Informatik I: Einführung in die Programmierung 11. Bäume

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Bernhard Nebel

13. November 2015



Der Baum

Definition Terminologie Beispiele

Binärbäume

Suchbäume

Bäume in der Informatik

Bäume sind in der Informatik allgegenwärtig.



Der Baum

Definition Terminologie Beispiele

Binärbäume Suchbäume

Zucammo

Bäume in der Informatik

- NI REIBURG
- Der Baum

Terminolog Beispiele

Binärbäume Suchhäume

- Bäume sind in der Informatik allgegenwärtig.
- Gezeichnet werden sie meistens mit der Wurzel nach oben!



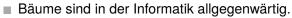
Bäume in der Informatik

- FIBURG
 - Der Baum

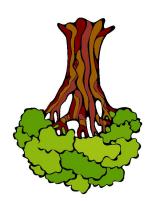
Terminologi Beispiele

Binärbäume Suchbäume

Zusammenfassung



Gezeichnet werden sie meistens mit der Wurzel nach oben!





Induktive Definition:

Der Baum

Definition

Terminologie Beispiele

Binärbäume

Suchbäume

REIBURG

- Induktive Definition:
 - Ein leerer Baum ist ein Baum.

Der Baum

Definition

Terminologie Beispiele

Binärbäume

Suchbäume





- Induktive Definition:
 - Ein leerer Baum ist ein Baum.
 - Sind $t_1, ..., t_n$ Bäume und ist m eine beliebige Markierung, so ist der Knoten bestehend aus m und den $n \ge 0$ Teilbäumen $t_1, ..., t_n$ ein Baum.

Der Baum

Definition

Beispiele

Binärbäume Suchhäume

Zusammen-





- Induktive Definition:
 - Ein leerer Baum ist ein Baum.
 - Sind $t_1, ..., t_n$ Bäume und ist m eine beliebige Markierung, so ist der Knoten bestehend aus m und den $n \ge 0$ Teilbäumen $t_1, ..., t_n$ ein Baum.
 - Nichts sonst ist ein Baum.

Der Baum

Terminologi

Beispiele

Binärbäume

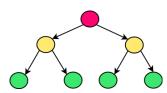
Suchhäume





Induktive Definition:

- Ein leerer Baum ist ein Baum.
- Sind $t_1, ..., t_n$ Bäume und ist m eine beliebige Markierung, so ist der Knoten bestehend aus m und den $n \ge 0$ Teilbäumen $t_1, ..., t_n$ ein Baum.
- Nichts sonst ist ein Baum.
- Beispiel:



Der Baum

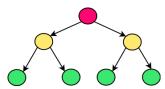
Terminolo

Dolopiolo

Binärbäume Suchbäume



- Induktive Definition:
 - Ein leerer Baum ist ein Baum.
 - Sind $t_1, ..., t_n$ Bäume und ist m eine beliebige Markierung, so ist der Knoten bestehend aus m und den $n \ge 0$ Teilbäumen $t_1, ..., t_n$ ein Baum.
 - Nichts sonst ist ein Baum.
 - Beispiel:



Beachte: Bäume können auch anders definiert werden und können auch eine andere Gestalt haben (z.B. ungerichtet). Der Baum

Terminolog

Beispiele

Diriaibaaiii

Zusammer

13. November 2015 B. Nebel – Info I 5 / 33



 Der Knoten, der nicht Teilbaum eines anderen Baums ist, ist die Wurzel.

Der Baum

Terminologie Beispiele

Binärbäume

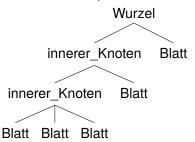
Suchbäume

- NI REIBUR
- Der Knoten, der nicht Teilbaum eines anderen Baums ist, ist die Wurzel.
- Alle Knoten, die keine Teilbäume oder nur leere Teilbäume besitzen, heißen Blätter.

Binärbäume

Suchbäume

- JNI
- Der Knoten, der nicht Teilbaum eines anderen Baums ist, ist die Wurzel.
- Alle Knoten, die keine Teilbäume oder nur leere Teilbäume besitzen, heißen Blätter.
- Knoten, die keine Blätter sind, heißen innere Knoten.

