Formelsammlung Elektrotechnik

Einheitentabelle / Präfixe / Mathemerkhilfen / Konstanten:

Basisgröße	Basiseinheit	Kurzzeichen	Zeichen
Länge	Meter	m	l
Masse	Kilogramm	kg	m
Zeit	Sekunde	s	t
Elektrische Stromstärke	Ampere	A	I
Temperatur	Kelvin	K	T
Stoffmenge	Mol	Mol	n
Lichtstärke	Candela	cd	I_V
Kraft	Newton	$1\ N = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-2} = 1\ V \cdot A \cdot s \cdot m^{-1}$	F
Energie	Joule	$1\ J = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1\ V \cdot A \cdot s = 1 Nm$ (auch Drehmoment)	W
Leistung	Watt	$1\ W = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = 1\ V \cdot A$	P
Spannung	Volt	$1\ V = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} = 1\ W \cdot A^{-1}$	U
Widerstand	Ohm	$1\ \Omega = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} = 1\ V \cdot A^{-1}$	R
Leitwert	Siemens	$1\ S = 1\ kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3 \cdot A^2 = 1\ V^{-1} \cdot A = \Omega^{-1}$	G
Winkelgeschwindigkeit		$[\omega] = rad \cdot s^{-1}$	ω
Frequenz	Hertz	$[f] = 1/s = s^{-1}$	f
spezifischer Widerstand		$[\rho] = \Omega \cdot mm^2 \cdot m^{-1}$	ρ „rho“
Stromdichte		$[\vec{J}] = A / mm^2$	$\vec{J}$
Leitfähigkeit		$[\Upsilon] = m \cdot \Omega^{-1} \cdot mm$	Υ
Kapazität	Farad	$[C] = 1\ F = 1\ kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^4 \cdot A^2 = 1\ C \cdot V^{-1} = 1\ As \cdot V^{-1}$	C
Induktivität	Henry	$[L] = 1\ H = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2} = 1\ Wb \cdot A^{-1} = 1\ Vs \cdot A^{-1}$	L
elektrische Ladung	Coulomb	$[Q] = 1\ C = 1\ A \cdot s$	Q
elektrische Feldstärke		$[\vec{E}] = V / m$ Kraft, die eine Ladung in einem elektrischen Feld erfährt	$\vec{E}$
elektrische Flussdichte		$[\vec{D}] = (A \cdot s)/m^2 = C/m^2$ besteht nur aus den Feldern der frei beweglichen Ladungsträger	$\vec{D}$
elektrischer Fluss		$[\psi] = A \cdot s = C$ entspricht Gesamtheit des Feldes, dass durch eine Fläche A tritt	ψ
Dielektrische Polarisation		$[\vec{P}] = (s \cdot A)/m^2$	$\vec{P}$
magnetische Feldstärke		$[H] = A / m$	H
magnetische Flussdichte	Tesla	$[B] = T = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = Wb \cdot m^{-2}$	B
magnetischer Fluss	Weber	$[\Phi] = 1\ Wb = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = 1\ V \cdot s = T \cdot m^2$	Φ
magnetischer Widerstand		$[R_m] = (s^2 \cdot A^2)/(kg \cdot m^2) = A / (V \cdot s)$	R_m
magnetische Durchflutung	Ampere	$[\Theta] = A$	Θ
magnetische Spannung	Ampere	$[V_m] = A$	V_m
Impedanz	Ohm	$[Z] = 1\ \Omega = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} = 1\ V \cdot A^{-1}$	Z
Admittanz	Siemens	$[Y] = 1\ kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3 \cdot A^2 = 1\ V^{-1} \cdot A = \Omega^{-1}$	Y
Wellenzahl		$[k] = 1/m$	k
Wellenlänge	Meter	$[\lambda] = m$	λ
Feldwellenwiderstand	Ohm	$[Z_F] = 1\ \Omega = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} = 1\ V \cdot A^{-1}$	Z_F
Poynting-Vektor		$[\vec{S}] = kg/s^3 = (V \cdot A)/m^2$	$\vec{S}$
Phasengeschwindigkeit (c)		$[v_{Ph}] = m/s$	v_{Ph}
Ausbreitungskonstante		$[\gamma] = 1/m$	γ
Dämpfungskonstante		$[\alpha] = 1/m$	α
Phasenkonstante		$[\beta] = 1/m$	β

Formelsammlung Elektrotechnik

Naturkonstante	**Wert**	**Einheit**	**Faktor**	**Präfix**	**---**
elektrische Elementarladung	$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$	$[e] = C = A \cdot s$	10^{24}	Yotta	Y
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$	$[\varepsilon_0] = F / m = (A{\cdot}s)/(V{\cdot}m)$	10^{21}	Zetta	Z
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7} = 4\pi \cdot 10^{-7}$	$[\mu_0] = H/m = (V{\cdot}s)/(A{\cdot}m)$	10^{18}	Exa	E
Ruhemasse Proton	$m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$	$[m_p] = kg$	10^{15}	Peta	P
Ruhemasse Elektron	$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$	$[m_e] = kg$	10^{12}	Tera	T
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$	$[g] = m/s^2$	10^{9}	Giga	G
Lichtgeschwindigkeit Vakuum	$c_0 = 2{,}998 \cdot 10^{8}$	$[c_0] = m/s$	10^{6}	Mega	M
Wellenwiderstand Vakuum	$Z_{F0} = 120\,\pi$	$[Z_{F0}] = V/A = \Omega$	10^{3}	Kilo	k
Materialkonstante	**Wert**	**Einheit**	10^{2}	Hekto	h
Dielektrizitätszahl	$\varepsilon_r = 1$ bei Luft, sonst ≥ 1		10^{1}	Deka	da
Permeabilitätszahl	$\mu_r \geq 0$, < 1 diamagnetisch, >1 paramagnetisch, >> 1 ferromagnetisch		10^{0}		
Elektrische Leitfähigkeit	σ	$[\sigma] = S/m = 1/(\Omega \cdot m)$	10^{-1}	Dezi	d
Spezifischer elektrischer Widerstand	ρ	$[\rho] = (\Omega \cdot m) = m/s$	10^{-2}	Zenti	c
Temperaturkoeffizient (spz. Wiederstand Metalle)	α	$[\alpha] = K^{-1}$	10^{-3}	Milli	m
B-Wert (spez. Widerstand NTC)	B	$[B] = K$	10^{-6}	Mikro	µ
Hallkoeffizient	A_H	$[A_H] = (\Omega \cdot m^3)/(V{\cdot}s) = m^3/C$	10^{-9}	Nano	n
Koerzitivfeldstärke	H_C	$[H_C] = A/m$	10^{-12}	Piko	p
Remanenz	B_C	$[B_C] = (V{\cdot}s)/m^2 = T$	10^{-15}	Femto	f
Lichtgeschwindigkeit in Medium	c	$[c] = m/s$	10^{-18}	Atto	a
			10^{-21}	Zepto	z
			10^{-24}	Yokto	Y
Umrechungsart	**Einheit**	**Formel**			
Von normal zu Dezibel	dB	$20 \cdot \log10(x)$			
Von Dezibel zu normal		10^(x/20)			
K	Kelvin	$^{\circ}C + 273{,}15 = K$			
Grad / Rad Umrechnung		$x / 2\pi = \alpha / 360°$			

Formelsammlung Elektrotechnik

[GET 1 Basics:

Ladung: $Q = I \cdot t = C \cdot U$

Ladungsdichte: $\rho = e_0 \cdot n$

Stromdichte: $J = \frac{I}{A}$

Wärmeenergie: $W = U \cdot Q$

ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

ohmscher Leitwert: $G = \frac{I}{U}$

spezifischer Widerstand: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

Leitfähigkeit: $\Upsilon = \frac{1}{\rho}$

Temperaturabhängigkeit Widerstand:

$$R_2 = R_1 \cdot [1 + \alpha_1(\vartheta_2 - \vartheta_1)] \quad [\alpha] = K^{-1}$$

Energie: $W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$

Leistung: $P = \frac{W}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$

$$\Delta P_{\%} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\% \qquad P_V = P_{zu} - P_{ab}$$

Serienschaltung:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{1}{G_{ges}} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_3}$$

$$Q_{ges} = Q_1 = Q_2 = Q_3 \rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \rightarrow C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Umrechnung Spannungs- /Strom-Quelle:

$UQ \rightarrow IQ$: $I_0 = \frac{U_0}{R_i}$ $\qquad$ $IQ \rightarrow UQ$: $U_0 = I_0 \cdot R_i$

Unbelasteter Spannungsteiler:

$$\frac{U_\mu}{U} = \frac{R_\mu}{\Sigma R_U}$$

Belasteter Spannungsteiler:

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

Querstromverhältnis: $q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$

Stromteiler:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1} \qquad \frac{I_1}{I_{ges}} = \frac{Gegenzweig\ R}{R_{ges\ von\ Zweigen}} = \frac{G_1}{G_{ges\ von\ Zweigen}}$$

Spannungsfehlerschaltung:

$$R = \frac{U - U_{iA}}{I} = \frac{U}{I} - R_{iA} \qquad U_{ia} = I \cdot R_{iA}$$

Stromfehlerschaltung:

$$R = \frac{U}{I - I_{iV}} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}} \qquad I_{iV} = \frac{U}{R_{iV}}$$

Brückenschaltung:

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ (wenn Brücke abgeglichen)

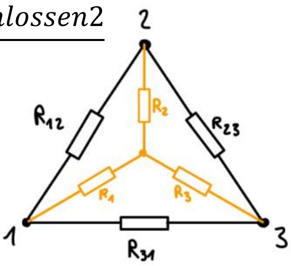
Schleifdrahtmessbrücke:

$$R_x = R_N \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

Stern- Dreiecks- Transformation:

Umrechnung von Δ in Stern

$$R = \frac{eingeschlossen1 \cdot eingeschlossen2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



Umrechnung von Stern in Δ

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{gegenüberliegender\ R}$$

Ersatzspannungs- und Stromquelle:

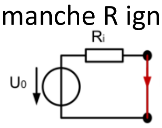
Leerlaufspannung U_0: U_0 berechnen (Spannungsteiler)

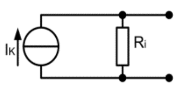
Innenwiderstand R_i: (Spannungsquelle kurzschließen)

(Stromquelle durch Leerlauf ersetzen)

Kurzschlussstrom I_K: $I_K = \frac{U}{R_1}$ (manche R ignorieren)

Zusammenhang: $U_0 = R_i \cdot I_K$





Leistung maximal: $P = \frac{(U_0)^2}{4 \cdot R_i}$

Innere Verlustleistung: $P_V = I^2 \cdot R_i$

Formelsammlung Elektrotechnik

Lösungsmethoden bei komplexer Schaltung:

Maschen und Knotensatz:

Kirchhoff 1: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Kirchhoff 2: $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ (g. Pfeil → -U)

$$m = z - (k-1) \qquad K = k - 1$$

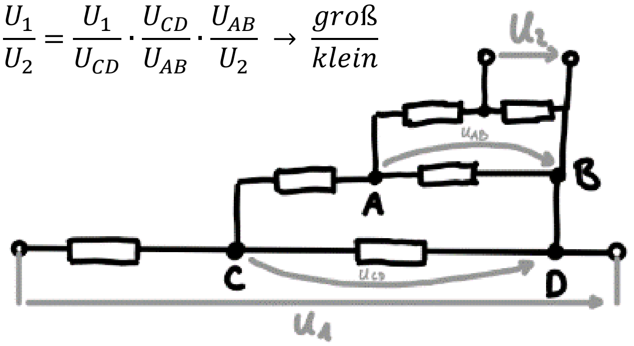
Überlagerungssatz:
Spannungsquelle kurzschließen: $R_i = 0$
Stromquelle durch Leerlauf ersetzen $R_i \to \infty$
Jeweils: 1. Spannungen zeichnen
2.Ströme einzeichnen (gleich gepfeilt)
Wichtig für spätere Vorzeichen!
3.Rechnen

Knotenpotentialanalyse: (mit Leitwert)
1. Knoten beschriften
2. Bezugsknoten wählen ($\varphi_0 = 0V$) nicht in Matrix
3. ggf. Spannungsquelle mit Widerstand tauschen
4. Bekannte potentiale kennzeichnen (Fuß von Pfeil)
5. Matrix aufstellen für alle φ und unbekannte Knoten
6. Auf Ergebnisseite die Ströme eintragen
7. Äquivalentumformung der bekannten φ
8. Matrix berechnen
9. Hilfe: $U = (\varphi_{Herkunft} - \varphi_{Hinkunft})$

Maschenstromanalyse: (mit Widerstand)
1. Baum einzeichnen, sodass keine Stromquelle drin ist und alle Knoten erfasst werden
2. Komplemente sind Zweige zwischen Baum, die Ströme von denen werden in der Matrix aufgestellt (wenn sie unbekannt sind)
3. Komplemente entsprechen auch die Maschen
Maschenrichtung → Komplementstrom-Richtung
4. Koppelleitwerte: gleichgepfeilt +, gegengepfeilt -
5. Spannungsquellen: gleichgepfeilt -, gegengepfeilt +
6. Stromquellen dann äquivalent umformen
7. Matrix errechnen

Mehrfacher Spannungsteiler:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_{CD}} \cdot \frac{U_{CD}}{U_{AB}} \cdot \frac{U_{AB}}{U_2} \to \frac{groß}{klein}$$



[GET 2 Wechselstromtechnik:

Frequenz:

Periodendauer [s]: $T = \frac{1}{f}$

Frequenz [Hz]: $f = \frac{1}{T}$

Kreisfrequenz (für **Sinus**) [$\frac{1}{s}$]: $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

Spannung:

Effektivwert Spannung [V]: $U_{eff} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$

Effektivwert **Sinus** Spannung [V]: $U_{eff} = U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Augenblickswert **Sinus** Spannung [V]:

$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$

$u(t) = \omega \cdot N \cdot B \cdot l \cdot b \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Scheitelwert [V]: $U_{max} = Max(|u(t)|)$

Scheitelwert **Sinus**: $\hat{u} = N \cdot B \cdot l \cdot b \cdot \omega$

Gleichrichtwert [V]: $|\overline{u}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| \cdot dt$

Bedeutet Integrieren in Teilen, negative Teile hochklappen, u(t) anpassen, integrieren

