Formelsammlung Physik

Zeichen	SI-Basisgröße	Basiseinheit	Symbol	Definition
l	Länge	Meter	m	
m	Masse	Kilogramm	kg	
t	Zeit	Sekunde	s	
I	Elektrische Stromstärke	Ampere	A	
T	Temperatur	Kelvin	K	237,15K = 0 ºC
n	Stoffmenge	Mol	Mol	
I_V	Lichtstärke	Candela	cd	
Zeichen	**Größe**	**Einheit**	**Symbol**	**Definition**
f	Frequenz	Hertz	Hz	1 / s
φ	Ebener Winkel	Radiant	rad	m / m = 1 ≈ 57.2958°
Ω	Raumwinkel	Steradiant	sr	$m^2 / m^2 = 1$
F	Kraft	Newton	N	$kg \cdot m / s^2 = J / m$
p	Druck, mech. Spannung	Pascal	Pa	$kg / (m \cdot s^2) = N / m^2$
E , W	Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	$(kg \cdot m^2) / s^2 = Nm = Ws = Pa \cdot m^3$
P	Leistung, Wärmestrom	Watt	W	$(kg \cdot m^2) / s^3 = J / s = VA$
Q	Elektrische Ladung	Coulomb	C	As
U	Elektrische Spannung	Volt	V	$kg \cdot m^2 / (s^3 \cdot A) = W / A = J / C$
C	Elektrische Kapazität	Farad	F	$s^4 \cdot A^2 / (kg \cdot m^2) = C / V = C^2 / J$
R	Elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	$kg \cdot m^2 / (s^3 \cdot A^2) = V / A = Js / C^2$
G	Elektrischer Leitwert	Siemens	S	$s^3 \cdot A^2 / (kg \cdot m^2) = A / V = 1 / \Omega$
Φ	Magnetischer Fluss	Weber	Wb	$kg \cdot m^2 / (s^2 \cdot A) = Vs$
B	Magnetische Flussdichte	Tesla	T	$kg / (s^2 \cdot A^2) = Wb / m^2 = Vs / m^2$
L	Induktivität	Henry	H	$kg \cdot m^2 / (s^2 \cdot A^2) = Wb / A = Vs / A$
Zeichen	**abgeleitete Größe**	**Einheitenname**	**Symbol**	**Definition**
T	T Differenz zu 273.15 K	Grad Celsius	°C	K
Φ	Lichtstrom	Lumen	lm	cd · sr
E	Beleuchtungsstärke	Lux	lx	$cd \cdot sr / m^2 = lm / m^2$

10^{24}	Yotta	Y
10^{21}	Zetta	Z
10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^{9}	Giga	G
10^{6}	Mega	M
10^{3}	Kilo	k
10^{2}	Hekto	h
10^{1}	Deka	da

10^{-1}	Dezi	d
10^{-2}	Zenti	c
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	Mikro	µ
10^{-9}	Nano	n
10^{-12}	Piko	p
10^{-15}	Femto	f
10^{-18}	Atto	a
10^{-21}	Zepto	z
10^{-24}	Yokto	y

Zeichen	Größe	Einheit	Zeichen	Größe	Einheit
J	Massenträgheitsmoment	$kg \cdot m^2$	M	Drehmoment	$Nm = (kg \cdot m^2) / s^2$
ρ	Massendichte	kg / m^3	L	Drehimpuls	$(kg \cdot m^2) / s$
φ	(Phasenverschiebung) Winkel	rad	p	Impuls	$(kg \cdot m) / s = Ns$
ω	Kreisfrequenz or Winkelgeschwindigkeit	rad / s	L	Pegel	dB
α	Winkelbeschleunigung	rad / s^2			

Zeit	1d = 24h = 1440min = 86400s, 1h = 60min = 3600s, 1min = 60s
Ebener Winkel	1º= π/180 rad= 3600 arcsec, 1′= 1º /60= π/(180·60)rad, 1″= 1′/60= 1º/3600= π/(180·3600)rad
Kraft	1 dyn = $1 \cdot 10^{-5}$ N, 1kp = 9.80665 N
Druck	TA: 1 at = 1 kp/cm^2 = 98066.5 Pa, SA: 1 atm = 1013250 dyn/cm^2= 101325, Bar: 1 bar = 10^5 Pa

Diverse Konstanten	
Gravitationskonstante G	$6{,}67 \cdot 10^{-11} (N \cdot m^2) / kg^2$
Siderischen Tag	86164,0989 s
Mittlerer Sonnentag	86400 s

$$\frac{grad}{360} = \frac{rad}{2\pi}$$

Interpolationsgerade durch 2 Punkte:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \qquad \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Näherungsgerade durch N Punke:

$$y = bx + c$$

mit

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\,, \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i\,, \qquad c = \bar{y} - b\bar{x}$$

Differenztialrechnung:

Produktregel: $f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$

Quotientenregel: $f(x) = \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Kettenregel: $f\big(g(x)\big) \rightarrow f' \cdot \big(g(x)\big) \cdot g'(x)$

Korrespondenzen:

$f(x)$	$f'(x)$
$\ln\lvert x\rvert, \quad x \neq 0$	$\frac{1}{x}$
$\log_b \lvert x\rvert, \quad b > 0$	$\frac{1}{x\ \ln(b)}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{2}{x^3}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$

$f(x)$	$f'(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[n]{x}, \quad n \neq 0$	$\frac{1}{n\ \sqrt[n]{x^{n-1}}}$
e^x	e^x
$b^x, \quad b > 0$	$b^x\ \ln(b)$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos(x)$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{x^2+1}$

Integralrechnung Korrespondezen:

