Mathematisches Institut, Algebraische Geometrie, Prof. Dr. Stefan Kebekus

Klausur:	**"Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" WS 2013/14**
Datum und Uhrzeit:	27.03.2014 von 14:00 Uhr bis 17:00 Uhr
Prüfungsdauer:	3 Stunden
Raum:	???
Erlaubte Hilfsmittel:	1 handbeschriebenes DIN A4 Blatt
Prüfer:	Prof. Dr. Stefan Kebekus

Nachname: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Fach: ....

Studiengang: ☐ Bachelor ☐ Master ☐ Lehramt ☐ sonstiges

Unterschrift: ....

Anmerkungen:

- Füllen Sie dieses Deckblatt vollständig aus.
- Zusätzliche Blätter sind nur einseitig zu beschreiben.
- Zusätzliche Blätter sind mit Namen und Matrikelnummer zu versehen.
- Für jede Aufgabe ist eine neue Seite/Bogen zu beginnen.
- Mobiltelefone müssen ausgeschaltet werden.
- Elektronische Hilfsmittel (Taschenrechner,...) jeglicher Art sind **nicht** zugelassen.
- **Alle Ergebnisse sind zu begründen bzw. herzuleiten.**

Prüfungsunfähigkeit

Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß der Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weiter Informationen hierzu können auf den Internetseiten des Prüfungsamtes nachgelesen werden.

	Max. Anzahl Punkte	Erreichte Punkte	Bemerkung
Aufgabe 1	4		
Aufgabe 2	4		
Aufgabe 3	4		
Aufgabe 4	4		
Aufgabe 5	4		
Aufgabe 6	4		
Summe:	**24**		

Note: ....

Klausur eingesehen am: ....

Unterschrift des Prüfers: ....

Aufgabe 1 (2 + 2 Punkte)
Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n}\ , \qquad\qquad (b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n!} x^n.$$

Wie verhält sich die Potenzreihe auf dem Rand des Konvergenzintervalls?

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Funktion

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{1+x^2}$$

um den Entwicklungspunkt $a = 0$ bis zum quadratischen Term, d.h. bestimmen Sie $T_2(x, 0)$.

Aufgabe 3 (1 + 2 + 1 Punkte)
Die positive Zahl g, welche $g = 1 + \frac{1}{g}$ erfüllt, heißt goldener Schnitt.

a) Bestimmen Sie g.

b) Es sei $(x_n)_{n \geq 0}$ die Folge $x_0 = 1$ und $x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n}$. Zeigen Sie, dass

$$|x_n - g| \leq \frac{1}{g^{n+1}}$$

gilt. *Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion.*

c) Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n \geq 0}$ gegen g konvergiert.

Aufgabe 4 (2 + 1 + 1 Punkte)
Existieren die folgenden Grenzwerte? Wenn ja, berechnen Sie diese.

$$(a) \quad \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \cdot \tan(x)} \qquad (b) \quad \lim_{n \to \infty} \frac{6n^4 + 2n + 1}{(3n^2 - 1)^2} \qquad (c) \quad \lim_{n \to \infty} \frac{n^2}{\ln n}.$$

Aufgabe 5 (2 + 2 Punkte)
Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \quad \int x^4 \cdot \ln(x)\ dx \qquad\qquad (b) \quad \int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}}\ dx$$

Aufgabe 6 (2 + 2 Punkte)
Überprüfen Sie die Existenz der uneigentlichen Integrale und berechnen Sie den Wert des Integral gegebenenfalls

$$(a) \quad \int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2(x)} dx \qquad\qquad (b) \quad \int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$$