Gleichrichtwert **Sinus** [V]: $|\overline{u}| = \frac{\hat{u}}{\pi} \cdot 2$

Gleichspannungsanteil [V]: $U_= = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$

Stromstärke:

Effektivwert Strom [A]: $I_{eff} = I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$

Effektivwert **Sinus** Strom [A]: $I_{eff} = I = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

Augenblickswert **Sinus** Strom [A]:

$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$

Gleichrichtwert [A]: $|\overline{\imath}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |i(t)| \cdot dt$

Gleichrichtwert **Sinus** [A]: $|\overline{\imath}| = \frac{\hat{\imath}}{\pi} \cdot 2$

Gleichstromanteil [A]: $I_= = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) \cdot dt$

Leistung:

Effektivwert Leistung [W]: $P_{eff} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{R} = (I_{eff})^2 \cdot R$$

Faktoren:

Scheitelfaktor = Maß für Spannungsspitzen

Scheitelfaktor: $\sigma = \frac{|U|_{max}}{U_{eff}}$

Scheitelfaktor **Sinus**: $\sigma = \sqrt{2}$

Formfaktor = Abweichung Messwerte bzgl. Form der Wechselspannung

Formfaktor: $F = \frac{U_{eff}}{|\overline{u}|} = \frac{I_{eff}}{|\overline{\imath}|}$

Formfaktor **Sinus**: $F = \frac{\pi}{\sqrt{8}}$

Weiteres:

Magnetischer Fluss Φ [Wb]: $\Phi = B \cdot l \cdot b \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Phasenverschiebung [rad] [°]: $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = const.$

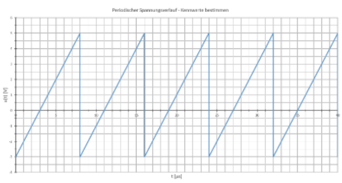
Elementares:

Liniendiagramm: Verschoben nach rechts $\varphi \rightarrow -$

Verschoben nach links $\varphi \rightarrow +$

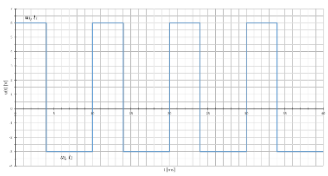
Zeigerdiagramm: Verschoben mit Uhrzs. $\varphi \rightarrow -$

Verschoben gegen Uhrzs. $\varphi \rightarrow +$



$$u(t) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{PräfixV}{Präfixs} \cdot t + (YAchsenabschnitt)$$

Binomische Formel bei Quadrierung



$u(t) = y$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a (\ldots V)^2 \cdot dt + \int_a^b (\ldots V)^2 \cdot dt \right)}$$

$$|\overline{u}| = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a |\ldots V| \cdot dt + \int_a^b |\ldots V| \cdot dt \right)$$

$$U_= = \frac{1}{T} \cdot \left(\int_0^a (\ldots V) \cdot dt + \int_a^b (\ldots V) \cdot dt \right)$$

Formelsammlung Elektrotechnik

Komplexe Rechnung:

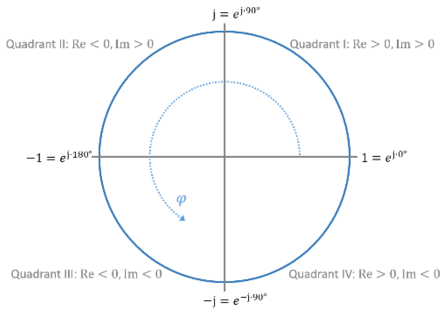
$$j = \sqrt{-1} = e^{j \cdot 90°} = e^{j \cdot \frac{\pi}{2}}$$

$$j^2 = -1 = e^{j \cdot 180°} = e^{j \cdot \pi}$$

$$\frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = \frac{j}{-1} = -j = e^{-j \cdot 90°} = e^{-j \cdot \frac{\pi}{2}}$$

$$\sqrt{-1} = \sqrt{e^{j \cdot 90°}} = \sqrt{e^{j \cdot \frac{\pi}{2}}} => e^{j \cdot \frac{90°}{2}} = e^{j \cdot 45°}$$

und $e^{j \cdot \frac{90°}{2} + 180°} = e^{j \cdot 225°}$

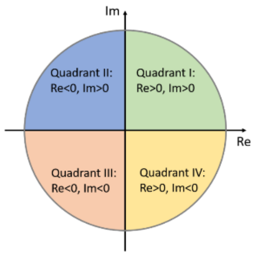


Komplexe Rechnung – Allgemein

Komponentenform: $\underline{Z} = R + j \cdot X$

Konjungierte Komplexe: $\underline{Z}^* = - + j \cdot X$

Betrag: $Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$



Argument:

$\varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$ für Quadrant 1 und 4

$\varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) + 180°$ für Quadrant 2

$\varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) - 180°$ für Quadrant 3

Exponentialform: $\underline{Z} = Z \cdot e^{j \cdot \varphi}$

Konjungiert Komplexe: $\underline{Z}^* = Z \cdot e^{-j \cdot \varphi}$

Umrechnung:

$$\underline{Z} = R + j \cdot X = Z \cdot (cos\varphi + j \cdot sin\varphi) = Z \cdot e^{j \cdot \varphi}$$

$$R = Re(\underline{Z}) = Z \cdot cos\varphi$$

$$X = Im(\underline{Z}) = Z \cdot sin\varphi$$

$$Re(\underline{Z}) = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z} + \underline{Z}^*)$$

$$Im(\underline{Z}) = \frac{1}{2 \cdot j} \cdot (\underline{Z} - \underline{Z}^*)$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{\underline{Z} \cdot \underline{Z}^*}$$

Komplexe Rechnung – Umrechnung sinusförmige Größen

Komplex aus Real:

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi_u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot (cos\varphi_u + j \cdot sin\varphi_u)$$

$$\underline{I} = I \cdot e^{j\varphi_i} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi_i} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \cdot (cos\varphi_i + j \cdot sin\varphi_i)$$

Real aus Komplex:

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot Im\left(e^{j(w \cdot t + \varphi_u)}\right) = \sqrt{2} \cdot Im\left(U \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{j(w \cdot t)}\right)$$
$$= \sqrt{2} \cdot Im\left(\underline{U} \cdot e^{j(w \cdot t)}\right) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot Im\left(e^{j(w \cdot t + \varphi_i)}\right) = \sqrt{2} \cdot Im\left(I \cdot e^{j\varphi_i} \cdot e^{j(w \cdot t)}\right)$$
$$= \sqrt{2} \cdot Im\left(\underline{I} \cdot e^{j(w \cdot t)}\right) = \hat{\imath} \cdot \sin(w \cdot t + \varphi_i)$$

Komplexe Rechnung – Definitionen

Impedanz [Ω]:

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j \cdot X = Z \cdot e^{j \cdot \varphi} = Z \cdot e^{j \cdot \arctan\left(\frac{X}{R}\right)}$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

(ohmscher) Widerstand [Ω]: $R = Re(\underline{Z})$

Blindwiderstand [Ω]: $X = Im(\underline{Z})$

Admittanz [S]:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = G + j \cdot B = Y \cdot e^{j \cdot \varphi} = Y \cdot e^{j \cdot \arctan\left(\frac{B}{G}\right)}$$

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{G^2 + B^2}$$

(ohmscher) Leitwert [S]: $G = Re(\underline{Y})$

Blindleitwert [Ω]: $B = Im(\underline{Y})$

Ideale Bauteile – ohmscher Widerstand

Spannung [V]: $\underline{U} = R \cdot \underline{I} = \frac{I}{G}$

Strom [A]: $\underline{I} = G \cdot \underline{U} = \frac{U}{R}$

Impedanz [Ω]: $\underline{Z_R} = Z_R = R = \frac{1}{G}$

Admittanz [S]: $\underline{Y_R} = Y_R = G = \frac{1}{R}$

Ideale Bauteile – Induktivität

Induktivität [H]: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot z}$

Feldstärke: $H = \frac{n \cdot I}{z}$

Gesamtfluss: $\psi = n \cdot \Phi = L \cdot I$

Spannung [V]: $\underline{U} = \underline{Z_L} \cdot \underline{I} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y_L}} = j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I}$

Strom [A]: $\underline{I} = \underline{Y_L} \cdot \underline{U} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_L}} = j \cdot \omega \cdot \frac{1}{\omega \cdot L} \cdot \underline{U}$

Impedanz [Ω]: $\underline{Z_L} = j \cdot X_L = j \cdot \omega \cdot L = \omega \cdot L \cdot e^{j \cdot 90°}$

Blindwiderstand [Ω]: $X_L = \omega \cdot L$ **positiv**

Admittanz [S]: $Y_L = j \cdot B_L = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot L} = \frac{1}{\omega \cdot L} \cdot e^{-j \cdot 90°}$

Blindleitwert [S]: $B_L = -\frac{1}{\omega \cdot L}$

Ideale Bauteile – Kapazität

Kapazität[F]: $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}{d}$

Elektrische Feldstärke: $E = \frac{U}{d}$

Spannung[V]: $\underline{U} = \underline{Z_C} \cdot \underline{I} = \frac{\underline{I}}{\underline{Y_C}} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \underline{I}$

Strom[A]: $\underline{I} = \underline{Y_C} \cdot \underline{U} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_C}} = -j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U}$

Impedanz[Ω]: $\underline{Z_C} = j \cdot \underline{X_C} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot e^{-j \cdot 90°}$

Blindwiderstand[Ω]: $X_c = -\frac{1}{\omega \cdot C}$ **negativ**

Admittanz[S]: $\underline{Y_C} = j \cdot \underline{B_C} = j \cdot \omega \cdot C = \omega \cdot C \cdot e^{j \cdot 90°}$

Blindleitwert[S]: $\underline{B_C} = \omega \cdot C$

Reihenschaltung – Allgemein

Impedanz[Ω]: $\underline{Z} = R + j \cdot X = R + j \cdot (X_L + X_c)$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_c)^2}$$

Spannung[V]: $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = \underline{U} \cdot e^{j \cdot \varphi_U}$

Phasenwinkel Spannung[°]: $\varphi_U = \arctan\left(\frac{Im(U)}{Re(U)}\right)$

Phasenwinkel[°]: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \arctan\left(\frac{Im(Z)}{Re(Z)}\right)$

Zwei Impedanzen: $\underline{Z_{12}} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2} = \frac{1}{\underline{Y_1}} + \frac{1}{Y_2}$

$$= R_1 + j \cdot X_1 + R_2 + j \cdot X_2 = R_{12} + j \cdot X_{12}$$

Umrechnung Admittanz:

$$\underline{Y_{12}} = \frac{1}{\underline{Z_{12}}} = \frac{1}{\underline{Z_1} + Z_2} = \frac{R_{12} - j \cdot X_{12}}{R^2{}_{12} + X^2{}_{12}} = G_{12} + j \cdot B_{12}$$

$$G_{12} = \frac{R_{12}}{R^2{}_{12} + X^2{}_{12}} \; und \; B_{12} = \frac{-X_{12}}{R^2{}_{12} + X^2{}_{12}}$$

Parallelschaltung – Allgemein

Admittanz[Ω]: $\underline{Y} = G + j \cdot (B_L + B_c)$

$$|\underline{Y}| = Y = \sqrt{G^2 + (B_L + B_c)^2}$$

Strom[A]: $\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} = I \cdot e^{j * \varphi_I}$

Phasenwinkel Strom[°]: $\varphi_I = \arctan\left(\frac{Im(I)}{Re(I)}\right)$

Phasenwinkel[°]: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \arctan\left(\frac{Im(Y)}{Re(Y)}\right)$

Zwei Admittanzen: $\underline{Y_{12}} = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{Z_2}$

$$= G_1 + j \cdot B_1 + G_2 + j \cdot G_2 = G_{12} + j \cdot B_{12}$$

Umrechnung Impedanz:

$$\underline{Z_{12}} = \frac{1}{\underline{Y_{12}}} = \frac{1}{\underline{Y_1} + Y_2} = \frac{G_{12} - j \cdot B_{12}}{G^2{}_{12} + B^2{}_{12}} = R_{12} + j \cdot X_{12}$$

$$R_{12} = \frac{G_{12}}{G^2{}_{12} + B^2{}_{12}} \; und \; B_{12} = \frac{-G_{12}}{G^2{}_{12} + B^2{}_{12}}$$

Formelsammlung Elektrotechnik

Reihenschaltung – R-L

Impedanz[Ω]:

$\underline{Z}_{RL} = R + j \cdot \omega \cdot L$

Mit $\underline{R}_{RL} = R$ und $\underline{X}_{RL} = \omega \cdot L$

Admittanz[S]:

$$Y_{RL} = \frac{1}{R + j \cdot \omega \cdot L} = \frac{R - j \cdot \omega \cdot L}{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$

$mit\ G_{RL} = \frac{R}{R^2+(\omega \cdot L)^2}$ und $B_{RL} = \frac{-\omega \cdot L}{R^2+(\omega \cdot L)^2}$

Phasenwinkel[°]:$\varphi > 0°\ Spannung\ eilt\ Strom\ vorraus$

Reihenschaltung – R-C

Impedanz[Ω]: $\underline{Z}_{RC} = R - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$

$mit\ \underline{X}_{RC} = -\frac{1}{\omega \cdot C}\ und\ \underline{R}_{RC} = R$

Admittanz[S]:

$$Y_{RC} = \frac{1}{R - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{R \cdot \omega^2 \cdot C^2 + j \cdot \omega \cdot C}{R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2 + 1}$$

$mit\ G_{RC} = \frac{R \cdot \omega^2 \cdot C^2}{R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2 + 1} und\ B_{RC} = \frac{\omega \cdot C}{R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2 + 1}$

Phasenwinkel[°]:$\varphi < 0°\ Spannung\ hinkt\ Strom\ hinterher$

Parallelschaltung – R-L

Impedanz[Ω]: $\underline{Z}_{RL} = \frac{1}{\frac{1}{R} - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot L}} = \frac{R \cdot \omega^2 \cdot L^2 + j \cdot \omega \cdot L \cdot R^2}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}$

$$mit\ \underline{R}_{RL} = \frac{R \cdot \omega^2 \cdot L^2}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}\ und\ \underline{X}_{RL} = \frac{\omega \cdot L \cdot R^2}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}$$

