Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. R. Scholz
Dr. A. Koop

06.02.1999

Klausur zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Physiker I

WS 1998/99

Beachten Sie folgende Hinweise:
a) Benutzen Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und der Nummer Ihrer Übungsgruppe.
b) Begründen Sie Ihre Antworten, indem Sie auf Resultate aus der Vorlesung oder den Übungen verweisen.
c) Als Hilfsmittel sind eigene Mitschrift und handschriftliche Zusammenfassungen der Vorlesung und der Übungen sowie ein Taschenrechner erlaubt.
d) 20 der möglichen 40 Punkte sind hinreichend zum Bestehen der Klausur.
e) Bearbeitungszeit: 2 Stunden.

Aufgabe 1:

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

a) $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2, \quad n \geq 1$ (2 Punkte) ✓

b) $(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdot\ldots\cdot(1+x^{2^n}) = \dfrac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}, \; x \neq 1, \; n \geq 0$

(2 Punkte) ✓

Aufgabe 2:

Berechnen Sie:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} k\right)$ (1 Punkt)

1/4

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-1}{n^2(n-1)}$ (1 Punkt)

c) $\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{1}{k(k+1)} = 1 - \dfrac{1}{k+1}$ (selbst.) (2 Punkte)

(Hinweis: Partialbruch-Zerlegung!)

Aufgabe 3:

a) Zeigen Sie unter Verwendung des $\varepsilon - \delta -$ Kriteriums der Stetigkeit, daß die Funktion $f : [0, \infty) \to I\!R$ mit $f(x) = \sqrt{x}$ im Punkt $x = 1$ stetig ist.

(2 Punkte)

b) Zeigen Sie mit Hilfe eines Widerspruchsbeweises, daß die Funktion $g : (0, \infty) \to I\!R$ mit $g(x) = \frac{1}{x}$ nicht gleichmäßig stetig ist.

0/4 nicht bearbeitet

(2 Punkte)

Aufgabe 4:

Bestimmen Sie das globale Maximum und Minimum der Funktion

$$f(x) = (x+1)^2 e^{1-x}$$

im Intervall $[-2, 2]$. (4 Punkte) 3,5/4

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie mit Hilfe der Regel von de l'Hospital die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ (1 Punkt) ✓

b) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$, $a \in I\!R, a \neq 0, m, n \in I\!N$ (1 Punkt) ✓ 2/4

c) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{(ln\, x)^\alpha}{x^\beta}$, $\alpha, \beta \in I\!R$, $\alpha > 0, \beta > 0$. (2 Punkte)

Aufgabe 6:

Berechnen Sie näherungsweise alle Lösungen der Gleichung

$$x^3 - 4x + \frac{1}{2} = 0.$$

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst einen Näherungswert $\bar{x}$ für eine Nullstelle mit Hilfe des Newton-Verfahrens (Startwert $x_0 = 2$, 2 Iterationen). Spalten Sie dann $(x - \bar{x})$ ab. (4 Punkte) ✓

Aufgabe 7:

Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades von

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. (4 Punkte) 3/4

Aufgabe 8:

Berechnen Sie :

a) $\int\limits_0^{\pi} x \sin x \, dx$ (2 Punkte) ✓

b) $\int\limits_2^{3} \frac{x}{x^2+x-2} \, dx$ (2 Punkte) ✓

Aufgabe 9:

Berechnen Sie das uneigentliche Integral:

$$\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}} \, dx$$

(4 Punkte) 0/4

nicht bearbeitet

Aufgabe 10:

Lösen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr}
x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & -3 \\
2x_1 & - & 4x_2 & + & 10x_3 & + & 7x_4 & = & -5 \\
-x_1 & + & 5x_2 & - & 8x_3 & - & 4x_4 & = & 2 \\
3x_1 & - & 9x_2 & + & 18x_3 & + & 11x_4 & = & -7
\end{array}$$

(4 Punkte) ✓

2c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{A}{k} + \frac{B}{k+1}\right)$

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} = \frac{A(k+1) + Bk}{k(k+1)} = \frac{Ak + A + Bk}{k(k+1)} = \frac{(A+B)k + A}{k(k+1)}$$

$A + B = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{-1}{k+1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+1} = \underline{1 - \frac{1}{k+1}}$

$A = 1$

$B = -1$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \dots - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

$f: [0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) := \sqrt{x}$

$x_0 = 1$

$|1 - \sqrt{x}| \le |1 - \sqrt{x}|\,|1 + \sqrt{x}| = |(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})| = |1 - x|$

