Approximative Algorithmen

Aufgabenblatt 2

Die Aufgaben werden besprochen in der vierten Semesterwoche.

Aufgabe 1

Implementieren den in der Vorlesung vorgestellten Approximationsalgorithmus für MaxSAT (gerne auch gemeinsam) und testen Sie die „tatsächliche Leistungsgüte“ für „zufällige Formeln“ bzw. selbst gewählte Formeln.
Was stellen Sie fest? Wie sehen Testergebnisse aus, wenn Sie statt der Nullbelegung eine „zufällige Belegung“ wählen und ihr „Gegenstück“?

Aufgabe 2

Betrachten Sie das Optimierungsproblem Min-Fix-2-SAT mit folgendem (I, S, m, opt):

$I =$ Menge der 2-SAT-Formeln F, sodass für keine Variable x sowohl x als auch $\bar{x}$ in F vorkommt.

$S =$ Teilmenge T der Variablen $\{x_1, \ldots, x_n\}$ von F und Belegung $\beta\colon T \to \{0,1\}$, sodass für jede beliebige Belegung $\beta'\colon \{x_1, \ldots, x_n\} \setminus T \to \{0,1\}$ die Belegung

$$\Phi\colon \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{0,1\} \text{ mit } \Phi(x) = \begin{cases} \beta(x), & \text{falls } x \in T \\ \beta'(x), & \text{sonst} \end{cases}$$

eine erfüllende Belegung für F ist.

$m =$ Kardinalität der Menge T.

$\mathit{opt} = \min$

Wie lässt sich für dieses Problem eine (einfache) 2-Approximation bestimmen?
Tipp: Nutzen Sie eine geeignete Reduktion zu einem Ihnen bereits wohlbekannten Problem. Was muss man bei derlei Reduktionen zusätzlich beachten im Vergleich zu Ihnen vertrauten Reduktionsbegriffen?

Aufgabe 3

Verallgemeinern Sie den Algorithmus von *Clarkson* für Δ-Hitting-Set derart, dass dieser eine Δ-Approximation liefert.
Geben Sie eine rekursive und eine iterative Formulierung an.
(*Tipp: Vorsicht bei der Definition der Nachbarschaft und von $\varepsilon(v)$!*)

Aufgabe 4

Überlegen Sie sich eine Approximationsalgorithmus für das auf dem vorigen Übungsblatt besprochene Problem Dominating Set. Da dieses Problem bereits für Eingabegraphen vom Maximalgrad drei NP-schwer ist, wäre es gut, wenn Sie die Güte Ihres Verfahrens für derartig eingeschränkte Eingaben abschätzen könnten.