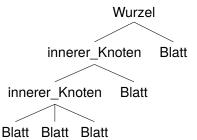


Der Baum

Terminologie

Dinärhäum

- JNI
- Der Knoten, der nicht Teilbaum eines anderen Baums ist, ist die Wurzel.
- Alle Knoten, die keine Teilbäume oder nur leere Teilbäume besitzen, heißen Blätter.
- Knoten, die keine Blätter sind, heißen innere Knoten.



Die Wurzel kann also ein Blatt sein (keine weiteren Teilbäume) oder ein innerer Knoten.

Der Baum

Terminologie

Binärbäume



HEIB FEIB

■ Wenn k_1 ein Knoten ist und k_2 ein Teilbaum von k_1 ist, dann sagt man:

Der Baum

Definition
Terminologie
Beispiele

Binärbäume

Suchbäume



- Wenn k_1 ein Knoten ist und k_2 ein Teilbaum von k_1 ist, dann sagt man:
 - \blacksquare k_1 ist Elternknoten von k_2 ,

Terminologie
Beispiele

Binärbäume Suchbäume

_





- Wenn k_1 ein Knoten ist und k_2 ein Teilbaum von k_1 ist, dann sagt man:
 - \blacksquare k_1 ist Elternknoten von k_2 ,
 - k_1 sowie der Elternknoten von k_1 sowie dessen Elternknoten usw. sind Vorgänger von k_2 .

Terminologie Beispiele

Binärbäume Suchhäume



- Wenn k_1 ein Knoten ist und k_2 ein Teilbaum von k_1 ist, dann sagt man:
 - \blacksquare k_1 ist Elternknoten von k_2 ,
 - k_1 sowie der Elternknoten von k_1 sowie dessen Elternknoten usw. sind Vorgänger von k_2 .
 - \blacksquare k_2 ist Kind von k_1 .

Terminologie Beispiele

Binärbäume

Zusammen-

Zusammer fassung

- Wenn k_1 ein Knoten ist und k_2 ein Teilbaum von k_1 ist, dann sagt man:
 - \blacksquare k_1 ist Elternknoten von k_2 ,
 - k_1 sowie der Elternknoten von k_1 sowie dessen Elternknoten usw. sind Vorgänger von k_2 .
 - k_2 ist Kind von k_1 .
 - Alle Kinder von k_1 , deren Kinder, usw. sind Nachfolger von k_1 .

Beispiel: Verzeichnisbaum



In Linux (und anderen Betriebssystemen) ist die Verzeichnisstruktur im Wesentlichen baumartig.

Der Baum

Definition Terminologie

Beispiele

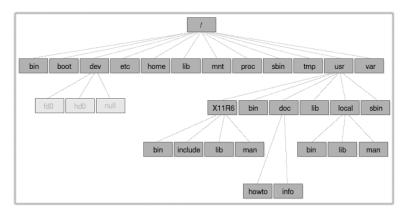
Binärbäume

Suchhäume

Beispiel: Verzeichnisbaum

INI REIBURG

In Linux (und anderen Betriebssystemen) ist die Verzeichnisstruktur im Wesentlichen baumartig.



Der Baum

Terminolog

Beispiele

Binärbäume Suchhäume

Beispiel: Syntaxbaum

UNI FREIBURG

Wenn man die Struktur von Sprachen mit Hilfe formaler Grammatiken spezifiziert, dann kann man den Satzaufbau durch sogenannte Syntaxbäume beschreiben.

Der Baum

Definition

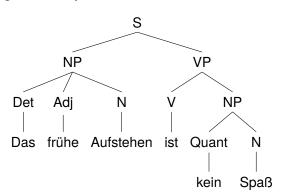
Beispiele

Binärbäume Suchhäume

Zusammen-

Beispiel: Syntaxbaum

Wenn man die Struktur von Sprachen mit Hilfe formaler Grammatiken spezifiziert, dann kann man den Satzaufbau durch sogenannte Syntaxbäume beschreiben.



Der Baum

Beispiele

fassung



Bäume können arithmetische (und andere) Ausdrücke so darstellen, dass ihre Auswertung eindeutig (und einfach durchführbar) ist, ohne dass man Klammern nutzen muss.