$\varepsilon > 0$ geg. setze $\delta = \varepsilon$ $\quad |1 - x| < \delta \Rightarrow |1 - \sqrt{x}| < \varepsilon$

1	4
2	1
3	–
4	3,5
5	2
6	4
7	3
8	4
9	–
10	4

$g: (0,\infty) \to \mathbb{R}\ \ g(x) = \frac{1}{x}$

$\forall \varepsilon > 0 : \exists \delta > 0 : \forall x, y \in D$

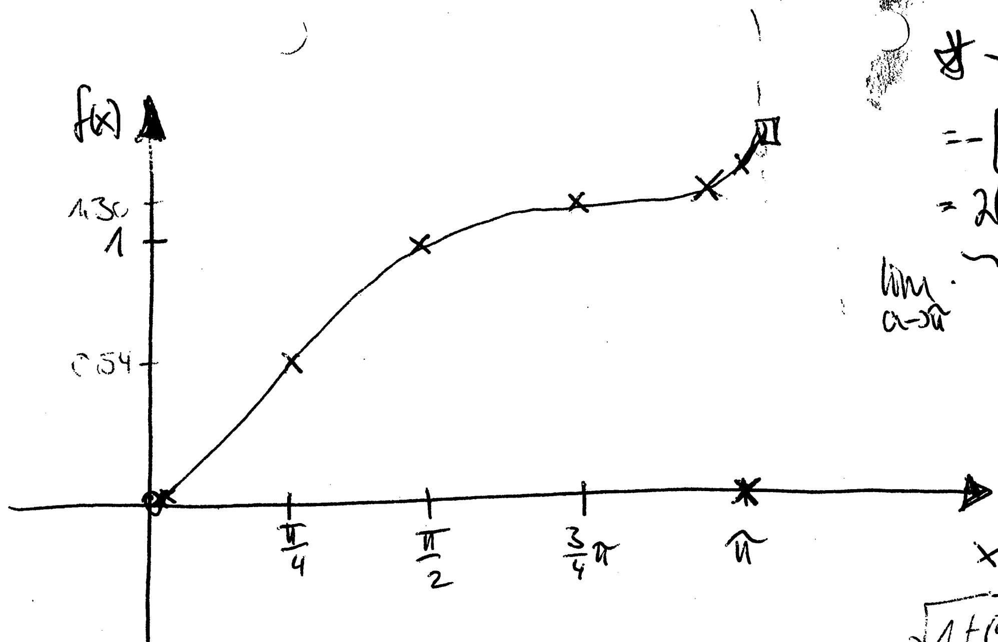
$|x - y| < \delta \Rightarrow |g(x) - g(y)| < \varepsilon$

Annahme: g ist glm. stetig

$\varepsilon = 1$ $\delta > 0$ belieb. $x_n = \frac{1}{n} < \frac{1}{2}\delta$, $y_n = \frac{1}{n+2}$, $|x_n - y_n| \le |x_n| + |y_n| < \delta$

$|g(x_n) - g(y_n)| = |(n+2) - n| = 2$ ⇒ Z

No 9



$$\int_0^a \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}\,dx = -\int_0^a \frac{-\sin x}{\sqrt{1+\cos x}}\,dx$$

$\sqrt{1+\cos x} = u$

$\frac{-\sin x}{2\sqrt{1+\cos x}} = \frac{du}{dx}$

$dx = \frac{du\ 2\sqrt{1+\cos x}}{-\sin x}$

$$= -\int_0^a \frac{\cancel{-\sin x}}{\cancel{u}}\,du\,\frac{2\cancel{u}}{\cancel{-\sin x}} = -[2u]_0^a$$

$= -\left[2\sqrt{1+\cos x}\right]_0^a$

$= -\left[2\sqrt{1+\cos a} - 2\sqrt{2}\right]$

$= 2(\sqrt{2} - \underbrace{\sqrt{1+\cos a}}_{=-1})$

$\lim_{a \to \pi}$ $\quad = \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$

8

[redacted]

[redacted]

$\sum 25{,}5$

No 1

a) (IA): für $n=1$

2

$$\sum_{k=1}^{1} (2k-1) \overset{!}{=} 1^2$$

linke Seite: $2-1 = \underline{1}$

rechte Seite: $1^2 = \underline{1}$ (✓)

(IV): Sei für beliebiges $n \geq 1$ gezeigt und $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$ wahr