$f(x)$	$F(x)$
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}, \quad n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert, \quad x \neq 0$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n-1)\,x^{n-1}}, \quad n \neq 1$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{n}{n+1}x^{\frac{n+1}{n}}, \quad n \neq -1, n \neq 0$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
e^x	e^x
xe^{ax}	$\frac{ax-1}{a^2}e^{ax}$
$e^{ax}\sin(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin(bx) - b\cos(bx))$
$e^{ax}\cos(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos(bx) + b\sin(bx))$
b^x	$\frac{1}{\ln(b)}b^x, \quad b > 0, b \neq 1$
$\ln(x)$	$x(\ln(x) - 1), \quad x > 0$
$\log_b(x)$	$\frac{1}{\ln(b)}x(\ln(x) - 1)$

$f(x)$	$F(x)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\tan(x)$	$-\ln(\lvert\cos(x)\rvert)$
$(\sin(x))^2$	$\frac{1}{2}(x - \sin(x)\cos(x))$
$(\cos(x))^2$	$\frac{1}{2}(x + \sin(x)\cos(x))$
$(\tan(x))^2$	$\tan(x) - x$
$\sin(ax)\cos(ax)$	$\frac{1}{2a}(\sin(ax))^2$
$x\sin(ax)$	$\frac{1}{a^2}\sin(ax) - \frac{x}{a}\cos(ax)$
$x\cos(ax)$	$\frac{1}{a^2}\cos(ax) + \frac{x}{a}\sin(ax)$
$\arcsin(x)$	$x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$
$\arccos(x)$	$x\arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$
$\arctan(x)$	$x\arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)$
$\frac{1}{x^2+a^2}$	$\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right), \quad a \neq 0$
$\frac{x^2}{x^2+1}$	$x - \arctan(x)$

Geometrie: Dreieckregeln:

S	C	T
G	A	G
H	H	A

Höhensatz: $c_1 \cdot c_2 = h_c^2$

Kathetensatz: $c \cdot c_2 = a^2 \qquad c \cdot c_1 = b^2$

Sinussatz: $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma} = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot A}$

Cosinussatz: $a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos(\gamma) = c^2$

$$a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta) = b^2$$

$$b^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\alpha) = a^2$$

Kreis:

Umfang: $U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Fläche: $A = \pi \cdot r^2$

Kreissektor:

Kreisbogen-Länge(φ in °): $b = 2\pi r \cdot \frac{\varphi}{360°}$

Kreisbogen-Länge(φ in rad): $b = r \cdot \varphi$

Kreisbogen-Fläche(φ in °): $A = \pi r^2 \cdot \frac{\varphi}{360°}$

Kreisbogen-Fläche(φ in rad): $A = \frac{1}{2}r^2\varphi = \frac{1}{2}rb$

Umrechnung Radiant und Grad: $\frac{x}{2\pi} = \frac{\alpha}{360°}$

Trigonometrische Formeln:

$$\sin(-x) = -\sin(x) \qquad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \qquad \cos(2x) = 2(\cos x)^2 - 1$$

$$\tan(-x) = -\tan(x) \qquad \tan(2x) = \frac{2\tan(x)}{1 - (\tan x)^2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x) \qquad \sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos(x))}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x) \qquad \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos(x))}$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan(x) \qquad \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)}}$$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1 \qquad \sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \qquad \cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x)\tan(y)}$$

Vektorrechnung:

Winkel zwischen Vektoren: $\varphi = \arccos\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

Orthogonale Projektion eines Vektor $\vec{b}$ auf Vektor $\vec{a}$:

$$\vec{b}_{\vec{a}} = \frac{\vec{b} \cdot \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}}\vec{a} = \left(\vec{b} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}\right)\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

$$|\vec{b}_{\vec{a}}| = |\vec{b}|\ cos\varphi$$

Mittelpunkt M zwischen Punkten A und B:

$$\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

Formelsammlung Physik

Elementare Statistik:

Relative Häufigkeit: $h_i = h(E_i) = \frac{n_i}{n}$

Arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$
= wahrscheinlichster Wert

Geometrisches Mittel: $\bar{x}_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = (x_1 x_2 \cdots x_n)^{1/n}$

Harmonisches Mittel: $\bar{x}_H = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}\right)^{-1} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

Varianz: $s_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ Standardabweichung: $s_x = \sqrt{s_x^2}$

Mittlere absolute Abweichung: $e_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|$

Median: n ungerade: $\frac{n+1}{2} = x_m \rightarrow M = w_m$

n gerade: $x_{m1} = \frac{n}{2}$ $x_{m2} = x_{m1} + 1 \rightarrow M = \frac{w_{m1} + w_{m2}}{2}$

Quantil: $\frac{n \cdot \%}{100} = x_Q \rightarrow Q = w_Q$ Modus: häufigster Wert

Wahrer Fehler: $\delta x_{i,w} = x_i - x_w$ Scheinbarer Fehler: $\delta x_i = x_i - \bar{x}$

Relativer Fehler: $\delta x_{i,rel} = \frac{\delta x_i}{\bar{x}}$ oder $\delta x_{i,w,rel} = \frac{\delta x_{i,w}}{x_w}$

(Standardabweichung von $\bar{x}$)
Unsicherheit: $u_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$ Gesamtunsicherheit: $u_{x,\text{ges}} = \sqrt{u_{x,1}^2 + u_{x,2}^2 + \cdots}$

Messunsicherheiten:
analog: $u = \frac{a}{\sqrt{6}}$ (2a = Abstand Skalenstrichen)
digital: : $u = \frac{a}{\sqrt{3}}$ (2a = Auflösung)

Anzahl der Wiederholungsmessungen n	Statistischer Vertrauensbereich p 68,27%	95,45%	99,73%
	$t_{0,6827}$	$t_{0,9545}$	$t_{0,9973}$
1	1,84	13,97	235,80
2	1,32	4,53	19,21
3	1,20	3,31	9,22
4	1,14	2,87	6,62
5	1,11	2,65	5,51
6	1,09	2,52	4,90
7	1,08	2,43	4,53
8	1,07	2,37	4,28
9	1,06	2,32	4,09
10	1,05	2,28	3,96
15	1,03	2,18	3,59
20	1,03	2,13	3,42
30	1,02	2,09	3,27
50	1,01	2,05	3,16
100	1,01	2,03	3,07
200	1,00	2,01	3,03
∞	1,00	2,00	3,00

