

Klausur zur Mathematik für Ingenieure und Physiker am 03.02.97

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß für $n \geq 10$ ($n \in \mathbb{N}$) die Ungleichung $2^n > n^3$ gilt.

Aufgabe 2. Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist $f(x) = \ln(\sqrt{1-e^x})$ definiert? Bilden sie die Ableitung dort, wo es möglich ist.

Aufgabe 3. Untersuchen Sie die folgenden unendlichen Reihen auf Konvergenz

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$.

Aufgabe 4. Existieren die folgenden Grenzwerte? Bestimmen Sie ggf. ihren Wert.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+10}{6x+25}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\sin x}{x^2} \right)$.

Aufgabe 5. Wo ist die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{\ln x}$ definiert? Skizzieren Sie ihren Verlauf und bestimmen Sie ihre Extremwerte.

Aufgabe 6. Berechnen Sie die Integrale

a) $\int_1^5 x^2 \ln x \, dx$, b) $\int x^3 \cos(x^2) \, dx$.

Aufgabe 7. Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P = (1, -1, 3) \in \mathbb{R}^3$ von der durch den Vektor $\vec{v} = (3, 0, -3)$ induzierten Geraden durch den Nullpunkt.

Aufgabe 8. Zeigen Sie, das lineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 & = b_1 \\ 3x_1 & + x_3 = b_2 \\ & 4x_2 - 2x_3 = b_3 \end{cases}$$

für jedes Tripel $(b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$ lösbar ist. Bestimmen Sie die Lösungen für

$$b_1 = 1, b_2 = -1, b_3 = 2.$$

Es werden etwa 50% der erreichbaren Punkte erwartet. Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein extra Blatt. Dies erleichtert die Korrektur.

Wir wünschen viel Erfolg!

$$\log_2 8 = 3 \quad \Rightarrow \quad 2^3 = 8$$