Admittanz[S]: $Y_{RL} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} = \frac{1}{R} - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot L}$

$$mit\ G_{RL} = \frac{1}{R}\ und\ B_{RL} = -\frac{1}{\omega \cdot L}$$

Phasenwinkel[°]:$\varphi > 0°\ Strom\ hinkt\ Spannung\ hinterher$

Parallelschaltung – R-C

Impedanz[Ω]:

$$\underline{Z}_{RC} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j \cdot \omega \cdot C} = \frac{R - j \cdot \omega \cdot C \cdot R^2}{1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2}$$

$$mit\ \underline{R}_{RC} = \frac{R}{1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2}$$

$$und\ \underline{X}_{RC} = \frac{-\omega \cdot C \cdot R^2}{1 + R^2 \cdot \omega^2 \cdot C^2}$$

Admittanz [S]:

$$Y_{RC} = \frac{1}{R} + j \cdot \omega \cdot C\ mit\ G_{RC} = \frac{1}{R}\ und\ B_{RC} = \omega \cdot C$$

Phasenwinkel[°]: $\varphi < 0°$ Strom eilt Spannung voraus

Spannungsteiler – Reihenschaltung

Spannung 1[V]: $\underline{U}_1 = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}} = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$

Spannung 2[V]: $\underline{U}_2 = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}} = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$

Spannung 3[V]: $\underline{U}_3 = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}} = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$

Stromteiler – Parallelschaltung

Strom 1 [A]: $\underline{I}_1 = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}} = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$

Strom 2 [A]: $\underline{I}_2 = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}} = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$

Strom 3 [A]: $\underline{I}_3 = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}} = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$

Knotenregel: Re Teile und Im Teile getrennt betrachten

Maschenregel: Re Teile und Im Teile getrennt betrachten

Leistungsarten

Wirkleistung [W]:

$$P_W = U \cdot I \cdot cos\varphi = U^2 \cdot \frac{R}{Z^2} = I^2 \cdot R =$$

$$Re\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\} = I^2 \cdot Re\{\underline{Z}\}$$

Scheinleistung [VA]: Z als Pytagorasbetrag nehmen!

$$P_S = S = U \cdot I = \frac{U^2}{Z} = I^2 \cdot Z = |\underline{U} \cdot \underline{I}^*|$$

Betrag bedeutet hier, nach Rechnung Pythagoras

Blindleistung [var]: ohne j rechnen !

$$P_B = |U \cdot I \cdot sin\varphi| = U^2 \cdot \frac{|X|}{Z^2} = I^2 \cdot |X| = |Im\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}| = I^2 \cdot Im\{\underline{Z}\}$$

Blindleistungskompensation

Keine Blindleistung, wenn:

$$P_B = 0 = |U \cdot I \cdot sin\varphi| \;\; => \;\; \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$$

Kompensation durch Blindleitwert:

Dimensionierung:

$$\underline{Y}_K = j \cdot B_K = -j \cdot Im(\underline{Y}_L)$$

Wenn Gesamtadmittanz…

$Im(\underline{Y}) = B > 0 \rightarrow$ Kompensation mit Sule

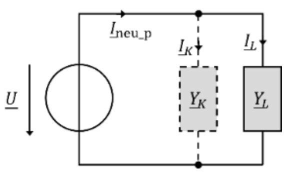
$Im(\underline{Y}) = B < 0 \rightarrow$ Kompensation mit Kondensator

Leistungsanpassung (Wirkleistung maximieren)

Innenimpedanz Spannungsquelle [Ω]: $\underline{Z}_i = R_i + j \cdot X_i$

Lastimpedanz [Ω]: $\underline{Z}_L = R_L + j \cdot X_L$

Leistungsanpassung bei: $\underline{Z}_L = R_i + j \cdot X_i = \underline{Z}^*_i$

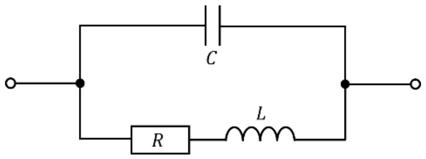


6. Ersatzschaltungen / Reale Bauelemente

Realer Elektrischer Widerstand

Admittanz [S]: $\underline{Y} = \frac{1}{R+j\cdot\omega\cdot L} + j\cdot\omega\cdot C$

$= \frac{R}{R^2\cdot\omega^2\cdot L^2} + j\cdot\left(\omega\cdot C - \frac{\omega\cdot L}{R^2+\omega^2\cdot L^2}\right)$



Reale Induktivität (Spule)

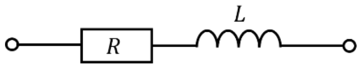
Impedanz [Ω]: $\underline{Z} = R + j\cdot\omega\cdot L$

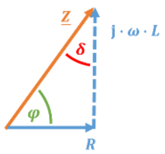
Spulengüte []: $Q_L = \frac{\omega\cdot L}{R}$

Verlustfaktor []: $d = \frac{1}{Q_L} = \frac{R}{\omega\cdot L} = tan\delta$

ohmschen Widerstand R [Ω]: $R = d\cdot\omega\cdot L = \frac{\omega\cdot L}{Q_L}$

Verlustwinkel [°]: $\delta = arctan\frac{R}{\omega\cdot L} = 90° - \varphi$





Reale Kapazität (Kondensator)

Kapazität [F]: $C = \varepsilon\cdot\frac{A}{d}$ mit ε = Dielektrizitätszahl

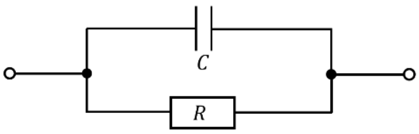
Leitwert [S]: $G = \sigma\cdot\frac{A}{d}$ mit σ = elektri. Leitfähigkeit

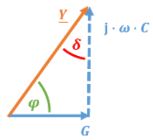
Admittanz [S]: $\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\cdot\omega\cdot C = G + j\cdot\omega\cdot C$

Kondensatorgüte []: $Q_C = \frac{\omega\cdot C}{G}$

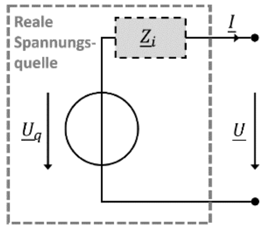
Verlustfaktor []: $d = \frac{1}{Q_C} = \frac{G}{\omega\cdot C} = tan\delta$

Verlustwinkel [°]: $\delta = arctan\frac{G}{\omega\cdot C} = 90° - \varphi$





Ersatzspannungsquelle



Ersatzquellenspannung [V]: $\underline{U}_q = \underline{I}\cdot\underline{Z}_i + \underline{U}$

Leerlaufspannung [V]: $\underline{U}_0 = \underline{U}(\underline{I} = 0) = \underline{U}_q$

Kurzschlussstrom [A]: $\underline{I}_K = \underline{I}(\underline{U} = 0) = \frac{\underline{U}_q}{\underline{Z}_i} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_i}$

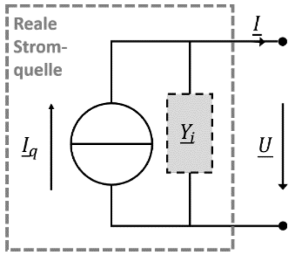
$= \underline{U}_q\cdot\underline{Y}_i$

Innenimpedanz [Ω]: $\underline{Z}_i = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_K} = \frac{1}{\underline{Y}_i}$

Kennlinie Strom [A]: $\underline{I} = (\underline{U}_0 - \underline{U})\cdot\frac{\underline{I}_K}{\underline{U}_0} = \underline{I}_K\cdot\left(1 - \frac{\underline{U}}{\underline{U}_0}\right)$

Kennlinie Spannung [V]: $\underline{U} = \underline{U}_0 - \underline{I}\cdot\underline{Z}_i = \underline{U}_0 - \underline{I}\cdot\frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_K}$

Ersatzstromquelle



Ersatzquellstrom [A]: $\underline{I}_q = \underline{I} + \underline{U}\cdot\underline{Y}_i$

Leerlaufspannung [V]: $\underline{U}_0 = \underline{U}(\underline{I} = 0) = \frac{\underline{I}_q}{\underline{Y}_i} = \frac{\underline{I}_K}{\underline{Y}_i}$

Kurzschlussstrom [A]: $\underline{I}_K = \underline{I}(\underline{U} = 0)$

Innenadmittanz [S]: $\underline{Y}_i = \frac{\underline{I}_K}{\underline{U}_0} = \frac{1}{\underline{Z}_i}$

Kennlinie Strom [A]: $\underline{I} = \underline{I}_K - \underline{U}\cdot\underline{Y}_i = \underline{I}_K - \underline{U}\cdot\frac{\underline{I}_K}{\underline{U}_0}$

Kennlinie Spannung [V]: $\underline{U} = (\underline{I}_K - \underline{I})\cdot\frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_K} = \underline{U}_0\cdot(1 - \frac{\underline{I}}{\underline{I}_K})$

Kennlinien bei ohmscher R_L Variable lassen denk dran

Spannungskennlinie[V]: mit $I = |\underline{I}|$

$$U = U_0\cdot\left(\sqrt{1 - \frac{I^2}{I_K^2}\cdot sin^2(\varphi_K - \varphi_0)} - \frac{I}{I_K}\cdot cos(\varphi_K - \varphi_0)\right)$$

Stromkennlinie[A]: mit $U = |\underline{U}|$

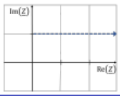
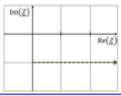
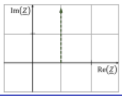
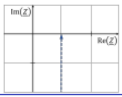
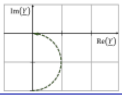
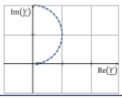
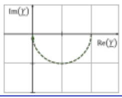
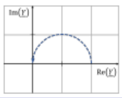
$$I = I_K\cdot\left(\sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}\cdot sin^2(\varphi_K - \varphi_0)} - \frac{U}{U_0}\cdot cos(\varphi_K - \varphi_0)\right)$$

Verknüpfung über R_L: $U = R_L\cdot I$

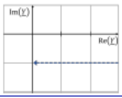
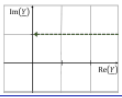
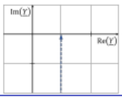
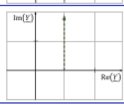
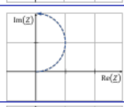
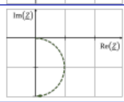
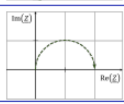
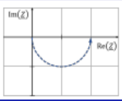
Formelsammlung Elektrotechnik

7. Ortskurven

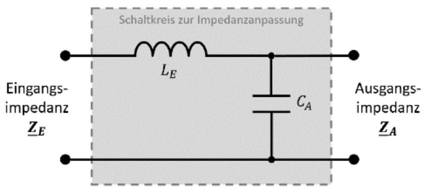
Reihenschaltung:

Schaltung	Messgröße	Variable Größe	Ortskurve Form	X ± ?	Ortskurve Lage	Ortskurve schematisch
Reihenschaltung	$\underline{Z}$ (bzw. $\underline{U}$ bei Stromquelle)	R	Gerade waagerecht	X > 0 (ind.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
		X	Gerade senkrecht	X > 0 (ind.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
	$\underline{Y}$ (bzw. $\underline{I}$ bei Spannungsquelle)	R	Kreis durch Ursprung Mittelpunkt auf imaginärer Achse	X > 0 (ind.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
		X	Kreis durch Ursprung Mittelpunkt auf reeller Achse	X > 0 (ind.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	

Parallelschaltung:

Schaltung	Messgröße	Variable Größe	Ortskurve Form	X ± ?	Ortskurve Lage	Ortskurve schematisch
Parallelschaltung	$\underline{Y}$ (bzw. $\underline{I}$ bei Spannungsquelle)	R	Gerade waagerecht	X > 0 (ind.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
		X	Gerade senkrecht	X > 0 (ind.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
	$\underline{Z}$ (bzw. $\underline{U}$ bei Stromquelle)	R	Kreis durch Ursprung Mittelpunkt auf imaginärer Achse	X > 0 (ind.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	
		X	Kreis durch Ursprung Mittelpunkt auf reeller Achse	X > 0 (ind.)	oben (durch pos. imag. Bereich)	
				X < 0 (kap.)	unten (durch neg. imag. Bereich)	

Gehört zu rechts dazu



1. Parallelanpassung mit C_A
2. Serienanpassung mit L_E

Inversion von Ortskurven

Allgemein: $\underline{Y}_{max} = \frac{1}{\underline{Z}_{min}}$ $\quad \underline{Y}_{min} = \frac{1}{\underline{Z}_{max}}$

$\underline{Z}_{max/min} = \lim_{p \to 0/\infty} \underline{Z}_{(p)}$ $\quad \underline{Y}_{max/min} = \lim_{p \to 0/\infty} \underline{Y}_{(p)}$

Ursprüngliche Ortskurve → Invertierte Ortskurve

Gerade durch den Ursprung → Gerade durch den Ursprung

Gerade nicht durch den Ursprung → Kreis durch den Ursprung mit:

$$\underline{M} = \frac{1}{2} \cdot \underline{Y}_{max} \quad bzw. \quad \underline{M} = \frac{1}{2} \cdot \underline{Z}_{max}$$

$$r = \frac{1}{2} \cdot |\underline{Y}_{max}| \quad bzw. \quad r = \frac{1}{2} \cdot |\underline{Z}_{max}|$$

Mittelpunkt M $\quad \frac{\underline{Z}_{min} + \underline{Z}_{max}}{2}$

Radius r $\quad \frac{|\underline{Z}_{max} - \underline{Z}_{min}|}{2}$

Kreis durch den Ursprung → Gerade nicht durch den Ursprung:

Mittelpunkt auf reeller Achse → senkrechte Gerade
Mittelpunkt auf imag. Achse → waagrechte Gerade

Kreis nicht durch den Ursprung → Kreis nicht durch den Ursprung mit:

$$\underline{M} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Y}_{min} + \underline{Y}_{max})$$