Wertebereich: $\bar{x} - t_p + u_x \leq x_w \leq \bar{x} + t_p + u_x$

Fehlerfortpflanzung:

Messabweichung: $\delta y \approx \frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,\delta v + \frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,\delta w + \ldots$

Absolute Fehlergrenze: $\delta y_{\max} \approx \left|\frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,\delta v_{\max}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,\delta w_{\max}\right| + \ldots$

Relative Fehlergrenze: $\delta y_{\text{rel}} \approx \delta y_{\max}/\bar{y}$

Messunsicherheit (Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz):

$$u_y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial v}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,u_v\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial w}(\bar{v},\bar{w},\ldots)\,u_w\right)^2 + \ldots}$$

Drehbewegung:

Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$

Winkeländerung: $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ Bogenlänge: $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Bahngeschwindigkeit: $v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $v_t(t) = r \cdot \dot{\varphi}(t) = r \cdot \omega(t)$

Bahnbeschleunigung: $a_t(t) = r \cdot \ddot{\varphi}(t) = r \cdot \dot{\omega}(t) = r \cdot \alpha(t)$

Gleichförmige Rotation:

$\varphi(0) = \varphi_0$ $\alpha(t) = 0 = const.$ $\omega(t) = \omega_0 = const.$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t$

Gleichmäßig beschleunigte Rotation:

$\varphi(0) = \varphi_0$ $\omega(0) = \omega_0$ $\alpha(t) = \alpha_0 = const.$

$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 \cdot t$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + 0{,}5 \cdot \alpha_0 \cdot t^2$

$\omega^2(t) = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha_0 \cdot (\varphi(t) - \varphi_0)$

Ebene Drehbewegung: radial tangential

$\vec{r}(t) = r(t) \cdot \vec{e_r}(t)$

$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{r}(t) \cdot \vec{e_r}(t) + r(t) \cdot \omega(t) \cdot \vec{e_\varphi}(t)$

$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$

$= \left(\ddot{r}(t) - r(t)\omega^2(t)\right)\vec{e_r}(t) + \left(2\dot{r}(t)\omega(t) + r(t)\dot{\omega}(t)\right)\vec{e_\varphi}(t)$

Rückrechnung ins kartesische KS

$\vec{e_r}(t) = \cos(\varphi(t))\,\vec{e_x} + \sin(\varphi(t))\,\vec{e_y}$ $\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\varphi) \\ r \cdot \sin(\varphi) \end{bmatrix}$

$\vec{e_\varphi}(t) = -\sin(\varphi(t))\,\vec{e_x} + \sin(\varphi(t))\,\vec{e_y}$

Kreisbewegung: $t_0 = 0,\ \varphi_0 = \varphi(0), \omega_0 = const,\ r = const$

$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \\ r \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \end{bmatrix}$

$\vec{v_t}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \begin{bmatrix} -\omega_0 \cdot r \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \\ \omega_0 \cdot r \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \end{bmatrix}$

$\boldsymbol{v_t} = |\vec{v_t}(t)| = \boldsymbol{\omega_0 \cdot r}$ $\vec{v_t}(t) \perp \vec{r}(t)$

$\vec{a_r}(t) = -\omega_0^2 \cdot \vec{r}(t) = -\frac{v_t^2}{r^2} \cdot \vec{r}(t)$

$a_r = |\vec{a_r}(t)| = \omega_0^2 \cdot r = \frac{v_t^2}{r}$

$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t$

$\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_0 = \omega_0 \cdot t$

$\Delta s(t) = r \cdot \Delta\varphi(t) = r \cdot \omega_0 \cdot t$

$\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Formelsammlung Physik

Mechanik starrer Körper

Verschiebung: $\Delta x = x_E - x_A$ Strecke: $\Delta s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \ldots$

Mittlere Geschwindigkeit: $\bar{v}_x = \frac{x_E - x_A}{t_E - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Mittlerer Geschwindigkeitsbetrag: $\bar{u}_x = \left|\frac{\Delta s}{\Delta t}\right|$

Zusammenhang: $a_x(t) = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t)$

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_x(\tau)\, d\tau$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(\tau)\, d\tau$$

Gleichförmige Bewegung: $v_x = konst.$ $a_x = 0$ (konst.)

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot (t - t_0)$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung: $a_x = konst.$

$$x(t) = x_0 + v_{0,x} \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a_x \cdot (t - t_0)^2$$

$$v_x(t) = v_{0,x} + a_x \cdot (t - t_0)$$

$$v_x{}^2 - v_{0,x}{}^2 = 2a_x(x - x_0)$$

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xE} - v_{xA}}{t_E - t_A}$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot (x - x_0)}{(v - v_0)}$$

Freier Fall: $y(0) = h$ $v_y(0) = v_0$ $a_y(t) = -g = konst.$

$$v_y(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$y(t) = h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Aufprallzeit: $t_E = t_0 + \frac{1}{g}\left(v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}\right)$

Senkrechter Wurf:

Aufprallzeit insgesamt: $t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$

Schiefer Wurf: $(2\ Dimensionen)$

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} x_0 + v_{x0} \cdot t \\ y_0 + v_{y0} \cdot t - 0{,}5gt^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - 0{,}5gt^2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} - gt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_0 \cdot \sin(\alpha) - 0{,}5gt \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

Wurfparabel (nach Eliminierung von t)

$$y(x) = y_0 + \frac{v_{y0}(x - x_0)}{v_{xo}} - \frac{g(x - x_0)^2}{2v_{x0}^2}$$

$$= y_0 + \tan(\alpha) \cdot (x - x_0) - \frac{g \cdot (x - x_0)^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot cos^2(\alpha)}$$

