

Informatik I: Einführung in die Programmierung

7. Automaten: Akzeptoren & Transduktoren

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



Bernhard Nebel

30. Oktober 2015

1 Endliche deterministische Automaten



UNI
FREIBURG

- Motivierendes Beispiel
- Formale Grundlagen
- Verhalten eines DEAs
- Teilstring-Erkennung

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel
Formale
Grundlagen
Verhalten eines
DEAs
Teilstring-
Erkennung

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Vor kurzem war ich auf unserem Dachboden und fand einen Würfel und einen Brief.



Lieber Finder dieses Briefes,

der Würfel ist gefallen:

5-1-5-6 ergibt x ,

5-4-2-5 ergibt y .

*Bei N 48° 00, x' O 7° 50, y' in
15 Meter Tiefe wirst du
einen sagenhaften Schatz
finden, der das*

*Bernsteinzimmer wie eine
Studentenbude aussehen
läßt. Ich wünsche Dir viel
Glück bei deiner Suche !*

Emil Nebel

Freiburg, 1980

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel

Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

Teilstring-
Erkennung

Transduktoren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- In dem Würfel gibt es ein Mechanismus, der die **Abfolge** von nach oben gerichteten Würfelseiten **erkennt**.
- Nachdem die richtige Folge „gewürfelt“ wurde, schlägt dann von innen ein kleines Männchen (oder ein Modellbauservo) mit einem Hämmerchen die Koordinaten.
- Uns interessiert hier, wie man solche Folgen von Ereignissen erkennen kann.
- Dazu kann man **endliche Automaten** als **Akzeptoren** einsetzen.
- Der endliche Automat ist ein Konzept, das überall in der Informatik vorkommt.
- Endliche Automaten sind ein sehr eingeschränktes **Berechnungsmodell**, das aber oft adäquat ist und einfach einzusetzen ist.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel

Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

Teilstring-
Erkennung

Transduktoren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Ein **Alphabet** ist eine endliche, nicht-leere Menge (von Symbolen oder Zeichen), meist mit Σ bezeichnet.
- In unserem Fall besteht das Eingabealphabet aus den Würfelseiten, d.h. $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Ein **Wort** über einem Alphabet Σ ist eine Folge von Zeichen aus Σ , z.B. wäre 5156 ein Wort.
- Eine (formale) **Sprache** ist eine beliebige (endliche oder unendliche) Menge von Wörtern.
- Endliche Automaten kann man nutzen, um **Sprachen zu akzeptieren**.

Endliche
deterministische
Automaten

Motivierendes
Beispiel

Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

Teilstring-
Erkennung

Transduktoren

Welt &
Modell

Zusammenfassung &
Ausblick

Ein **deterministischer endlicher Automat** (DEA) ist ein Quintupel $A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, wobei

- Q ist die endliche **Zustandsmenge**,
- Σ ist das **Eingabealphabet**,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ ist die **Übergangsfunktion**,
- q_0 ist der **Anfangszustand**,
- $F \subseteq Q$ ist die Menge der (akzeptierenden) **Endzustände**.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel

Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

Teilstring-
Erkennung

Transdukto-
ren

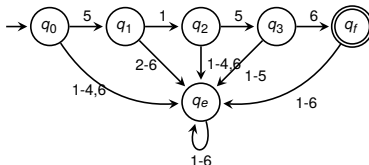
Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Die Übergangsfunktion wird entweder durch eine **Übergangstabelle** oder durch ein **Übergangsdiagramm** angegeben.

In unserem Fall (zu erkennendes Wort: 5156) könnte das wie folgt aussehen (q_e bezeichnet einen Fehlerzustand und $F = \{q_f\}$).

