Klausurabschrieb Mathe I, Kebekus WS14/15

<u>*Aufgabe* 1</u>
Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n
≥ 1 die folgende Formel gilt:

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$$

<u>*Aufgabe* 2</u>

$Seien\ v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} und\ w = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie den Winkel ρ, welcher durch diese beiden Vektoren aufgespannt wird.

Hinweis: *Lösen sie die auftretende Gleichung*
$cos(\rho) = \cdots$ *durch geometrische Überlegungen*

b) Berechen Sie den Flächeninhalt des von v und w aufgespannten Dreiecks.

<u>Aufgabe 3</u>
Berechnen Sie die komplexen Nullstellen des Polynoms.
$X^3 + 4X + 5$

<u>Aufgabe 4</u>
Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_4(x, 0)$ vierten Grades mit Entwicklungspunkt
$\alpha = 0$ der Funktion e^{-x^2}

<u>Aufgabe 5</u>
a) Sei f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *eine Funktion und* x_0
$\in \mathbb{R}$. Definieren Siepräzise, wwas es bedeutet, dass f im Punkt $x_0$stetig ist.
b) Begründen Sie, dass ϵ-δ-Stetigkeit Folgenstetigkeit impliziert.

<u>Aufgabe 6</u>
Begründen Sie dass die folgende Integrale existieren und berechnen Sie sie:
a) $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1)\, dx,$
b) $\int_2^3 \frac{x^2 + 3z}{x^3 + x^2 - x - 1} dx$

<u>Aufgabe 7</u>
a) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem: Gesucht ist eine Funktion f: I $\to \mathbb{R}$, die

$f'(x) = f(x) + 1$
mit $f(0) = 0$ erfüllt.
b) Welches ist die maximale Definitionsmenge I der Lösung?