

## 实验 D1 锁相放大器与弱信号测量

本实验涉及到信号、噪声及信噪比等基本概念和广泛应用于检测弱信号的锁相放大技术；本讲义侧重讲述锁相放大器（Lock-in amplifier）的原理及其数学表述，而尽量不涉及其硬件（电路）的实现。本实验提供应用锁相放大器的 6 个实验内容，以满足学习锁相放大器原理及其应用的基本要求；信号处理所用的数学比较简单：是三角函数和傅立叶变换下的时域与频域表述。锁相放大器的使用说明会在附件中给出，同时给出锁相放大器的操作视频帮助预习。

**要求：**6 个实验内容中 1、2 必做，安排在第一次实验，侧重面板操作；在第一次实验完成后，在内容 3 至 6 至少选做其中两个（4 人一队要选满余下的 4 个，**实验 4 与实验 6 拓展为研究性实验**，不能同时选），安排在第二次实验，侧重 PC 界面操作；学生就所选的实验内容单独完成实验报告（4 份）。

**预习报告**是训练学生做实验方案的，每份预习报告需包含对应实验内容的实验目的，仪器用具，实验流程、步骤和实验记录策划（内含实验操作人员、实验时间、地点等基本信息等的记录空表、数据文件命名或命名规则），本讲义不再提供完整的、详细的实验方案。详细的步骤可帮助你避免（诸如忘记开电源之类）低级错误。

**实验前要打印好实验流程、步骤和实验记录（空）表（不需要打印原理部分），教师检查确认后才能进行实验。**

### 【实验安全注意事项】

1. OE1022 锁相放大器输入端不能接入强信号；接入信号需限定在 1V 以下。
2. OE4004 稳流源的电流输出不能直接接入 OE1022 锁相放大器的输入端。

### 【实验目的】

1. 了解锁相放大器工作原理和特点，掌握锁相放大器基本参数含义及锁相放大器的基本操作；复习示波器的使用；（实验内容 1）
2. 掌握用锁相放大器检测出湮没于噪声中的弱信号方法；（实验内容 2）
3. 通过本实验更加直观的了解方波的高频成分，并掌握用锁相放大器检测微弱信号中的谐波；（实验内容 3）
4. 掌握交流四引线法精密测量小阻抗的原理和方法，理解相位的物理含义及电压与电流之间相位差的测量方法；（实验内容 4，探索）
5. 学习 VISA 接口协议，通过 LabVIEW 环境用 PC 机控制锁相放大器数据采集；（实验内容 4）
6. 了解 PN 结电容，探究变容二极管内 PN 结电容与反偏电压的关系；（实验内容 5）
7. 通过实验了解热噪声的特征，理解热噪声的本质及其统计意义。（实验内容 6，探索）

## 【仪器用具】

表 D1-1 弱信号检测实验仪器用具

编号	仪器用具名称	数量	主要参数（型号，规格等）	备注
1	锁相放大器	1	OE1022	
2	配套教学实验箱	1		
3	交流稳流电源	1	OE4004	内容 4
4	示波器	1	RIGOL DS2202A	
5	BNC-BNC 信号线	若干		
6	PC 机	1	LabVIEW 环境及有 VISA 接口协议	内容 4
7	电容器、精密电阻	若干		内容 4、5、6
8	变容二极管器件	1		内容 5
9	低温测试杆	1		内容 6

## 【背景介绍】

### 1 基本概念

现代测量中，所有的物理最终都转换为电压或光强进行记录和处理，我们称之为携带被测量物理量信息的电或光信号；然而所有的测量，即使完全由机器自动进执行，结果都不可避免地引入待测量以外的其他信息，如环境干扰、不确定等，在所测量的信号不可避免地携带了噪声。测量结果（信号  $x(t)$ ）可以视作被测量信号  $s(t)$  与噪声  $n(t)$  的叠加  $x(t) = s(t) + n(t)$ 。

#### 1) 什么叫信号(signal)?

一般来说，信号是运载信息的工具，是信息的载体。任何携带某个现象属性或行为信息的物理量都可以作为信号，如光信号、声信号和电信号等。物理世界中的信号都是有规律地随时间或空间变化的。数学上以函数的形式  $x(t)$  描述信号，我们在基础物理实验 I 用过信号发

生器输出的就是电信号，图 D1-1 所示是常见的电压电流信号。

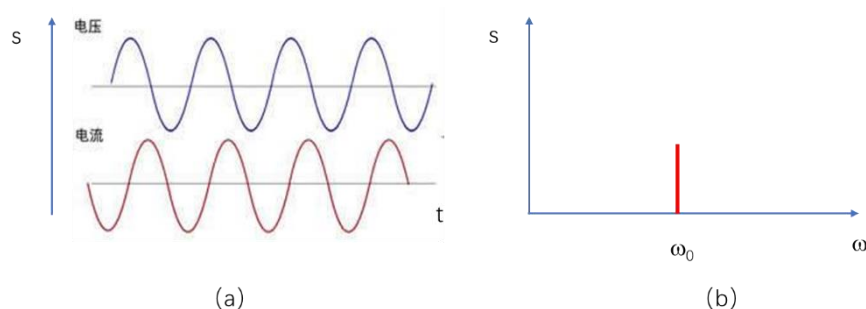


图 D1-1 正弦波电压电流信号，（a）时域表述；（b）频域表述。

最基本、简单的信号可用三角函数描述：

$$s_{\omega}(t) = a \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (\text{D1-1})$$

它包含了三个最基本的信息，即振幅  $a$ 、频率  $\omega_0$ 、和相位  $\varphi$ ，它对于信号载体对应着不同的物理含意。在实际应用中，人们往往只用到其中的一个或两个基本信息来进行信号传递或处理，而对于科学探索可能会全方位地用到所有的信息。(D1-1) 式是在时域下对信号的描述；在频域下该信号的数学描述为：

$$s_e(\omega) = \begin{cases} a & (\omega = \omega_0) \\ 0 & (\omega \neq \omega_0) \end{cases} \quad (\text{D1-2})$$

可见，其形式更简单，但丢失了相位的信息。其频域图如图 D1-1(b)所示。基本信号的更一般数学描述是复数形式：

$$s_{\omega}(t) = ae^{i(\omega_0 t + \varphi)} \quad (\text{D1-3})$$

它包含了式(D1-1)描述的实况和虚部，具有更丰富的物理内含和更简洁的数学表达。为方便大家的习惯，本讲义主要用三角函数进行表述和推导，有兴趣的同学可以另用复数进行独立的表述和推导，有助力加深对信号理解。

一般周期性的信号（函数）都可以傅立叶级数展开：

$$s(t) = \sum_{-N}^N a_n \cos(n\omega_0 t + \varphi) \quad (\text{D1-4})$$

因此，只要讲清楚一种基本形式的信号处理过程，就可推广到一般的信号处理过程。

## 2) 什么叫噪声(noise)?

广义地说，不是待测信号本身的、对测量值的贡献都可视为噪声。它可分为来自外界的环境噪声，最典型的是市电噪声（50Hz）；以及来自被测量对象本身的噪声，如热噪声。它们都混合待测信号的测量值中。

从物理角度来看，任何待物理量都包含无规、随机的变化，这就是噪声。它是对有规律的信号的一种随机干扰，往往被扩展为与待测信号相冲突的无用信号。例如白噪声，是电子器件和电路中常见的一种噪声，电阻的热噪声，PN 结的散弹噪声等都是白噪声，它在时域和频域都呈均匀分布。换句话说，**对于一项实验，噪声可来自于实验对象本身，也可来自于测量系统，包括传感器和测量仪器，更可能来自于实验系统以外的环境。**

对于有规律变化的环境噪声，可用(D1-4)式来表述；它的频率可能与待测信号的频率相同（这是实验人员的噩梦），但更可能是其他频率。在时域可以看成频率不同、振幅随机的“信号”叠加：

$$n(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} b(t, \omega) \cos(\omega t) \quad (D1-5)^1$$

其中振幅  $b(t, \omega)$  可能是常量（如市频干扰），亦可能是随机量  $rand(t, \omega)$ ；在频域中，随机噪声也可以理解为每一时刻的噪声电压频谱  $n(\omega)$  都不会是一样的。

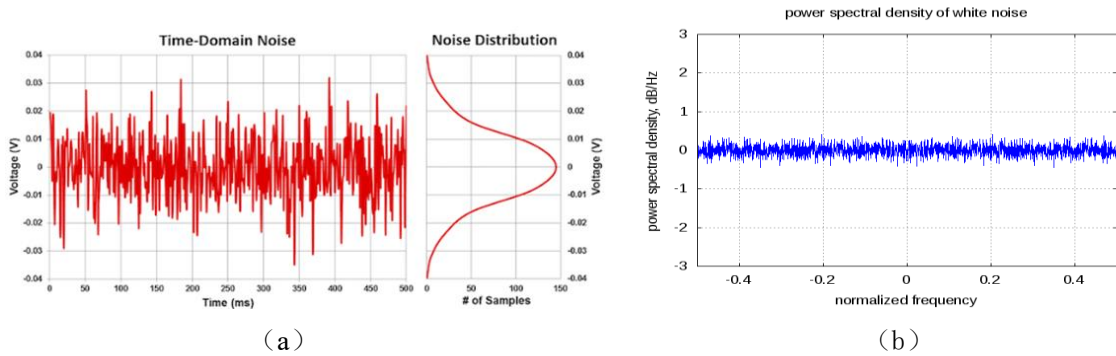


图 D1-2 热噪声的时域波形图和幅值的统计分布图 (a) [3]，及频域分布<sup>2</sup> (b)。

### 3) 什么叫信噪比 (SNR) 及信噪改善比 (SNIR) ?

上述信号有效值  $S$  与噪声的有效值  $N$  的比值，称为**信噪比** (SNR: signal noise ratio)，以分贝 (dB) 为单位来表示。

$$SNR = \frac{S}{N} \quad (D1-6)$$

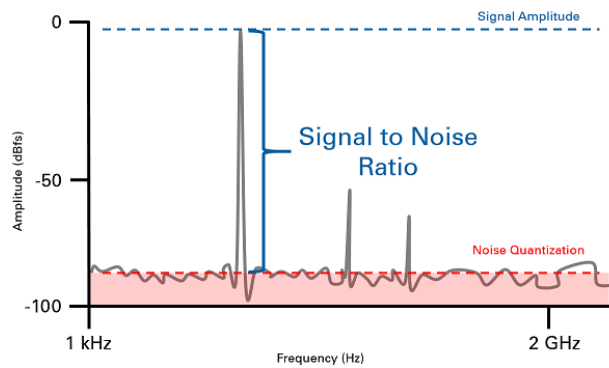


图 D1-3 频域中 SNR 的概念示意图

信噪比是科学与工程中所用的一种度量，用于比较所需信号的强度与背景噪声的强度，表征噪声对信号的覆盖程度。

通过信号处理可提高信噪比，即提高了信号质量。为反映信号质量改善的程度，定义**信噪改善比** SNIR (signal noise improvement ratio)。

<sup>1</sup> 式 D1-5 不是噪声的严格的数学表述，而是借用数学的概念表述。

<sup>2</sup> 噪声的频谱被为噪声的“颜色”，更多的请参考：[https://en.wikipedia.org/wiki/Colors\\_of\\_noise](https://en.wikipedia.org/wiki/Colors_of_noise)。

$$SNIR = \frac{SNR_o}{SNR_i} \quad (D1-7)$$

式中， $SNR_o$ 是经过处理（系统输出端）的信噪比， $SNR_i$ 是未经过处理（系统输入端）的信噪比。 $SNIR$  越大，表明系统抑制噪声的能力越强。

“微弱信号”不只意味着信号的绝对幅度很小，而是相对于噪声而言幅度很小，特别是那些被噪声淹没的信号，都称作微弱信号。只有在有效地抑制噪声的条件下放大微弱信号的幅度，才能提取出真实的信号。因此，微弱信号(weak signal)检测所一门专门针对噪声的技术，其主要任务是提高信噪比。

提高信噪比的途径有两方面：一是通过物理屏蔽来抑制环境噪声，另一方面是通过信号处理滤除噪声。通常物理屏蔽的代价不少，关键是有另一类噪声在理论上不能通过物理屏蔽来抑制或隔断，它就是来自测量对象本身的噪声，尽管此类噪声在幅度上可能远低于环境噪声；因此，对于不能被屏蔽的噪声，信号处理就成为唯一的选择。

那么，有什么方法可以抑制噪声，测到微弱信号呢？

## 2 常用的小信号检测方法

为了从噪声中提取出有用的信号，就需要研究噪声的来源与性质，分析噪声产生的原因和规律，以及噪声的传播途径，有针对性地采取有效措施抑制噪声，研究被测信号和噪声的统计特性及其差别，以寻找出从背景噪声中检测出有用信号的方法<sup>[3]</sup>。

### 1) 简单滤波法<sup>[3]</sup>

小信号是相对微弱信号信噪比更高的信号，可以采用滤波的方法进行信噪比的提升以实现精确测量。

滤波的作用是压缩频带，提高信噪比。常用的滤波器有低通滤波器，带通滤波器和带阻滤波器。但是使用滤波法测量小信号只适用于信号与噪声频谱不重叠的地方。

例如测量有噪声的直流信号，用低通滤波器或者求平均值的方法（求平均值即常用的数字滤波法，本质上也是实现了低通滤波的效果）；为了消除工频（50Hz）噪声对信号的干扰，采用工频陷波器。