(IS): * $\sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) = \sum_{k=1}^{n} (2k-1) + (2(n+1)-1)$

$$\overset{(IV)}{=} n^2 + 2n+2-1$$

$$= n^2 + 2n + 1$$

$$\overset{\text{bin. Formel}}{=} \underline{\underline{(n+1)^2}} \checkmark$$

* zeigen für $n+1$

b) (IA): für $n=0$

2

linke Seite: $1 + x^{2^0} = 1+x^1 = \underline{1+x}$

rechte Seite: $\frac{1-x^{2^{(0+1)}}}{1-x} = \frac{1-x^2}{1-x} = \frac{\cancel{(1-x)}(1+x)}{\cancel{(1-x)}} = \underline{1+x}$ ✓ (✓)

(IV) Sei für beliebiges $n \geq 0$ gezeigt und

$(1+x)(1+x^2)\cdots(1+x^{2^n}) = \frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}$ wahr

(IS): zeigen für $n+1$

$$(1+x)(1+x^2)\cdots(1+x^{2^n})(1+x^{2^{n+1}}) \overset{(IV)}{=} \frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}(1+x^{2^{n+1}})$$

$$= \cancel{\frac{(1-x^{(n+1)^2})(1+x^{(n+1)^2})}{1-x}} \overset{\text{bin. Formel}}{=} \cancel{\frac{1-x^{2((n+1)+1)}}{1-x}}$$

Fortsetzung nächstes Blatt

[redacted]

Fortsetzung No 1

b)

$$\frac{\left(1-x^{2(n+1)}\right)\left(1+x^{2(n+1)}\right)}{1-x} = \frac{1+x^{2(n+1)}-x^{2(n+1)}-x^{2(n+1)+2(n+1)}}{1-x}$$

$$= \frac{1-x^{2^{((n+1)+1)}}}{1-x}$$ ✓

4

(a)

Gr. 3 [redacted]

No 2

a) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} k\right) \cancel{= 0}$, da $\frac{1}{n^2} \to 0$ für $n\to\infty$

0

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^3-1}{n^2(n-1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^3-1}{n^3-n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-\frac{1}{n^3}}{1-\frac{1}{n}} = 1$, da $\frac{1}{n^3}, \frac{1}{n^2} \to 0$ für $n\to\infty$

✓

1

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = ?$

0

$\sum 1$

[redacted]

No 4 — Gruppe 3

$$f(x) = (x+1)^2 \, e^{1-x}$$
$$= (x^2+2x+1)\, e^{1-x}$$
$$= (x^2+2x+1)\, e^{1} \cdot e^{-x}$$

$$f'(x) = e\left((2x+2)e^{-x} + (x^2+2x+1)(-e^{-x})\right)$$
$$= e e^{-x}(2x+2-x^2-2x-1)$$
$$= e e^{-x}(-x^2+1)$$

$$f''(x) = e\left((-e^{-x})(-x^2+1) + e^{-x}(-2x)\right)$$
$$= e e^{-x}(x^2-1-2x)$$
$$= e e^{-x}(x^2-2x-1)$$

Extrema:

$$f'(x)=0$$
$$0 = e e^{-x}(-x^2+1) \quad |:e$$
$$0 = e^{-x}(-x^2+1)$$ e^{-x} wird nie "0" $\forall x$

somit $0 = -x^2+1$

$$x_{1,2} = \frac{-0 \pm \sqrt{0+4}}{-2}$$

$x_1 = -1$

$x_2 = 1$

(3P)

$$f''(1) = e e^{-1}(1-2-1) = -2ee^{-1} = \underline{-2} < 0$$
$$f(1) = (1+1)^2 e^{1-1} = 4 \cdot 1 \; \underline{=4}$$

$$f''(-1) = e \cdot e\,(1+2-1) = 2e^2 \; \underline{\approx 14{,}8} > 0$$
$$f(-1) = (1-2+1) \cdot e^2 = \underline{0}$$

Fortsetzung siehe nächstes Blatt

[redacted]

Fortsetzung No 4

$f(-2) = (-2+1)^2 \cdot e^3 = \underline{20{,}1}$

$f(2) = (2+1)^2 \cdot e^{-1} = \underline{3{,}31}$

} Funktionswerte an den Intervallgrenzen

Aus $f'(1) = 0$ und $f''(1) < 0$ folgt Maxima

$Max_1 (1 \mid 4)$

Aus $f'(-1) = 0$ und $f''(-1) > 0$ folgt Minima

$Min_1 (-1 \mid 0)$

Globales Maximum der Funktion im Intervall $[-2; 2]$

an der Stelle $x = 1$, da es sich bei $x = -2$ zwar um den größten Funktionswert

$\Rightarrow Max_{global} (1 \mid 4, \ )$

Globales Minimum bei $x = -1$ $Min_{global} (-1 \mid 0)$

* aber nach $f''(-2) > 0$ um ein Minimum handelt.