Der Baum

Terminolo Beispiele

Binärbäume

Zusammer fassung

- JNI REIBUR
- Bäume können arithmetische (und andere) Ausdrücke so darstellen, dass ihre Auswertung eindeutig (und einfach durchführbar) ist, ohne dass man Klammern nutzen muss.
- Beispiel: (5+6) * 3 * 2

Der Baum

Terminolo Beispiele

Beispiele

Binarbaume

7ueammen-



Bäume können arithmetische (und andere) Ausdrücke so darstellen, dass ihre Auswertung eindeutig (und einfach durchführbar) ist, ohne dass man Klammern nutzen muss.

■ Beispiel: (5+6) *3 * 2

■ Entspricht: ((5+6) * 3) * 2

Der Baum

Terminolog Beispiele

Discussion and

Diriarbaariic

- NEIBUR
- Bäume können arithmetische (und andere) Ausdrücke so darstellen, dass ihre Auswertung eindeutig (und einfach durchführbar) ist, ohne dass man Klammern nutzen muss.
- Beispiel: (5+6) *3 * 2
- Entspricht: ((5+6) * 3) * 2
- Operatoren als Markierung innerer Knoten, Zahlen als Markierung der Blätter:



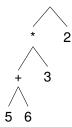
Der Baum Definition

Beispiele

Binarbaume

Zucommon

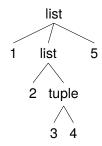
Zusammer fassung



Beispiel: Listen und Tupel als Bäume



- Man kann jede Liste und jedes Tupel als Baum verstehen, bei dem der Typ die Knotenmarkierung ist und die Elemente die Teilbäume sind.
- Beispiel: [1, [2, (3, 4)], 5]



Der Baum

Beispiele

Dinärhäum



Binärbäume

Repräsentation Beispiel

> Baumeigenschaften

Traversierung

Suchbäume

Zusammenfassung

Binärbäume

Der Binärbaum



Der Binärbaum ist ein Spezialfall eines Baumes, bei dem jeder Knoten zwei Teilbäume besitzt. Der Baum

Binärbäume

D ---- 7 ---- 1--- 1

Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



- Der Binärbaum ist ein Spezialfall eines Baumes, bei dem jeder Knoten zwei Teilbäume besitzt.
- Blätter sind dann die Knoten, die zwei leere Teilbäume besitzen!

Binärbäume

Dillalbe

Baumeigensch

Traversierung

Suchbäume



- Der Binärbaum ist ein Spezialfall eines Baumes, bei dem ieder Knoten zwei Teilbäume besitzt.
- Blätter sind dann die Knoten, die zwei leere Teilbäume besitzen!
- Für viele Anwendungsfälle angemessen.

Binärbäume

Dillalbau

Baumeigenschal ten

Traversierung

Suchbaume



- Der Binärbaum ist ein Spezialfall eines Baumes, bei dem jeder Knoten zwei Teilbäume besitzt.
- Blätter sind dann die Knoten, die zwei leere Teilbäume besitzen!
- Für viele Anwendungsfälle angemessen.
- Funktionen über solchen Bäumen sind einfach definierbar.

Binärbäume

Dinarba

Baumeigensch

Traversierung

Suchbäume

Binärbäume durch Listen repräsentieren



■ Der leere Baum wird duch None repräsentiert.

Der Baum

Binärbäume

Repräsentation

Beispiel Baumeigenschaf-

> ten Traversierung

Suchbäume



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.

Repräsentation

Reisniel

Baumeigenschaften



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.

Discussion

Repräsentation

Raumainanach

ten

Suchbäum



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.
- Der linke Teilbaum ist das zweite Element.

Binärbäum

Repräsentation

Baumeigenscha

Travarciaruna

Suchbäum



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.
- Der linke Teilbaum ist das zweite Element.
- Der rechte Teilbaum ist das dritte Element.