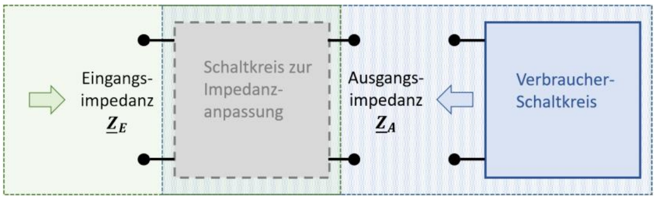
$$bzw. \underline{M} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{Z}_{min} + \underline{Z}_{max})$$

$$r = \frac{1}{2} \cdot |\underline{Y}_{max} - \underline{Y}_{min}|$$

$$bzw. \; r = \frac{1}{2} \cdot |\underline{Z}_{max} - \underline{Z}_{min}|$$

Verlustfreie Impedanz Anpassung mittels Ortskurven

Anpassung der Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_A = R_A + j \cdot X_A$ (Eingangsimpedanz der Verbraucherschaltung) an die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E = R_E + j \cdot X_E$ als Zielimpedanz der Zusammenschaltung



Parallel- dann Serienanpass. wenn: $Re(\underline{Z}_A) = R_A \geq R_E = Re(\underline{Z}_E)$

Kapazität[F] $\quad C_A = \frac{\sqrt{|\underline{Z}_A|^2 \cdot \frac{R_A}{R_E} - R_A^2} + X_A}{\omega \cdot |\underline{Z}_A|^2}$

Induktivität[H] $\quad L_E = \frac{\sqrt{|\underline{Z}_A|^2 \cdot \frac{R_E}{R_A} - R_E^2} + X_E}{\omega}$

$R_A = Re\{\underline{Z}_A\}, R_E = Re\{\underline{Z}_E\}, X_A = Im\{\underline{Z}_A\}, X_E = Im\{\underline{Z}_E\}$

Kapazität[F] $\quad C_A = \frac{L_E}{R_A \cdot R_E}$

Induktivität[H] $\quad L_E = C_A \cdot R_A \cdot R_E$

Serien- dann Parallelanpassung, wenn:

$Re(\underline{Z}_E) = R_E \geq R_A = Re(\underline{Z}_A)$

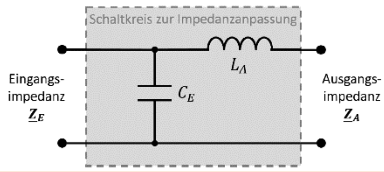
Kapazität[F] $$C_E = \frac{\sqrt{\left|\underline{Z}_E\right|^2 \cdot \frac{R_E}{R_A} - R_E^2} - X_E}{\omega \cdot \left|\underline{Z}_E\right|^2}$$

Induktivität[H] $$L_A = \frac{\sqrt{\left|\underline{Z}_E\right|^2 \cdot \frac{R_A}{R_E} - R_A^2} - X_A}{\omega}$$

$R_A = Re\{\underline{Z}_A\}$, $R_E = Re\{\underline{Z}_E\}$, $X_A = Im\{\underline{Z}_A\}$, $X_E = Im\{\underline{Z}_E\}$

Kapazität[F] $$C_E = \frac{L_A}{R_A \cdot R_E}$$

Induktivität[H] $$L_A = C_E \cdot R_A \cdot R_E$$



1. Serienanpassung mit L_A
2. Parallelanpassung mit C_E

Private Anfüge:

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}_i^*$$

$$\underline{I} = \frac{U_q}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_E} = \frac{U_q}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_i^*}$$

8. Bode-Diagramme:

f_g *bei* $3dB$ → Leistungsreduktion um 0,707 also 70,7%

Dämpfungspegel in dB

$$p(dB) = 10 \cdot lg\left(\frac{P_A}{P_E}\right)$$

Das Bode-Diagramm ist eine Darstellungsform komplexer, frequenzabhängiger Wechselstromgrößen (wie z.B. $\underline{Z}$, $\underline{Y}$, $\underline{U}$, $\underline{I}$), die aus zwei getrennten Diagrammen mit logarithmischen Maßstäben bestehen:

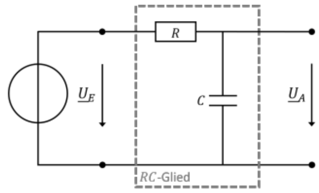
Betrags- oder Amplitudengang	Betrag $\lvert\underline{Z}(\omega)\rvert$, $\lvert\underline{Y}(\omega)\rvert$, $\lvert\underline{U}(\omega)\rvert$ oder $\lvert\underline{I}(\omega)\rvert$ in doppelt log Maßstab
Phasengang	Phase $\varphi(\omega)$ in einfach log Maßstab

Kochrezept:

a) Bestimme die Gleichung der komplexen, frequenzabhängigen Wechselstromgröße in Exponentialform, also z.B. $\underline{Z}(\omega) = Z(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi(\omega)}$
b) Bestimme eine Frequenz ω_0 (bzw. f_0) (charakteristische Frequenz oder Mittenfrequenz) als Bezugswert, also z.B. für die gilt $\mathrm{Re}(\underline{Z}) = \mathrm{Im}(\underline{Z})$
c) Bestimme den Wert der komplexen, frequenzabhängigen Wechselstromgröße bei der Frequenz ω_0 (bzw. f_0) in Exponentialdarstellung, also z.B. $\underline{Z}_0 = Z_0 \cdot e^{j \cdot \varphi_0}$
d) Bestimme für bestimmte Frequenzen (die sowohl größer als auch kleiner als die Mittenfrequenz sind) die Werte der komplexen Wechselstromgröße (Vorschlag für diese Stützpunkte: $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} = 0{,}01\,;\,0{,}1\,;\,1\,;\,10\,;\,100$)
e) Bestimme das Betragsverhältnis aller berechneten Werte in Bezug zum Wert bei der Mittenfrequenz, also z.B. $\frac{Z(0{,}01 \cdot \omega_0)}{Z_0}$, $\frac{Z(0{,}1 \cdot \omega_0)}{Z_0}$, ..., $\frac{Z(100 \cdot \omega_0)}{Z_0}$
f) Bestimme den Zehnerlogarithmus dieser Betragsverhältnisse, also z.B. $\lg\left(\frac{Z(0{,}01 \cdot \omega_0)}{Z_0}\right)$
g) Bestimme den Zehnerlogarithmus der Frequenzverhältnisse der Stützstellen, also z.B. $\lg\left(\frac{0{,}01 \cdot \omega_0}{\omega_0}\right) = \lg(0{,}01) = -2$
h) Stelle den Zehnerlogarithmus der Betragsverhältnisse und den Phasenwinkel in Abhängigkeit des Zehnerlogarithmus der Frequenzverhältnisse als Verbindung der Stützstellen dar

9. Einfache passive Frequenzfilter: (passive Bauteile RCL)

Tiefpass 1. Ordnung



Übertragungsfunktion $\underline{H} = \frac{1 - j \cdot \omega \cdot C \cdot R}{1 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2}$

$H = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}}$

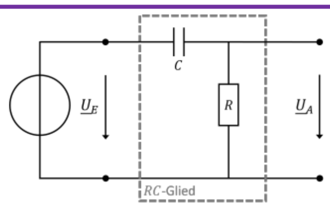
Phasenwinkel $\varphi = \arctan(-\omega \cdot C \cdot R)$

Grenzfrequenz $\left(H = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\omega_g = \frac{1}{R \cdot C}$ bzw. $f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$

$H(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$

mit ohmscher Last $\underline{U}_{E0} = \underline{U}_E \cdot \frac{R_L}{R + R_L}$, $R_i = \frac{R \cdot R_L}{R + R_L}$, $\omega_{gL} = \omega_g \cdot \left(1 + \frac{R}{R_L}\right)$

Hochpass 1. Ordnung



Übertragungsfunktion $\underline{H} = \frac{\omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2 + j \cdot \omega \cdot C \cdot R}{1 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2}$

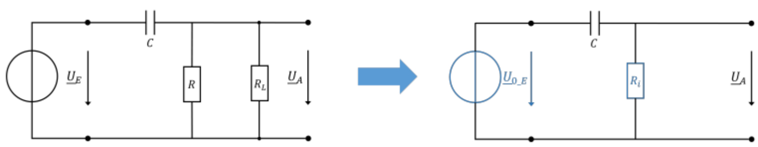
$H = |\underline{H}| = \frac{U_A}{U_E} = \frac{|\underline{U}_A|}{|\underline{U}_E|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot C \cdot R)^2}}}$

Phasenwinkel $\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}\right)$

Grenzfrequenz $\left(H = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\omega_g = \frac{1}{R \cdot C}$ bzw. $f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$

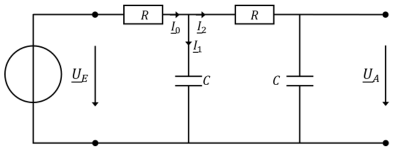
$H(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$

mit ohmscher Last $\underline{U}_{E0} = \underline{U}_E$, $R_i = \frac{R \cdot R_L}{R + R_L}$, $\omega_{gL} = \omega_g \cdot \left(1 + \frac{R}{R_L}\right)$



Formelsammlung Elektrotechnik

Tiefpass 2. Ordnung (niedrige f passieren)

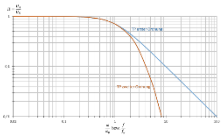


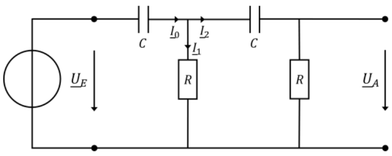
Betrag Übertragungsfunktion $H = \frac{1}{\sqrt{1+7\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^4}}$

$H = \frac{1}{\sqrt{1+0{,}98\left(\frac{\omega}{\omega_{g2}}\right)^2+0{,}02\left(\frac{\omega}{\omega_{g2}}\right)^4}}$

Grenzfrequenz $\left(H = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\omega_{g2} = \frac{0{,}374}{C\cdot R} = 0{,}374\cdot\omega_g$

Hochpass 2. Ordnung (hohe f passieren)



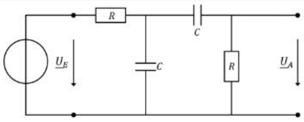


Betrag Übertragungsfunktion $H = \frac{1}{\sqrt{1+7\cdot\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2+\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^4}}$

$H = \frac{1}{\sqrt{1+0{,}98\left(\frac{\omega_{g2}}{\omega}\right)^2+0{,}02\left(\frac{\omega_{g2}}{\omega}\right)^4}}$

Grenzfrequenz $\left(H = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\omega_{g2} = \frac{1}{0{,}374\cdot C\cdot R} = 2{,}672\cdot\omega_g$

Einfacher Bandpassfilter (Frequenzband kann passieren)



Betrag Übertragungsfunktion $H = \frac{1}{\sqrt{7+\left(\frac{\omega}{\omega_{max}}\right)^2+\left(\frac{\omega_{max}}{\omega}\right)^2}}$

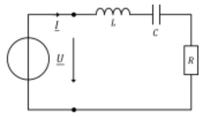
Maximum Übertragungsfunktion bei $H_{max} = H(\omega_{max}) = \frac{1}{3}$

$\omega_{max} = \frac{1}{C\cdot R}$

Grenzfrequenz $\omega_{g-} = 0{,}303\cdot\omega_{max}\,;\ \omega_{g+} = 3{,}303\cdot\omega_{max}$

Erzwungene Schwingungen

Serienschwingkreis



Resonanzfrequenz $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi}$ mit: $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}$

Güte $Q = \frac{1}{d} = \frac{X_r}{R} = \frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}$ Dämpfung d, Kennwiderstand X_r

Strom $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}\cdot\frac{1}{1+\mathrm{j}\cdot Q\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)} = \frac{\underline{U}}{R}\cdot\frac{1}{1+\mathrm{j}\cdot Q\left(\frac{f}{f_r}-\frac{f_r}{f}\right)}$

$|\underline{I}| = I = \frac{U}{R\cdot\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}} = \frac{U}{R\cdot\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_r}-\frac{f_r}{f}\right)^2}}$

Grenzfrequenzen $f_{go,u} = f_r\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+1}\pm\frac{d}{2}\right)$

$f_{gu} = \frac{f_r^2}{f_{go}}\,;\ f_{go} = \frac{f_r^2}{f_{gu}}\,;\ f_r = \sqrt{f_{gu}\cdot f_{go}}$ mit $\varphi(f=f_g) = \pm 45°$

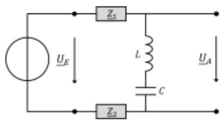
Bandbreite $b = f_{go}-f_{gu} = f_r\cdot d = f_r\cdot R\cdot\sqrt{\frac{C}{L}}$

Phasenwinkel $\varphi_u = \arctan\left(Q\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)\right)\,;\ \varphi_i = \arctan\left(Q\cdot\left(\frac{\omega_r}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_r}\right)\right)$

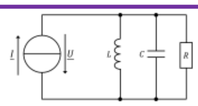
Impedanz $\underline{Z} = \underline{Z}_R+\underline{Z}_L+\underline{Z}_C = R+\mathrm{j}\cdot\left(\omega\cdot L-\frac{1}{\omega\cdot C}\right)$

$\underline{Z}(f=f_{gu}) = R-\mathrm{j}\cdot R$ bzw. $\underline{Z}(f=f_{go}) = R+\mathrm{j}\cdot R$

In Schaltung Resonanzbedingung $\mathrm{Im}(\underline{Z}=0) \Rightarrow$ Kurzschluss: $\underline{U}_A = 0$



Parallelschwingkreis



Resonanzfrequenz $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi}$ mit: $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}$

Güte $Q = \frac{1}{d} = \frac{B_r}{G} = \frac{1}{G}\cdot\sqrt{\frac{C}{L}}$ Dämpfung d, Resonanzblindleitwert B_r

Spannung $\underline{U} = \frac{\underline{I}}{G}\cdot\frac{1}{1+\mathrm{j}\cdot Q\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)} = \frac{\underline{I}}{G}\cdot\frac{1}{1+\mathrm{j}\cdot Q\left(\frac{f}{f_r}-\frac{f_r}{f}\right)}$

$|\underline{U}| = U = \frac{I}{G\cdot\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}} = \frac{I}{G\cdot\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_r}-\frac{f_r}{f}\right)^2}}$

Grenzfrequenzen $f_{go,u} = f_r\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+1}\pm\frac{d}{2}\right)$

$f_{gu} = \frac{f_r^2}{f_{go}}\,;\ f_{go} = \frac{f_r^2}{f_{gu}}\,;\ f_r = \sqrt{f_{gu}\cdot f_{go}}$ mit $\varphi(f=f_g) = \pm 45°$