Da ist kein Min!! dann müßte $f'(-2) = 0$ sein!!

3,5 P

[redacted]

No 5

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} \overset{\text{Fall } \frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} \overset{\text{Fall } \frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{+\sin x}$

$\overset{\text{Fall } \frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \underline{2}$ ✓ 1

b) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^m - a^m}{x^n - a^n} \overset{\text{Fall } \frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{m x^{m-1}}{n x^{n-1}} = \underline{\dfrac{m a^{m-1}}{n a^{n-1}}}$ ✓ 1

c) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{(\ln x)^\alpha}{x^\beta} \overset{\text{Fall } \frac{\infty}{\infty}}{=} \lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\alpha (\ln x)^{\alpha-1} \frac{1}{x}}{\beta x^{\beta-1}}$

Für $x \to \infty$ geht $\frac{1}{x} \to 0$

somit $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} \dfrac{\alpha(\ln x)^{\alpha-1}}{\beta x^{\beta-1}} = \underline{\underline{0}}$ 0

Aufg. 5 2 Pkt.

Gr. 3

(4)

[redacted]

No 6

$f(x) = x^3 - 4x + \frac{1}{2}$ $\qquad$ $f'(x) = 3x^2 - 4$

Newton-Verfahren: Startwert $x_0 = 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \frac{0{,}5}{8} \approx 1{,}9375 \quad ✓$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \approx 1{,}9343$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \approx 1{,}9343$$

$\bar{x} \approx 1{,}934$ ✓

$$\left(x^3 - 4x + \frac{1}{2}\right) : (x - \bar{x}) = x^2 + \bar{x}x - 0{,}2596 - \underbrace{\frac{0{,}002}{(x-\bar{x})}}_{\text{vernachlässigbarer Rest}} \approx 0$$

$$\begin{array}{l}
-\ (x^3 - \bar{x}x^2) \\
\hline
\bar{x}x^2 - 4x \\
-\ (\bar{x}x^2 - \bar{x}^2 x) \\
\hline
-0{,}2596x + \frac{1}{2} \\
+0{,}2596x - 0{,}2596\bar{x} \\
\hline
-0{,}002
\end{array}$$

$x^2 + \bar{x}x - 0{,}2596 = 0$

$$x_{2,3} = \frac{-\bar{x} \pm \sqrt{\bar{x}^2 + 4 \cdot 0{,}2596}}{2}$$

$x_2 \approx 0{,}126$

$x_3 \approx -2{,}06$

Die Lösungen sind: $x_1 = \bar{x} \approx 1{,}934$ ✓

$x_2 \approx 0{,}126$ ✓

$x_3 \approx -2{,}06$ ✓

Gr. 3

[redacted]

No 7

allg: Taylorpolynom: $p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$

2. Grades
Entwicklungspunkt $x_0 = 0$: $p_2(x) = \sum_{k=0}^{2} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}} \qquad f(0) = \frac{0}{\sqrt{1}} = \underline{0}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{1+x} - x\frac{1}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} = \frac{\frac{2(1+x)-x}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} = \frac{2+2x-x}{2(1+x)\sqrt{1+x}} = \underline{\frac{2+x}{2+2x\sqrt{1+x}}}$$

$$= \frac{2}{2(1+x\sqrt{1+x})} + \frac{x}{2+2x\sqrt{1+x}} = \frac{1}{1+x\sqrt{1+x}} + \frac{x}{2+2x\sqrt{1+x}}$$

$$f''(x) = \frac{2+2x\sqrt{1+x} - (2+x)\left(2\sqrt{1+x} + 2x\frac{1}{2\sqrt{1+x}}\right)}{(2+2x\sqrt{1+x})^2}$$

$$= \frac{2+2x\sqrt{1+x} - (2+x)\left(\frac{2(1+x)+x}{\sqrt{1+x}}\right)}{4+4x^2(1+x)+8x\sqrt{1+x}}$$

$$= \frac{2+2x\sqrt{1+x} - \left(\frac{2(1+x)(2+x)+(2+x)x}{\sqrt{1+x}}\right)}{4(1+x^2+x^3+2x\sqrt{1+x})}$$

