Wintersemester 24/25 letzte Novemberwoche 2024

Approximative Algorithmen

Aufgabenblatt 4

Die Aufgaben werden besprochen in der ersten Dezemberwoche.

Aufgabe 1

Wir betrachten folgendes Zuweisungsproblem für Hörsäle. Gegeben seien n Vorlesungen, gekennzeichnet durch Vorlesungszeiten (b_i, e_i), die Beginn und Ende der Veranstaltung angeben (für $1 \leq i \leq n$).
Entwickeln Sie einen Greedy-Algorithmus für das Problem, alle Vorlesungen auf insgesamt möglichst wenige Hörsäle zu verteilen, sodass jede Vorlesung wunschgemäß abgehalten werden kann.
Oder fallen Ihnen andere algorithmische Strategien für dieses Problem ein?
Beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus stets die kleinstmögliche Anzahl von Hörsälen belegt, oder widerlegen Sie diese Behauptung durch ein geeignetes Gegenbeispiel.
Sollte Ihr Algorithmus nicht stets ein Optimum liefern: Können Sie zumindest eine Garantie für seine Leistungsgüte zeigen?

Hinweis: Wie kann man einfach die Mindestzahl der benötigten Hörsäle abschätzen?

Aufgabe 2

Ein besonders fleißiger Student hat den Ehrgeiz, möglichst viele der (wie in der vorigen Aufgabe spezifizierten) n Vorlesungen zu hören. Entwickeln Sie eine Greedy-Strategie für dieses Problem. Liefert diese immer eine optimale Lösung für dieses Maximierungsproblem?

Aufgabe 3

Lesen Sie `https://de.wikipedia.org/wiki/Matroid`; versuchen Sie zu verstehen, wie Matroide und Greedy-Algorithmen zusammenhängen. Was hat insbesondere der Algorithmus von Kruskal mit Matroiden zu tun, der zum Auffinden von Spannbäumen (oder -wäldern) von kleinstem Gewicht in kantengewichteten Graphen dient?