Binärbäur

Repräsentation

Baumeigensch

ten

Suchhäum

Binärbäume durch Listen repräsentieren



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.
- Der linke Teilbaum ist das zweite Element.
- Der rechte Teilbaum ist das dritte Element.
- Beispiele:

Der Baum

Binarbaum

Repräsentation

Baumeigenscha

ten

Suchhäum

Binärbäume durch Listen repräsentieren



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.
- Der linke Teilbaum ist das zweite Element.
- Der rechte Teilbaum ist das dritte Element.
- Beispiele:
 - Der Baum bestehend aus dem einzigen Knoten mit der Markierung 8: [8, None, None]

Der Baum

Binarbat

Repräsentation

Baumeigenschal ten

Zusammen fassung

13. November 2015 B. Nebel – Info I 15 / 33

Binärbäume durch Listen repräsentieren



- Der leere Baum wird duch None repräsentiert.
- Jeder Knoten wird durch eine Liste repräsentiert.
- Die Markierung ist das erste Element der Liste.
- Der linke Teilbaum ist das zweite Element.
- Der rechte Teilbaum ist das dritte Element.
- Beispiele:
 - Der Baum bestehend aus dem einzigen Knoten mit der Markierung 8: [8, None, None]
 - Der Baum mit Wurzel '+', linkem Teilbaum mit Blatt 5, rechtem Teilbaum mit Blatt 6:

```
['+', [5, None, None], [6, None, None]]
```

Der Baum

Binarbat

Repräsentation

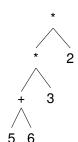
Baumeigenscha

ten

Suchbäum

Beispiel: Der Ausdrucksbaum





Der Baum

Binärbäum

Repräsentation

Beispiel Baumeigenschaf-

> ten Traversierung

Suchbäume

Zusammenfassung

wird folgendermaßen als verschachtelte Liste dargestellt:



NE NE

■ Die Tiefe eines Knoten k ist

Der Baum

Binärbäume

Repräsentat

Beispiel Baumeigenschaf-

> ten Traversierung

Suchhäume





- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - 0, falls k die Wurzel ist,

Binärbäume

Repräsentat

Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchhäume





- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - 0, falls *k* die Wurzel ist,
 - \blacksquare *i* + 1, wenn *i* die Tiefe des Elternknotens ist.

Binarbaume

Repräsentati

Beispiel Baumeigenschaf-

ten

.

Zusammen-

fassung



- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - 0, falls *k* die Wurzel ist,
 - \blacksquare *i* + 1, wenn *i* die Tiefe des Elternknotens ist.
- Die Höhe eines Baumes ist:

Binarbaume

Repräsentati

Baumeigenschaf-

ten

_



- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - \blacksquare 0, falls k die Wurzel ist,
 - \blacksquare *i* + 1, wenn *i* die Tiefe des Elternknotens ist.
- Die Höhe eines Baumes ist:
 - 0 für den leeren Baum,

Der Baum

Binarbaume

Repräsentat

Baumeigenschaf-

ten

Suchbäum



- Der Baum
- Binärbäum

Repräsentati

Baumeigenschaf-

Transpiration

Cuchhäum

Guombaam

- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - 0, falls k die Wurzel ist,
 - \blacksquare *i* + 1, wenn *i* die Tiefe des Elternknotens ist.
- Die Höhe eines Baumes ist:
 - 0 für den leeren Baum,
 - m+1, wenn m die maximale Tiefe über alle Knoten im Baum ist.





- Die Tiefe eines Knoten k ist
 - 0, falls k die Wurzel ist,
 - \blacksquare *i* + 1, wenn *i* die Tiefe des Elternknotens ist.
- Die Höhe eines Baumes ist:
 - 0 für den leeren Baum,
 - m+1, wenn m die maximale Tiefe über alle Knoten im Baum ist.
- Die Größe eines Baumes ist die Anzahl seiner Knoten.

Binarbaun

Repräsentat

Baumeigenschaf-

ten

.