	1	2	3	4	5	6
q_0	q_e	q_e	q_e	q_e	q_1	q_e
q_1	q_2	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e
q_2	q_e	q_e	q_e	q_e	q_3	q_e
q_3	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e	q_f
q_f	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e
q_e	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e	q_e



Beachte: In Übergangsdiagrammen wird der **absorbierende Fehlerzustand** q_e und alle Übergänge dorthin in der Regel nicht angegeben.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel

Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

Teilstring-
Erkennung

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Anfänglich befindet sich der Automat im **Startzustand** q_0 .
- Der Automat erhält ein Wort $w = a_1 a_2 \dots a_n$ über Σ als **Eingabe** (darf auch leer sein, d.h. $n = 0$).
- Der Automat liest (beginnend bei a_1) jeweils ein **Eingabezeichen** a_i und basierend auf dem **aktuellen Zustand** q wechselt er in den **Nachfolgezustand** $q' = \delta(q, a_i)$.
- Das macht der Automat, so lange Eingabezeichen gelesen werden können.
- Ist am Ende der Automat in einem der **Endzustände** F , dann wird das Eingabewort w als **akzeptiert** angesehen.
- Ansonsten ist das Wort nicht akzeptiert.
- Die Menge aller von A akzeptierten Worte ist die von A akzeptierte (oder erkannte) Sprache oder einfach die **Sprache von A** , symbolisch $\mathcal{L}(A)$.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel
Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs
Teilstring-
Erkennung

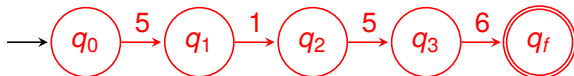
Transduktoren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

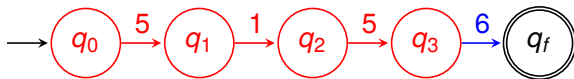
Eingabe: 5156 5156 156 156 56 56 6 6

Eingabe akzeptiert



Eingabe: 515156 515156 15156 15156 5156 5156 156 156
156

Kein Übergang von q_3 aus möglich! Eingabe nicht **akzeptiert**.



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel
Formale
Grundlagen

Verhalten eines
DEAs

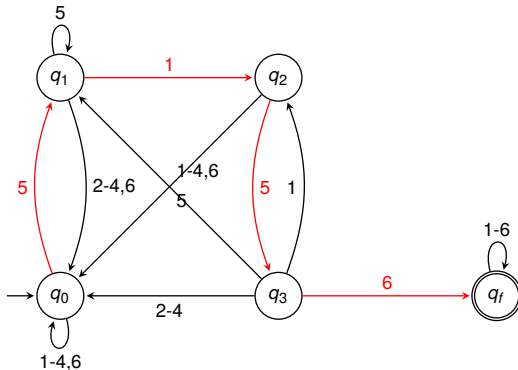
Teilstring-
Erkennung

Transduktio-
nen

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Das letzte Beispiel zeigte: Bei unserem Würfel wollen wir eigentlich alle Folgen akzeptieren, die 5156 als **Teilstring** enthalten, z.B. auch 55156, oder 5155156, oder 5155156 oder ...5156...



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

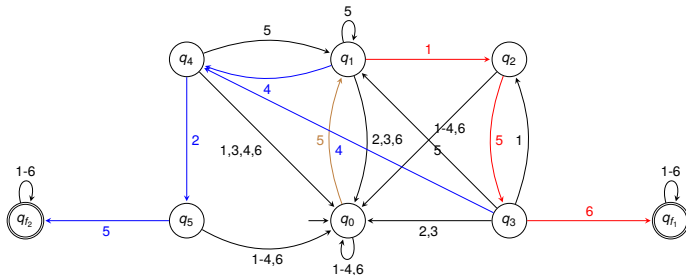
Motivierendes
Beispiel
Formale
Grundlagen
Verhalten eines
DEAs
Teilstring-
Erkennung

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Wir haben ja auch noch 5425 als Teilstring zu erkennen! Das können wir in den Automaten integrieren:



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Motivierendes
Beispiel
Formale
Grundlagen
Verhalten eines
DEAs
Teilstring-
Erkennung

Transduktoren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

2 Transduktoren

- Moore-Automat
- Umsetzung
- Python-Skript für Beispiel

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat
Umsetzung
Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Nach der Akzeptanz ist vor der Akzeptanz!



