

Approximative Algorithmen

Aufgabenblatt 5

Die Aufgaben werden besprochen Anfang Dezember 2024.

Aufgabe 1

Ein historisches Rechenzentrum will aufrüsten und erwirbt zusätzlich zu den bereits vorhandenen p gleichartigen Maschinen q weitere, die doppelt so schnell laufen wie die alten Kisten.

Wie kann man nun (sinnvollerweise) die in der Vorlesung betrachteten Heuristiken anpassen?

Welche Abschätzungen der Leistungsgüte der Algorithmen ergeben sich nun?

Wie sehen „böse“ Instanzen aus für solche Szenarien?

Hätte es sich als sinnvoll erweisen können, evtl. lieber $2q$ Maschinen nachzukaufen, die den bisher laufenden Exemplaren gleichen?

Aufgabe 2

Konstruieren Sie eine Bin-Packing Instanz, für die FIRSTFIT tatsächlich nur eine $\frac{5}{3}$ -Approximation liefert.

Aufgabe 3

Eine r -Kantenfärbung für einen Graphen $G = (V, E)$ ist eine surjektive Abbildung $f: E \rightarrow \{1, \dots, r\}$, sodass (ähnlich wie beim Knotenfärbungsproblem) gilt: $f(\{v, u\}) \neq f(\{v, w\})$ für alle $u \neq w$ mit $\{v, u\}, \{v, w\} \in E$.

Die Optimierungsaufgabe besteht wiederum darin, mit möglichst wenigen Farben auszukommen.

Untersuchen Sie die Güte der folgenden einfachen Greedy-Strategie:

Beginne mit einer Farbe und einem ungefärbten Graphen.

Wähle und färbe sukzessive eine beliebige ungefärbte Kante, solange eine solche existiert, und verwende dazu nur dann eine „neue“ Farbe, falls alle bisher verwendeten Farben unzulässig sind.