_

fassung

Rekursive Definition von Höhe und Größe



Der Baum

Rinärhäume

Repräsenta

Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

Zusammenfassung

 $height(tree) = \begin{cases} 0, & \text{if } tree \text{ is empty;} \\ 1 + \max(& height(lefttree), \\ & height(righttree)), & \text{otherwise.} \end{cases}$

Rekursive Definition von Höhe und Größe



Der Baum

Binärbäun

Repräsentatio

Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

$$height(tree) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & \text{if } tree \text{ is empty;} \\ 1 + \max(& height(lefttree), \\ & height(righttree)), \end{array} \right. \text{ otherwise.}$$

$$size(tree) = \left\{ egin{array}{ll} 0, & \mbox{if } tree \mbox{ is empty;} \\ 1 & +size(lefttree) \\ & +size(righttree)), & \mbox{otherwise.} \end{array} \right.$$





```
Höhe und Größe von Binärbäumen
```

```
def height(tree):
    if (tree is None):
        return 0
    else:
        return(max(height(tree[1]), height(tree[2])) + 1)
def size(tree):
    if (tree is None):
        return 0
    else:
        return(size(tree[1]) + size(tree[2]) + 1)
tree = [ '*', ['+', [6, None, None], [5, None, None] ],
              [1, None, None]]
```

size-Visualisierung

13. November 2015 B. Nebel – Info I 19 / 33

Der Baum

Dinärbäur

lepräsentation

Baumeigenschaften

Traversierung

Suchbaume

Traversierung von Bäumen

UNI FREIBURG

Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.

Der Baum

Binärbäume

Denräcentation

Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

- Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.
- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:

Binarbaur

Denräcentation

Baumeigenschaften

Traversierung

Suchbaume

- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:
 - Pre-Order (Hauptreihenfolge): Zuerst der Knoten selbst, dann der linke, danach der rechte Teilbaum

Binärbäum

Repräsentation

ten Traversierung

Suchhäume

Traversierung von Bäumen

UNI FREIBURG

- Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.
- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:
 - Pre-Order (Hauptreihenfolge): Zuerst der Knoten selbst, dann der linke, danach der rechte Teilbaum
 - Post-Order (Nebenreihenfolge): Zuerst der linke, danach der rechte Teilbaum, zum Schluss der Knoten selbst

Der Baum

Binärbäun

Repräsentation

ten Traversierung

Suchhäumo

- Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.
- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:
 - Pre-Order (Hauptreihenfolge): Zuerst der Knoten selbst, dann der linke, danach der rechte Teilbaum
 - Post-Order (Nebenreihenfolge): Zuerst der linke, danach der rechte Teilbaum, zum Schluss der Knoten selbst
 - In-Order (symmetrische Reihenfolge): Zuerst der linke Teilbaum, dann der Knoten selbst, danach der rechte Teilbaum

Binärbäum

Repräsentation

ten
Traversierung

Suchhäume

- Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.
- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:
 - Pre-Order (Hauptreihenfolge): Zuerst der Knoten selbst, dann der linke, danach der rechte Teilbaum
 - Post-Order (Nebenreihenfolge): Zuerst der linke, danach der rechte Teilbaum, zum Schluss der Knoten selbst
 - In-Order (symmetrische Reihenfolge): Zuerst der linke Teilbaum, dann der Knoten selbst, danach der rechte Teilbaum
 - Manchmal betrachtet man auch Reverse In-Order (anti-symmetrische Reihenfolge): Rechter Teilbaum, Knoten, dann linker Teilbaum

Binärbäu

Repräsentatio

Baumeigenscha ten

Traversierung

- Oft sollen alle Knoten eines Baumes besucht und bearbeitet werden.
- 3 Vorgehensweisen (Traversierungen) sind üblich:
 - Pre-Order (Hauptreihenfolge): Zuerst der Knoten selbst, dann der linke, danach der rechte Teilbaum
 - Post-Order (Nebenreihenfolge): Zuerst der linke, danach der rechte Teilbaum, zum Schluss der Knoten selbst
 - In-Order (symmetrische Reihenfolge): Zuerst der linke Teilbaum, dann der Knoten selbst, danach der rechte Teilbaum
 - Manchmal betrachtet man auch Reverse In-Order (anti-symmetrische Reihenfolge): Rechter Teilbaum, Knoten, dann linker Teilbaum
 - Auch das Besuchen nach Tiefenlevel von links nach rechts (level-order) ist denkbar