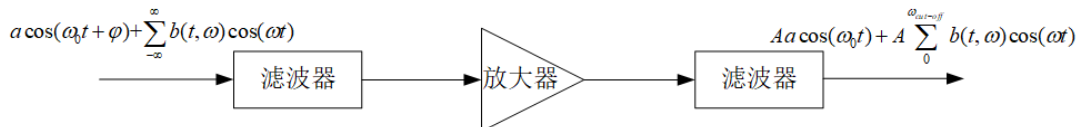


图 D1-4 滤波法测量小信号的原理图

设输入信号为：

$$x(t) = s(t) + n(t) = a \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{-\infty}^{\infty} b(t, \omega) \cos(\omega t) \quad (D1-8)$$

带通滤波后（BPF），信号变为：

$$a \cos(\omega_0 t) + \sum_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} b(t, \omega) \cos(\omega t) \quad (D1-9)$$

其中， $\Delta\omega$ 为带通宽度。

低通滤波（LPF）后，信号变为：

$$a \cos(\omega_0 t) + \sum_0^{\omega_{cut-off}} b(t, \omega) \cos(\omega t) = a \cos(\omega_0 t) + n_l(t) \quad (D1-10)$$

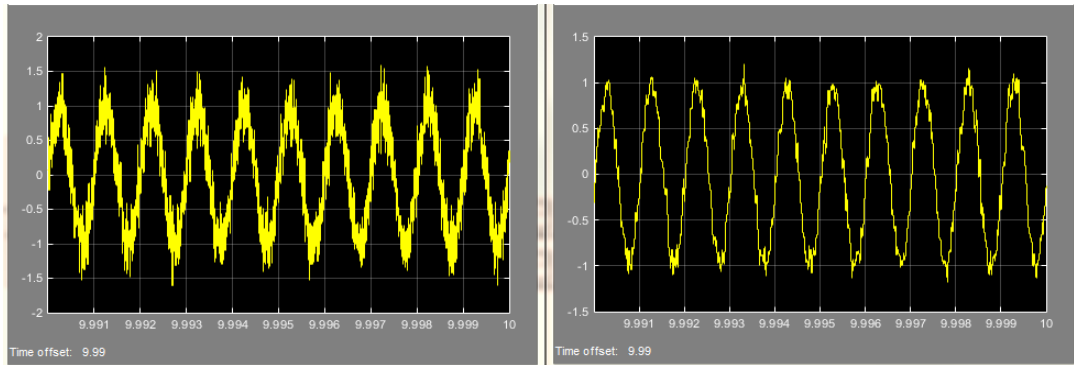
其中， $\omega_{cut-off}$ 为截止频率；并且 $\omega_{cut-off} > \omega_0$ 。放大后，（以低通滤波为例）信号为：

$$Aa \cos(\omega_0 t) + A \sum_0^{\omega_{cut-off}} b(t, \omega) \cos(\omega t) \quad (D1-11)$$

其中，A 为放大位数。可见，滤波后带通外的噪声仅在一个带通内表达（仅由式(D1-9)或(D1-10)的右边第二项描述），从时域看噪声水平明显下降，信噪比得到明显改善。但带通内的噪声不能被滤掉，且与信号一起同时被放大，我们称这部分噪声为同频噪声。

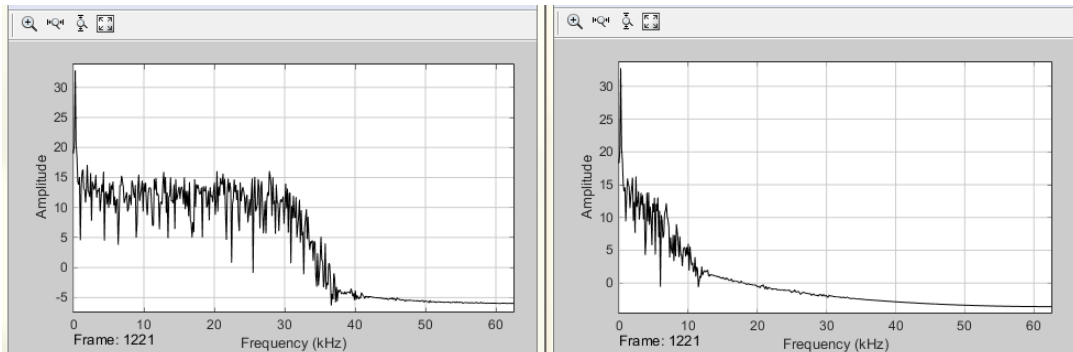
在后面的实验中，同学们可以用示波器的滤波功能，观察简单滤波法的效果。

图 D1-5 a)、b)给出了时域滤波前后的波形图，经过低通滤波器之后信号信噪比得到明显的提高；频域图如图 D1-5 c)、d)所示。



(a) 滤波前的信噪比低的信号

(b) 滤波后的信噪比高的信号



(c)

(d)

图 D1-5 Q 值为 20 的滤波器滤波前后的信号：a)、b)分别为滤波前后的时域图；c)、d)分别为滤波前后的频域图。

## 2) 零位法 (null Method) [3]

零位法的本质是比较法测量。一般直接指示型测量仪表的测量方法是将被测信号放大到一定幅度，以驱动表头指针的偏转角度指示被测量的大小；或者经模数转换和数据处理后由液晶显示被测量的数值。而零位法是调整对比量的大小使其尽量接近被测量，由对比量指示被测量的大小，如图 D1-6 所示。图中的零位表指针只用来指示被测量和对比量的差异值，当零位表指示近似为零时，对比量的大小就表征了被测量的大小。对比量的调整可以手动实现，也可闭环自动调整，如图 D1-6 中虚线所示。用这种方法测量的分辨率取决于对比量的调整和指示的分辨率。用机械测量类比，弹簧秤是一种直接指示仪表，而天平则是一种零位法仪表。

由图 D1-6 可以看出，虽然被测量和对比量在传输过程中分别附加了干扰噪声  $n_1(t)$  和  $n_2(t)$ ，但是在对比相减的过程中， $n_1(t)$  和  $n_2(t)$  会在一定程度上相互抵消。两路信号传输过程越相似， $n_1(t)$  和  $n_2(t)$  也会越近似，抵消作用越好。因此，与直接指示测量方法相比，零位法测量结果的信噪比更高，测量精度也更高。

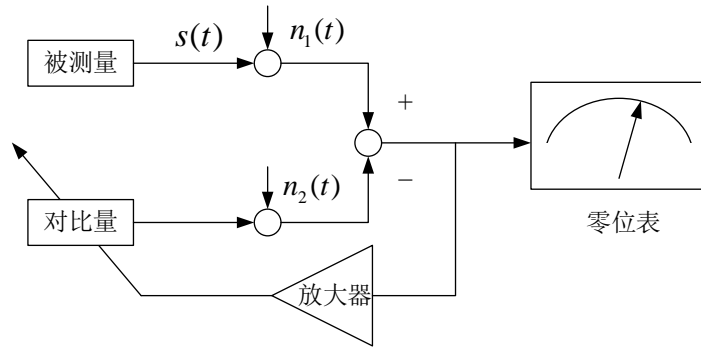


图 D1-6 零位法测量原理

数学上，设被测信号：

$$x(t) = s(t) + n_1(t) \quad (D1-12)$$

对比量信号为：

$$x_r(t) = s_r(t) + n_2(t) \quad (D1-13)$$

两者相减：

$$\Delta x = x(t) - x_r(t) = s(t) - s_r(t) + n_1(t) - n_2(t)$$

当调节对比量使零位表计数为零时， $\Delta x=0$ ，则： $s(t)=s_r(t)+n_1(t)-n_2(t)$ ，两组噪声相互抵消，则

$$s(t) \approx s_r(t)$$

对于理想的同源噪声， $n_1(t)-n_2(t)=0$ ，则：

$$s(t)=s_r(t) \quad (D1-14)$$

可见，零位法更适合于抑制同源噪声（如环境噪声），但不适用于随机的热噪声。



### 3) 锁相放大法<sup>[3]</sup>

锁相放大器(lock-in amplifier, LIA)也称锁定放大器,是通过特定的载波将湮没在噪声中的微弱信号提取出来的技术。锁相放大技术采用了频谱迁移和交流放大技术、用相敏检测器和低通滤波器来实现调制信号的解调。锁相放大器抑制噪声有三个基本出发点:

- (1) 用调制器将直流或慢变信号的频谱迁移到调制频率 $\omega_0$ 处,再进行放大,以避免传输过程所引入的以及放大器内部的 $1/f$ 噪声的不利影响。
- (2) 利用相敏检测器实现被调制信号的解调过程,可以同时利用频率 $\omega_0$ 和相角 $\theta$ 进行检测,噪声与信号同频又同相的概率很低。
- (3) 用低通滤波器来抑制宽带噪声。电路实现时,低通滤波器的频带可以做得很窄,而且其频带宽度不受调制频率的影响。

锁相放大技术需要先对(慢变)信号频谱进行迁移(如图 D1-7 所示),其调制过程是将低频信号  $V$  乘以频率为 $\omega_0$ 的正弦载波,从而将其频谱迁移到调制频率 $\omega_0$ 的附近,之后进行选频放大(电子线路术语,详见附录),这样就不会把 $1/f$ 噪声和低频漂移也放大了,如图 D1-7 (a)所示,图中的虚线表示 $1/f$ 噪声和白噪声的功率谱密度。经交流放大后,再用相敏检测器(PSD: phase sensitive detector)将其频谱迁移到直流( $\omega = 0$ )的两边,用窄带低通滤波器(LPF: low pass filter)滤除噪声,就得到高信噪比的放大信号,如图 D1-7 (b)所示,图中用虚线表示 LPF 的频率响应曲线。只要 LPF 的带宽足够窄,就能有效地改善信噪比。

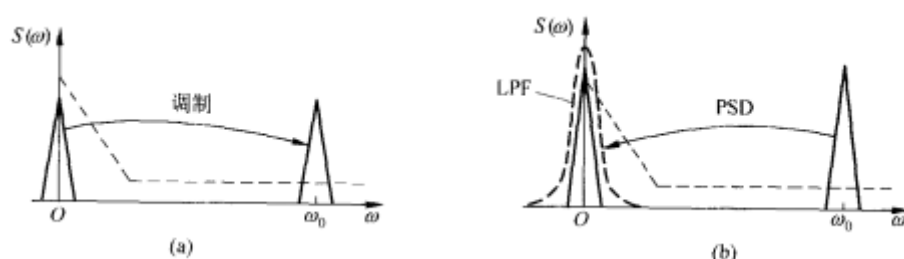


图 D1-7 锁相放大器对信号频谱进行迁移的过程

上述相敏检波是相对传统振幅调制(AM)检波的解调技术(整形+滤波)而言的,如图 D1-8 所示。

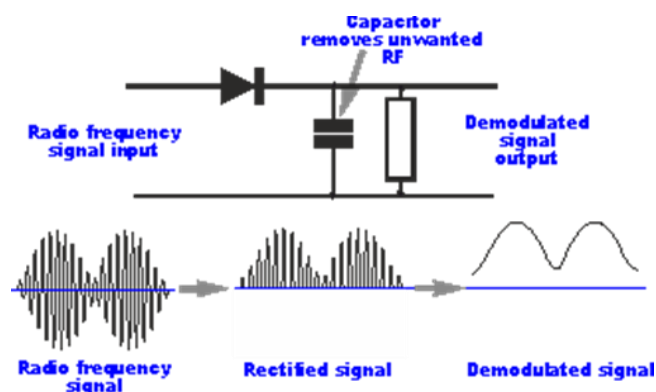


图 D1-8 传统振幅调制(AM)检波的解调技术



通过锁相放大技术的过程，相当于一个 Q 值极高的窄带滤波器，可以不受待测频率以外的噪声信号影响，从而使检测系统的性能大为改善。锁相放大器的等效噪声带宽可以达到 0.0001Hz，整体增益可以高达  $10^{10}$  以上，即把 0.1nV 的微弱信号可以放大到 1.0V 以上，因而可以测量极其微小的信号。

### 【工作原理】

锁相放大器的基本结构如图 D1-9 所示的虚线框内，其中信号通道、参考通道为锁相放大器的输入通道，相敏检测器（PSD）和低通滤波器（LPF）等。对于三角函数信号，可直接从信号通道输入（虚线框内的）锁相放大器。对于非三角函数信号或慢信号（如直流信号），它在输入锁相放大器前，需要被与参考信号频率相同的信号所调制（如图 D1-9 虚线框外部分所示），参考信号既可以是外部输入，也可以是内部自带参考信号源提供。为不失一般性，以下数学推导以需要调制的非三角函数信号为出发点。

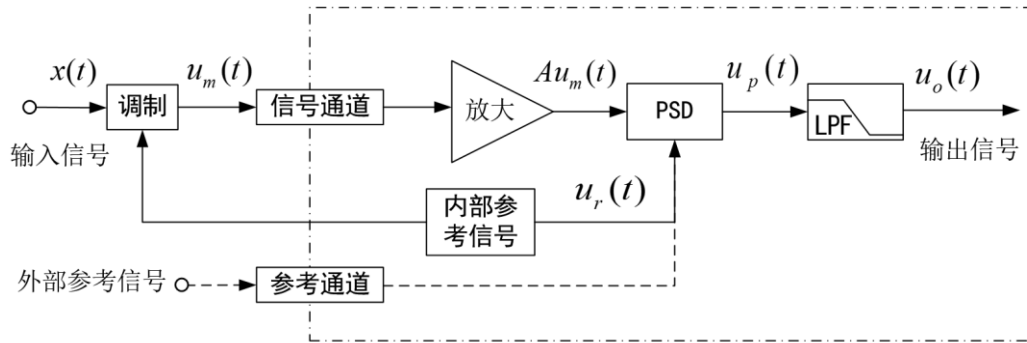


图 D1-9 锁相放大器工作原理（虚线框内）<sup>[5]</sup>

设待测信号为

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

经  $\sin(\omega_0 t + \theta)$  信号<sup>3</sup>调制后：

$$u_m(t) = x(t) \sin(\omega_0 t + \theta) = s(t) \sin(\omega_0 t + \theta) + n(t) \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (D1-15)$$

