiben das Betriebsverhalten und vom Hersteller definierte Eigenschaften des Messgerätes

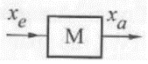
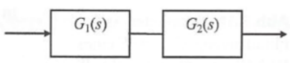
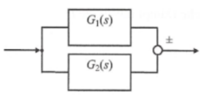
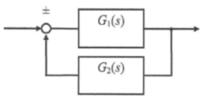
**2. Einflussgrößen:** Sind Störeinflüsse, die negativ auf die Qualität der Messung auswirken

**3. Betriebsbedingungen:**

**a) Referenzbedingungen:** Stark eingeschränkte Bereiche von Einflussgrößen

**b) Nennbrauchsbereich:** Bereich für normalen Betriebsfall

**c) Lager- und Transport:** Umgebungsbedingungen, ohne Spezifikation des Betriebsverhaltens

| Statisches Verhalten und Kennlinien von Messgeräten | |
|---|---|
| $x_a = f(x_e)$  | **Empfindlichkeit E:** $E = \frac{dx_a}{dx_e}$ oder bei linearen Systemen $E = \frac{x_a}{x_e}$ |
| **Reihenentwicklung:** $f(x_1 + \Delta x) = f(x_1) + \Delta x \cdot f'(x_1)$ | |
| **Genauigkeitsangabe bei Messgeräten:**<br>(Auflösung = kleinste Änderung des Anzeigewertes in Digit oder 1 LSB bezeichnet)<br>**Bei analogen:** Anzeige $\pm(0{,}1\,\%\, v.M. + 0{,}02\% v.E)$ **Bei digitale:** Anzeige $\pm(0{,}1\,\%\, v.M. + 0{,}02\% v.E + 1\, Digit)$<br>v.M.: auf den Messwert bezogen<br>v.E. : auf den Skalenendwert bezogen<br>Digit: 1 LSB (least significant Bit) (Quantisierungsfehler) | |
| **Dynamisches Verhalten von Messgeräten** | |
| **Übertragungsfunktion ohne Verzögerungsverhalten:**<br>$x_a = k \cdot x_e(t)$ | |
| | |
| **Mehrgliedrige Systeme** | |
| **Kettenstruktur:**<br><br>$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$ | **Parallelstruktur:**<br><br>$G(s) = G1(s) \pm G2(s)$ |
| **Kreisstruktur:**<br><br>$G(s) = \frac{G1(s)}{1 \pm G1(s) \cdot G2(s)}$ | |

**<u>Ausführungsformen von Messgeräten und Anzeigen:</u>**

**Elektromechanische Messwerke:**

Vorteil: keine Hilfsenergie notwendig, Nachteil: Messobjekt wird durch Rückwirkung belastet → Messung beeinflusst

***1. Drehspulmesswerk:***

Rahmenspule wird in Magnetfeld gelagert positioniert, es entsteht durch die Messung ein Drehmoment, Feder wirkt entgegen

Bezieht Energie für Zeigerausschlag aus Prinzip Lorenzkraft: $\boxed{\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \cdot \vec{B})}$

Drehmoment M: $\boxed{M \sim \vec{F} \rightarrow M = A \cdot N \cdot B \cdot I}$ Ausschlagwinkel $\alpha$: $\boxed{\alpha = \frac{A \cdot N \cdot B}{D} \cdot I}$ mit D = Federkonstante

Eignet sich nur für Gleichstrom- oder Gleichanteilmessung da es nur Mittelwert anzeigt.

***2. Dreheisenmesswerk:***

feststehende Spule, in der sich ein feststehendes und ein drehbar (Zeiger) gelagertes weichmagnetisches Eisenplättchen befindet. Beide Eisenplättchen werden durch Spule magnetisiert, stoßen sich somit ab, Gegenmoment leistet eine Feder.