- Wir haben jetzt einen Automaten, der alle Wörter akzeptiert, die 5156 oder 5425 als Teilstring enthalten.
- Eigentlich wollen wir ja aber eine Maschine haben, die „ewig“ läuft und die jeweils nach einem akzeptierten Teilwort eine **Ausgabe** macht.
- Wir wollen keinen **Akzeptor**, sondern einen **Transduktor** – einen Automaten, der auch Ausgaben macht und nie stoppt.
- Hier verzichtet man zumeist auf Endzustände.
- Mit solchen Transduktoren kann man gut das Verhalten **eingebetteter Systeme** beschreiben.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat
Umsetzung
Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Ein **Moore-Automat** (nach Edward F. Moore) ist ein endlicher Automat, der in jedem Zustand ein Zeichen ausgeben kann.

Es ist ein 6-Tupel $A = \langle Q, \Sigma, \Lambda, \delta, \lambda, q_0 \rangle$, wobei

- Q ist die endliche Zustandsmenge,
- Σ ist das Eingabealphabet,
- Λ ist das **Ausgabealphabet**,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ ist die Übergangsfunktion,
- $\lambda : Q \rightarrow \Lambda$ ist die **Ausgabefunktion**.
- q_0 ist der Startzustand.

Kommt der Automat in einen Zustand q , dann gibt er das Zeichen $\lambda(q)$ aus. Oft werden diese Ausgabezeichen als Aktionen verstanden (oder sind Eingaben für andere Automaten).

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

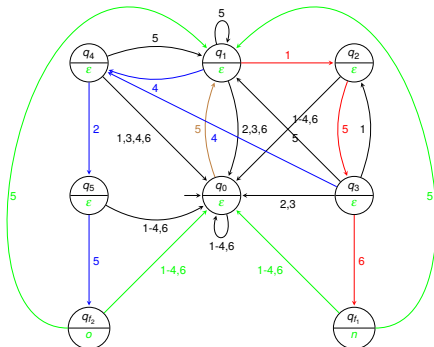
Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Beispiel: Der Würfel-Moore-Automat



Sei $\Lambda = \{n, o, \varepsilon\}$, dann könnte unser Würfelautomat so ausschauen (die grünen Teile sind neu):



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

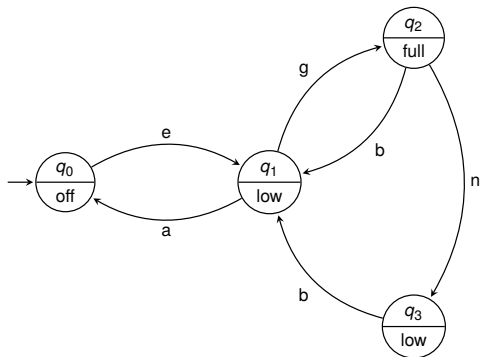
Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Beispiel: Ein hypothetische Motorsteuerung



$\Sigma = \{e, a, g, b, n\}$, wobei e für „ein“, a für „aus“, g für „Gas geben“, b für „bremsen“, n für „nicht drehende Räder“ steht.
 $\Lambda = \{\text{off}, \text{low}, \text{full}\}$.



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transduktoren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Wie **implementiert** man denn solch einen abstrakten Automaten?
- Schauen wir doch einmal in den Würfel hinein:



- Batterien ($4 \times$ AA-Akkus, also 4,5-6 Volt),
- Servomotor,
- pyboard (mit einem ARM-5 Prozessor, Beschleunigungsmesser, usw.), auf dem Micropython läuft

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transduktoren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- `side_up()`: Bestimmt mit Hilfe des Beschleunigungsmessers, welche Seite oben liegt. Bei unklaren Werten wartet die Funktion, bis eine stabile Lage eingetreten ist.
- `new_input()`: Erzeugt ein neues Eingabesymbol für den Automaten (Zahl zwischen 1 und 6), wenn der Würfel 500 Millisekunden stabil lag.
- `next_state(state, input)`: Das ist die Übergangsfunktion, die den nächsten Zustand berechnet.
- `output_symbol(state)`: Berechnet das zum Zustand gehörige Ausgabesymbol.
- `automaton()`: Enthält die Endlosschleife zur Ausführung des Automaten.
- `code_knock(code)`: Klopft entsprechend dem angeforderten Code.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Der Seitenerkenner mittels Beschleunigungssensor



UNI
FREIBURG

Die Erdbeschleunigung von 1g entspricht einem Messwert von rund 20.