调制后待检测的信号<sup>4</sup>仍然很弱，输入锁相放大器后被放大  $A_I$  倍：

$$u_a(t) = A_I u_m(t) = A_I x(t) \sin(\omega_0 t + \theta) = A_I s(t) \sin(\omega_0 t + \theta) + A_I n(t) \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (D1-16)$$

此时，信号与噪声都被同时放大了。

锁相放大器采用参考信号<sup>5</sup>  $u_r(t) = \sin(\omega_0 t)$  解调，因调制信号是用参考信号通过某种物理机制触发或用参考信号本身，因此，参考信号与调制信号频率相同、相位差确定。

<sup>3</sup> 调制信号可以是参考信号本身，也可以是通过参考信号触发生成的其他同频信号。

<sup>4</sup> 调制后待检测的信号为锁相放大器的输入信号。

<sup>5</sup> 更一般的表达形式  $u_r(t) = \sin(\omega_0 t + \delta)$ ；为突出原理的简化起见，这里  $\delta=0$ 。

$$\begin{aligned}
 u_p(t) &= u_r(t)u_s(t) = A_I[s(t) + n(t)]\sin(\omega_0 t + \theta)\sin(\omega_0 t) \\
 &= \frac{1}{2}A_I[s(t) + n(t)][\cos\theta - \cos(2\omega_0 t + \theta)]
 \end{aligned} \tag{D1-17}$$

低通滤波后留下了慢变的待测信号和同（低）频噪声：

$$u_{ox}(t) = \frac{1}{2}A_I[s(t) + n_l(t)]\cos\theta \tag{D1-18}$$

其中  $n_l(t)$  由式 D1-10 定义，上述过程对应的原理图见图 D1-9； $\theta$  值是锁相放大器输入信号与参考信号之间的相位差，它影响到输出信号的大小，因而，此解调过程亦称相敏检测（PSD）。

为了获得输入的完整信号，需采用另一路与参考信号相位相差  $\pi/2$  的信号作为解调信号：

$$u_{R1}(t) = \cos(\omega_0 t) \tag{D1-19}$$

则通过相敏检测后此路信号与另一路信号也相差  $\pi/2$ ：

$$u_{p1}(t) = \frac{1}{2}A_I[s(t) + n(t)][\sin\theta + \sin(2\omega_0 t + \theta)]$$

低通滤波后同样留下了慢变的待测信号和同（低）频噪声：

$$u_{oy}(t) = \frac{1}{2}A_I[s(t) + n_l(t)]\sin\theta \tag{D1-20}$$

从而，我们可以获得被调制后信号（锁相放大器输入端信号）相对于解调信号（图 D1-9 的参考信号）的相位差：

$$\theta = \tan^{-1} \frac{u_{oy}(t)}{u_{ox}(t)} \tag{D1-21}$$

并且获得输出信号幅值  $u_o(t)$ ：

$$u_o(t) = \sqrt{u_{ox}^2(t) + u_{oy}^2(t)} = \frac{1}{2}A_I[s(t) + n_l(t)] \tag{D1-22}$$

具有这种两互相垂直的信号输出、获得锁相放大器输入端完整信号能力的锁相放大器被称**双相锁相放大器**（原理如图 D1-10 所示），本实验用的 OE1022 就是双相锁相放大器。

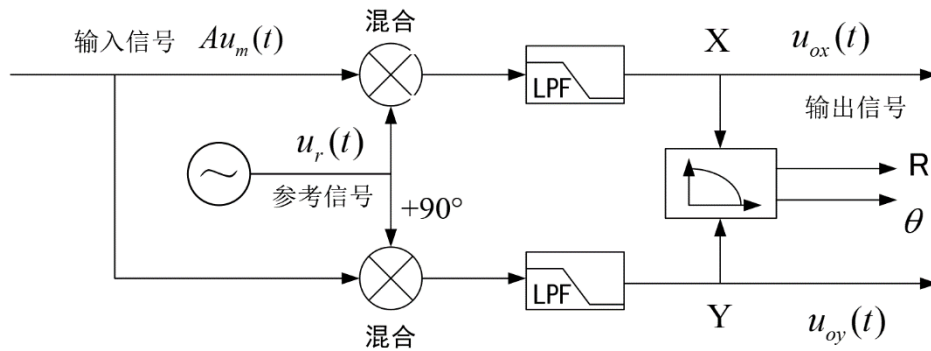


图 D1-10 双相锁相放大器结构框图<sup>[6]</sup>

对于锁相放大器输入端的信号（D1-15 式）而言，信号的幅值为  $s(t)$ 。按习惯定义，锁相放

大器输出为其输入信号的**有效值**（均方根 RMS）：

$$R = \sqrt{\frac{\int_0^T \{[(s(t) + n(t)) \cos(\omega_0 t)]^2 + [(s(t) + n(t)) \sin(\omega_0 t)]^2\} dt}{T}} \quad \text{或} \quad (D1-23)$$

$$R = \sqrt{\frac{\sum_0^{N_T} \{[(s(t_i) + n(t_i)) \cos(\omega_0 t)]^2 + [(s(t) + n(t)) \sin(\omega_0 t)]^2\}}{N_T}} \approx \frac{u_{o\_pp}(t)}{\sqrt{2}A_I}$$

前式对模拟量采用积分、后式对数字量采用求和；则锁相放大器输入信号的  $x$ 、 $y$  分量分别为：

$$X = R \cos \theta \approx \frac{u_{ox\_pp}(t)}{\sqrt{2}A_I} \quad (D1-24)$$

$$Y = R \sin \theta \approx \frac{u_{oy\_pp}(t)}{\sqrt{2}A_I} \quad (D1-25)$$

或

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

其中  $R$ 、 $X$ 、 $Y$  和  $\theta$  就是在锁相放大器屏幕上的显示值，是内部运算的结果；当噪声足够小、且  $s(t)$  为常量时， $R$  为一常量。

可见，锁相放大器用相敏检测器实现解调，并且实现**既检幅又检相**的功能。尽管锁相放大器已滤除了绝大部分噪声，但对同频噪声  $n_i(t)$  仍无能为力。并且由于放大后的信号仍包含噪声成分，等效于其相位差  $\theta$  也受随机噪声  $n_i(t)$  影响，从而存在相位噪声。在实际工作中，我们通常选择频谱中背景噪声最低的频率作为慢变信号的调制频率。

很多应用场合，锁相放大器的参考信号由外部提供（例如光学斩波器，信号发生器），此时叫做外部参考模式(external)。锁相放大器的参考通道就会将外部输入的参考信号进行放大和整形，然后通过锁相环技术，在锁相放大器内部产生一个与外部输入参考信号频率相等、相位差锁定的正弦信号，即上述图 D1-9 所示的  $u_r(t)$ 。可见，**锁相的含义是根据外部参考，利用锁相环产生一个频率相同、相位差锁定的参考信号**。这个是锁相放大器能够进行后面相敏检测运算的基础。参考通道还有另一功能，即对参考输入进行移相处理，以使各种不同相移信号的检测结果达到最佳。

如果采用内部参考模式(internal)，也就是锁相放大器自带的 SINE OUT 的正弦信号作为实验的激励源，由于内部参考信号是锁相放大器自身产生的正弦波（与 SINE OUT 信号同频不同相），因此频率及相位不需要锁相环获取，此时也就不需要锁相；在这种情况下，由于频率及相位是直接得到的，不需要放大和整形，测量的精度会更高。

对于数字锁相放大器 Output 通道的输出信号，对应于原信号  $R$  或  $X$ 、 $Y$  分量乘以其逻辑增益。

此外，如果将数学推导中的三角函数替换为带复数的矢量形式  $e^{-i\omega t}$ ，两互相垂直的分量分别对应于实部和虚部，锁相放大器可以实现正交的矢量测量（包括幅值和相位），这有助于对

被测信号进行矢量分析, 以确定被测系统的动态特性。

锁相放大器原理的实现有两种方式, 早期的模拟锁相放大器 and 后来发展的数字锁相放大器。本实验项目所用到的就是中山大学物理实验中心研发的数字锁相放大器 OE1022, 其结构如图 D1-9 (虚线框内) 所示; 它是一款双相型锁相放大器 (原理如图 D1-10 所示)。

对锁相放大器测量弱信号的实际应用, 对不同的测量对象要采用不同的传感器, 传感器的输出阻抗各不相同。为了得到最佳噪声特性, 信号通道的**输入阻抗**<sup>6</sup>要能与相应的传感器输出阻抗相匹配。

电路实现时, LPF 的频带可以做得很窄, 使锁相放大器达到较大的 SNIR。

### 3 锁相放大器参数

锁相放大器的重要参数, 影响着锁相放大器的工作。理解锁相放大器参数的含义及其 (配置) 对锁相放大器性能的影响, 是正确使用锁相放大器的前提。

#### 3.1 灵敏度 (Sensitivity)

灵敏度从直观上来分析就是锁相放大器的当前显示量程, 由信号通道的交流放大增益与相敏检波器 (PSD) 解调增益决定。

OE1022 锁相放大器的输出通道 (output) 的增益为 10V/灵敏度。例如, 对 100mV 的灵敏度设置, 输出通道的增益为 100。但最大逻辑增益为  $10^7$ , 即对于 1 $\mu$ V 以下的灵敏度, 其增益与 1 $\mu$ V 档相同。

#### 3.2 最小可测信号 *MDS* (Minimum Discernible Signal)

定义为输出能辨识的最小输入信号, 可以理解为系统对小信号的分辨率。影响 *MDS* 的主要因素有系统的内部噪声、温度漂移等, 即结果会受到包括内部噪声、温度漂移的影响而产生波动, *MDS* 定义为输出可以稳定在一定百分率波动下的最小输入。例如, 输入 100nV 纯净信号, 长时间监测发现, 结果在 10% 误差以内可以达到稳定, 而在仪器标称的温度范围内, 如 20°C~30°C, 也能稳定在这个范围内。而且, 当输入低于 100nV 时, 上述同样观测方法下不能达到该误差范围内的稳定, 那么 *MDS* 即定义为 100nV。值得指出的是, 在国内, *MDS* 通常按照时漂来定义, 而在国外则通常严格按照时漂和温漂同时满足来定义 *MDS*。

#### 3.3 时间常数 (Time Constant) 和陡降 (Slope)

前面讲锁相放大器原理时讲到, 信号经相敏检波后, 需经低通滤波后才能输出被放大的直

<sup>6</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Input\\_impedance](https://en.wikipedia.org/wiki/Input_impedance)

流信号。显然，这个低通的带宽越窄，噪声含量就越小，即信噪比越高。典型的低通滤波器如图 0-1 所示的一阶 RC 滤波器。降低其带宽的简单办法就是增加其数量并串联起来，我们称之为级联，一阶 RC 滤波器的个数称为级联阶数。增加滤波器的级联阶数虽然可提高输出的信噪比，但其代价是增加了时间常数。

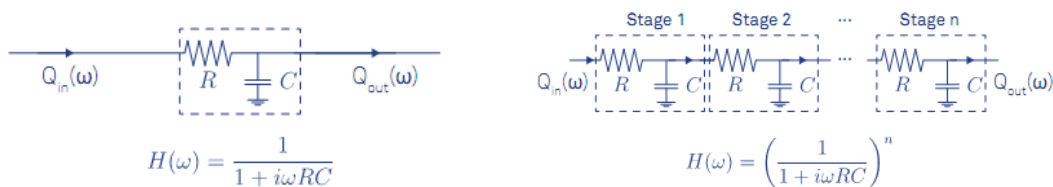


图 0-1 左图为一阶 RC 滤波器及其传输方程；右图为多级级联 RC 滤波器及其传输方程

一阶 RC 滤波器对阶跃函数的响应如图 0-2 所示。定义输出信号升到最大值的  $(1-1/e)$  倍或降到最大值的  $1/e$  倍所需要的时间为响应时间常数  $\tau$ 。当级联阶数越高，信号响应越慢，等效时间常数越大（见图 0-3）；表 0-1 给出了不同时间常数和级联阶数对应的系统带宽和响应时间。