Ausschlagwinkel $\alpha$: $\boxed{\alpha = \frac{K_e}{D} \cdot I^2}$ $\rightarrow$ $\alpha \sim I^2$ mit $K_e$ = Proportionalität Konstante

Ist für Gleich- und Wechselstrommessung geeignet. (Bei Wechselstrommessung wird der Effektivwert angezeigt)

***3. Elektrodynamisches Messwerk:***

Gleiches Prinzip wie Drehspulmesswerk, nur das Dauermagnet durch Elektromagnet ersetzt wird (Feldspule)

Flussdichte B der Feldspule(1): $\boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot N_1}{s} \cdot I_1}$ Antriebsmoment in drehbarer Rahmenspule(2): $\boxed{M_e = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N_1 \cdot N_2}{s} \cdot I_1 \cdot I_2}$

Ausschlagwinkel $\alpha$: $\boxed{\alpha = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N_1 \cdot N_2}{s \cdot D} \cdot I_1 \cdot I_2 = k \cdot I_1 \cdot I_2}$ $\rightarrow$ $\alpha \sim I_1 \cdot I_2$ mit s = Luftspaltlänge

Zeigt zeitlichen Mittelwert vom Produkt der zwei Eingangsgrößen

4. Weitere: Elektrostatisches Messwerk, Kreuzspulenmesswerk, Hitzdrahtinstrument

**Digitale Messgeräte:**

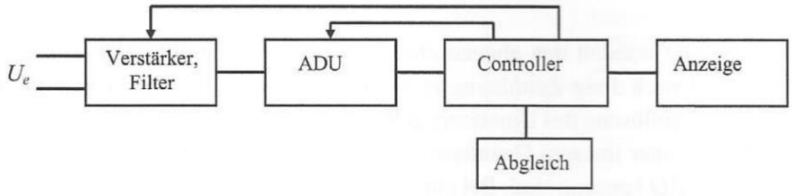
Wert und Zeitdiskretes Messen

Abtastung: Momentanwert wird zu festgelegten Zeitpunkten aufgenommen   Shannon $\boxed{f_{abtast} > 2 \cdot f_{max}}$

Quantisierung: erfolgt mit A/D-Wandler → Auflösung des Ergebnis   Auflösung: $\boxed{\Delta U = \frac{U_{max}}{2^{N}-1}}$ mit N = Bitanzahl

Quantisierungsabweichung: $\boxed{\pm(0{,}5 \cdot \Delta U)}$

Aufbau:




Vorteile: hoher Eingangsspannungsbereich und dadurch geringe Beeinflussung der Schaltung und der Messung , kaum Ablesefehler, automatische Polaritätserkennung und -anzeige, automatische Messbereichserkennung, kein Null-Abgleich bei der Ohm-Messung erforderlich, weniger empfindlich, größere Genauigkeit, billiger in der Herstellung wegen geringerem mechanischem Anteil

Nachteile: Betriebsspannung für Display notwendig, kurzzeitig hohe Spannungsimpulse können das Messwerk zerstören, ungenaue Wechselspannungsmesswerte bei höheren Frequenzen, nicht bei Schwankende Spannungen und sporadische Störspitzen zu gebrauchen.

## <u>Die Messung von Strom und Spannung:</u>

**Messung von Gleichstrom:**

Innenwiderstand eines Amperemeters muss möglichst niederohmig sein

Mittels Drehspulinstrument: Shunt-Widerstand

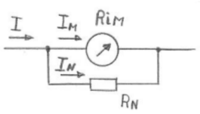



Bild 7.2 Messbereichserweiterung eines Strommessers durch parallelschaltung eines Nebenwiderstandes (Shunt).

Berechnung des Nebenwiderstandes:

$$\boxed{R_N = Ri_M \frac{I_M}{I - I_M}}$$

**Messung von Gleichspannung:**

Innenwiderstand eines Spannungsmessers muss groß sein gegenüber dem Innenwiderstand der Spannungsquelle

Mittels Drehspulinstrument:

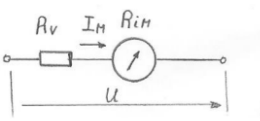



Bild 7.5 Einstellung des Spannungsbereichs mittels Reihenwiderstand

Vorwiderstand bei Spannungsmessung:

$$\boxed{\text{Rv} = \frac{U}{I_M} - R_M}$$

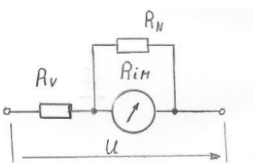



Bild 7.6 Kombination von Neben- und Reihenwiderstand

Vorwiderstand bei geg. Nebenwiderstand

$$\boxed{R_v = \frac{U}{I_M} - Ri_M // R_N}$$

**Messung von Wechselstrom und Wechselspannung:**

**Mittelwert:** arithmetischer Mittelwert eines zeitlich veränderliches Signals $\boxed{\overline{x(t)} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot dt}$