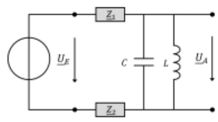
Bandbreite $b = f_{go}-f_{gu} = f_r\cdot d = f_r\cdot G\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}$

Phasenwinkel $\varphi_i = \arctan\left(Q\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_r}-\frac{\omega_r}{\omega}\right)\right)\,;\ \varphi_u = \arctan\left(Q\cdot\left(\frac{\omega_r}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_r}\right)\right)$

Admittanz $\underline{Y} = \underline{Y}_R+\underline{Y}_L+\underline{Y}_C = G+\mathrm{j}\cdot\left(\omega\cdot C-\frac{1}{\omega\cdot L}\right)$

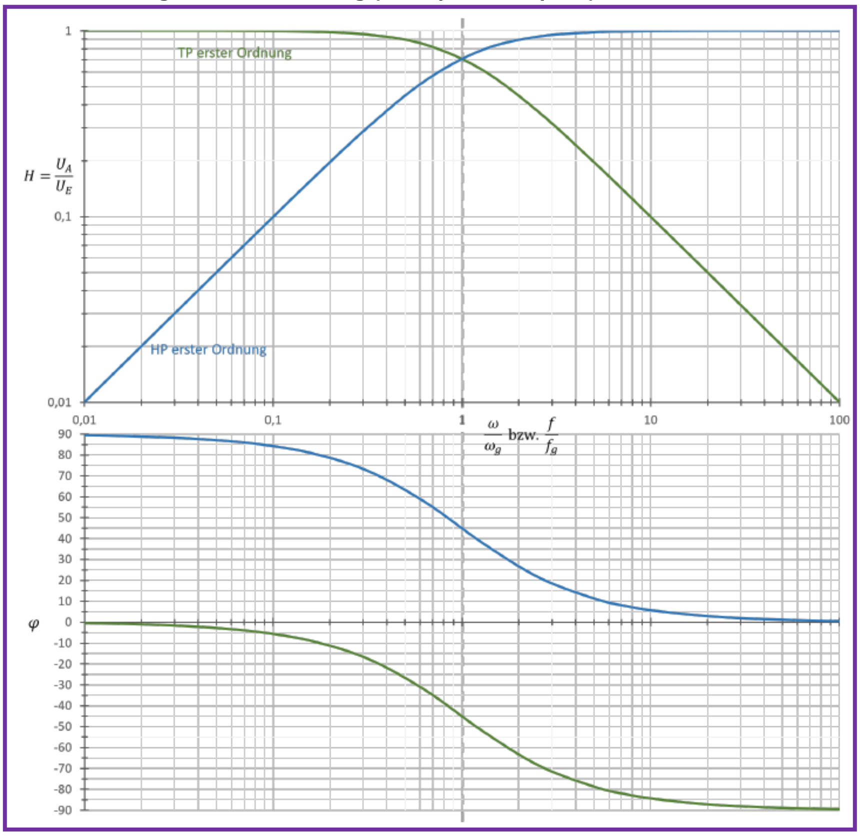
$\underline{Y}(f=f_{gu}) = G-\mathrm{j}\cdot G$ bzw. $\underline{Y}(f=f_{go}) = G+\mathrm{j}\cdot G$

In Schaltung Resonanzbedingung $\mathrm{Im}(\underline{Y}=0) \Rightarrow$ Offene Klemme: $\underline{U}_A = \underline{U}_E$

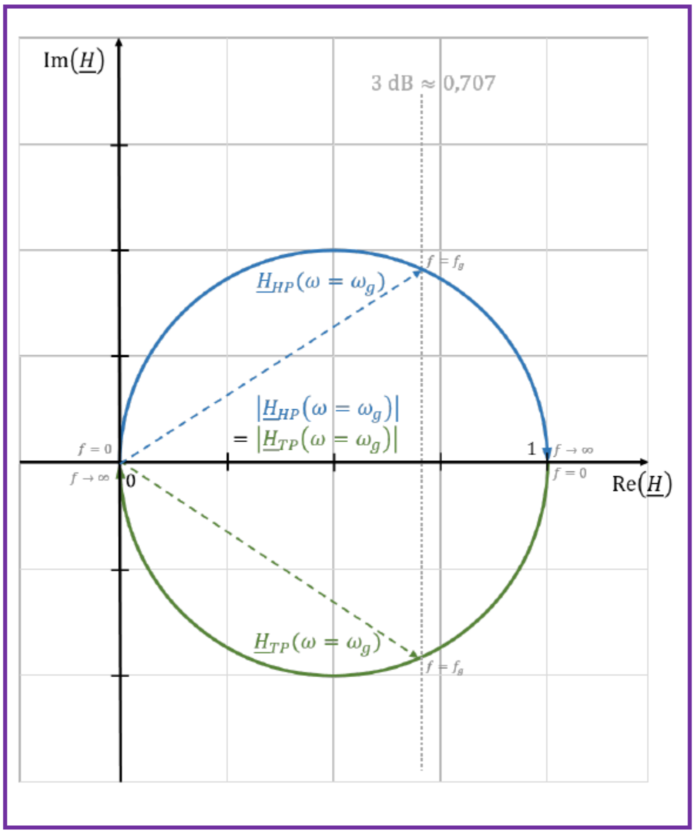


Formelsammlung Elektrotechnik

Bodediagramm 1. Ordnung (Hochpass/Tiefpass)



Ortskurve 1. Ordnung (Hochpass/Tiefpass)



Bodediagramm Bandpass

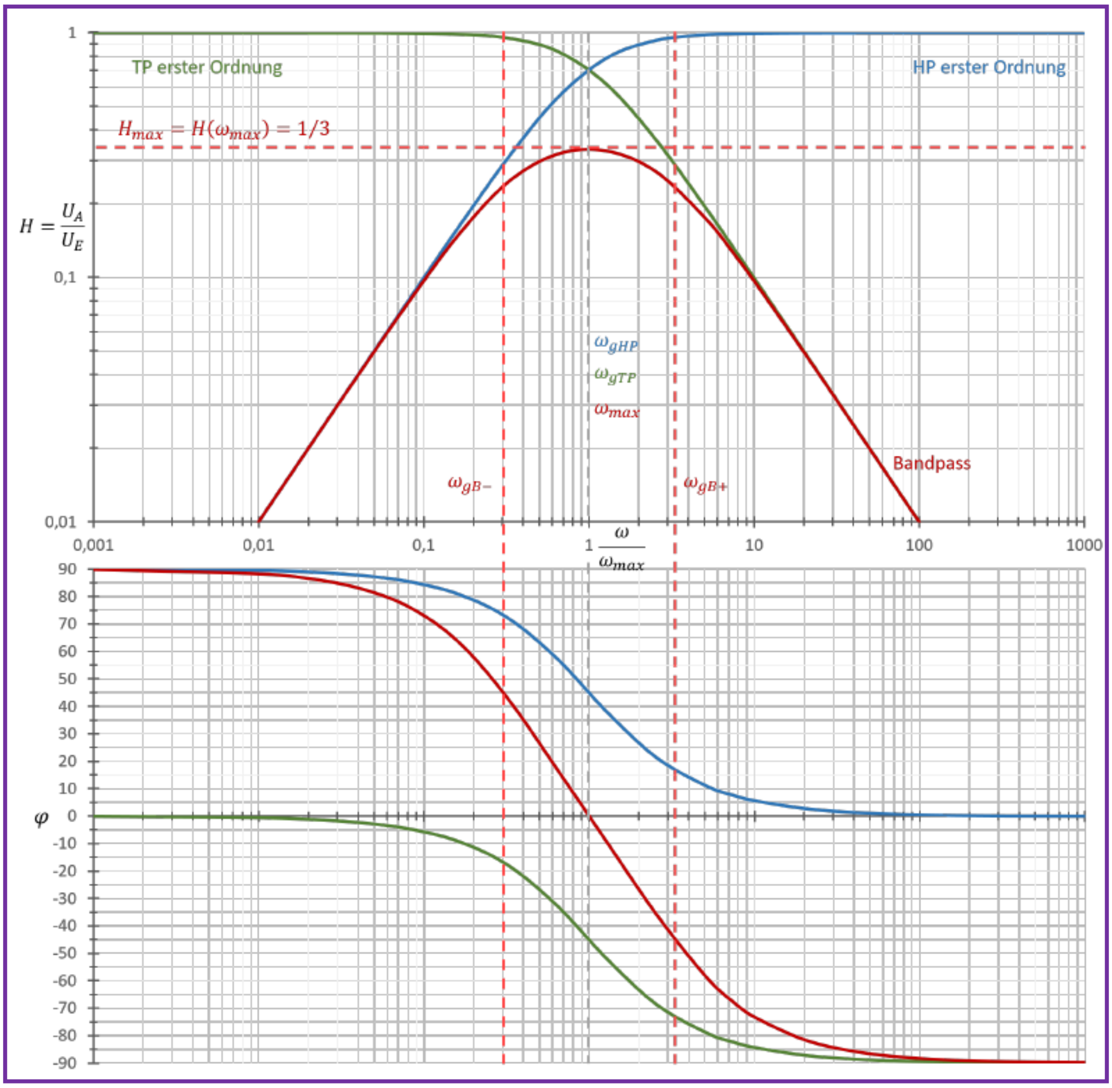


Diagramme Serienschwingkreis

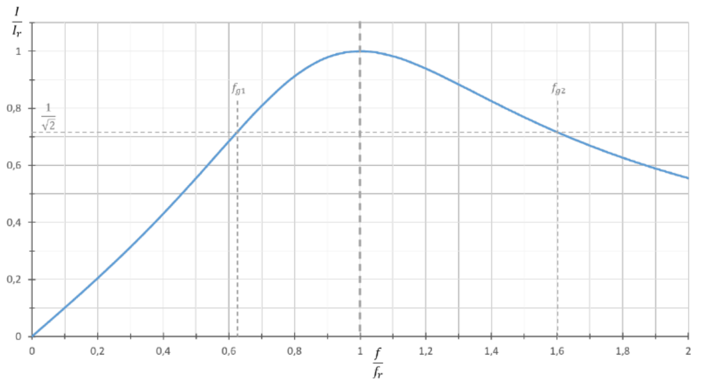
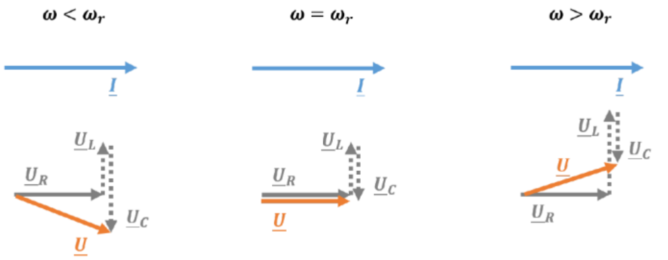


Abbildung 10.3.: Frequenzgang des Serienschwingkreis



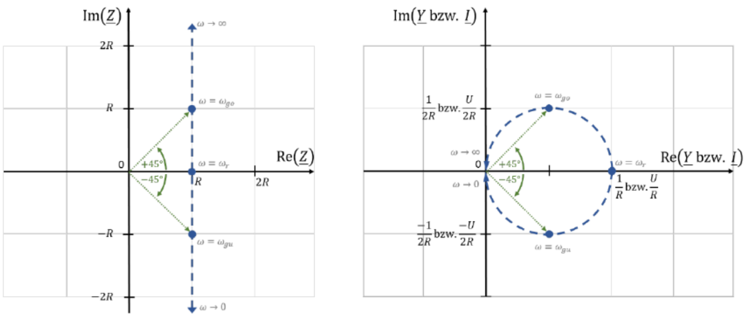


Abbildung 10.4.: Ortskurven der Impedanz und Admittanz (bzw. des Stroms) für den Serienschwingkreis

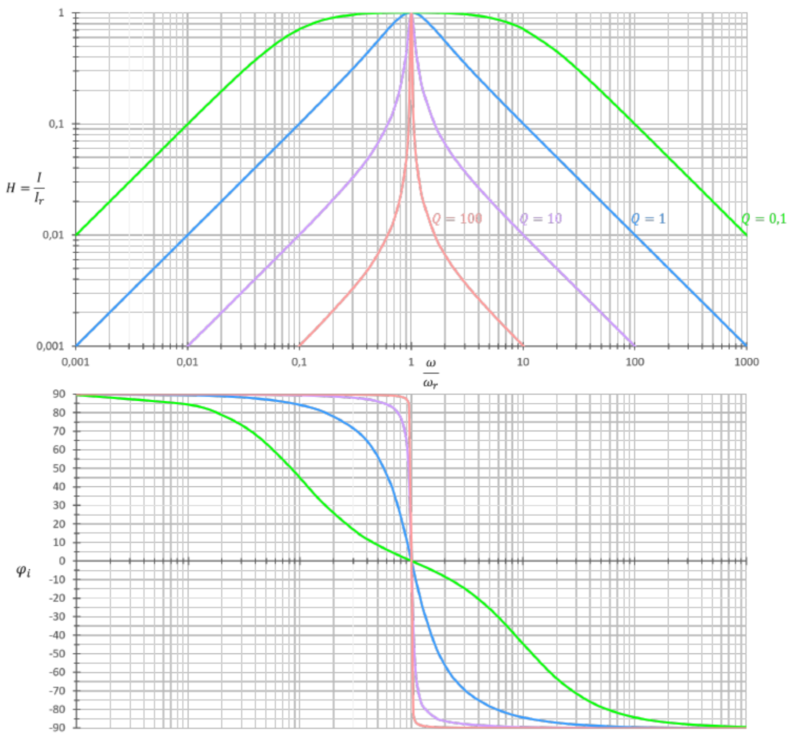


Abbildung 10.5.: Bode-Diagramm für den Strom im Serienschwingkreis

Diagramme Parallelschwingkreis

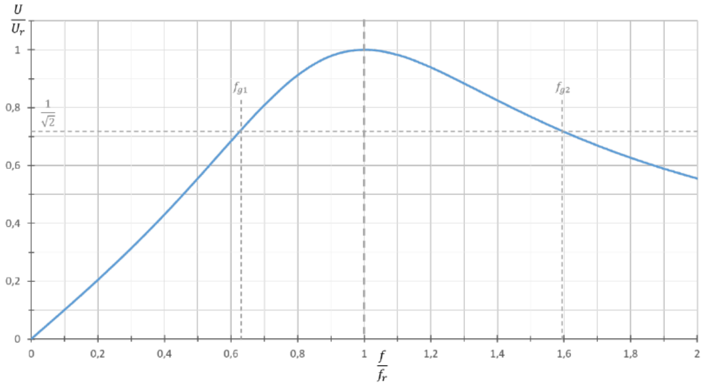
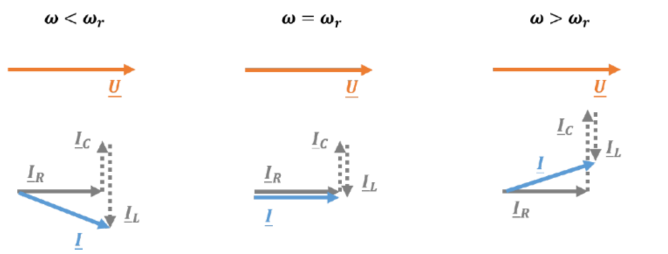