Scheitelpunkt:

$$\vec{r}(t_s) = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_{x0} \cdot v_{y0}}{g} \\ y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_0^2}{g} \sin(\alpha)\cos(\alpha) \\ y_0 + \frac{v_0^2}{2g} sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t_s) = \begin{bmatrix} v_{x,s} \\ v_{y,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$bei\ \ t_s = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{v_0}{g} \cdot \sin(\alpha)$$

Endpunkt $y(t) = y(x) = 0$

$$\vec{r}(t_E) = \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_{x0}}{g}\left(v_{y0} + \sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x_0 + \frac{v_0}{g}\cos(\alpha) \cdot \left(v_0 \cdot \sin(\alpha) + \sqrt{2gy_0 + v_0^2 sin^2(\alpha)}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Maximale Wurfweite: $\frac{\partial x_E}{\partial \alpha} = 0 = \frac{v_0}{g}\left\{ v_0\cos(2\alpha) + \frac{\sin(\alpha)\,(v_0^2\cos(2\alpha) - 2gy_0)}{\sqrt{2gy_0 + v_0^2\sin^2(\alpha)}} \right\}$

$$\vec{v}(t_E) = \begin{bmatrix} v_{x,E} \\ v_{y,E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ -\sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0\cos(\alpha) \\ -\sqrt{2gy_0 + v_0^2 \cdot sin^2(\alpha)} \end{bmatrix}$$

Aufprallgeschwindigkeit

$$|\vec{v}(t_E)| = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + 2gy_0} = \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}$$

Aufprallwinkel zur Horizontalen

$$\beta_E = \arctan\left(\frac{2}{v_{x0}}\sqrt{2 \cdot g \cdot y_0 + v_{y0}^2}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{2gy_0}{v_0^2 \cdot \cos(\alpha)} + tan^2(\alpha)}\right)$$

$$Bei\ \ t_E = \frac{1}{g}\left(v_{y0} + \sqrt{2gy_0 + v_{y0}^2}\right)$$

$$= \frac{1}{g}\left(v_0\sin(\alpha) + \sqrt{2gy_0 + v_0^2 sin^2(\alpha)}\right)$$

Formelsammlung Physik

Newtonschen Axiome

Newton 1: $\vec{a} = 0 \;\; wenn \;\; \vec{F} = 0 \qquad (\,\vec{v}\;\; kann \neq 0 \text{ sein!})$

Newton 2: $\frac{d}{dt}\vec{p}(t) = \overrightarrow{F_{res}}(t) \quad mit \quad \vec{p}(t) = m(t)\cdot\vec{v}(t)$

$$m(t)\cdot\vec{a}(t) + \dot{m}(t)\cdot\vec{v}(t) = \sum_i \vec{F_i}(t)$$

Bei konstanter Masse: $m\cdot\vec{a}(t) = \sum_i \vec{F_i}(t) \;\rightarrow\; F = m\cdot a$

Newton 3: Wechselwirkungsprinzip $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Gravitationskraft: $\vec{F}_{G12} = -G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{(r_{12})^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \qquad F_{G12} = G\cdot\frac{m_1\cdot m_2}{(r_{12})^2}$

Normalkraft: $F_N = m\cdot g\cdot\cos(\alpha)$

Hangabtriebskraft: $F_H = m\cdot g\cdot\sin(\alpha)$

Reibungskraft: $\vec{F}_R = -\mu_R\cdot F_N\cdot\frac{\vec{v}(t)}{v(t)} \qquad F_R = \mu_R\cdot F_N$

Luftreibung: $\vec{F}_W = -\frac{1}{2}\,c_W\,\rho\,A\,v\,\vec{v} \qquad F_W = -\frac{1}{2}\,c_W\,\rho\,A\,v^2$

Federkraft: $F_{Zug} = k_F\cdot x \quad F_{Feder} = -k_F\cdot x$ (Hooksches Gesetz)

Zentripetalkraft: $\vec{F}_{ZP} = -m\cdot\omega^2\cdot\vec{r} \qquad F_{ZP} = m\cdot\omega^2\cdot r$

Zeigt bei rotation zum Mittelpunkt hin, Beschleunigung auch

(Mögliche Ansätze: $F_{ZP} = F_G$ oder F_{ZP} wird durch F_R erzeugt)

Zentripedalbeschleunigung:

$$\vec{a}_{ZP} = \omega^2\cdot r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cdot r = \omega\cdot v_t = \frac{2\pi}{T}\cdot v_t = \frac{v_t^2}{r}$$

Allgemein: $\vec{F} = \begin{pmatrix}(+rechts)(-links) & F_x\\ (+oben)(-unten) & F_y\end{pmatrix} \quad \sum F_{x\;oder\;y} = 0$

Trägheits- und Scheinkräfte:

Trägheitskraft: $\vec{F}_T = -m\cdot\vec{a}_B^{\,(I)}$

Rotierenden Systemen:

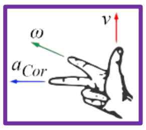
Zentrifugalkraft: $\vec{F}_{ZF} = m\cdot\omega^2\cdot\vec{r} = -\vec{F}_{ZF} = \frac{m\cdot v^2}{r}$

Zeigt vom Mittelpunkt weg

Coriolis-Kraft: $\vec{F}_{Cor} = 2m\cdot\vec{v}\times\vec{\omega} = 2\cdot m\cdot|\vec{v}|\cdot|\vec{\omega}|\cdot sin\angle(\vec{v},\vec{\omega})$

Coriolis-Beschleunigung:

$$\vec{a}_{Cor} = 2\cdot v_r\cdot\omega\cdot\vec{e}_\varphi = 2\cdot\vec{v}\times\vec{\omega} = 2\cdot|\vec{v}|\cdot|\vec{\omega}|\cdot sin\angle(\vec{v},\vec{\omega})$$

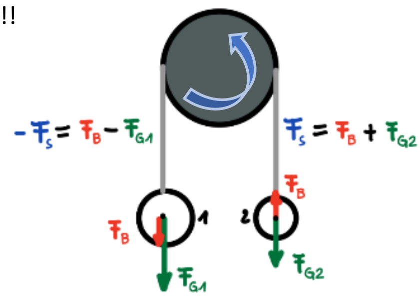


ω zeigt wie die Drehachse

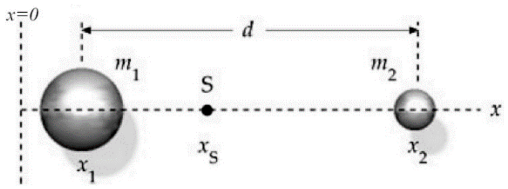
Seilkraft: überall gleich !!!