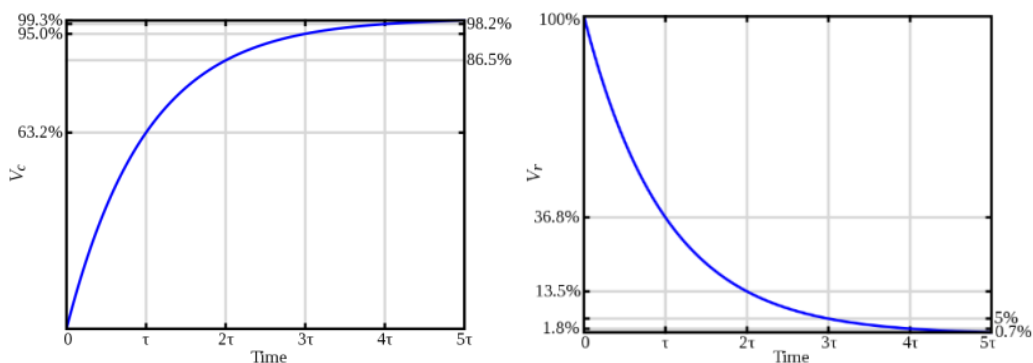


图 0-2 时间常数  $\tau$  的阶跃响应表示<sup>[7]</sup>

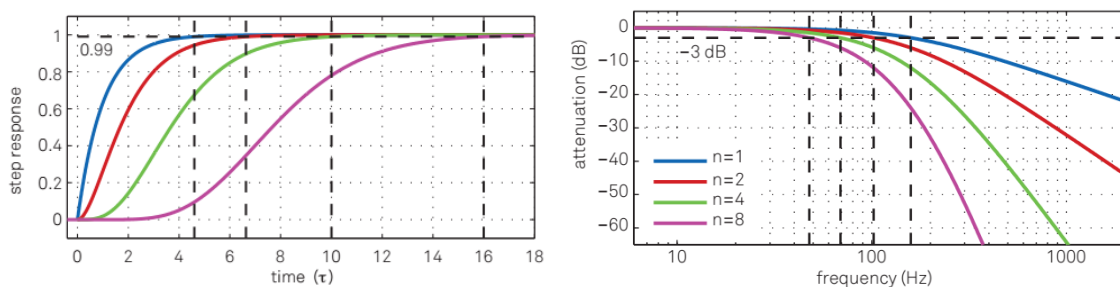


图 0-3 阶数  $n=1、2、4、8$  时的阶跃响应和陡降<sup>[5]</sup>

如图 0-3 所示，当滤波器的时间常数  $\tau$  一定，阶数  $n$  分别为 1、2、4、8 时，系统的输入从最小值逐渐增加后稳定到最大值的 99% 所用的时间。

因为锁相放大器中相敏检测器后端的低通滤波器设计采用多个低通滤波器级联的方式实现，所以此时稳定时间是由当前设置的时间常数大小和滤波器阶数共同决定的。

在数字锁相放大器中，低通滤波器是用数字滤波器实现的；同时 OE1022 锁相放大器中可

选择 1 至 4 阶低通滤波器级联的结构；不同的阶数对应的滤波器的陡降不同，1 至 4 阶滤波器分别对应 6dB、12dB、18dB、24dB 四种陡降。

表 0-1 不同低通滤波器阶数对应的系统带宽和稳定时间<sup>[5]</sup>

Order n	Time constant $\tau$	Roll-off		Bandwidth in units of $1/\tau$			Settling times in units of $\tau$			
		dB/oct	dB/dec	$f_{-3dB}$	$f_{NEP}$	$f_{NEP}/f_{-3dB}$	63.2%	90%	99%	99.9%
1	1	6	20	0.159	0.250	1.57	1.00	2.30	4.61	6.91
2	1	12	40	0.102	0.125	1.23	2.15	3.89	6.64	9.23
3	1	18	60	0.081	0.094	1.16	3.26	5.32	8.41	11.23
4	1	24	80	0.069	0.078	1.13	4.35	6.68	10.05	13.06
5	1	30	100	0.061	0.069	1.12	5.43	7.99	11.60	14.79
6	1	36	120	0.056	0.062	1.11	6.51	9.27	13.11	16.45
7	1	42	140	0.051	0.057	1.11	7.58	10.53	14.57	18.06
8	1	48	160	0.048	0.053	1.10	8.64	11.77	16.00	19.62

可以简单地认为，时间常数越大，阶数越高，输出的带宽就越低，显示的测量幅度、相位等值就越稳定。然而，过大的时间常数会抹平输入信号（随时间）的变化，从而失去有用的信息。因此，在实际应用中，需要根据输入信号随时间变化的情况，协调时间常数与信噪比之间的平衡。

### 3.4 满刻度输出时的输入电平 $FS$ (Full Scale Input Level)

$FS$  有时也称为满刻度灵敏度 (Full Scale Sensitivity)，它是用来表征锁相放大器测量灵敏度的，拥有电压的量纲，与系统的总增益有关，如下式：

$$FS = OUT_{max} / A_{total}$$

其中， $OUT_{max}$  表示输出满刻度值，例如 10V； $A_{total}$  表示系统的总增益能力，例如  $10^7$ ；那么，该系统的  $FS$  即为 1 $\mu$ V。 $FS$  实际上标称了系统的放大能力。

这里需要说明的是，“输出”指的是锁相放大器对于所测得的有用信号的一种表示，这种表示一般是输入信号的有效值，有时为了应用的需要，输出也可能是测得有用信号的有效值经过可控的调整而得到的。 $OE$  系列锁相放大器可直接输入 1Vrms 信号进行测量，其灵敏度从 1nVrms-1Vrms 按照 1-2-5 的顺序标定，可以方便用户对不同大小的信号的调整。

### 3.5 过载电平 $OVL$ (Overload)

$OVL$  定义为锁相放大器任一级出现过载或临界过载时的输入电平。因为微弱信号检测通常处理的是信噪比较低的输入，所以过载往往出现在噪声电压出现尖峰时。因此，可以将  $OVL$  理解为系统允许的最大输入噪声电压电平，即系统的最大噪声容限。应当指出，通常对应不同的增益设置，各级放大情况将有所不同，其过载电平也会有所不同，故在指明  $OVL$  时，应当附带指出其  $FS$ ，这样才有意义。

另外,  $FS$  作为最大输出时按照增益对应回输入端的电平, 正常情况下可以理解为有用信号值, 而  $OVL$  则是指的噪声容限, 因此要求  $OVL$  必须远远大于  $FS$ , 这样才能充分发挥锁相放大器从噪声中提取信号的能力。

### 3.6 输入总动态范围

在给定  $FS$  的条件下 (即给定的增益设置), 锁相放大器的过载电平  $OVL$  与最小可测信号  $MDS$  比值的分贝数, 即

$$\text{输入总动态范围} = 20\lg(OVL/MDS)(dB)$$

上文已经介绍,  $OVL$  标称了锁相放大器的噪声容限, 而  $MDS$  表明锁相放大器能够分辨的最小信号。因而输入总动态范围可以理解为锁相放大器从噪声中提取有用信号的能力, 即分辨率越高, 噪声容限越大, 则输入总动态范围越大。 $OE1022$  的输入总动态范围  $>100dB$ , 再其测量范围内, 对各种苛刻的噪声下, 都能精准把信号给检测出来, 普适于各种测试场所等。

### 3.7 输出动态范围

该参数定义为满刻度灵敏度  $FS$  与最小可测信号  $MDS$  比值的分贝数, 即

$$\text{输出动态范围} = 20\lg(FS/MDS)(dB)$$

输出动态范围表示锁相放大器可以检测的有用输入信号的动态范围, 即输入有效信号可以在该范围内波动而既不会导致锁相放大器不可分辨, 也不会导致超过输出的最大范围。

### 3.8 动态储备 $DR$ (Dynamic Reserve)

动态储备  $DR$  定义为过载电平  $OVL$  与满刻度输出时的输入电平  $FS$  比值的分贝数, 如下式

$$DR = 20\lg(OVL/FS)(dB)$$

其中  $OVL$  表示锁相放大器的噪声容限,  $FS$  表示输出动态范围。若动态储备为  $100\text{ dB}$ , 表示系统能容忍的噪声可以比有用信号高出  $10^5$  倍。

实际上动态储备容量应该保证整个实验过程中不发生过载, 过载还可能出现在前置放大器的输入端和 DC 放大器的信号输出端, 可以通过调整增益分配来实现高动态储备。前级放大倍数设置为较小值, 以防止噪声过载, 经过 PSD 和低通滤波器滤掉了大部分噪声后, 直流放大倍数设置为较大值, 将信号放大到满量程。

锁相放大器输入信号在 PSD 处理之前需要交流放大, 而在 PSD 处理之后是直流放大信号即可。在总增益不变的情况下, 如果调整交流增益增加, 直流增益减小, 则输入噪声经交



流放大很容易使 PSD 过载，动态储备减小，同时输出的直流漂移减小。反之，如果增加直流增益，降低交流增益，则动态储备提高，使锁相放大器具有良好的抗干扰能力，但以输出稳定性为代价，降低了测量精度。

直流放大输出精度受噪声的频率和幅值影响。幅值较大且与信号频率相同的噪声经过 PSD 后同样变成直流信号，这样经过低通滤波器时直接输出，对输出结果造成影响。

动态储备与噪声频率有关。在参考频率处的动态储备为 0，远离参考频率时动态储备增加，离参考频率足够远时，动态储备可达到最大值。参考频率附近的动态储备对仪器噪声容限极其重要，增加低通滤波器的级数可以提高滤波效果，从而增加参考频率附近的动态储备。远离参考频率的动态储备一般比较大，但一般其影响不大。

OE1022 动态储备大于 100 dB，高的动态储备会产生输出噪声和漂移。当动态储备较高时，由于模数转换器的噪声存在导致输出误差增加。由于所有的信号源都存在本底噪声，因在 PSD 提取信号过程中就会掺杂着噪声，如果噪声很大，在高动态储备测量中就会产生较大的输出误差。如果外部噪声较小，则其输出主要是受 OE1022 自身噪声影响。这时可以通过降低动态储备和直流增益可以减小输出误差。因此，在实际应用中应尽量使用低动态储备。

在确定的测量精度要求下，动态储备有最小值。精度要求越高，其最小值就越大。在模拟锁相放大器中，低动态储备意味着更小的输出误差和漂移。在 OE1022 数字锁放中，高动态储备不会增加输出误差和漂移，但是会增加输出噪声。然而，如果在 A/D 转换器前的模拟放大器增益足够大，则其被放大的自身噪声比 A/D 转换器的噪声还大。这样，输出主要受输入噪声影响。因此，增大模拟增益即减小动态储备并不能减小输出噪声。在分辨率要求极高的情况下，增益增大并不能提高信噪比，因此，这时可以降低增益从而提高动态储备。

### 3.9 选频放大

对某一段频率或单一频率的信号具有突出的放大作用，而对其他频率的信号具有较强抑制作用的放大。

#### 【实验前思考题】

1. 请写出拍频信号<sup>7</sup>的数学表达式，并分别用时域和频域图表述出来。
2. 噪声电压信号是个随机值，原则上，只要时间足够长，其平均值为零。如果待测信号

---

<sup>7</sup> 如多谱纳效应测速度的实验，双光栅测量微小振动的实验都用过拍频原理。

是个恒定值，且环境噪声也是稳定的，则可以通过大量采样平均来获得待测信号值。然而，实际测量中，信号不是常量，而是（相对）慢变量，而（环境）噪声也不稳定，这样长时间大量采样平均的方法就不奏效，锁相放大器是个更好的解决方案。为更好的使用锁相放大器，请回答以下问题：

- 1) 如何用锁相放大器检测到待测的直流信号或慢变信号？(图 D1-9 中的  $x(t)$  为直流或慢变信号)
- 2) 如用斩波器调制直流信号(如光强)，被斩制后的信号(图 D1-9 中的  $u_m(t)$  信号)仍然包含有直流分量（即平均值不为零），但该直流分量随交流信号输入锁相放大器后不会被锁相放大器检测，请从数学推导上说明。

【注，一个理想的交流信号其平均值为零；一个平均值不为零的信号，其平均值可视为直流信号。】

3. 相位角以及相位差的含义是什么？锁相放大器输出的  $\theta$  是待测信号的相位角还是待测信号与参考信号之间的相位差？
4. 它会受到什么因素的影响？请预测一根长 1.0 米的同轴电缆会给相位差的测量带来多大的影响？实验能测出来吗？多高的频率才能测出来？
5. 设计一个实验方案（选），实现锁相放大器的频谱仪功能。
6. （选）用复数的取代三角函数，将锁相放大器的工作过程描述一遍；
7. （选）用付立叶变换描述滤波过程；帮助理解图 D1-5（时域与频域）背后的数学。【示波带快速付立叶变换（FFT）功能：MATH→操作（选 FFT）】

## 【实验内容】

### 1 锁相放大器的基本操作和基本参数——工作原理的体验

#### 1.1 测量信号 $R$ 、 $\theta$ 、 $X$ 以及 $Y$ 值，并验证它们之间的关系

OE1022 的内部振荡器 SINE OUT 相当于函数发生器，输出正弦信号。现在用它产生一个幅值为 80mVrms、频率约为 1kHz 的正弦波，并用 OE1022 进行测量。步骤如下：

- 1) 断开所有与机箱连接的信号线，接入电源，打开电源开关，此时系统处于默认设置状态。

若如果系统不是默认设置状态，可以在前面板上选择 SAVE RECALL 菜单，Save&Recall 设置为 recall，此时 Channel 会变成 Default，按下软键 3(见图 D1-14)，将 Execute 设置为 YES，即可恢复默认设置状态。

若已经恢复默认设置状态，在前面板上选择 REF/PHASE 子菜单，Ref.source 设置为“Internal”；Ref.frequency 为默认值“1.000kHz”；选择进入“Sine Output”下级菜单，扫描类型 Sweep Type 设置为“Fixed”，通过数字键盘在 Voltage 中输入“0.08”，得到幅值为 80mVrms、频率为 1.000kHz 的正弦信号，待测信号的参数如图 D1-11 所示：