Mittelwert = 0 → reines Wechselsignal (z.B. Sinusspannung), andernfalls Mischsignal

**Gleichrichtwert:** Betrag des Mittelwerts $\boxed{\left|\overline{x(t)}\right| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |x(t)| \cdot dt}$ bei Sinus: $\boxed{|\overline{u}| = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{u}}$

**Effektivwert:** $\boxed{X = \sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [x(t)]^2 dt}}$ bei Sinus: $\boxed{U_{eff} = U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}$

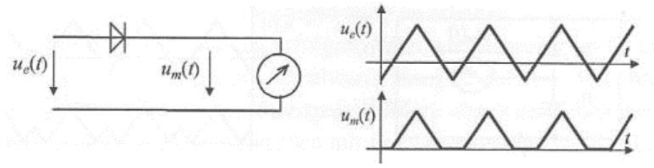
**Formfaktor:** $\boxed{F = \frac{x_{eff}}{|\overline{x}|}}$ bei Sinus: $\boxed{F = 1{,}11}$ Abweichung Messwerte bzgl. Form der Wechselspannung

**Scheitelfaktor oder Crestfaktor:** $\boxed{\xi = \frac{\hat{x}}{x_{eff}} = \frac{Spitzenwert}{Effektivwert}}$ bei Sinus: $\boxed{\xi_{sin} = \frac{u_{eff} \cdot \sqrt{2}}{u_{eff}} = 1{,}414}$

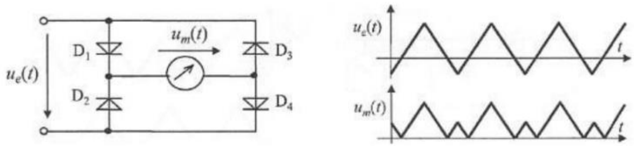
Maß für Spannungsspitzen

## Gleichrichterschaltungen in der Messtechnik:

**Einweggleichrichter:** $\boxed{\overline{u_m} = \frac{1}{2}\overline{|u_e|}}$ Gl 7.13

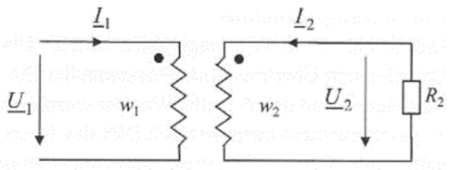



**Doppelweggleichrichter:** $\boxed{\overline{u_m} = \overline{|u_e|}}$




**Wechselstrommessung mittels Messwandler und Stromzangen**

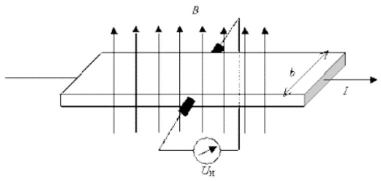
***Messwandler und Stromzangen nach dem Transformatorprinzip:***




Spannungsübertragungsverhältnis: $\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{w_2}{w_1} = ü$

Stromübertragungsverhältnis: $\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{ü}$

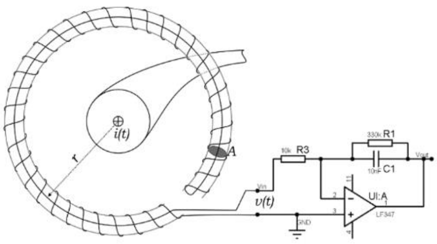
***Hall-Effekt-Messwandler und Stromzangen:***



***Messwandler und Stromzangen mit Rogowskispule:***

$$u_2 = L \cdot \frac{d_{i_1}}{dt}$$

Gegeninduktivität M $L = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{l_m}$