$F_B = m_i\cdot a$

$F_{Gi} = m_i\cdot g$



Massenmittelpunkt:



$$x_S\cdot(m_1+m_2)\cdot g = x_1\cdot m_1\cdot g + x_2\cdot m_2\cdot g$$

$$x_S = \frac{m_1\cdot x_1 + m_2\cdot x_2}{m_1+m_2}$$

Massenmittelpunkt bedeutet also Hebelarm mal Masse

Massenmittelpunkt für ein System aus n Masseteilchen:

$\vec{r}_S = \frac{1}{m_{ges}}\sum_{i=1}^n m_i\cdot\vec{r}_i$ mit $m_{ges} = \sum_{i=1}^n m_i$

$\vec{r}_{S\,neu} = m_{ges}\cdot\vec{r}_S + m_{zusatz}\cdot\vec{r}_{zusatz}$

Spezialanwendung bei Kräfte:

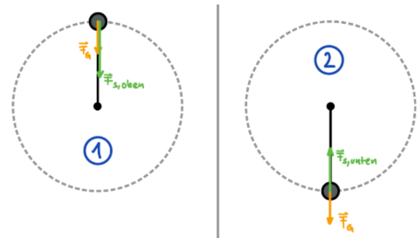
Aufgabe Keil und Block: Scheinkraft in beschleunigten System

$$(m_1+m_2)a_{ges} = F \quad\Leftrightarrow\quad a_{ges} = \frac{F}{m_1+m_2}$$

$$F_B = -m_1\,a_{ges} = -\frac{m_1}{m_1+m_2}F$$

F_B in 2 teile Zerlegen Anschlussrechnung!

Vertikale Kreisbahn Kräfteansatz:



Fs = Seilkraft

$\boxed{-F_{s,oben} - F_g = -F_{ZP}}$ $\boxed{F_{s,unten} - F_g = F_{ZP}}$

Geschwindigkeit v ist oben und unten unterschiedlich!

$\Delta F_S = F_{S,unten} - F_{S,oben}$

Alternativ mit F_{ZF} statt F_{ZP} → Intuitiv richtig bei Gleichung = 0

Formelsammlung Physik

Arbeit und Energie:

Arbeit: $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot cos\angle(\vec{F}, \vec{s})$

Hubarbeit: $W_H = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_{pot} = W_H$

Beschleunigungsarbeit: $W_B = F_B \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_{kin} = W_B$

Reibungsarbeit: $W_R = F_R \cdot s = \mu \cdot F_N \cdot s \rightarrow E_{therm} = W_R$

Arbeit im Kosi: $\Delta W = F \cdot \Delta s = \int_{s_1}^{s_2} F(s)\, ds$ (Fläche unt...)

$W(t) = \frac{F^2 \cdot t^2}{2 \cdot m}$ oder $(\frac{1}{2} \cdot F_0 \cdot (x_{(t)}^2 - x_0{}^2)$ bei $F_x = F_0 \cdot x)$

Leistung: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (const. Kraft)

$P(t) = \frac{F^2 \cdot t}{m}$

Änderung der Energie: $\Delta E = E_{ein} - E_{aus} = W_{ext}$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{E_{nutzen}}{E_{zu}} = \frac{P_{nutzen}}{P_{zu}} \rightarrow 0 \leq \eta \leq 1 = 100\%$

Gesamtwirkungsgrad: $\eta_{ges} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \ldots \cdot \eta_n$

Impuls:

Impuls: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Gesamtimpuls: $\vec{p}_{ges} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ (Summe der einzelnen Impulse)

Ableitung: $\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F} \rightarrow \vec{p}(t) = \vec{p}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{F}(\tau)\, d\tau$ (= res. Kraft)

Kraftstoß: $\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$ (const. Kraft)

Kraftstoß: $\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(\tau)\, d\tau$ (nicht const. Kraft)

Impulserhaltung: $\vec{p}_{ges} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v}_i$ = const., wenn $\vec{F}_{ext} = \vec{0}$

X **Stoßprozesse**: Kraftwirkung bei Körper ggf. Bewegungsänderung

1. Elastischer Stoß: $(E_{kin} = E_{kin}{}')$

Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

Nach Stoß: $v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ $v_2' = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

2. Teilweise inelastischer Stoß $(E_{kin} = E_{kin}{}' + \Delta W)$

Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + \Delta W$

3. Vollständig inelastischer bzw. plastischer Stoß zsm., $v_1' = v_2'$, ΔW

Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$

Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 + \Delta W$

Nach Stoß: $v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ $\Delta W = \frac{m_1 \cdot m_2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \cdot (v_1 - v_2)^2$

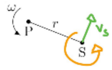
!

Kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$ (feste Drehachse rotierenden Körpers)

Massenträgheitsmoment: $J = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2$

∞-viele kleine Masseteilchen $J = \int r^2 \cdot dm = \int r^2 \cdot \rho(\vec{r}) \cdot dV$

Bewegung mehrere Teile:



Punkt P $v = r_p \omega$
Punkt S $v_s = r\omega$

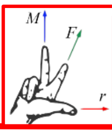
$E_{kin} = \frac{1}{2} J_S \omega^2 + \frac{1}{2} m v_S^2$ $(\boldsymbol{v_s = r \cdot \omega}) \rightarrow$ „zwei Teile“

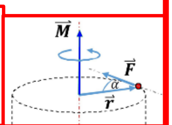
$\rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} J_S \omega^2 + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\boldsymbol{J_S + mr^2}) \omega^2$

Massenträgheitsmoment: $J_P = J_S + mr^2$

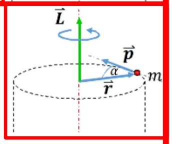
$J = m \cdot r^2$

Satz von Steiner: $J_P = J_S + m r_{SP}^2$





Drehmoment: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow (r \cdot F)$



Selber: kein M bei konstantem ω

Drehimpuls/Drall: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Drehimpuls (feste Achse) $\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$

Gesamter Drehimpuls: $\vec{L}_{ges} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots + \vec{L}_n$

Ableitung Drehimpuls: $\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M}$ bzw. $J\dot{\vec{\omega}} = J\vec{\alpha} = \sum_i \vec{M}_i$

$M = J \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = J \cdot \alpha$

Drehimpulserhaltung:

$\vec{L}_{ges} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} J_i \vec{\omega}_i = const.$ $(\vec{M}_{ext} = \vec{0})$

Also: $J_1 \cdot \omega = (J_1 + J_{Zusatz}) \cdot \omega'$

Bewegungsgleichung feste Drehachse: $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$ $\sum_i \vec{M}_i = J\vec{\alpha}$

→ Statisches Gleichgewicht: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ $\sum_i \vec{M}_i = \vec{0}$

Arbeit durch M:

$\Delta W = M(\varphi_2 - \varphi_1)$ (wenn M = const.)

$\Delta W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi) d\varphi$ (wenn M ≠ const.)

Momentane Leistung: $P = M \cdot \omega$

Formelsammlung Physik

Schwingungen und Wellen:

Harmonische Schwingungen

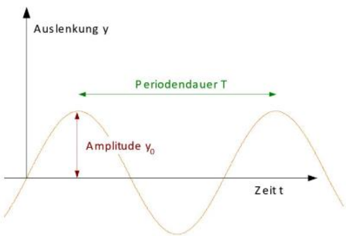
$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

y_0 Amplitude

$f = \frac{1}{T}$ Frequenz

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ Kreisfrequenz

φ_0 Phasenverschiebung, Nullphasenwinkel



Ungedämpftes Feder-Masse-System:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k_F \cdot y(t) = 0 \rightarrow \ddot{y}(t) + \frac{k_F}{m} \cdot y(t) = 0 \rightarrow$$

$$\ddot{y}(t) + \omega_0^2 \cdot y(t) = 0 \;\; mit \; \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$$

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta) \;\rightarrow\; y_{max} = A$$

$$v_y(t) = -\omega_0 \cdot A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \delta) \;\rightarrow\; v_{max} = A \cdot \omega_0$$

$$a_y(t) = -\omega_0^2 \cdot A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta) \rightarrow a_{max} = A \cdot {\omega_0}^2$$

Amplitude: $A = \frac{y_0}{\cos(\delta)}$

Phasenverschiebung: $\delta = \arctan\left(-\frac{v_{y,0}}{y_0 \cdot \omega_0}\right)$

Phase: $\varphi = \omega_0 \cdot t + \delta = z \rightarrow \frac{z}{2\pi} = x, rest \rightarrow rest \cdot 2\pi = \varphi_r$

Index 0 bedeutet ungedämpfte Schwingung

Feder-Masse-System vertikal:

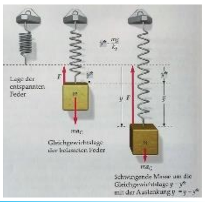
$$m\ddot{y}(t) + k_F y(t) = m \cdot g$$

Gleichgewichtslage: y^*= Abstand was durch F_G absackt

$$\ddot{y}(t) = 0 \rightarrow y^* = \frac{m \cdot g}{k_F} = const.$$

Auslenkung: $\bar{y}(t) = y(t) - y^*$

$$\rightarrow m\ddot{\bar{y}}(t) + k_F \bar{y}(t) = 0$$



Energie des Feder-Masse-Systems

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} = E_{mech}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot k_F (y(t))^2 + \frac{1}{2} \cdot m \left(v_y(t)\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot k_F \cdot A^2$$

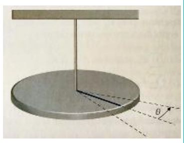
Ungedämpftes Drehpendel:

Drehmoment der Torsionsfeder: $M(t) = -k_T \theta(t)$

$$M(t) = J\,\alpha \quad \Leftrightarrow \quad -k_T\,\theta(t) = J\,\ddot{\theta}(t)$$

$$\Leftrightarrow \quad J\,\ddot{\theta}(t) + k_T\,\theta(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{\theta}(t) + \frac{k_T}{J}\,\theta(t) = 0$$

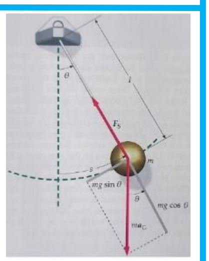
$$\Leftrightarrow \quad \ddot{\theta}(t) + \omega_0^2\,\theta(t) = 0 \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k_T}{J}}$$



Mathematisches Pendel

$$m \cdot l^2 \ddot{\theta}(t) + m \cdot g \cdot l \cdot sin(\theta(t)) = 0$$

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l} \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$



$$\ddot{\theta}(t) + {\omega_0}^2 \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$

mit $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Spezialfälle:

$\Delta f = f_1 - f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\sqrt{\frac{g}{l_1}} - \sqrt{\frac{g}{l_0}}\right)$ (bei Änderungen)

lineare Näherung:
$\ddot{\theta}(t) + {\omega_0}^2 \cdot \theta(t) = 0$ für kleine Winkel bis 20 Grad