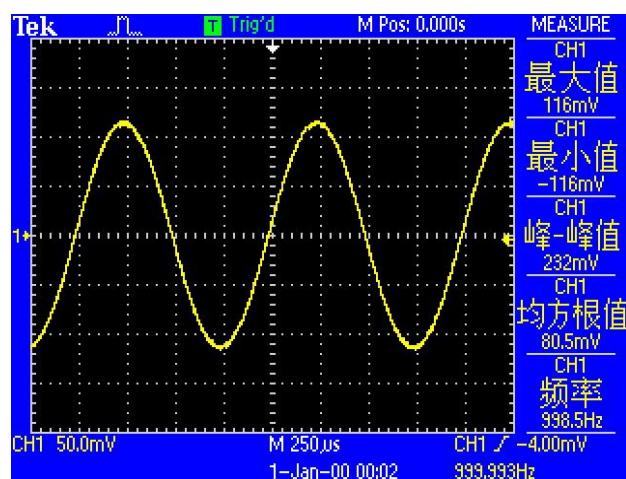


图 D1-11 OE1022 的内部振荡器 SINE OUT 输出信号波形图

- 2) 用一条 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 前面板 SINE OUT 输出接口和 SIGNAL IN 的 A/I 接口，如图 D1-12 所示：

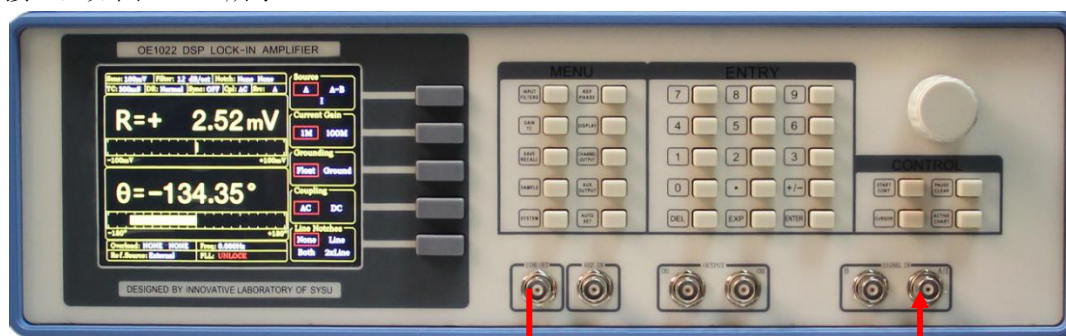


图 D1-12 测量信号线连接图

- 3) 观察主界面中监测栏的 Overload 是否提示溢出：

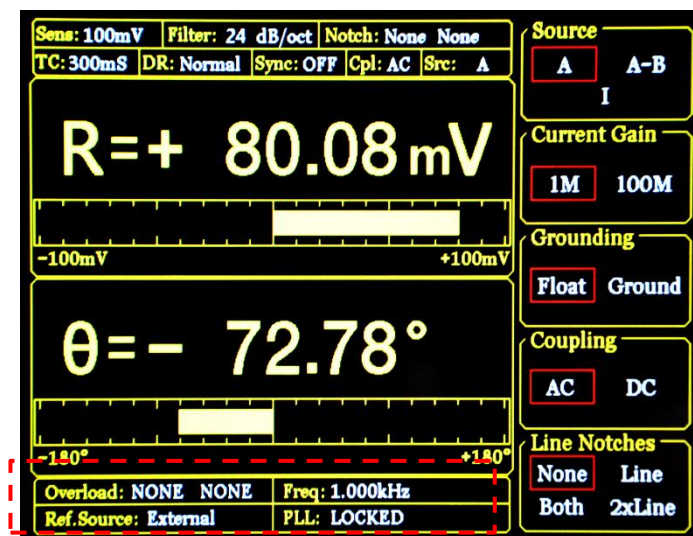


图 D1-13 锁相放大器显示屏主界面监测栏

- 4) 若前级输入溢出，则显示 Overload: INPUT NONE；若放大溢出，则显示 Overload: NONE GAIN；若同时溢出，则显示 Overload: INPUT GAIN。
- 5) 前级溢出时应立即减小数字信号发生器输出幅值，放大溢出应立即调节灵敏度(sensitivity)<sup>8</sup>值（OE1022 输入端峰值高于 1.7V 或谷值低于 -1.7V 时发生前级溢出，且默认灵敏度值为 100mV，因此本例中数字信号发生器输出幅值为 80mVrms 的正弦波时不会发生溢出，但是测量其他信号时要注意溢出情况）。调节灵敏度值的方法见下。
- 6) 调节灵敏度值。按下前面板 GAIN/TC 按键进入子菜单。

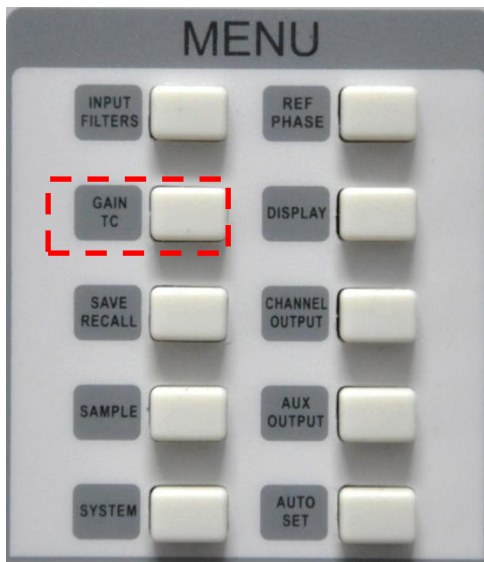


图 D1-14 GAIN/TC 菜单位置

- 7) GAIN/TC 子菜单界面如图 D1-15。

<sup>8</sup> 见附录 1。

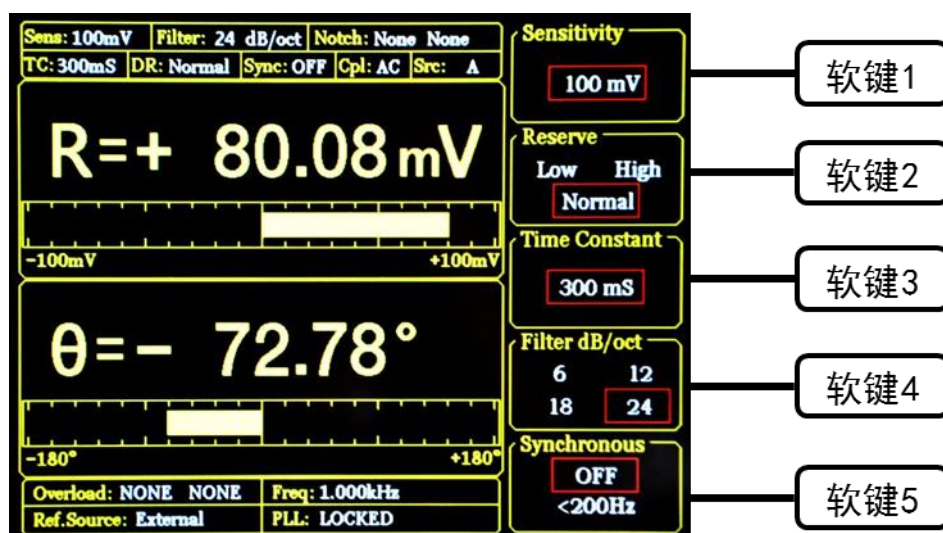


图 D1-15 GAIN/TC 菜单参数显示

- 8) 按下软键 1 以选中 Sensitivity 功能, 选中区域会有高亮显示, 通过旋转旋钮调节 Sensitivity 值, 使测量信号值尽量满偏但不超量程。此处我们调节为 100mV 即可。至此, 我们即简单测出了从函数信号发生器输出的正弦波幅值大小以及相位(测量结果参考值:  $R=80.08\text{mV}$ ,  $\theta=-72.78^\circ$ ; 如果相位差 $\theta$ 显示其他值, 说明什么? 能调到 $-72.78^\circ$ 吗? 怎样调? )。请比较示波器的读数和锁相放大器的 R 值, 以理解 R 值的确切含义<sup>9</sup>。
- 9) 主界面数据栏显示 R、 $\theta$ 、X 及 Y 值。按下前面板 DISPLAY 按键进入子菜单。

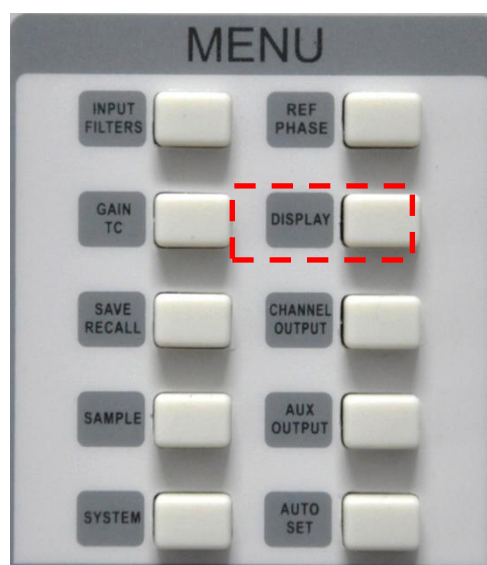


图 D1-16 DISPLAY 菜单位置

- 10) DISPLAY 子菜单界面如下。

<sup>9</sup> R 值为有效值, 在 OE1022 中是均方板 (RMS: root mean square) 值。



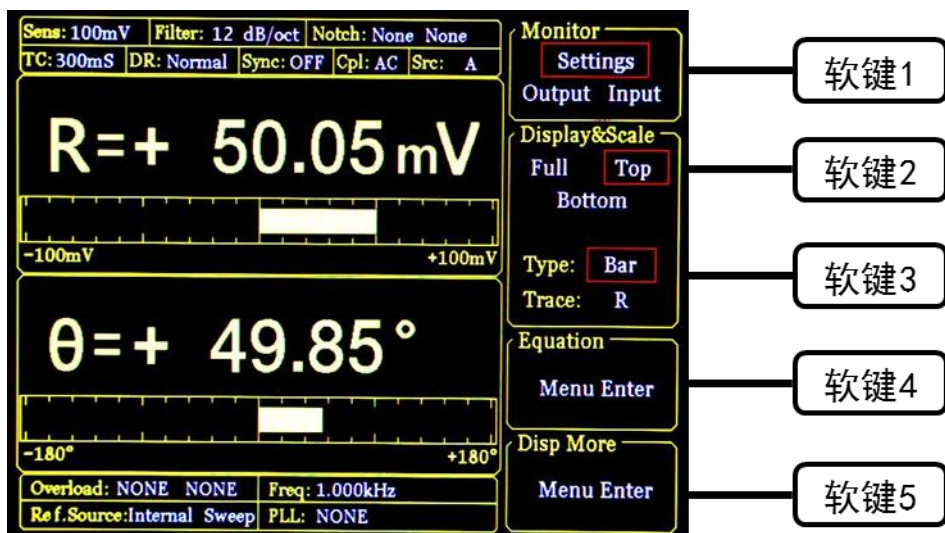
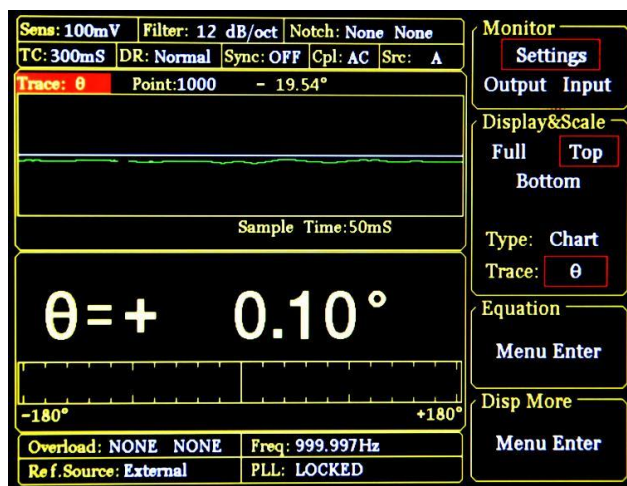


图 D1-17 DISPLAY 菜单界面

- 11) 系统默认设置中，数据栏上方显示 R，下方显示  $\theta$  值，通过以下介绍的方法可更改显示的数值。



图 D1-18 锁相放大器前面板

图 D1-19 XY 坐标图显示  $\theta$  值效果图

12) 例如将上方显示的 R 值更改为采用 XY 坐标来显示  $\theta$  值的方法：首先按软键 2，使其选中 Top；再按软键 3 选中 Type，Type 区域此时高亮显示，通过调节旋钮可选择 Chart(XY 坐标)或 Bar(数字百分比)，我们选择 Chart；再按软键 3 选 Trace，Trace 区域此时高亮显示，通过调节旋钮可选择显示 R、 $\theta$ 、X、Y，我们选择  $\theta$ 。然后按下前面板右下角处的 START CONT 按键，如图 D1-18 所示，此时图像开始生成。通过以上设置实现效果如图 D1-19 所示。

【**制定一个测量方案**，通过改变  $\theta$  值（给出范围和点数），观察 X、Y 是如何相应地改变？】

13) 主界面监测栏显示 R、 $\theta$ 、X、Y 值。

14) 可以更改检测栏的内容使其实时显示 R、 $\theta$ 、X、Y 值。方法：按下前面板 DISPLAY 按键进入子菜单，再按软键 1 将 Monitor 设置中从 Setting 切换为 Output，此时监测栏显示 R、 $\theta$ 、X 和 Y 的值，如图 D1-20 所示。

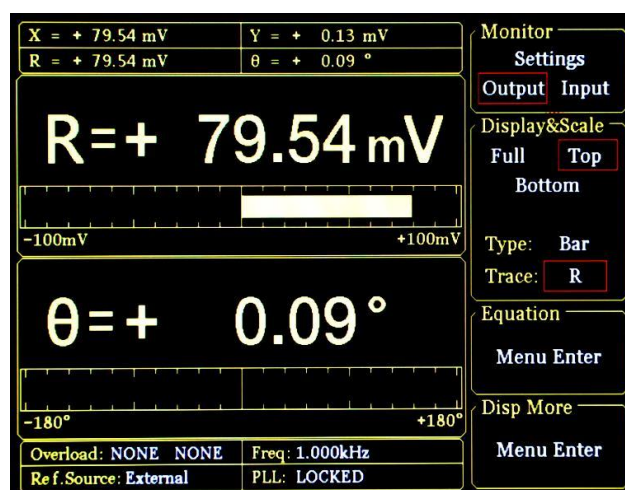


图 D1-20 监测栏显示效果图

上述测量数据反映出 R、X、Y 及  $\theta$  之间是什么关系？是否与 (D1-24) 和 (D1-25) 式符合？

15) 影响相位差测量的因素

改变不同的频率值，看看 R、X、Y、和  $\theta$  分别有什么变化？为什么？[提示，可用 sweep 设置参考信号。]