Abbildung 10.8.: Frequenzgang des Parallelschwingkreis



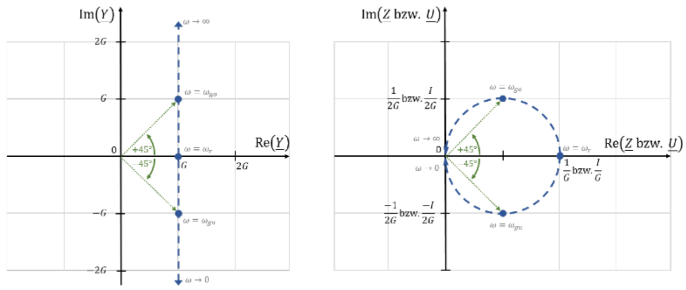


Abbildung 10.9.: Ortskurven der Admittanz unde der Impedanz (bzw. der Spannung) für den Parallelschwingkreis

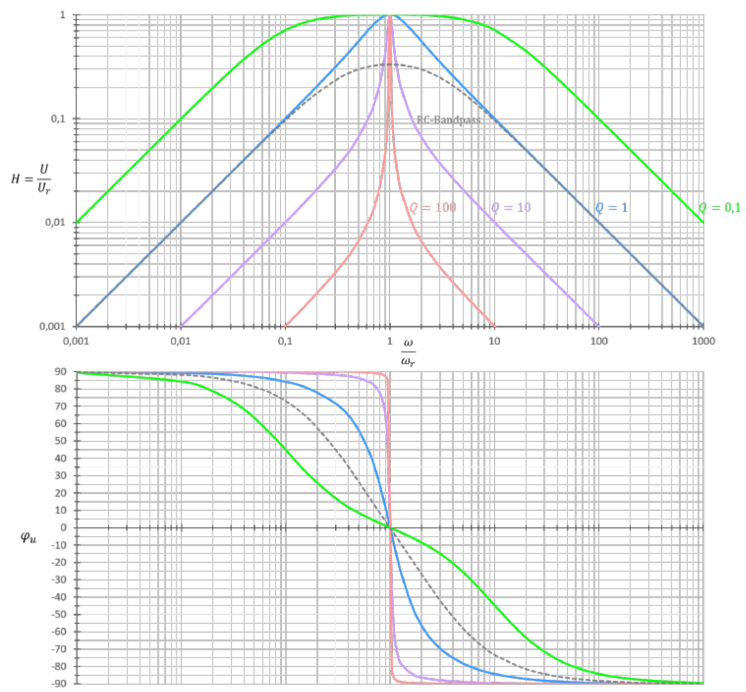


Abbildung 10.10.: Bode-Diagramm für die Spannung im Parallelschwingkreis

Formelsammlung Elektrotechnik

Fürs Verständnis:

Kondensator

$(f \to 0)$ $\underline{Z}_C \to \infty$ $\underline{Y}_C = 0$

$(f \to \infty)$ $\underline{Z}_C = 0$ $\underline{Y}_C \to \infty$

Blindwiderstand negativ

Blindleitwert positiv

$\varphi_u = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$ „Strom eilt vor“

Spule

$(f \to 0)$ $\underline{Z}_L = 0$ $\underline{Y}_L \to \infty$

$(f \to \infty)$ $\underline{Z}_L \to \infty$ $\underline{Y}_L = 0$

Blindwiderstand positiv

Blindleitwert negativ

$\varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$ „Strom eilt nach“

Allgemein

$I \sim Y$

$U \sim Z$

Mechanik:

$P_{mech} = M \cdot \omega = F \cdot r \cdot 2\pi \cdot f$

$A = r^2 \cdot \pi = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ „Fläche eines Kreises“

$U = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$ „Umfang eines Kreises“

$V = A \cdot l$ „Fläche mal Länge wird Volumen eines Torus“

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ „Volumen einer Kugel“

$A = 4\pi \cdot r^2$ „Oberfläche einer Kugel“

GET 2]

Formelsammlung Elektrotechnik

[GET 3 **Elektrostatik:**

Coulomb-Kraft: $\vec{F} \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2}$ $\qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

Skalar Form: $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2}$

Vektor Form: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ $\qquad \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = \vec{e}_{12}$

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \qquad \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = -\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \qquad \vec{r}_{12} = \vec{r}_{q2} - \vec{r}_{q1}$

Bei gleichen q: kleiner - größer

Superpositionsprinzip n. Punktladungen: mit q und r der Betrachteten

$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{(r - r_i)^2} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

Integrationsform der Ladungsverteilung: $\vec{F} = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \int_Q \frac{dQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Das elektrische Feld: $\vec{E}\ von\ +nach\ -$

Vektorfeld el. Feldstärke $\left[\frac{V}{m}\right]$ $\qquad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$

Integralform für Ladungswert. dQ: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon} \cdot \int_Q \frac{dQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Für eine Punktladung Q: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Für eine Linienladung Linienladungsdichte $\lambda = \frac{dQ}{dl}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m} = \frac{C}{m}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \int_L \frac{\lambda \cdot dl}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2}}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Für $R \ll L(\vec{E} \perp Linie)$: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot R} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für eine Flächenladung Flächenladungsdichte $\sigma = \frac{dQ}{dA}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m^2} = \frac{C}{m^2}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \int_L \frac{\sigma \cdot dA}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{s^2}{R^2} + 1}} \end{pmatrix}$$

- Für $R \ll L(\vec{E} \perp Linie)$: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für eine Raumladung Raumladungsdichte $\rho = \frac{dQ}{dA}$ $\left[\frac{A \cdot s}{m^3} = \frac{C}{m^3}\right]$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \int_V \frac{\rho \cdot dV}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

- Für Kugel mit Q = $\int_V \rho \cdot dV$: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Elektrischer Dipol:

Dipolmoment: $\quad \vec{p} = \vec{b} \cdot q \qquad [C \cdot m]$

- Mit Abstandsvektor von − zu +: $\vec{b} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

Mechanisches Drehmoment allgemein: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

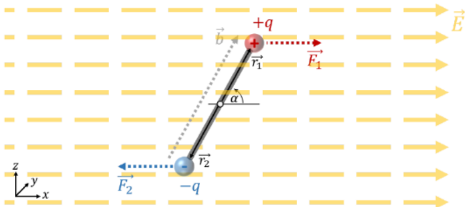
- Auf Dipol allgemein: [C · V = Nm]

$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F} - \vec{r}_2 \times \vec{F} = q \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{E} - \vec{r}_2 \times \vec{E})$

$\vec{M} = q \cdot (\vec{b} \times \vec{E})$ selber aus Übung

- Im homogenen elektrischen Feld: [Nm]

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \qquad \vec{M} = q \cdot \vec{b} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$



Elektrostatisches Potential – elektrische Spannung:

Kraft auf Ladung im el. Feld: $\vec{F}_C = q \cdot \vec{E} \qquad (F_G + F_C = 0)$

Verschiebungsarbeit im el. Feld:

$$W = -\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q \cdot \int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Wirbelfreiheit el. Feld: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$

Definition pot. Energie:

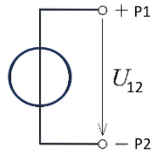
$$W_{pot}(\vec{P}) = \int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -q \cdot \int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Definition el. Potential: $\varphi(\vec{P}) = \frac{W_{pot}(\vec{P})}{q} = -\int_{\infty}^{\vec{P}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \left[\frac{J}{C} = V\right]$

Zusammenhang el. Feld und Potential:

$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{d\vec{s}} = -grad(\varphi)$ Richtung der steilsten Steigung

Elektrische Spannung:



$$U_{12} = \varphi(\vec{P}_1) - \varphi(\vec{P}_2) = \boxed{\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}} = -U_{21}$$

- Im homogenen el. Feld: $|U| = |E \cdot d| = \left|F \cdot \frac{d}{q}\right|$

Elektrischer Fluss, Flussdichte und Influenz:

Elektr. Fluss geht von Ladung aus: $\psi = Q \quad [A \cdot s = C]$

- im homogenen el. Feld: $\quad \psi = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \cdot \vec{A}$

Elektrische Flussdichte: $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \quad \left[\frac{A \cdot s}{m^2} = \frac{C}{m^2}\right]$

- Allgemein: $\psi = \vec{D} \cdot \vec{A}$
- Plattenkondensator: $\psi = D \cdot A$
- auf Leiteroberfläche: $D = \sigma$

Zusammenhang Ladung zu el. Flussdichte: $Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{A}$

Formelsammlung Elektrotechnik

Dielektrika:

Dielektrische Polarisation: $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

Linear, isotrope Materialien: $\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_r - 1) \cdot \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$$

Kondensator:

Kapazität: $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

Spannung: $U = E \cdot d = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot d = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot d$

Ladung: $Q = D \cdot A = A \cdot E \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = U \cdot C$

Reihenschaltung: $C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Parallelschaltung: $C_{ges} = C_1 + C_2$

Energie des elektrischen Feldes:

Allgemein: $W_{el} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot D \cdot E$

Kondensator: $W_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$

Energiedichte Kondensator: $w_{el} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot E$

Zusammenhang Kraft und Energieänderung:

$$dW_{el} = \vec{F} \cdot ds$$

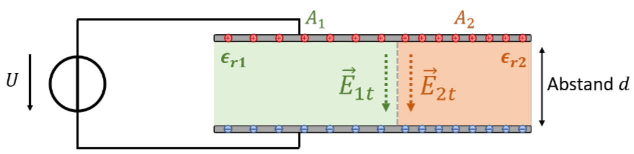
Auseinanderziehen Plattenkondensator $F \sim \frac{1}{d^2}$

- Bei konst. Ladung Q: $F = \frac{dW_{el}}{ds} = \frac{Q^2}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A}$
- Bei konst. Spannung U:
  $$F = \frac{dW_{el}}{ds} - \frac{d(p \cdot dt)}{ds} = \frac{U^2}{2 \cdot s^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A$$

Elektrisches Feld an Grenzflächen:

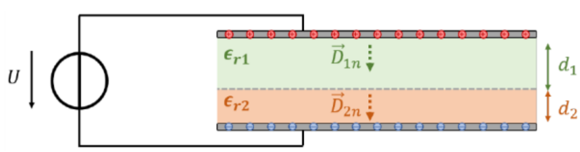
Feld tangential zu Grenzfläche: $E_{1t} = E_{2t} = \frac{U}{d}$

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$



Feld normal zu Grenzfläche: $D_{1n} = D_{2n} = \frac{Q}{A}$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}$$



Die elektrische Leitung

Feldgrößen des Strömungsfeldes: $U(x) = \int_0^x E(x) \cdot dx$

Ohm. Gesetz: $dU = R \cdot dI = E \cdot ds \qquad E = R \cdot \frac{dI}{ds}$

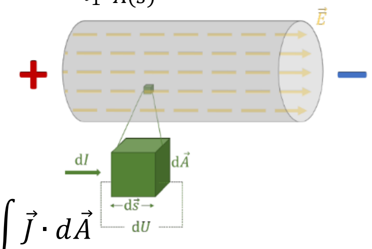
Widerstand Leiter: $R = \frac{\rho \cdot ds}{dA}$

Konstante Querschnittsfläche: $R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\sigma \cdot A}$

Variable Querschnittsfläche: $R = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\rho}{A(s)} \cdot ds$

Feld im Leiter: $E = \frac{\rho \cdot dI}{dA}$

Stromdichte: $J = \frac{dI}{dA} \quad \left[\frac{A}{m^2}\right]$



$$\boxed{\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}} = \frac{\rho \cdot \vec{J} \cdot dA}{dA} \qquad I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

Leitfähigkeit: $\sigma = \frac{1}{\rho}$

Leitwert: $G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{dA}{ds}$

Wärmeentwicklung und Temperaturabhängigkeit:

Leistungsdichte: $S = \frac{dP}{dV} = E \cdot J \quad \left[\frac{W}{m^3}\right]$

- wenn A und $\rho = const.$: $S = \rho \cdot J^2 = \rho \cdot \left(\frac{I}{A}\right)^2$

Umgesetzte Wärmeleistung im Leiter:

$$P = \iiint_V E \cdot J \cdot dV = \iiint_V \rho \cdot J^2 \cdot dV$$

- wenn Leiter homogen: $P = \rho \cdot l^2 \cdot \frac{x}{A} = R \cdot I^2$

Temperaturabhängigkeit Metalle:

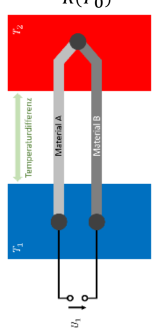
$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0)) \quad [\Omega \cdot \mathrm{m}]$$

Nichtleiter u. Halbleiter: $\rho(T) = \rho(T_0) \cdot e^{B \cdot (\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})}$

(mit B als materialspezifische Konstante): R Verhältnis: R(T)/R(T0)!

$$R(T) = R(T_0) \cdot e^{B \cdot (\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})} \qquad T = \frac{B \cdot T_0}{B + T_0 \cdot \ln(\frac{R(T)}{R(T_0)})}$$

Thermospannung (Seebeck-Effekt):



$$U_{th} = \int_{T_1}^{T_2} (S_B(T) - S_A(T)) \cdot dT$$

- Seebeck Koeffizient $\approx const.$:
  $$U_{th} = (S_B - S_A) \cdot (T_2 - T_1)$$

Durchschlag

Durchschlagspannung Paschen Gesetz: $U_d \sim p \cdot d$

(für Gase mit Druck p und Abstand Elektroden d)