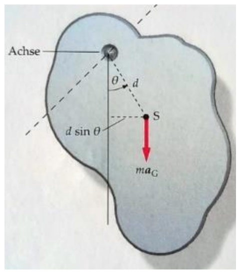
Physikalisches Pendel:

$$J_P \cdot \ddot{\theta}(t) + m \cdot g \cdot d \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{m \cdot g \cdot d}{J_P} \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$

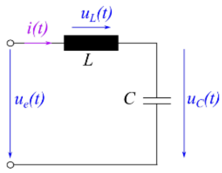
$$\ddot{\theta}(t) + {\omega_0}^2 \cdot \sin(\theta(t)) = 0$$

mit $\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_P}} = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_S + m \cdot d^2}}$



Lineare Näherung: $\ddot{\theta}(t) + {\omega_0}^2 \cdot \theta(t) = 0$ für kleine Winkel

Verlustfreier elektrischer Schwingkreis:



$$L \cdot \ddot{Q}(t) + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

$$\ddot{Q}(t) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot Q(t) = 0$$

$\ddot{Q}(t) + {\omega_0}^2 \cdot Q(t) = 0$ mit $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

$$Q(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

$$U_C(t) = \frac{1}{C} \cdot Q(t) = \frac{A}{C} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = -\omega_0 \cdot A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

$$U_L(t) = L\dot{I}(t) = L\ddot{Q}(t) = -{\omega_0}^2 \cdot A \cdot L \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

Energie des elektrischen Schwingkreises:

$$E_{ges} = E_{el} = E_{mag} = \frac{1}{2C} \cdot Q^2(t) + \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2(t) = \frac{1}{2C} \cdot A^2$$

Gedämpfte Schwingungen:

Feder-Masse-Dämpfer-System:

$$m\ddot{y}(t) + k_D\dot{y}(t) + k_F y(t) = 0$$

$$\ddot{y}(t) + \frac{k_D}{m}\dot{y}(t) + \frac{k_F}{m}y(t) = 0$$

$\ddot{y}(t) + 2\delta\dot{y}(t) + {\omega_0}^2 y(t) = 0 \rightarrow$ car. Gl.

mit $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$

Abklingkoeffizient: $\delta = \frac{k_D}{2m}$

Lösungsansatz: $y(t) = c \cdot e^{\lambda t}$

$\dot{y}(t) = c \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t}$

$\ddot{y}(t) = c \cdot \lambda^2 \cdot e^{\lambda t}$

Führt zu MNF → Eigenwerte der charakteritischen Gleichung:

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - {\omega_0}^2} = -\omega_0 \left(D \pm \sqrt{D^2 - 1}\right) = -\delta \pm j\omega_d$$

$$\delta = \omega_0 \cdot D$$ schwingfall

Kenngrößen:

Kreisfreqeunz der ungedämpften Schwingung: in $\left[\frac{rad}{s}\right]$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k_F}{m}} = \sqrt{\frac{g}{y^*}}$$

Kreisfequenz der gedämpften Schwingung: in $\left[\frac{rad}{s}\right]$

$$\omega_d = 2\pi \cdot f_d = \frac{2\pi}{T_d} = \sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2} \leq \omega_0$$

Abklingkoeffizient: in $\left[\frac{1}{s}\right]$ $\delta = \frac{k_D}{2m} = \frac{\omega_0}{2 \cdot Q}$

Dämpfungsgrad/ -koeffizient: in [ ]

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\Lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \Lambda^2}} = \frac{k_D}{2\sqrt{m \cdot k_F}}$$

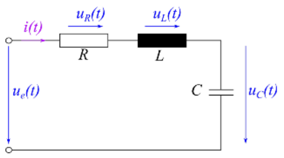
Güte: $Q = \frac{1}{2D} = \frac{\omega_0}{2\delta}$ → je höher desto geringer Dämpfung D

Logarithmisches Dekrement: in [ ] (art Abschklingungsfaktor)

$$\Lambda = ln\left(\frac{x(t)}{x(t + T_d)}\right) = \frac{1}{n} \cdot ln\left(\frac{x(t)}{x(t + n \cdot T_d)}\right) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta}{\omega_d} = \delta \cdot T_d$$

$$= ln\left(\frac{x(t_1)}{x(t_2)}\right) = \delta \cdot (t_2 - t_1) = ln\left(\frac{y(t)}{y(t + \Delta t)}\right) = \delta \cdot \Delta t$$

Elektrischer Reihenschwingkreis:



$$L\ddot{Q}(t) + R\dot{Q}(t) + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

$$\ddot{Q}(t) + \frac{R}{L}\dot{Q}(t) + \frac{1}{L \cdot C}Q(t) = 0$$

$$\ddot{Q}(t) + 2\delta\dot{Q}(t) + {\omega_0}^2 Q(t) = 0$$

$U_C(t) = \frac{1}{C} \cdot Q(t)$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

$U_R(t) = RI(t) = R\dot{Q}(t)$ $\delta = \frac{R}{2L}$

$U_L(t) = L\dot{I}(t) = L\ddot{Q}(t)$ $D = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$

$I(t) = \dot{Q}(t)$ $Q = \frac{1}{2D} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$

Erzwungene Schwingung:

$$\ddot{y}(t) + 2\delta\dot{y}(t) + {\omega_0}^2 y(t) = {\omega_0}^2 \cdot B \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

Resonanzkreisfrequenz: in $\left[\frac{rad}{s}\right]$ Frequenz bei größter Reaktion

$$\Omega_{res} = \omega_0\sqrt{1 - 2D^2} = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$T_{res} = \frac{2\pi}{\Omega_{res}}$ $\Omega_{res} = 2\pi \cdot f_{res}$

Resonanzamplitude: mit B = Erregergröße → Amplitude

$$\frac{A_{res}}{B} = \frac{{\omega_0}^2}{2\delta\sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2}} = \frac{\omega_0 Q}{\sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot Q^2}}}$$

Resonanzphase: nicht so wichtig

$$\varphi_{res} = -\frac{\omega_{res}}{\delta} = \sqrt{2 - \frac{{\omega_0}^2}{\delta^2}}$$