16) 在 1 kHz 至 100kHz 范围内观察一米电缆对相位差的影响。

设置某一参考信号频率（自己设计不少于 5 个频率点），记录其相位差  $\theta_0(f)$  值，然后延长 sine out 到 signal in 的电缆，记录延长电缆后的相位差  $\theta_e(f)$  值，并计算  $\Delta\theta(f) = \theta_e(f) - \theta_0(f)$ 。

[与你预测的一致吗？提示同轴电缆的绝缘层材料为 PVC]

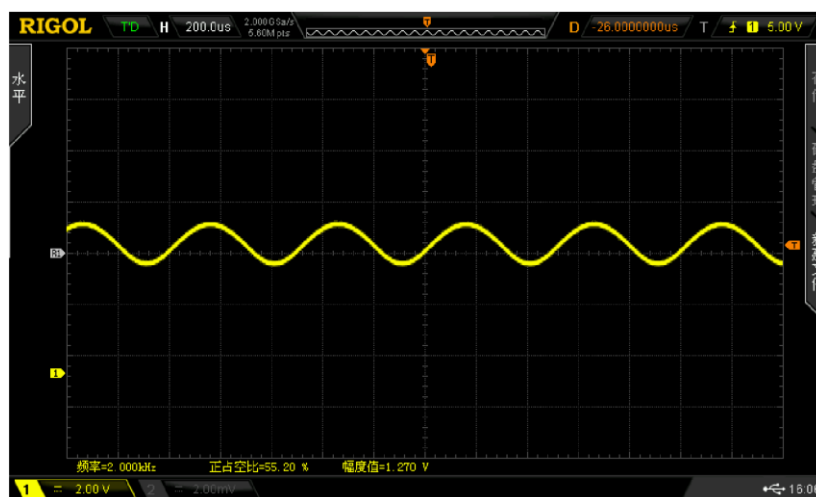
**操作验证：**是否可以先测量不同频率下的一组  $\theta_0(f)$  值，然后再延长电缆，再测量对应频率下的一组  $\theta_e(f)$  值？能定性解释  $\theta_0(f)$  吗？



## 1.2 不同时间常数、陡降、动态储备下观测滤波器效果

现在我们举例使用 OE1022 的内部振荡器 SINE OUT 产生一个幅值为 50mVrms、频率为 1kHz 的正弦波，用 OE1022 进行测量并在 Fast channel out 进行输出，本操作指南将简单演示如何调节时间常数 (TC)、滤波器陡降 (Slope) 及动态储备 (Reserve)，通过锁相放大器的 Fast out 功能及示波器观测滤波器效果。步骤如下：

- 1) 断开所有与机箱连接的信号线，接入电源，打开电源开关，此时系统处于默认设置状态。  
在前面板上选择 REF/PHASE 子菜单，Ref.source 设置为“Internal”；Ref.frequency 为默认值“1.000kHz”；选择进入“Sine Output”下级菜单，扫描类型 Sweep Type 设置为“Fixed”，通过数字键盘在 Voltage 中输入“0.05”，得到幅值为 50mVrms、频率为 1.000kHz 的正弦信号。
- 2) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 前面板 SINE OUT 输出接口和 SIGNAL IN 的 A/I 接口，OE1022 前面板 CH1 接口和示波器输入接口。
- 3) 调节灵敏度值，本例中数字信号发生器输出有效值为 50mVrms 的正弦波，相位 (phase) 设置为 60deg，灵敏度设置为 100mV 即可。
- 4) 按下 OE1022 前面板的 GAIN/TC 按键，调节时间常数和陡降，设置时间常数为 30 $\mu$ s，陡降为 6dB/oct。
- 5) 按下 OE1022 前面板 CHANNEL OUTPUT 按键，进入子菜单，在 Output 选项中选择 CH1，在 Speed 选项中选择 Fast，Source 选项默认为 R (Fast 模式下输出源可选择 R、X、Y，Slow 模式下输出源可选择 R、X、Y、Rh1、Xh1、Yh1、Rh2、Xh2、Yh2、Noise、 $\theta$ 、 $\theta$ h1、 $\theta$ h2)，Offset&Expand 中默认 Offset 为 0，Expand 为 1[见参考文献 5]，如图 D1-21 所示。



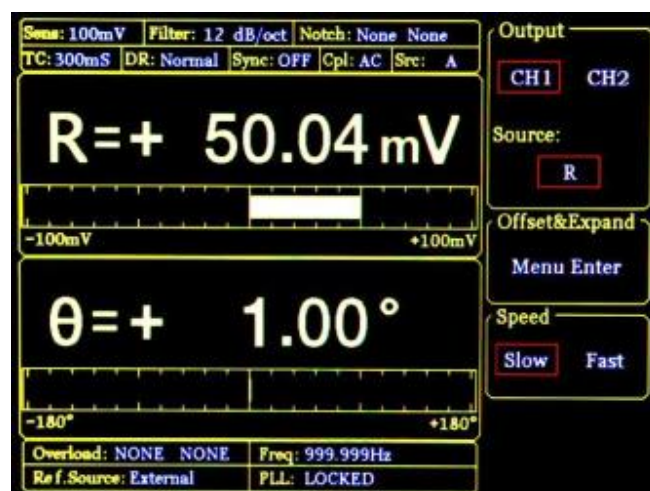


图 D1-21 Channel out 子菜单设置图（上图  $V_{rms} = 0.05V$ , 陡降=24dB/oct,  $T_c=100\mu s$ ）

- 6) 在示波器上调节时基、输入通道设置等，可观测到在  $30\mu s$  时间常数和 6dB/oct 陡降下 channel out 输出 R 值波形，如图 D1-22 所示：

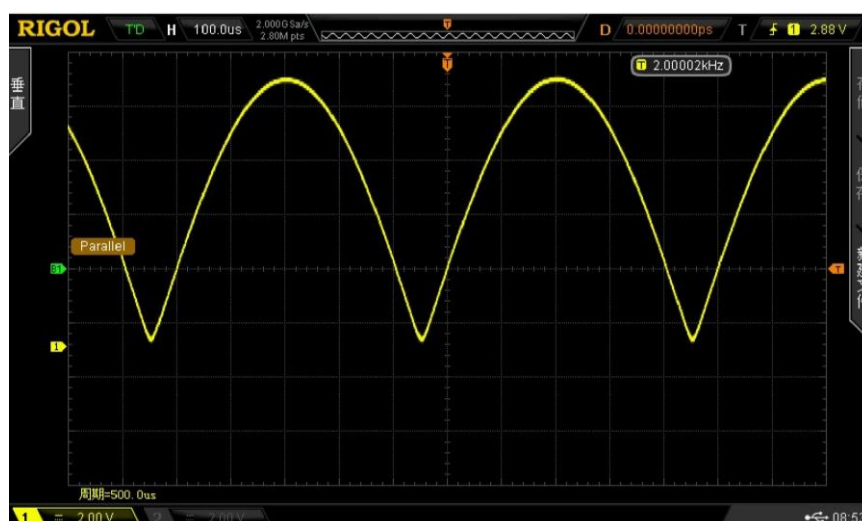
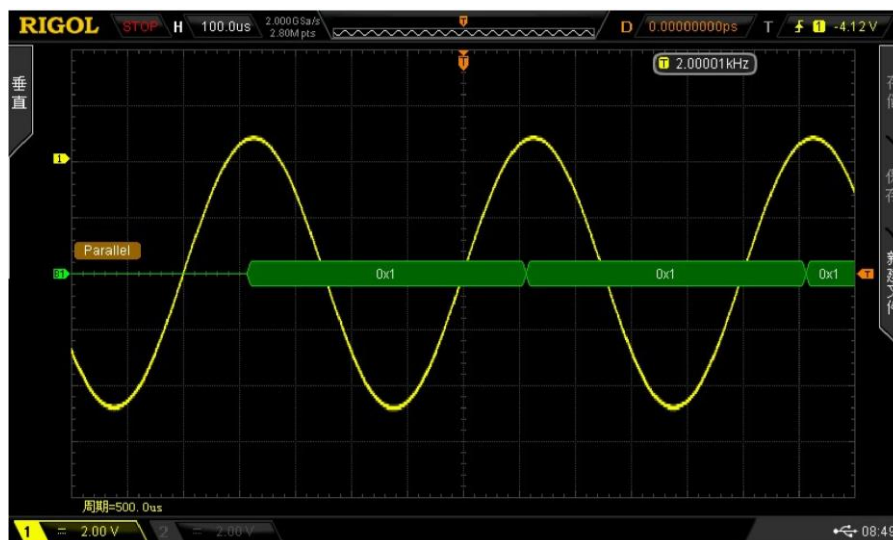
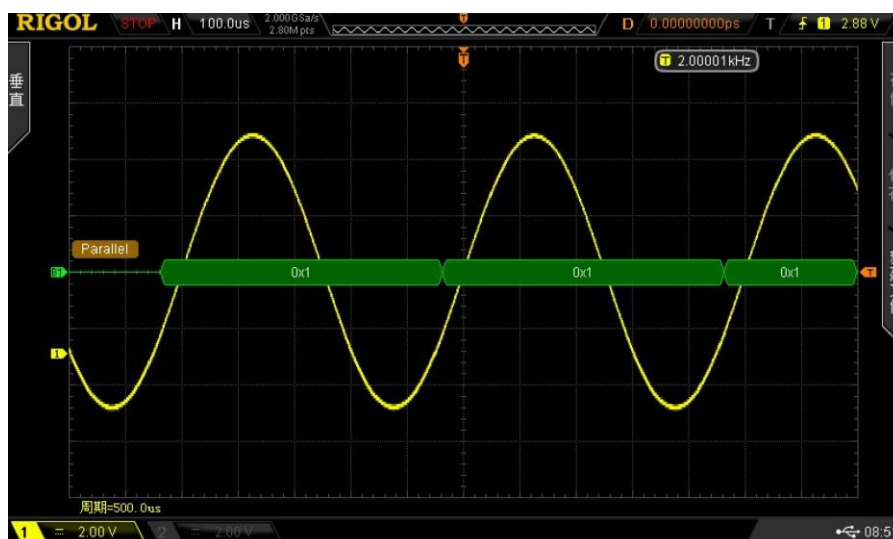


图 D1-22 Fast 模式下 CH1 输出 R 信号波形（ $30\mu s$  6dB/oct）

示波器所测量的 CH1 输出信号频率与设定信号频率是什么关系？时间常数大小对此有何影响？为什么？

分析波形：

- ① 示波器显示频率 2kHz，这是因为锁相放大器的原理中，输入信号和参考信号进入 PSD 模块进行乘法运算，得到结果中包含直流信号、二倍频信号以及噪声信号，因此输入频率为 1kHz 的信号，当时间常数较低时，二倍频并未滤去，则示波器得到 2kHz 的信号。
  - ② 从示波器波形看到，R 值输出呈现全波整流的正弦信号，这是因为在锁相放大器的数据处理如本文 1.3（式 D1-23）所示， $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 。
- 7) 在 OE1022 的 Channel out 菜单中设置 Source 为 X、Y，在示波器上观测，如图 D1-23 和图 D1-24 所示：

图 D1-23 Fast 模式下 CH1 输出 X 信号波形 ( $30\ \mu\text{s}$  6dB/oct)图 D1-24 Fast 模式下 CH1 输出 Y 信号波形 ( $30\ \mu\text{s}$  6dB/oct)

- 8) 在 OE1022 的 Gain/TC 菜单中, 对时间常数进行改变, 时间常数可选择  $10\ \mu\text{s}$ 、 $30\ \mu\text{s}$ 、 $100\ \mu\text{s}$ 、 $300\ \mu\text{s}$ ..... $10\text{s}$ 、 $30\text{s}$ , 通过增大时间常数的值能够使系统的输出端更稳定, 也能减轻输入端噪声对输出端的影响。时间常数除了对系统的稳定性和精度有影响外, 还会影响系统的响应时间, 时间常数还决定噪声测量时的等效噪声带宽 (ENBW)。在此特别说明一下, 等效噪声带宽指的并不是滤波器的 -3 dB 带宽, 它指的是对**高斯噪声**<sup>10</sup>的有效带宽。观察示波器波形, 并给出: 时间常数为多少个信号周期时, 才能观察到稳定的直流输出?