Binärbäume

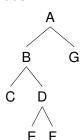
Repräsentation Beispiel

ten Traversierung

Suchhäume



■ Gebe Baum *pre-order* aus



Der Baum

Binärbäume

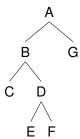
Repräsentati Reispiel

Baumeigenschaften Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A

Der Baum

Binärbäume

Repräsentat Beisniel

Baumeigenschaften

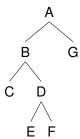
Traversierung
Suchbäume

Zusammen-

fassung



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A

Der Baum

Binärbäume

Repräsentat Beisniel

Baumeigenschaften

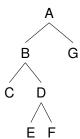
Traversierung
Suchbäume

Zusammen-

fassung



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A B

Der Baum

Binärbäume

Renräsentatir

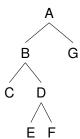
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A B C

Der Baum

Binärbäume

Donrācontati

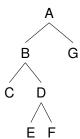
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A B C D

Der Baum

Binärbäume

Denvisenteti

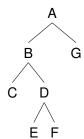
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum *pre-order* aus



Ausgabe: A B C D E

Der Baum

Binärbäume

Renräsentatio

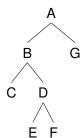
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A B C D E F

Der Baum

Binärbäume

Renräsentatir

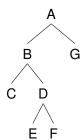
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum pre-order aus



Ausgabe: A B C D E F G

Der Baum

Binärbäume

Repräsentat Beisniel

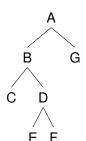
Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



Der Baum

Binärbäume

D

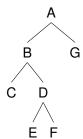
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



Ausgabe: C

Der Baum

Binärbäume

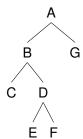
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



Ausgabe: C

Der Baum

Binärbäume

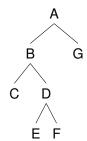
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



Ausgabe: C E

Der Baum

Binärbäume

D ----

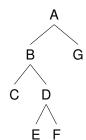
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



■ Ausgabe: C E F

Der Baum

Binärbäume

5.........

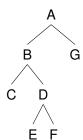
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



■ Ausgabe: C E F D

Der Baum

Binärbäume

Diriarbat

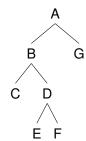
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum *post-order* aus



■ Ausgabe: C E F D B

Der Baum

Binärbäume

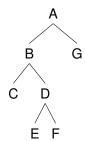
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



■ Ausgabe: C E F D B G

Der Baum

Binärbäume

D---------

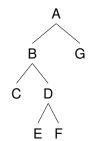
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum post-order aus



■ Ausgabe: C E F D B G A

Der Baum

Binärbäume

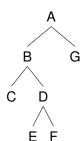
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

UNI FREIBURG

■ Gebe Baum in-order aus.



Der Baum

Binärbäume

Dillalbau

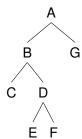
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum in-order aus.



Ausgabe: C

Der Baum

Binärbäume

D

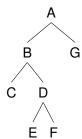
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum in-order aus.



Ausgabe: C

Der Baum

Binärbäume

D

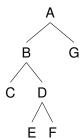
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

JNI

■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B

Der Baum

Binärbäume

D ----

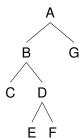
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

UNI FREIBURG

■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B E

Der Baum

Binärbäume

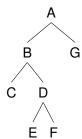
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B E D

Der Baum

Binärbäume

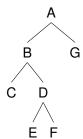
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

UNI FREIBURG

■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B E D F

Der Baum

Binärbäume

Denvisentatio

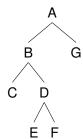
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume

JNI

■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B E D F A

Der Baum

Binärbäume

Diriaibaai

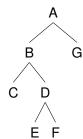
Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume



■ Gebe Baum in-order aus.



■ Ausgabe: C B E D F A G

Der Baum

Binärbäume

Beispiel Baumeigenschaf-

Traversierung

Suchbäume





```
Post-Order Printing
```

Visualisierung

Der Baum

Binärbäum

Repräsentation Beispiel

Baumeigenschaften Traversierung

Cuchhäume

```
Post-Order Printing
```

Visualisierung

Hinweis: Im Falle von arithmetischen Ausdrücken spricht man bei der *post-order* Ausgabe eines arithmetischen Baumes auch von <u>umgekehrt polnischer</u> oder <u>Postfix-Notation</u> (HP-Taschenrechner, Programmiersprache *Forth*) Der Baum

Binarbaum

Repräsentation Beispiel

Traversierung

Suchbäume



Binärbäume

Suchbäume

Definition Suche Aufhau

Zusammenfassung

Suchbäume



Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.