Formelsammlung Elektrotechnik

Magnetismus

Magnetische Flussdichte und Fluss: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$

Magn. Flussdichte: $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

Geschlossene Oberfläche: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Magnetischer Fluss: $\Phi = \int \vec{B} \cdot dA$

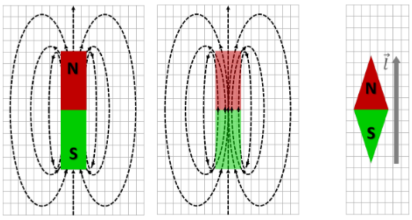
Feldlinien und Dipole:

Magnetfeldlinien: $außen: N \Longrightarrow S; innen: S \Longrightarrow N$

Magnetisches Dipolmoment: $\vec{m} = \Phi \cdot \vec{l}$ $[\vec{m}] = A \cdot m^2$

- Mit Länge: $\vec{l}\ von\ S \Longrightarrow N$

Drehmoment: $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$ $[\vec{M}] = V \cdot A \cdot s = Nm$



Magnetfeld eines langen, geraden und strom-durchflossenen Leiters:

magnetische Feldstärke: $\vec{H} = \frac{\vec{I} \times \vec{r}}{2\pi \cdot r^2}$ $H = \frac{M}{m} = \frac{I}{2\pi \cdot r}$ $[H] = \frac{A}{m}$

Durchflutung: $\Theta = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = I \equiv V_m$
$[\Theta] = A$

Stromdurchflossene Spule mit N Windungen:

Magnetfeld im Inneren: $H = \frac{N \cdot I}{l}$ mit l als Umfang

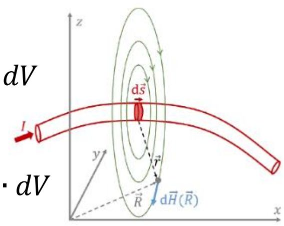
Bio-Savart-Gesetz:

Magnetfeld Leiterstück ($d\vec{s}\ in\ Stromrichtung$)

- Vektoriell: $d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{s} \times \vec{r}}{4\pi \cdot r^3}$
- Betrag: $H = \frac{I \cdot ds \cdot \sin\phi}{4\pi \cdot r^2}$

Allgemein (für bewegte Ladungsträger)

- Magnetfeld:
$$\vec{H}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_V J(\vec{R}) \times \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot dV$$
- Magn. Flussdichte:
$$\vec{B}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} \cdot \int_V J(\vec{R}) \times \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot dV$$



Punkteladung konstanter Geschwindigkeit:

Magnetfeld: $\vec{H}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi \cdot r^3} \cdot \vec{v} \times \vec{r}$

Magnetische Flussdichte: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot q}{4\pi \cdot r^3} \cdot \vec{v} \times \vec{r}$

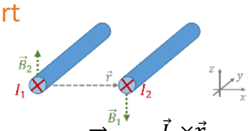
Kraftwirkung des mag. Feldes auf stromdurchf. Leiter:

Magnetfeld auf Stromleiter: mit $\vec{l}$ in Stromrichtung
„Spitze minus Fuß“

- Kraft: $\vec{F} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I \cdot \vec{l} \times \vec{H} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$

mit I von Leiter, der F erfährt

Zwischen zwei Leitern:



- Magnetfeld durch I_1 $bei\ Leiter\ 2$: $\vec{H}_1 = \frac{\vec{I}_1 \times \vec{r}}{2\pi \cdot r^2}$
- Kraft auf Leiter 2: $\vec{F}_2 = I_2 \cdot \vec{l} \times \vec{B}_1$

Kraftwirkung des mag. Feldes auf freie Ladungsträger:

Lorenzkraft:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$|\vec{F}_L| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

Elektronen auf Kreisbahn im magnetischen Feld:

Ansatz: $F_L = F_{ZF} \rightarrow \ q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$ mit r der Kreisbahn

Hall-Effekt:

Kräftegleichgewicht: (Coulombkraft und Lorenzkraft)

$$\vec{F}_E + \vec{F}_L = 0$$

$$\vec{F}_E = q_\pm \cdot \vec{E} = q_\pm \cdot \frac{U_H}{b} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -|q| \cdot \begin{pmatrix} v \cdot B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -\vec{F}_L$$

Strom im Leiter:

$$I = \frac{dQ}{t} = \frac{n \cdot q \cdot dV}{dt} = \frac{n \cdot q \cdot b \cdot d \cdot dl}{dt} = n \cdot q \cdot d \cdot b \cdot v$$

- Mit: mittlere Gesch. Ladungsträger $v = \frac{1}{n \cdot q \cdot b \cdot d}$

Hall-Widerstand: $R_H = \frac{B}{n \cdot q \cdot d}$ mit Ladungsträgerdichte n

Flussdichte B: $B = R_H \cdot n \cdot q \cdot d = \frac{U_H}{I} \cdot \frac{1}{A_H} \cdot d$

Hall-Koeffizient: $A_H = \frac{1}{n \cdot q}$ $[A_H] = \frac{m^3}{C}$ mit $[n] = \frac{1}{m^3} = m^{-3}$

mit $q = \pm e = \pm 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$ (A_H entscheidet $\pm$)

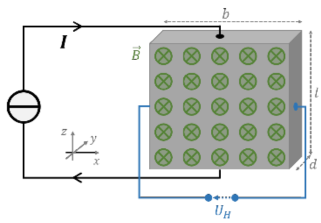
negative Ladungsträger, wenn: $A_H < 0$; $U_H < 0$

positive Ladungsträger, wenn: $A_H > 0$; $U_H > 0$

Hallspannung: $U_H = \frac{|q|}{q_\pm} \cdot v \cdot B \cdot b = I \cdot R_H = I \cdot A_H \cdot \frac{B}{d}$

wenn die U_H vergrößert, dann hohe Empfindlichkeit

mit d aus Skizze →



Materie im Magnetfeld:

Magnetisierung: $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \chi_m \cdot \vec{H}$ $[M] = \frac{A}{m}$

Magn. Flussdichte im Material:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$$

Permeabilitätszahl: $\mu_r < 1\ (diamagnetisch)$

$\mu_r > 1\ (paramagnetisch)$

$\mu_r \gg 1\ (ferromagnetisch)$

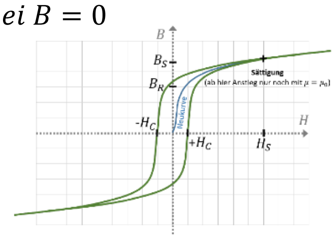
- differentiell: $\mu_{r_{diff}} = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{dB}{dH}$ (=Steigung)

Hysterese ferromagnetisches Material:

$H_S\ Sättigungsfeldstärke$

$H_C\ Koerzitivfeldstärke\ bei\ B = 0$

$H_R\ Remanenz\ bei\ H = 0$



Der magnetische Kreis

Allgemein:

- Magnetische Spannung: $[V_m] = A$
  $V_m = \int \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l$
- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$
  $R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{H \cdot l}{B \cdot A} = \frac{l}{\mu \cdot A}$ mit $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \mathrm{B} \cdot \mathrm{A} = \frac{V_m}{R_m} = \frac{N \cdot I}{R_m} = \frac{H_E \cdot l_E}{R_m}$

Geschlossener magnetischer Kreis:

- Magnetische Spannung: $[V_m] = A$
  $V_m = \Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l_E = \frac{I \cdot N}{l_E} \cdot l_E = I \cdot N$
- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$
  $R_{mE} = \frac{l_E}{\mu \cdot A} = \frac{l_E}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$
- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \frac{V_m}{R_{mE}} = I \cdot N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l_E} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l_E} \cdot A$
  $= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A = B \cdot A = \frac{N}{R_m} \cdot I$
- magnetische Feldstärke: $[H] = \frac{A}{m}$
  $H_E = \frac{N \cdot I}{l_E}$
- magnetische Flussdichte: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$
  $B_E = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E = \frac{\Phi}{A}$

Magnetischer Kreis mit Luftspalt: Mit μ_r vom Eisenring

- Magnetischer Widerstand: $[R_m] = \frac{A}{Vs}$

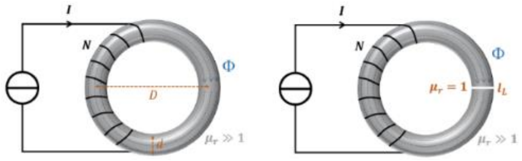
$$R_m = R_{mE} + R_{mL} = \frac{l_E}{\mu \cdot A} = \frac{l_E}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} + \frac{l_L}{\mu_0 \cdot A} = \frac{l_E + \mu_r \cdot l_L}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

- Magnetischer Fluss: $[\Phi] = Wb = V \cdot s$
  $\Phi = \frac{V_m}{R_m} = I \cdot N \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l_E + \mu_r \cdot l_L} = B \cdot A$
  $= \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E \cdot A = \mu_0 \cdot H_L \cdot A$
- magnetische Flussdichte: $[B] = T = \frac{V \cdot s}{m^2}$
  $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_E = \mu_0 \cdot H_L$
- Feld im Eisenring: $[H] = \frac{A}{m}$

$$H_E = \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{I \cdot N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot (l_E + \mu_r \cdot l_L)} = \frac{I \cdot N}{l_E + \mu_r \cdot l_L}$$

- Feld im Luftspalt: $[H] = \frac{A}{m}$

$$H_L = \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot A} = \frac{I \cdot N \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{\mu_0 \cdot A \cdot (l_E + \mu_r \cdot l_L)} = \frac{\mu_r \cdot I \cdot N}{l_E + \mu_r \cdot l_L} = \mu_r \cdot H_E$$



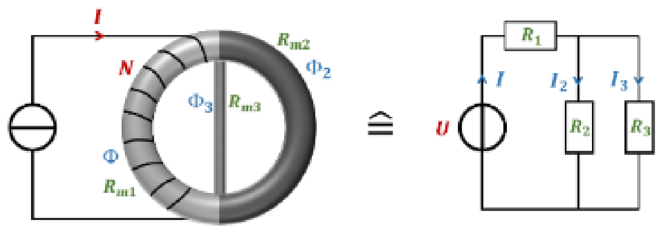
Berechnung magnetischer Netzwerke

Reihenschaltung:

- Magn. Widerstand: $R_m = R_{m1} + R_{m2}$
- Magn. Fluss: $\Phi = \frac{V_m}{R_m} = \frac{V_m}{R_{m1} + R_{m2}}$
- Maschengleichung: $V_m = V_{m1} + V_{m2} = \Phi \cdot R_{m1} + \Phi \cdot R_{m2}$
- Spannungsteiler: $V_{m1} = V_m \cdot \frac{R_{m1}}{R_{m1} + R_{m2}}$

Parallelschaltung:

- Magn. Widerstand: $R_m = R_{m1} + \frac{R_{m2} \cdot R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}$
- Magn. Spannung: $V_m = V_{m1} + V_{m2} = V_{m1} + V_{m3}$
- Knotenregel: $\Phi = \Phi_2 + \Phi_3$
- Stromteiler: $\Phi_2 = \Phi \cdot \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}$



Elektromagnetische Induktion (elektrisches Feld durch Änderung magnetischen Fluss)

Bewegungsinduktion (bewegter Leiter im Magnetfeld):

Lorenzkraft auf bewegte Ladung: $\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

Induziertes elektrisches Feld: $\vec{E}_{el} = -\vec{v} \times \vec{B}$ (Ladungstrennung)

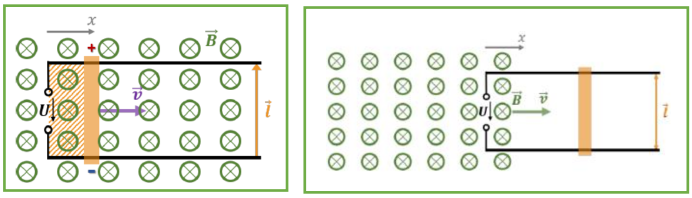
Magnetischer Fluss: $\phi = B \cdot A$ $\qquad [E] = \frac{T \cdot m}{s} = \frac{V}{m}$

$\phi(t) = \int_a^{a+b} B(t) \cdot dA$ mit a = Abstand b = Länge und dA = Flächenstück

Bewegung Leiterstab entspr. Änderung magn. Fluss pro Zeit

Resultierende Spannung:

$$U = \int_0^l \vec{E}_{el} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_{el} \cdot \vec{l} = -(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = \vec{E}_{el} \cdot \vec{l} = -B \cdot \left(\frac{dA}{dt}\right)$$

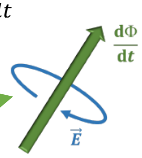


Induktion aufgrund veränderlicher magn. Flussdichte:

Resultierende Spannung: $U = -N \cdot \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$

mit: N Anzahl Windungen

Allgemeines Induktionsgesetz



Induktionsgesetz: $U_i = -\frac{d\vec{\Phi}}{dt} = -N \cdot \vec{B} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} - N \cdot \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt}$

Vorzeichen: + wenn E gleichgepfeilt U – wenn ungleich

Lenzsche Regel: (z.B. F wirkt Richtung -v)

Die Induktionsspannung wirkt immer ihrer Ursache (Änderung des magnetischen Flusses) entgegen!