<sup>10</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian\\_noise](https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_noise)

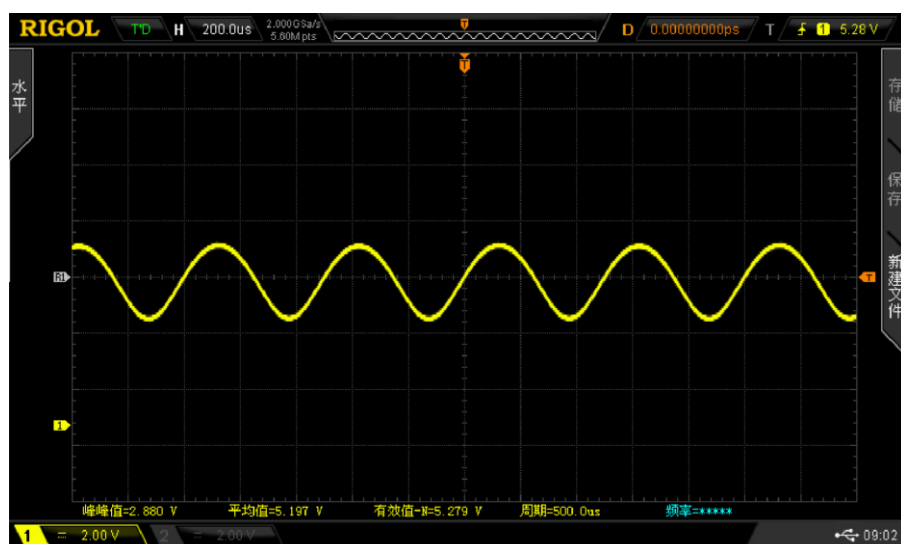


图 D1-25 Fast 模式下 CH1 输出 R 信号波形 ( $300\mu\text{s}$  6dB/oct)



图 D1-26 Fast 模式下 CH1 输出 R 信号波形 (1ms 6dB/oct)

### 分析波形:

随着时间常数增大，波形幅度慢慢减小，直流分量占比加大，直至变为纯直流信号（即一条直线），这是因为大的时间常数代表低通滤波器通带变窄，从波形上可以看到二倍频等高频信号依次被滤去，最后余下直流分量，即图 D1-26 波形中的直线。（为什么？）

可见，对于一振幅恒定的信号，锁相放大器的输入电压亦为一恒定值。

- 9) 在 OE1022 的 Gain/TC 菜单中，对滤波器陡降进行改变。在同样的测量准确度下，请分别选择 6dB/oct、12dB/oct、18dB/oct、24dB/oct 四档，在 TC 不大于  $30\mu\text{s}$  的情况下，观察示波器波形的变化。

### 1.3 制定方案，观测不同时间常数下，输出信号对输入信号变化的响应。

**提示：**改变 SINE OUT 幅值设定，用“START CONT”激活 chart 图以观察改变前后的曲线来确定其输出响应（参考 1.1 节 10）条），并记录图形。通过实验，理解时间常数的含义，并

了解对不同的变化信号需采用的合适时间常数。

在 OE1022 的 Gain/TC 菜单中，对滤波器陡降进行改变。在同样的测量准确度下，请分别选择 6dB/oct、12dB/oct、18dB/oct、24dB/oct 四档，观察在输入信号改变时，输出信号对输入信号变化的响应；并理解滤波器陡降的作用。（用 OE1022chart 或示波器观察波形变化；选择多大的时间常数？）

#### 1.4 外部输入参考信号（做实验内容 4 的必选）

（配备信号发生器或另一台锁相放大器的正弦输出）。用信号发生器产生正弦信号作为外部参考信号，并用三通将信号用 BNC 线分别接入 REF IN，和 signal in 的 A/I，在锁相放大器参数设置 Ref.source->external；重复部分操作（自己定测什么、测量参数的范围、测量点数、是否截图等）。

【注意：外部参数信号要求峰值 100mV 以上。】

对于 OE1022 锁相放大器的信号处理质量，用内部参考信号好还是外部参考信号好？

#### 【实验报告思考题】

1. OE1022 的正弦输出输出（SINE OUT）与通道输出（CH OUT）分别输出什么信号？
2. Ref.phase 会改变 SINE OUT 输出信号的相位角吗？给出实验数据说明。
3. 为什么改变参考信号的频率对相位差 $\theta$ 的测量值有影响？如果我们要考查相位差对其他变量的响应时，对不同的频率相位差是否都要重新置零？
4. 在测量弱信号时，如何选择灵敏度、时间常数、陡降参数和动态储备参数？
5. 用外部参考信号作为测量信号，它们测量出的相位差为零吗？与频率有关吗？为什么？
6. 如果待测信号相对于参考信号的相位不确定，测量结果会怎样？
  - a) 通过数学推导回答；
  - b) 通过实验回答，如用外部输入参考信号，实验方案自定。

## 2 强噪声背景下的弱信号检测——应用体验

强噪声背景检测弱信号实验是本平台最基本的实验。在许多物理实验测试中，测量环境往往有很大的噪声，待测信号淹没在强噪声中，给测量工作带来困难，本实验使用  $\mu\text{V}$  级别的正弦波信号，淹没在幅值可调的白噪声中，再现客观测量环境，噪声幅值可达到目标信号的一千倍甚至一万倍。本实验的主要目的是使学生理解锁相放大技术的基本原理及使用技能，掌握利用相关性原理提取深埋于强噪声中的微弱信号，通过与实际应用相结合，增强动手能力。本实验原理图如图 D1-27 所示。

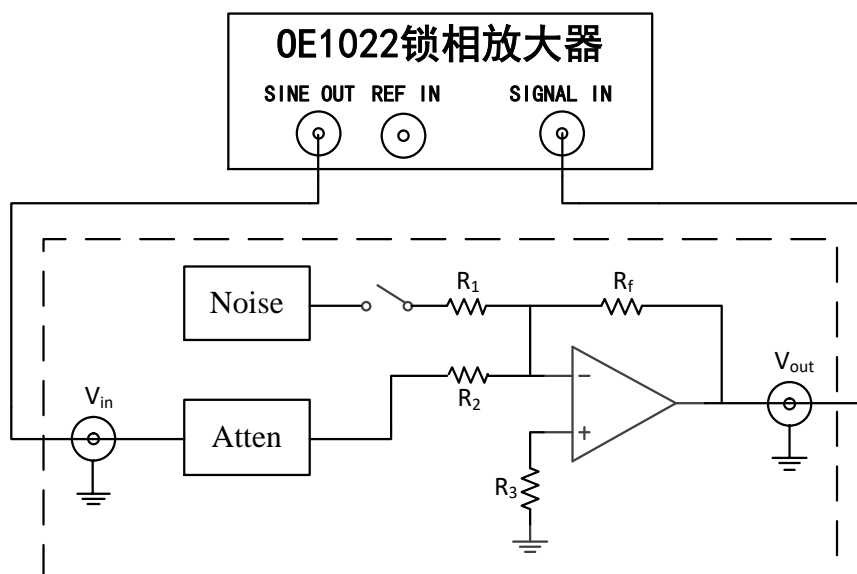


图 D1-27 强噪声背景检测弱信号实验原理图

教学实验箱自带  $100\text{mVrms}$  的白噪声发生器，实验箱内部电路利用双极性晶体管散粒噪声的功率特性来产生白噪声<sup>[10]</sup>；通过拨码器选择可以得到  $100\text{mVrms}$ 、 $10\text{mVrms}$ 、 $1\text{mVrms}$  的白噪声信号，分别对应  $0\text{dB}$ （1 倍）、 $20\text{dB}$ （10 倍）<sup>11</sup>、 $40\text{dB}$ （100 倍）的衰减。由锁相放大器 OE1022 的 SINE OUT 以及外部的  $80\text{dB}$ （10000 倍）信号衰减器，可以得到  $100\text{nVrms}$  到  $5\text{Vrms}$  的正弦信号。通过运放把两路信号相加得到不同信噪比的信号，然后由锁相放大器对此信号进行提取测量。

### 实验步骤：

1. 用示波器观察教学实验箱噪声发生器输出的噪声是否白噪声？记录时域和频域的图谱来说明。
2. 不同的噪声水平下，考察 OE1022 如何选用合适的动态储备测量信号？

在 OE1022 的 Gain/TC 菜单中，对动态储备进行设置，可设置为 Low、High、Normal 三档之一。动态储备表示锁相放大器对噪声容忍程度的大小，OE1022 动态储备可大于  $100\text{dB}$ ，高的动态储备会产生输出噪声和漂移，当动态储备较高时，由于模数转换器的噪

<sup>11</sup> 对于功率定义的噪声，以每  $10\text{dB}$  为一个量级；电功率正比于电压的平方，因此，对于用电压定义的噪声，以每  $20\text{dB}$  为一个量级。 $10\log\left(\frac{V_S^2}{V_N^2}\right) = 20\log\left(\frac{V_S}{V_N}\right)$ 。



声存在导致输出误差增加。由于所有的信号源都存在本底噪声，固在 PSD 提取信号过程中就会掺杂着噪声，如果噪声很大，在高动态储备测量中就会产生较大的输出误差。如果外部噪声较小，则其输出主要是受 OE1022 自身噪声影响。这时可以通过降低动态储备和直流增益可以减小输出误差。因此，在实际应用中应尽量使用低动态储备。默认配置下系统会根据输入信号的 R 值自动调整所需要的最小动态范围。观察示波器波形变化，给出结论。

### 3. 比较 OE1022 与示波器对不同信号强度和信噪比的测量结果

- (1) 使用 OE1022 产生频率 1kHz，幅值为 100mVrms (0.282Vpp) 的正弦波信号；
- (2) 对锁相放大器 OE1022 进行以下设置：
  - a. 进入 INPUT FILTERS 菜单，设置 Source 为 A；
  - b. 进入 GAIN TC 菜单，设置 Sensitivity 为 500mV，Reserve 为 Normal，Time Constant 为 1s，Filter dB/oct 为 24dB；
  - c. 进入 REF PHASE 菜单，设置 Ref. source 为 Internal；
- (3) 使用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与实验箱本实验框图中的“V<sub>IN</sub>”接口；
- (4) 通过分线器，使用 BNC-BNC 信号线将实验箱本实验框图中的“V<sub>OUT</sub>”接口分别连接到 OE1022 的“A/I”接口、和示波器输入端；
- (5) 读取 OE1022 测到的 R 值，即为被噪声信号淹没的正弦信号有效值；
- (6) 改变 OE1022 产生正弦波有效值，在不同信噪比下重复上述测量；

将实验测得波形图、R 值记录在表 D1-2 中，作实验结果分析。

提示：

1. 用三通将输出信号分别连接到锁相放大器的输入端 (A/I) 和示波器的输入端；
2. 在用示波器观察、记录时，请注意屏幕水平轴范围应达到待观察信号的若干周期。为什么？

### 【现场预习报告思考题】

1. 噪声有哪些类型？一般测量对象本身的噪声是哪来的？它有什么特征？
2. 描述用教学实验箱配制不同信噪比信号的原理；实验箱生成的噪声是否为白噪声？（请通过实验测量后再回答）
3. 随着信噪比的降低，信号 R 和相位差 $\theta$ 的测量值会有什么影响？（用实验结果回答）
4. 请在预习报告中给出用示波器测量表 D1-2 相同配比信号的实验步骤。
5. （选）请制定测量方案，在设定输入后，探索以下仪器参数对锁相放大器测量结果和输出（output）的影响：
  - (1) 增益（10V/灵敏度）



(2) 时间常数与带宽

6. 请设计用示波器带通滤波器过滤噪声的方案，并通过实验观察其滤波效果。

**【实验报告思考题】**

1. 请比较锁相放大器与示波器测量不同信噪比信号的结果，分析两种测量仪器（方法）的优势与劣势。
2. 所有的噪声都可以用锁相放大器消除吗？锁相放大器的理论检测极限是多少？受什么限制？

表 D1-2 强噪声背景检测弱信号实验结果

正弦波 $V_{in}$ 幅值 (mVrms)	噪声信号大小 (mVrms)	待测信号 $V_{out}$ 波形图 (照片)	信噪比 (dB)	锁相放大器 测量 R 值 (mVrms)	示波器测量值 (mVrms)
1000	100		20		
100	100		0		
10	100		-20		
1	100		-40		
0.1	100		-60		

注：0.1mVrms 的正弦波  $V_{in}$  幅值可通过 Sineout 设置输出 1Vrms，经过 80dB 衰减器实现。  
此表上的数据供参考，实验时按自己制定的方案执行。

### 3 微弱信号多谐波测量实验

方波是一种非正弦形式的信号，理想方波只有高电平和低电平两种状态，且占空比为 50%。对理想方波进行傅里叶展开可得到无数奇次谐波项，设方波的峰峰值为  $E$ ，角频率为  $\omega$ ，可以写出方波的傅里叶展开式：

$$f_n(t) = \frac{2E}{\pi} \left[ \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \cdots + \frac{1}{n} \sin(n\omega t) + \cdots \right] \quad (\text{D1-26})$$

上式中任意一项均是一个完备的正弦波信号，根据该正弦波信号与方波的频率倍数关系不同，可称其为  $n$  次谐波：

$$f_n(t) = \frac{2E}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (\text{D1-27})$$

注：实际测量值为正弦信号的均方根平均值，它与峰峰值的转换关系是：

$$V_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2}} \quad (\text{D1-28})$$

对于目标谐波而言，高次谐波就相当于“噪声”的存在，故谐波测量本质上也是一种从噪声中提取目标信号的过程。

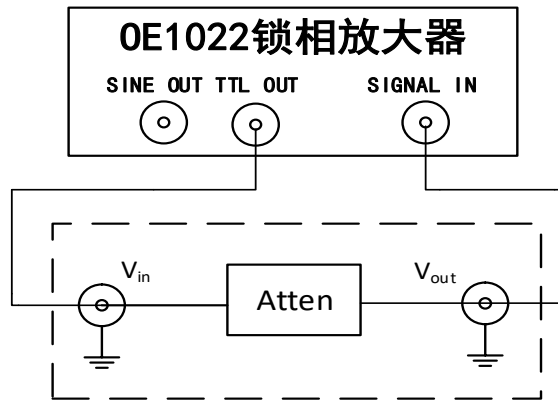


图 D1-28 微弱信号多谐波测量实验原理图

后面板 TTL OUT 的输出阻抗大小为  $250\Omega$ ，输出电压为  $5.00\text{V}$ ，配合实验电路中的  $80\text{dB}$  的电阻衰减模块，衰减为  $500\mu\text{V}$  的方波信号，通过 OE1022 可以测出方波基波以及各次谐波信号。