**Kompensationsmessverfahren:** (Vergleich der Messgröße mit bekannter Vergleichsgröße, kein Energieentzug)

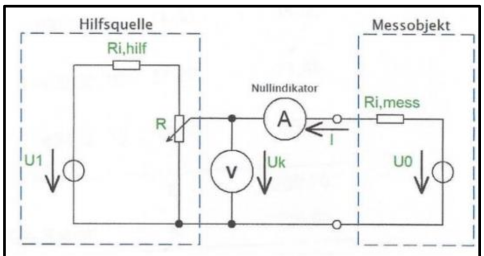



Bild: Prinzip der Kompensations-Gleichspannungsmessung

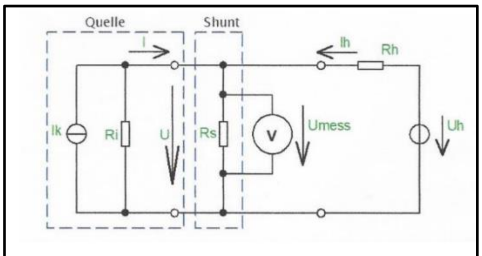
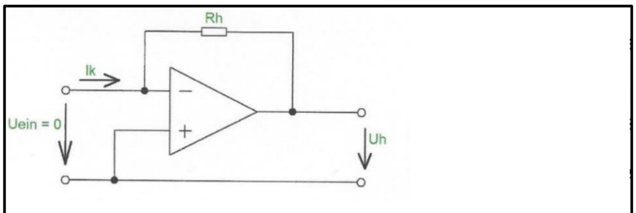
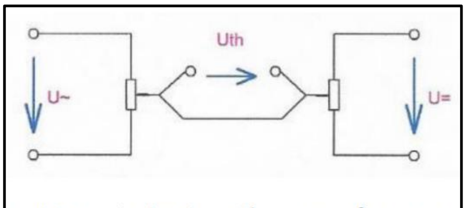



Bild: Prinzip der Kompensations-Gleichstrommessung




d: Beispiel für eine automatische Kompensationsmessung kleiner Ströme




r: Messprinzip eines Thermoumformers

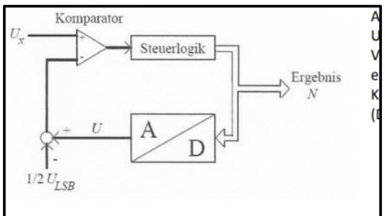



Bild: Digitale Kompensation bei einer A/D-Wandlung

**Leistungsmessung:**

***Leistungsmessung im Gleichstromkreis:***

stromrichtige Schaltung: $P = U \cdot I - I^2 \cdot R_A$ spannungsrichtige Schaltung: $P = U \cdot I - U^2 / R_V$

| | Spannungsrichtige Schaltung | Stromrichtige Schaltung |
|---|---|---|
| richtige Leistung: | $P_r = U \cdot I$ | $P_r = U \cdot I$ |
| angezeigte Leistung: | $P_a = U \cdot I'$ | $P_a = U' \cdot I$ |
| | $P_a = U \cdot (I_{Sp} + I) = P_{Sp} + P_R$ | $P_a = (U_{St} + U) \cdot I = P_{St} + P_R$ |
| Abweichung: | $\Delta P = P_a - P_R = P_{Sp}$ (Gl 8.3) | $\Delta P = P_a - P_R = P_{St}$ (Gl 8.4) |

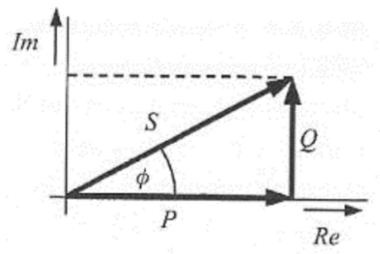
***Leistungsmessung im Wechselstromkreis:***

Momentanwert der Leistung: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Wirkleistung P in [W]: $P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = Re\{\underline{S}\} = \boxed{U \cdot I \cdot \cos\varphi}$

Scheinleistung S in [VA]: $S = U_{eff} \cdot I_{eff} = |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \boxed{= U \cdot I}$

Blindleistung Q in [var]: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = Im\{\underline{S}\} = \boxed{U \cdot I \cdot \sin\varphi}$




Leistungsfaktor $\lambda$: $\lambda = \frac{P}{S}$

Phasenwinkel $\phi$ oder $\varphi$: $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

**Scheinleistungsmessung:** (zwei analoge Drehspul-Vielfachinstrumente) (zwei analoge Dreheiseninstrumente Voltmeter und Amperemeter) (zwei digitale True-RMS Multimeter), da Drehspul-Vielfachinstrumente haben eine angepasste Skala für Effektivanzeige bei Sinusförmigen Strom.

**Wirkleistungsmessung:** (elektrodynamisches Wattmeter)