$$= \frac{2\sqrt{1+x} + 2x(1+x) - 2(2+x+2x+x^2) + 2x + x^2}{\sqrt{1+x}\cdot 4(1+x^2+x^3+2x\sqrt{1+x})}$$

$$= \frac{2\sqrt{1+x} + 2x + 2x^2 - 4 - 2x - 4x - 2x^2 + 2x + x^2}{4\sqrt{1+x}(1+x^3+x^2+2x\sqrt{1+x})}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\sqrt{1+x} + x^2 - 2x - 4}{4\sqrt{1+x}(1+x^3+x^2+2x\sqrt{1+x})}}}$$

$$f'(0) = \frac{2}{2} = \underline{1}$$

$$f''(0) = \frac{2-4}{4(1)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \qquad -\frac{1}{\underline{2}}$$

Fortsetzung nächstes Blatt

[redacted]

No7 Rest

3) $p_2(x) = 0 + \frac{f'(0)}{1} x^1 + \frac{f''(0)}{2!} x^2$

$= 0 + x + \frac{-\frac{1}{2}}{2} x^2$

$= 0 + x - \frac{1}{\cancel{4}} x^2$

[redacted]

No 8

a) $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$ $\qquad u(x) = x \quad v'(x) = \sin x$

$u'(x) = 1 \quad v(x) = -\cos x$

Partielle Integration

$= \left[x \cdot (-\cos x) \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \cdot (-\cos x) \, dx$

$= \pi - 0 - \left[-\sin x \right]_0^{\pi}$

$= \pi - 0$

$= \underline{\underline{\pi}}$ ✓

2

b) $\int_2^3 \frac{x}{x^2+x-2} \, dx$

Nullstellen des Nennerpolynoms: $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -2$ ✓

$\frac{x}{x^2+x-2} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+2)}$

$= \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$

$= \frac{Ax + 2A + Bx - B}{(x-1)(x+2)}$

$= \frac{x(A+B) + 2A - B}{(x-1)(x+2)}$

Koeffizientenvergleich:

$A + B = 1$

$2A - B = 0$

$2A = B$

$A + 2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{3}, B = \frac{2}{3}$ ✓ Fortsetzung nächste Seite

[redacted]

Fortsetzung No 8 b)

$$\int_2^3 \frac{x}{x^2+x-2}\,dx = \int_2^3 \frac{\frac{1}{3}}{(x-1)}\,dx + \int_2^3 \frac{\frac{2}{3}}{(x+2)}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\int_2^3 \frac{1}{x-1}\,dx + \frac{2}{3}\int_2^3 \frac{1}{x+2}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\Big[\ln|x-1|\Big]_2^3 + \frac{2}{3}\Big[\ln|x+2|\Big]_2^3$$

$$= \frac{1}{3}(\ln 2 - 0) + \frac{2}{3}(\ln 5 - \ln 4)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{3}\ln 2 + \frac{2}{3}(\ln 5 - \ln 4)}}$$

$$\approx \underline{0{,}38} \quad \checkmark$$

2

4

No 10 (3) [redacted]

Matrizendarstellung

4
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 & -3 \\ 2 & -4 & 10 & 7 & -5 \\ -1 & 5 & -8 & -4 & 2 \\ 3 & -9 & 18 & 11 & -7 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot -2 \,;\ \cdot -3 \\ + \\ + \\ + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & -6 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & -6 & -1 & -1 \\ 0 & -12 & 12 & 2 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot(2) \\ + \\ + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & -6 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \checkmark$$

sei x_4 beliebig
sei x_3 beliebig

dann folgt aus Zeile 2:

$$-6x_2 + 6x_3 + x_4 = 1$$
$$-6x_2 = 1 - 6x_3 - x_4$$
$$x_2 = \frac{1 - 6x_3 - x_4}{-6}$$
$$= \frac{x_4 + 6x_3 - 1}{6}$$

Aus 2 & 1. folgt:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -3$$
$$x_1 + \frac{x_4 + 6x_3 - 1}{6} + 2x_3 + 3x_4 = -3$$
$$x_1 = -3 - 3x_4 - 2x_3 - \frac{x_4 + 6x_3 - 1}{6}$$
$$= \frac{-18 - 18x_4 - 12x_3 - x_4 - 6x_3 + 1}{6}$$
$$x_1 = \frac{-19x^4 - 18x_3 - 17}{6}$$

$$x_2 = \frac{x_4 + 6x_3 - 1}{6} \checkmark$$

x_3, x_4 beliebig wählbar.