Der Baum

Binärbäume Suchhäume

Definition

Aufbau

- UNI FREIBURG
- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:

Der Baum

Binärbäume

Suchbäume

Definition Suche Aufbau



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind *kleiner* als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind *größer*.

Der Baum

Binärbäume

Definition

Suche



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind kleiner als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind arößer.
- Suchen nach einem Item *m*: Vergleiche mit Markierung im aktuellem Knoten,

Der Baum

Binarbaume

Definition

Aufbau



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind kleiner als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind größer.
- Suchen nach einem Item *m*: Vergleiche mit Markierung im aktuellem Knoten,
 - wenn gleich, stoppe und gebe True zurück,

Der Baum

Binarbaume

Definition

Aufbau



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind kleiner als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind größer.
- Suchen nach einem Item *m*: Vergleiche mit Markierung im aktuellem Knoten,
 - wenn gleich, stoppe und gebe True zurück,
 - wenn *m* kleiner ist, gehe in den linken Teilbaum,

Der Baum

Binarbaume

Definition

Aufbau



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind kleiner als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind größer.
- Suchen nach einem Item *m*: Vergleiche mit Markierung im aktuellem Knoten,
 - wenn gleich, stoppe und gebe True zurück,
 - wenn *m* kleiner ist, gehe in den linken Teilbaum,
 - wenn *m* größer ist, in den rechten.

Der Baum

Binärbäume

Definition

Aufbau



- Suchbäume realisieren Wörterbücher und dienen dazu, Items schnell wieder zu finden.
- Ein Suchbaum ist ein binärer Baum, der die Suchbaumeigenschaften erfüllt:
 - Alle Markierungen im linken Teilbaum sind kleiner als die aktuelle Knotenmarkierung, alle Markierungen im rechten Teilbaum sind größer.
- Suchen nach einem Item *m*: Vergleiche mit Markierung im aktuellem Knoten,
 - wenn gleich, stoppe und gebe True zurück,
 - wenn *m* kleiner ist, gehe in den linken Teilbaum,
 - wenn *m* größer ist, in den rechten.
- Suchzeit ist proportional zur Höhe des Baums! Meist logarithmisch in der Größe des Baums.

Der Baum

Binärbäume

Definition

Suche



UNI

Der Baum

Suche Aufbau

```
Search in search tree
def search(tree, item):
    if tree is None:
        return False
    elif tree[0] == item:
        return True
    elif tree[0] > item:
        return search(tree[1], item)
    else:
        return search(tree[2], item)
# kleinere Werte im linken, größere im rechten Teilbaum
nums = [10, [5, [1, None, None], None],
            [15, [12, None, None], [20, None, None]]]
print(search(nums, 12))
```

Visualisierung

13. November 2015 B. Nebel – Info I 28 / 33

Aufbauen eines Suchbaums



■ Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree

Der Baum

Binärbäume Suchbäume

Definition Suche

Aufbau

- Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree
- Ist tree leer, wird der Blattknoten [item, None, None] zurückgegeben.

Binärbäume Suchhäume

Aufbau

fassung



- Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree
- Ist tree leer, wird der Blattknoten [item, None, None] zurückgegeben.
- Wenn die Markierung tree[0] größer als item ist, wird item in den linken Teilbaum eingesetzt (das erhält die Suchbaumeigenschaft!).

Binarbaume

Definition Suche

Aufbau



- Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree
- Ist tree leer, wird der Blattknoten [item, None, None] zurückgegeben.
- Wenn die Markierung tree[0] größer als item ist, wird item in den linken Teilbaum eingesetzt (das erhält die Suchbaumeigenschaft!).
- Falls der linke Teilbaum leer ist, müssen wir hier eine Zuweisung an tree[1] durchführen! Können wir aber auch sonst machen, wenn immer der aktuelle Teilbaum zurückgegeben wird.

