

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik

Wintersemester 2015/16

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, Dipl.-Math. P. Schön

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1

(3 Punkte)

Angenommen Sie zahlen jedes Jahr 10000 Euro auf ihr Sparkonto ein, das mit 1% Zinsen pro Jahr verzinst wird. Wie viel Geld liegt nach 10, 20 und 40 Jahren auf dem Konto? Wieviel Geld liegt nach 40 Jahren auf dem Konto, wenn mit 5% verzinst wird?

Aufgabe 2

(3 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass $x, y \in \mathbb{R}^n$ genau dann orthogonal sind, wenn gilt

$$|x + y|^2 = |x - y|^2.$$

(b) Beweisen Sie für $x, y \in \mathbb{R}^n$ die Identität

$$|x + y|^2 + |x - y|^2 = 2|x|^2 + 2|y|^2.$$

Interpretieren Sie die Aussagen geometrisch.

Aufgabe 3

(3 Punkte)

Eine Schale enthält N Kugeln, davon sind M schwarz und $N - M$ weiß. Die Wahrscheinlichkeit p , eine schwarze Kugel zu ziehen, ist also $p = \frac{M}{N} \in [0, 1]$. Es werden nacheinander n Kugeln gezogen, untersucht und wieder zurückgelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie genau $0 \leq k \leq n$ schwarze Kugeln ziehen, ist gegeben durch

$$B_{n,p}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

(a) Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=0}^n B_{n,p}(k) = 1.$$

Interpretieren Sie diese Identität.

(b) Ein Datenstrom überträgt ein Bit mit der Wahrscheinlichkeit p korrekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Datenpaket von 8 Bits höchstens ein Bit falsch übertragen wird? Setzen Sie als Beispiel $p = 0,9$ ein.

Aufgabe 4

(3 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage: Für $k \in \mathbb{N}$ gilt entweder $\sqrt{k} \in \mathbb{N}$ oder $\sqrt{k} \notin \mathbb{Q}$.

Hinweis: Verwenden Sie, dass jede natürliche Zahl $a \in \mathbb{N}$ eine eindeutige Primzahlfaktorzerlegung

$$a = p_1^{r_1} p_2^{r_2} \dots p_n^{r_n}$$

mit Primzahlen p_1, \dots, p_n und Exponenten $r_1, \dots, r_n \in \mathbb{N}$ besitzt.

Abgabe: Montag, 16.11.2016 vor der Vorlesung.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, den Namen des Tutors und die Nummer der Übungsgruppe auf die Lösung.