Selbstinduktion

Selbstinduktion: Induktionswirkung eines Stromes auf seinen eigenen Leiterkreis

Magnetischer Fluss aufgrund i(t):

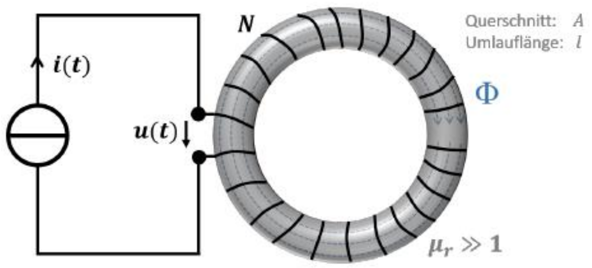
$$\Phi(t) = B(t) \cdot A = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot \frac{A}{l} \cdot i(t)$$

induzierte Spannungen:

$$u(t) = -N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{di(t)}{dt} = -L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Induktivität: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} = \frac{N^2}{R_m}$ $\qquad [L] = H$

Magn. Fluss: $\Phi = \frac{L}{N} \cdot I$



Induktive Kopplung (Gegeninduktion)

$i_1(t)$ in Spule 1 erzeugt:

$$\Phi(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_1 \cdot \frac{A}{l} \cdot i_1(t) = \frac{N_1}{R_m} \cdot i_1(t)$$

dadurch induzierte Spannung:

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m} \cdot \frac{di_1(t)}{dt} = L_{12} \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

mit Gegeninduktivität: $L_{12} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m}$

$i_2(t)$ in Spule 2 erzeugt:

$$\Phi(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_2 \cdot \frac{A}{l} \cdot i_2(t) = \frac{N_2}{R_m} \cdot i_2(t)$$

dadurch induzierte Spannung:

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_1 \cdot N_2}{R_m} \cdot \frac{di_2(t)}{dt} = L_{12} \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

mit Gegeninduktivität: $L_{12} = L_{21} = \frac{N_2 \cdot N_1}{R_m} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

Selbst-/Gegeninduktivität: $L_{12}^2 = L_1 \cdot L_2$

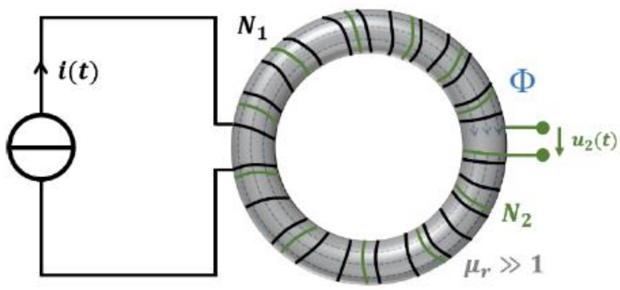
- mit: $L_1 = N_1^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} = \frac{N_1^2}{R_m}$
- und: $L_2 = N_2^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} = \frac{N_2^2}{R_m}$

Streuverluste über Kopplungsfaktor $k \leq 1$:

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \leq 1$$

- Streuwirkung: $\sigma = 1 - k^2$ mit $0 \leq \sigma \leq 1$
- Selbst-/Gegeninduktivität:

$$L_{12}^2 = L_1 \cdot L_2 \cdot k^2 = \frac{N_1^2}{R_m} \cdot \frac{N_2^2}{R_m} \cdot k^2$$



Energie Magnetfeld und Verhalten an Grenzflächen

Energie des magnetischen Feldes:

Energieänderung: $dW_m = u(t) \cdot i(t) \cdot dt$

Induktionsgesetz: $u(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt}$

Für Magnetkreis: $i(t) = \frac{V_m(t)}{N} = \frac{H(t) \cdot l}{N}$

$$=> dW_m = N \cdot A \cdot \frac{dB(t)}{dt} \cdot \frac{H(t) \cdot l}{N} \cdot dt = A \cdot l \cdot H(t) \cdot dB(t)$$

Magnetische Energie Spule: $[W_m] = J$

$$W_m = \int_0^B A \cdot l \cdot H \cdot dB = V \cdot \int_0^B \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot dB = \frac{1}{2} \cdot V \cdot H \cdot B$$

Energiedichte: $w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \cdot H \cdot B \quad [w_m] = \frac{J}{m^3}$

mit Induktivität: $u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$

Energieänderung: $dW_m = u(t) \cdot i(t) \cdot dt = L \cdot i(t) \cdot di$

Gesamtenergie: $W_m = \int_0^1 L \cdot i \cdot di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$

Kräfte an Grenzflächen:

Kräfte an Grenzflächen bei kleinen Luftspalten l_L

Gesamtkraft allg.: $F = \frac{dW_{mL}}{dl} = \frac{B^2}{\mu_0} \cdot A$

Für Dauermagnet mit Remanenz: $F = \frac{B_R^2}{\mu_0} \cdot A \approx const.$

Für stromdurchfl. Spule mit:

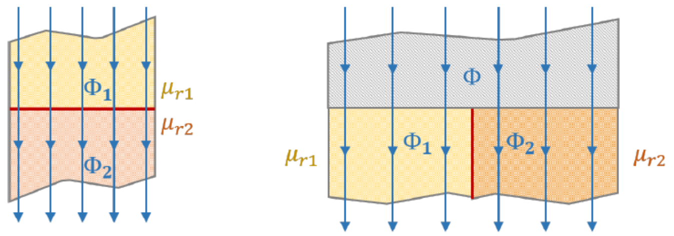
$\mu_{r1}(Spulenkern); \;\; \mu_{r2}(Gegenstück)$

$$F = \left(\frac{I \cdot N}{\frac{l_{E1}}{\mu_{r1}} + \frac{l_{E2}}{\mu_{r2}} 2 \cdot l_L}\right) \cdot A \cdot \mu_0$$

Magnetfeld an Grenzflächen:

Feld normal zu Grenzfläche: $B_{1n} = B_{2n} ; \; \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}$

Feld tangential zu Grenzfläche: $\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} ; \; H_{1t} = H_{2t}$



Die Maxwell-Gleichungen

Mathe Grundlagen – Differentialoperator Gradient:

Gradient: „Richtungsableitung" (Skalarfeld->Vektorfeld)

Beispiel el. Potential $\emptyset$:

$$grad\ \varphi = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \varphi = \begin{pmatrix} \frac{d\varphi}{dx} \\ \frac{d\varphi}{dy} \\ \frac{d\varphi}{dz} \end{pmatrix} = -\vec{E}$$

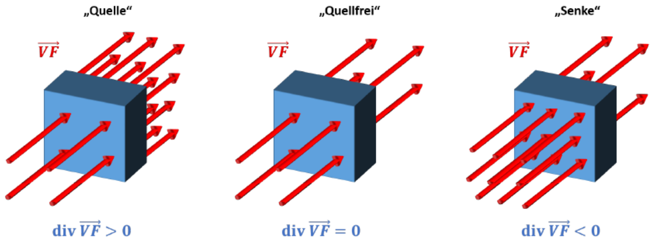
Mathe Grundlagen – Differentialoperator Divergenz:

Divergenz: „Quellendichte" (Vektorfeld -> Skalarfeld)

Prüft ob es ein Quellenfeld ist

Beispiel bel. Vektorfeld:

$$div\ \vec{V}F = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix} = \frac{dVF_x}{dx} + \frac{dVF_y}{dy} + \frac{dVF_z}{dz}$$



Mathe Grundlagen – Differentialoperator Rotation:

Rotation: (Vektorfeld -> Verktorfeld)

Beispiel bel. Vektorfeld:

$$rot\ \vec{V}F = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dVF_z}{dy} - \frac{dVF_y}{dz} \\ \frac{dVF_x}{dz} - \frac{dVF_z}{dx} \\ \frac{dVF_y}{dx} - \frac{dVF_x}{dy} \end{pmatrix}$$

wenn = 0 dann wirbelfrei

Mathe Grundlagen – Differentialoperator Laplace:

Laplace: (Skalarfeld ->Skalarfeld)

Beispiel bel. Skalarfeld: $\Delta f = div(grad\ f)$

Formelsammlung Elektrotechnik

Mathe Grundlagen – Beziehungen in Vektorfeldern:

Ein Vektorfeld, das aufgrund eines Gradienten entsteht, ist immer wirbelfrei!

$$rot\ (grad\ \varphi) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{d\varphi}{dx} \\ \frac{d\varphi}{dy} \\ \frac{d\varphi}{dz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d^2\varphi}{dy \cdot dz} - \frac{d^2\varphi}{dy \cdot dz} \\ \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dz} - \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dz} \\ \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dy} - \frac{d^2\varphi}{dx \cdot dy} \end{pmatrix} = 0$$

Die Rotation eines Vektorfelds immer quellenfrei!

$$div(rot\ \vec{V}F) = div\left(\begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} VF_x \\ VF_y \\ VF_z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dVF_z}{dy} - \frac{dVF_y}{dz} \\ \frac{dVF_x}{dz} - \frac{dVF_z}{dx} \\ \frac{dVF_y}{dx} - \frac{dVF_x}{dy} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{dVF_z}{dx \cdot dy} - \frac{dVF_y}{dx \cdot dz} + \frac{dVF_x}{dy \cdot dz} - \frac{dVF_z}{dx \cdot dy} + \frac{dVF_y}{dz \cdot dx} - \frac{dVF_x}{dz \cdot dy} = 0$$

Satz von Stokes

$$\oint_S \vec{V}F \cdot d\vec{s} = \int_A rot\ \vec{V}F \cdot d\vec{A}$$

Satz von Gauß

$$\oint_A \vec{V}F \cdot d\vec{A} = \int_V div\ \vec{V}F \cdot dV$$

Materialgleichungen:

Elektrische Flussdichte allg.: $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$

Linear isotrope Materialien: $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$

Magnetische Flussdichte allg.: $\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$

Linear isotrope Materialien: $\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$

Stromdichte: $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$

Durchflutungsgesetz: Ursache für magnetisches Feld ist ein e-Strom oder ein zeitlich veränderliches e-Feld

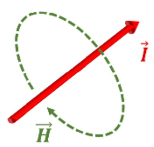
Differentiell:

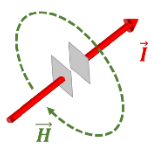
$$rot\ \vec{H} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dH_z}{dy} - \frac{dH_y}{dz} \\ \frac{dH_x}{dz} - \frac{dH_z}{dx} \\ \frac{dH_y}{dx} - \frac{dH_x}{dy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{dD_x}{dt} \\ \frac{dD_y}{dt} \\ \frac{dD_z}{dt} \end{pmatrix} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$

Flussdichteänderung
wenn keine Änderung = 0

Integral:

$$\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A rot\ \vec{H} \cdot d\vec{A} = \int_A \left(\vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}\right) \cdot d\vec{A} = I + \int_A \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{A}$$





Induktionsgesetz:

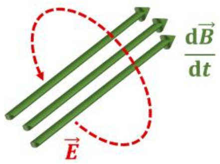
Differentiell:

$$rot\ \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dE_z}{dy} - \frac{dE_y}{dz} \\ \frac{dE_x}{dz} - \frac{dE_z}{dx} \\ \frac{dE_y}{dx} - \frac{dE_x}{dy} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \frac{dB_x}{dt} \\ \frac{dB_y}{dt} \\ \frac{dB_z}{dt} \end{pmatrix} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

„ $-rot(grad\varphi) = 0$ *immer wirbelfrei* “ somit kann dieses Feld E nicht durch elektromagnetische Induktion erzeugt werden

$$\vec{B}_{(t)} = -\int_0^t rot\ \vec{E} \cdot dt$$

Integral: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_A \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} = -\frac{d\Phi}{dt} = U_i$



Wenn = 0: besagt, dass der geschlossene Weg s keine magnetische Flussänderung umfassen kann

Physikalisches Gaußsches Gesetz:

Differentiell:

$$div\ \vec{D} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \frac{dDx}{dx} + \frac{dDy}{dy} + \frac{dDz}{dz} = \rho \quad [\rho] = \frac{A \cdot s}{m^3}$$

Integral: $\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \cdot dV = Q$

Alternative ohne Integral: $Q = V \cdot \rho = \vec{D} \cdot \vec{A}$

Wenn = 0: besagt, dass die Ursache für ein elektrische Feld innerhalb der geschlossenen Fläche A nur ein zeitlich veränderliches Magnetfeld sein kann

Quellenfreiheit Magnetfeld:

Differentiell:

$$div\ \vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{dBx}{dx} + \frac{dBy}{dy} + \frac{dBz}{dz} = 0$$

Integral: $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_V 0 \cdot dV = 0$

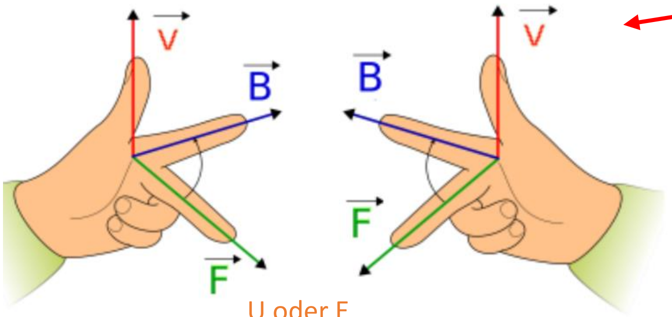
Alles was rein geht, geht raus (magnetische Flussdichte-Feldlinien)

Formelsammlung Elektrotechnik

Handregeln:

v ist die physikalische Stromrichtung, müsste bei technische Stromrichtung gedreht werden

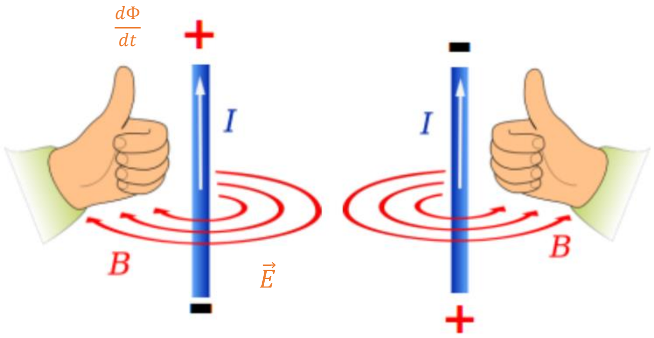
negative Ladung — positive Ladung



linke Hand — rechte Hand

Allgemein: $Mittelfinger = Daumen \times Zeigefinger$

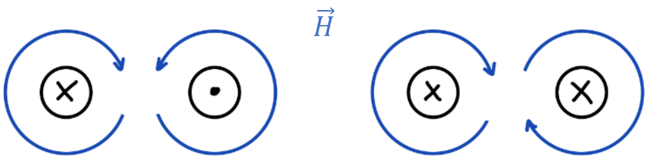
physikalische Stromrichtung — technische Stromrichtung



linke Hand — rechte Hand

$\frac{d\Phi}{dt}$ = magnetische Flussänderung (nur linke Hand)

weitere Merkhilfen:



abstoßende Wirkung — anziehende Wirkung

Kochrezept Spannungsvorzeichen bei Veränderung der Flussdichte:

1) Flussdichte-Richtung ist andersrum beim Absenken

2) E Feld einzeichnen (linke Hand-Regel) U ist genau so

3) U Richtung mit Spannungspeilvergleichen –> Vorzeichen bestimmen

$$x^{-\frac{u}{v}} = \frac{1}{\sqrt[v]{x^u}}$$ über oder unter Bruch