Seitenerkenner

```
thres = 12
def side_up():
    while True:
        x = acc.x(); y = acc.y(); z = acc.z()
        if x > thres: return 5 #x up
        if x < -thres: return 2 #x down
        if y > thres: return 6 #y up
        if y < -thres: return 1 #y down
        if z > thres: return 3 #z up
        if z < -thres: return 4 #z down
        # no stable situation yet
```

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transduktoren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Symbolerzeugung

```
def new_input():  
    while True:  
        curr = side_up()  
        new = curr  
        start = pyb.millis()  
        while (curr == new and  
                pyb.elapsed_millis(start) <= 500):  
            new = side_up()  
        if curr == new:  
            return curr
```

Erzeugt i.W. alle 0,5 Sekunden ein neues Eingabesymbol,
also nicht nur, wenn die Seite gewechselt wird. D.h. Automat
muss auch etwas anders aussehen!

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Übergangsfunktion

```
def next_state(state, input):  
    if state == 0: # initial state  
        if input == 5: return 1  
        return 0  
    elif state == 1: # '5' read  
        if input == 5: return 1  
        if input == 1: return 2  
        if input == 4: return 4  
        return 0  
    elif state == 2: # '51' read  
        if input == 1: return 2 # repetition!  
        if input == 5: return 3  
        return 0  
    elif ...
```

Beachte: Jeder Zustand hat eine Schleife für das Zeichen, das dafür notwendig war, in den Zustand zu kommen.

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Der Automat & die Ausgabefunktion

```
def automaton():
    state = 0
    while True:
        if sw(): return # if switch is pressed, exit
        state = next_state(state, new_input())
        code_knock(output_symbol(state))

def output_symbol(state):
    if state == 10:
        return "north"
    elif state == 11:
        return "east"
    else:
        return None
```

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Moore-Automat

Umsetzung

Python-Skript für
Beispiel

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

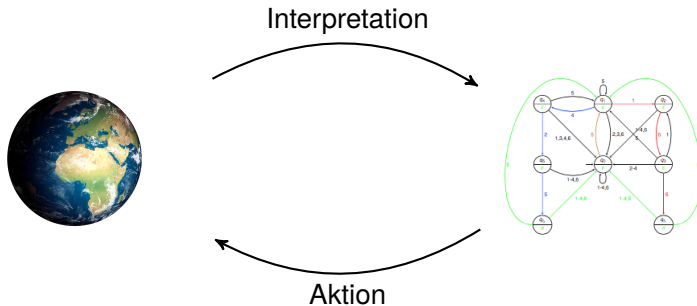
3 Welt & Modell

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

**Welt &
Modell**

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Bevor wir **formale Modelle** (wie Moore-Automaten) einsetzen können, müssen zuerst die Messwerte/Eingaben **interpretiert** und in **Symbole** umgesetzt werden. Die **Interpretation** und das **Modell** beeinflussen sich dabei gegenseitig (Beispiel: Würfelseitenerkennung und Automat)
Werden wir in der Info I aber **nicht vertiefen**.

4 Zusammenfassung & Ausblick



**UNI
FREIBURG**

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

**Zusammen-
fassung &
Ausblick**

- Endliche Automaten sind ein einfaches **Berechnungsmodell**.
- **Formale Sprachen** sind eine Menge von Wörtern.
- **Deterministische endliche Automaten (DEAs)** sind **Akzeptoren**, sie können Sprachen akzeptieren.
- **Transduktoren** sind endliche Automaten (ohne Endzustand), mit denen Eingaben in Ausgaben überführt werden können.
- Der **Moore-Automat** macht in jedem Zustand eine Ausgabe.
- Endliche Automaten können das **Verhalten eingebetteter Systeme** gut beschreiben.
- Was wir völlig ignoriert haben: **Energieeffizienz** (das pyboard braucht 80mA im Wachmodus).

Endliche
deterministi-
sche
Automaten

Transdukto-
ren

Welt &
Modell

Zusammen-
fassung &
Ausblick