Prof. Dr. Christoph Scholl
Dr. Paolo Marin

Freiburg, 4. Dezember 2015

Technische Informatik
Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (3 + 3 + 1 + 1 Punkte)

Sie haben im Übungsblatt 6, Aufgabe 6, die Primimplikantenmenge von einer Funktion $f\colon \mathbb{B}^4 \to \mathbb{B}$ bestimmt.

a) Erstellen Sie eine Primimplikantentafel zu f.

Reduzieren Sie die Primimplikantentafel nun solange mit der *zweiten Reduktionsregel* (Entfernen von Spalten), bis die Regel nicht mehr angewandt werden kann. Geben Sie dabei bei jedem Reduktionsschritt an, über welche Spalten Sie argumentieren.

Hinweis: Es ist nicht notwendig, in jedem Schritt auch eine neue Primimplikantentafel zu erstellen; streichen Sie in der Tafel einfach die entsprechenden Spalten durch.

b) Wenden Sie die *erste Reduktionsregel* erst dann auf die Primimplikantentafel an, wenn die zweite Reduktionsregel nicht mehr angewandt werden kann; geben Sie auch hier die einzelnen verwendeten Reduktionsschritte an.

c) Geben Sie das Minimalpolynom zu f an.

d) Bestimmen Sie die Kosten (($cost_1$, $cost_2$) gemäß der Vorlesung) des Minimalpolynoms, das aus allen Primimplikanten der Funktion besteht.

Aufgabe 2 (4 + 3 Punkte)

Die Funktion $g : \mathbb{B}^4 \to \mathbb{B}$ sei gegeben durch die Menge ihrer Primimplikanten $Prim(g)$ mit

$$Prim(g) = \{\overline{x}_1 x_2 x_4, x_2 \overline{x}_3 x_4, x_1 \overline{x}_3 x_4, x_1 \overline{x}_2 x_4, \overline{x}_2 x_3 x_4, \overline{x}_1 x_3 x_4\}$$

a) Bestimmen Sie *alle* Minimalpolynome von g mit Hilfe der Methode von Petrick. Sie können davon ausgehen, dass alle Primimplikanten die gleichen Kosten haben.

b) Gibt es eine Boolesche Funktion mit einem Minimalpolynom, das nicht ausschließlich aus Primimplikanten besteht? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Berechnen Sie nach der Schulmethode im Binärsystem die Summe von

- $\langle 1010101 \rangle$ und $\langle 0101011 \rangle$
- $\langle 1011 \rangle$ und $\langle 0110 \rangle$.

Aufgabe 4 (4 + 3 Punkte)

a) Geben Sie einen Schaltkreis für $exor_n(x_1, \ldots, x_n) = (\sum_{i=1}^{n} x_i) \, mod \, 2$ über die Bibliothek $BIB_1 = \{nand_2\}$ an.
Der Schaltkreis soll möglichst geringe Kosten und möglichst geringe Tiefe haben. Geben Sie Kosten und Tiefe Ihrer Realisierung an. Vergleichen Sie mit Kosten und Tiefe des in der Vorlesung gezeigten Schaltkreises über $BIB_2 = \{exor_2\}$.

b) Wieviele verschiedene Pfade von einem beliebigen Eingang zum Ausgang gibt es im Schaltkreis aus Teilaufgabe a) bzw. im Schaltkreis aus der Vorlesung zu $exor_n$? Nehmen Sie dabei an, dass n eine Zweierpotenz ist.

Abgabe: 11. Dezember 2015, $17^{\underline{00}}$ über das Übungsportal