Wellen:

Harmonische Wellenfunktion:

$$u(z,t) = A\cos(\omega t - kz + \varphi_o)$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$c = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k}$ in $\left[\frac{m}{s}\right]$

Wellenzahl: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ in $\left[\frac{1}{m}\right]$ („räumliche Kreisfrequenz“)

Wellenlänge: λ in [m]

Phasendifferenz: φ_0

Phase: $(\omega t - kz + \varphi_o)$ (das komplette Argument)

Intensität: (Flächenleistungsdichte beim Energietransport)

$$I(z) = \frac{\langle \dot{E} \rangle}{A_\perp(z)} = \frac{\langle P \rangle_t}{A_\perp(z)}$$

$I(z) \cdot A_\perp(z) = const.$ (wenn kein Energieverlust)

Elektromag. Welle: $I_0 = 0{,}5 \cdot c \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^2 = 0{,}5 \cdot \frac{c}{\mu_0} \cdot B_0^2$

Zylinderwellen: $I(r) = I_0 \cdot \frac{r_0}{r}$

Kugelwellen: $I(r) = I_0 \cdot \frac{r_0^2}{r^2} = \frac{P_0}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$

Pegel: $L = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{x}{x_0}\right) dB$ bei Leistung Energie Intensität

$L = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{x}{x_0}\right) dB$ bei Spannung, Stromstärke

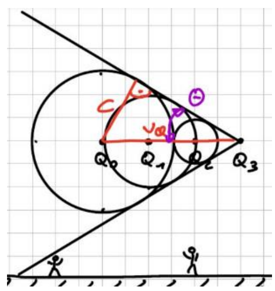
Differenz von Pegel: $\Delta L = L_2 - L_1 = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) dB$

Doppler-Effekt: (zeitliche Stauchung bzw. Dehnung einer Welle)

Empfängergeschwindigkeit v_E:
Plus (+) bei Bewegung zum Sender, minus (-) vom Sender weg

Sendergeschwindigkeit v_S:
minus (-) bei Bewegung zum Empfänger, plus (+) vom Empfänger weg

$f_E = f_0 \cdot \frac{c \pm v_E}{c \mp v_S}$ $\lambda_E = \frac{c}{f_E}$



Wenn $v_S > c$ → Mach-Wellen

Mach-Kegel: $\sin(\Theta) = \frac{c}{v_S} = \frac{1}{Ma}$

Mach-Zahl: $Ma = \frac{v_S}{c}$

Formelsammlung Physik

Überlagerung von Wellen

Superpositionsprinzip: A_{res} = Summe der einzelnen Auslenkungen

1. Überlagerung bei A, ω, k gleich und φ_x unterschiedlich:

$$\bar{y} = y_1 + y_2 = \underbrace{2A \cdot cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}_{\tilde{A}} \cdot cos\left(\omega t - kz + \underbrace{\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}}_{\bar{\varphi}}\right)$$

Gangunterschied Δz: $\Delta z = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi} \cdot \lambda$

Konstruktiv bei geraden pi destruktiv bei ungeraden pi

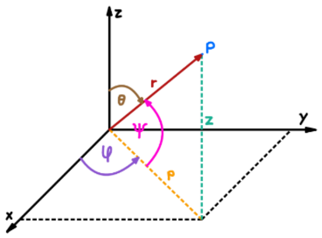
MERKE: Einfach so wie es ist für J ersetzen!

Koordinatenarten:

Zylinderkoordinaten: (ρ, φ, z)

Kugelkoordinaten Typ 1: (r, φ, θ)

Kugelkoordinate Typ 2: (r, φ, ψ)



Raumwinkel: $\Omega = \frac{A}{r^2}$

Anhang:

Massenträgheitsmomente $J_{\vec{\omega}}$ eines homogenen Körpers der Masse m bzgl. der Drehachse $\vec{\omega}$

Form	Drehachse $\vec{\omega}$	$J_{\vec{\omega}}$
Punktmasse im Abstand r zu $\vec{\omega}$	beliebig	mr^2
Massiver Zylinder mit Radius r	Symmetrieachse	$\frac{1}{2}mr^2$
Hohlzylinder mit Außenradius r_a und Innenradius r_i	Symmetrieachse	$m\frac{r_a^2 + r_i^2}{2}$
Massiver Zylinder mit Radius r und Länge l	Querachse durch Mittelpunkt	$\frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2$
Massive Kugel mit Radius r	Achse durch Mittelpunkt	$\frac{2}{5}mr^2$
Hohlkugel mit Außenradius r_a und Innenradius r_i	Achse durch Mittelpunkt	$\frac{2}{5}m\frac{r_a^5 - r_i^5}{r_a^3 - r_i^3}$
Massiver Quader mit Kantenlängen a, b, c	Achse durch Mittelpunkt parallel zu Kanten c	$\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$
Form	**Drehachse $\vec{\omega}$**	$J_{\vec{\omega}}$
Massiver Kreiskegel mit Bodenradius r	Symmetrieachse	$\frac{3}{10}mr^2$
Kreiskegelmantel mit Bodenradius r	Symmetrieachse	$\frac{1}{2}mr^2$
Massiver Kreiskegelstumpf mit Bodenradius r_b und Deckelradius r_d	Symmetrieachse	$\frac{3}{10}m\frac{r_b^5 - r_d^5}{r_b^3 - r_d^3}$
Massive quadratische Pyramide mit Bodenkantenlänge l bzw. Bodenradius $r = l/\sqrt{2}$	Symmetrieachse	$\frac{1}{10}ml^2$ bzw. $\frac{1}{5}mr^2$
Massiver Kreistorus (Donut) mit mittlerem Radius R und halber Dicke r (d.h. Außenradius $R+r$, Außenradius $R-r$, Dicke $2r$)	Symmetrieachse	$m\left(\frac{3}{4}r^2 + R^2\right)$