Binärbäume

Definition Suche

Zusamme

13. November 2015 B. Nebel – Info I 29 / 33



- Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree
- Ist tree leer, wird der Blattknoten [item, None, None] zurückgegeben.
- Wenn die Markierung tree[0] größer als item ist, wird item in den linken Teilbaum eingesetzt (das erhält die Suchbaumeigenschaft!).
- Falls der linke Teilbaum leer ist, müssen wir hier eine Zuweisung an tree[1] durchführen! Können wir aber auch sonst machen, wenn immer der aktuelle Teilbaum zurückgegeben wird.
- Für den Fall tree[0] kleiner als item entsprechend.

Binärbäume

Definition Suche

Aufbau



- Aufruf insert(tree, item) für das Einsortieren von item in tree
- Ist tree leer, wird der Blattknoten [item, None, None] zurückgegeben.
- Wenn die Markierung tree[0] größer als item ist, wird item in den linken Teilbaum eingesetzt (das erhält die Suchbaumeigenschaft!).
- Falls der linke Teilbaum leer ist, müssen wir hier eine Zuweisung an tree[1] durchführen! Können wir aber auch sonst machen, wenn immer der aktuelle Teilbaum zurückgegeben wird.
- Für den Fall tree[0] kleiner als item entsprechend.
- Für tree[0] == item müssen wir nichts machen.

Binärbäume

Definition Suche

Aufbau



FREIB

```
Creating a search tree
```

```
def insert(tree. item):
    if tree is None:
        return [item, None, None]
    if tree[0] > item:
        tree[1] = insert(tree[1], item)
    elif tree[0] < item:
        tree[2] = insert(tree[2], item)
    return tree
numlist = [10, 15, 20, 12, 5, 1]
tree = None
for key in numlist:
    tree = insert(tree, key)
```

Visualisierung

Der Baum

Binärbäume

Definition Suche

Aufbau



Binärbäume

Suchbäume Zusammen-

Zusammenfassung

13. November 2015 B. Nebel – Info I 31 / 33

Zusammenfassung

JNI REIBURG

Der Baum ist eine Struktur, die in der Informatik allgegenwärtig ist.

Der Baum

Binärbäume

Suchbäume

■ Binärbäume sind Bäume, bei denen jeder Knoten genau zwei Teilbäume besitzt.

- Der Baum ist eine Struktur, die in der Informatik allgegenwärtig ist.
- Binärbäume sind Bäume, bei denen jeder Knoten genau zwei Teilbäume besitzt.
- Operationen über (Binär-)Bäumen lassen sich einfach als rekursive Funktionen implementieren.

Suchhäume

- Binärbäume sind Bäume, bei denen jeder Knoten genau zwei Teilbäume besitzt.
- Operationen über (Binär-)Bäumen lassen sich einfach als rekursive Funktionen implementieren.
- Es gibt drei Hauptarten der Traversierung von Binärbäumen.

Suchhäume

- Der Baum ist eine Struktur, die in der Informatik allgegenwärtig ist.
- Binärbäume sind Bäume, bei denen jeder Knoten genau zwei Teilbäume besitzt.
- Operationen über (Binär-)Bäumen lassen sich einfach als rekursive Funktionen implementieren.
- Es gibt drei Hauptarten der Traversierung von Binärbäumen.
- Suchbäume sind Binärbäume, die die Suchbaumeigenschaft besitzen, d.h. in linken Teilbaum sind nur kleinere, im rechten nur größere Markierungen.

Binarbaume

- Der Baum ist eine Struktur, die in der Informatik allgegenwärtig ist.
- Binärbäume sind Bäume, bei denen jeder Knoten genau zwei Teilbäume besitzt.
- Operationen über (Binär-)Bäumen lassen sich einfach als rekursive Funktionen implementieren.
- Es gibt drei Hauptarten der Traversierung von Binärbäumen.
- Suchbäume sind Binärbäume, die die Suchbaumeigenschaft besitzen, d.h. in linken Teilbaum sind nur kleinere, im rechten nur größere Markierungen.
- Das Suchen und Einfügen kann durch einfache rekursive Funktionen realisiert werden. Sortierte Ausgabe ist auch sehr einfach!

Dillalbauill

Zusammenfassung

13. November 2015 B. Nebel – Info I 33 / 33