

Übungsklausur

1. Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt die Ungleichung

a) $\frac{1}{7n-3} \leq \frac{1}{11n+8}$, b) $3^n \leq 4n$?

2. Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{2n^3-1}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \sin n}{2^n}$.

3. Zeigen Sie für $n \geq 1$ die Ungleichung

$$\frac{1}{n+1} \leq \ln(n+1) - \ln n \leq \frac{1}{n}.$$

4. Geben Sie für die Funktion $f(x) = \sqrt{\ln(x^3)-1}$ einen möglichst großen Definitionsbereich an und differenzieren Sie sie dort.

5. Berechnen Sie die Integrale

a) $\int_0^{2\pi} \sin x \cdot \cos x \, dx$. b) $\int x^5 e^{-x^3} \, dx$.

6. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2} \quad (x > 0).$$

Geben Sie $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ und alle Extremwerte von f an.

Es wird das richtige Bearbeiten der Hälfte der Aufgaben in ca. zwei Stunden erwartet. An Hilfsmitteln sind das Kurzmanuskript und beliebige handschriftliche Notizen zugelassen.