理论上各次波的测量值（均方根平均值）为：

$$V_{rms} = \frac{V_{np}}{\sqrt{2}} = \frac{2E}{\sqrt{2}n\pi} \quad (\text{D1-29})$$

其中，基波的测量值为：

$$V_{rms} = \frac{2 \times 500}{\sqrt{2} \times 1 \times \pi} = 225\mu\text{V}$$

实验步骤：

- (1) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 后面板的“TTL OUT”接口与教学实验箱本实验框图中的“TTL<sub>IN</sub>”接口，方波峰峰值为 5.00V，经过 80dB（10000 倍）的衰减，输出 E 峰峰值为 500uV 的方波信号；
- (2) 用 BNC-BNC 信号线连接教学实验箱本实验框图中的“TTL OUT”接口与 OE1022 的“A/I”接口；
- (3) 按下前面板 REF PHASE 按键进入子菜单。

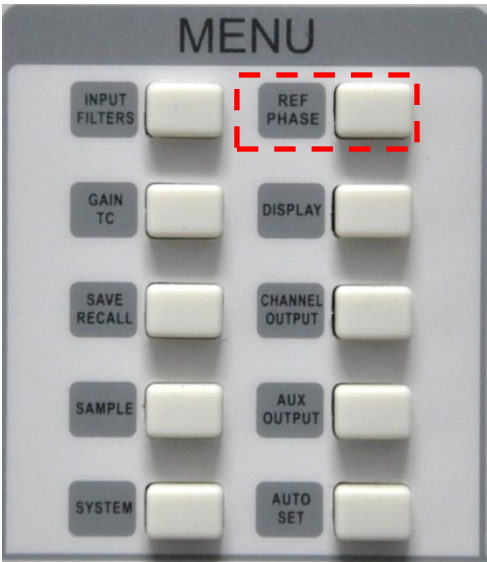


图 D1-29 REF PAHSE 子菜单位置

REF PHASE 子菜单界面如图 D1-30 所示。

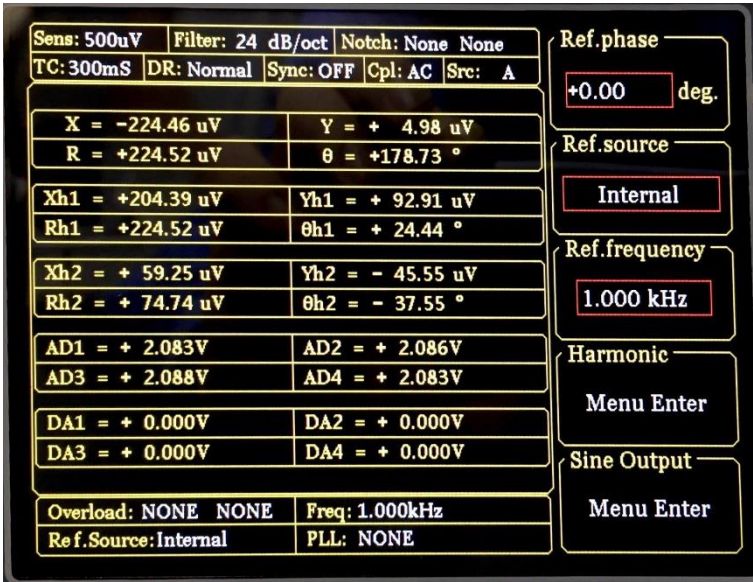


图 D1-30 REF PHASE 子菜单

其中 Harmonic 二级子菜单中设置测量的谐波次数，使用键盘输入可选择所需阶次。  
同时测量输入方波的 3 次谐波和 5 次谐波的操作方法：在 REF PHASE 子菜单中，按下

软键 4 选择谐波功能，进入 Harmonic 二级子菜单。如图 D1-31 所示。

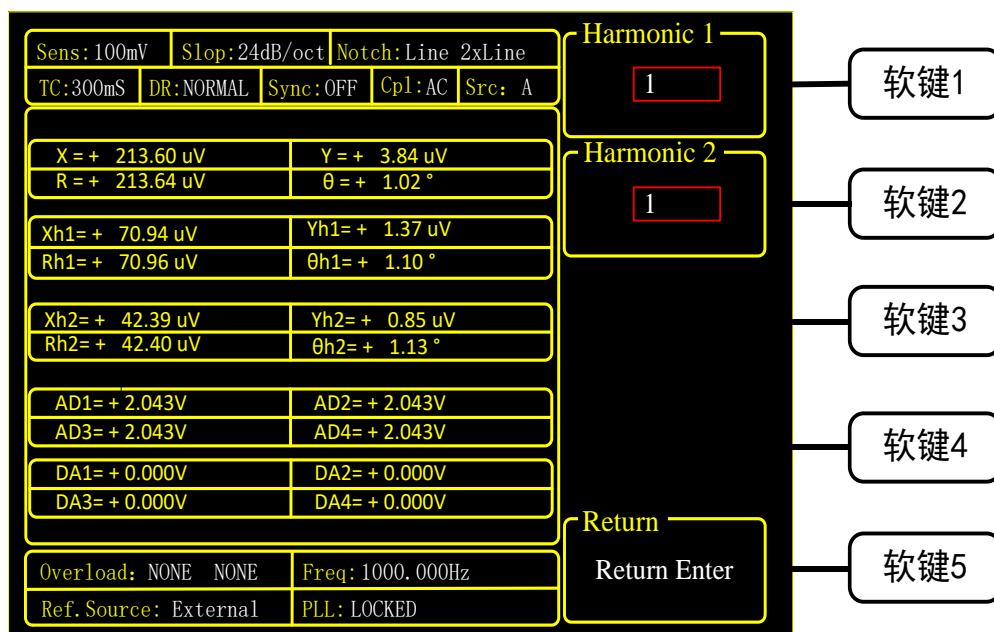


图 D1-31 Harmonic 二级子菜单（图中其他参数仅供参考，例如，实际使用 internal（内部参考信号），而非 external）

按下软键 1，在数字键盘上输入数字“3”，并按下“ENTER”键以确认；再按下软键 2，在数字键盘上输入数字“5”，此时测量出来的值即为输入信号的 3 次和 5 次谐波。选择 DISPLAY 子菜单，在 Display&scale 选项中选择 Full，Type 选择 List，即可查看测得的谐波（谐波 1 对应 Xh1、Yh1、Rh1 和  $\theta$ h1，谐波 2 对应 Xh2、Yh2、Rh2 和  $\theta$ h2，）。测量结果如图 D1-32 所示。

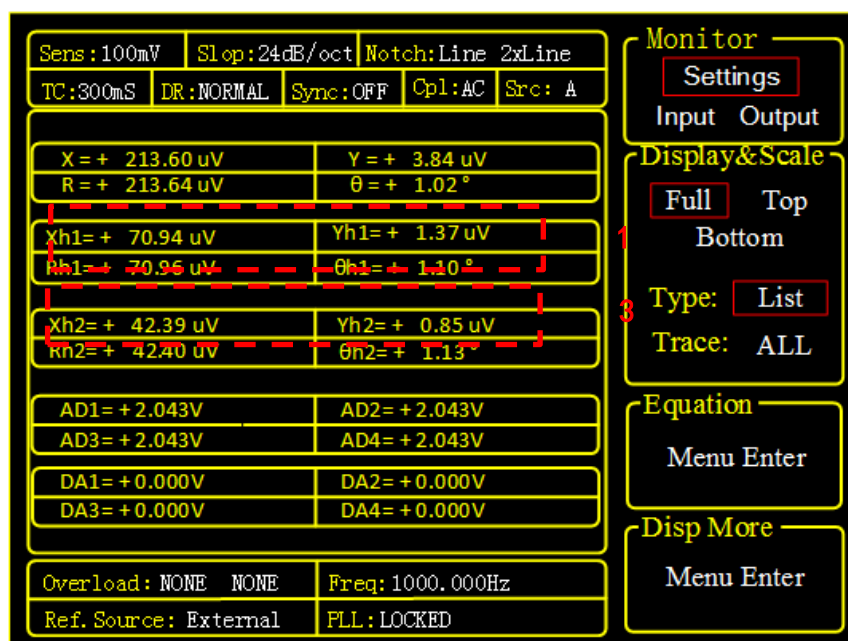


图 D1-32 方波三次谐波测量结果

- (4) 记录测得实验结果，多次改变 OE1022 中谐波奇次值，重复上述实验；
- (5) 利用公式计算方波各高次谐波值，并与实验测量结果对比。

给方波加入噪声后，锁相放大器还能检测到方波的多次谐波吗？**请制定测量方案并验证它。**（信噪比调节到约-26dB 或-46dB。）

**【预习报告思考题】**

1. 信号发生器如何产生方波？
2. 能检测到方波的 2 次谐波吗？为什么？（请在实验时测量验证）
3. （选）用示波器可以测量方波的谐波吗？（请在实验时测量验证）

**【实验报告思考题】**

1. 分析锁相放大器检测方波的多次谐波的原理。
2. 分析噪声对锁相放大器多次谐波检测能力的影响；
3. （选）通过傅里叶变换，给出方波的频域谱。

表 D1-3 微弱信号多谐波测量实验结果（原始数据）

谐波奇次项	锁相放大器测量值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	谐波偶次项	锁相放大器测量值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	
9		10	
11		12	
13		14	



(处理数据)

谐波奇次项	锁相放大器测量值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	理论计算值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	误差
1			
3			
5			
7			
9			
11			
13			
谐波偶次项	锁相放大器测量值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	理论计算值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	误差
2			
4			
6			
8			
10			
12			
14			

## 4 微小阻抗测量实验

### 4.1 交流四引线法测量阻抗原理

影响小阻抗测量的因素有：(1) 引线电阻，(2) 引线样品的接触电势，(3) 因两引线样品接触点的温度不同所产生的温差电势。测量小阻抗不能单纯地提高通过样品的电流，因为增大焦耳热更容易导致温差电势。当待测样品电阻值与引线电阻值相当时，常规二引线测量电阻就不可避免地包含了导线的电阻；通过四引线法把电流引线与电压测量引线分开，直接测量样品的电压降，可扣除引线电阻。接触电势和热电势是直流电压，用直流四引线法测量时，是通过反向测量电流测得的电压与正向电流测得的电压差来消除接触电势和热电势的；而对于交流法测量，电流方向本身就是正、反向变化的，接触电势与热电势自然被消除。

### 4.2 应用锁相放大器的四引线法测量小阻抗

有两种方案实现交流四引线法测量微小阻抗。这里所谓微小阻抗指微欧、微亨。

一种用稳流电源，即交流电流振幅不随负载变化；另一种是允许测量电流变化，但几乎同时（时间间隔范围内负载不发生变化）测量电流和负载电压降，而电流是通过测量与待负载串联的标准电阻上的压降得到。

**第一种方案**可以用一台锁相放大器实时测量负载的阻抗（及其变化），这里先介绍第一种方案，稳流源使用 OE4004 电流源，它通过锁相放大器输出信号控制，频率与控制信号相同，电流在 1.00~100mA 范围内与控制信号的振幅相关，即锁相放大器控制信号为 1.00V 时，稳流源输出电流为 100mA<sup>12</sup>。

按四线法连接样品（如图 D1-33 所示），对于纯电阻，用 OE1022 测量的样品电压降除以稳流源电流，即可得到负载阻抗值。对于非纯电阻，需要通过获得样品电压降相对于通过样品电流的相位差来确定阻抗的成分和大小。

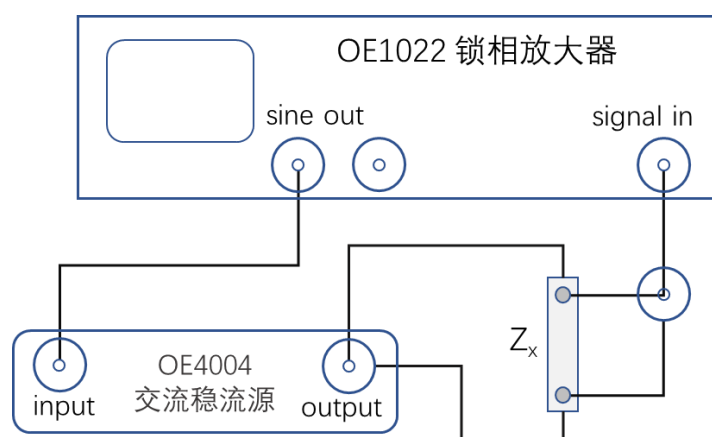


图 D1-33 交流四引线法测量微小电阻接线图（若要测量电流相位，需改善此方案）

<sup>12</sup>  $I_{pp}$  对  $V_{pp}$ ，或  $I_{rms}$  对  $V_{rms}$ 。

样品：

① 精密电阻 ( $1.0\Omega, 0.1\Omega$ )；

② 厚膜电阻 ( $1.0\Omega, 10\Omega, 50\Omega$ )，特点：电感、电容极小，适用于电压取样；

③ 自备电阻 1：用 500mm 长的  $\phi 1.0$  的漆包线（或电线）对折为 250mm 长的双线后绕在直径 10mm 的圆管上；因对折线正反方向电流抵消，（在工艺误差范围内）得到的是一个纯线绕电阻；

④ 自备电阻 2：用 500mm 长的  $\phi 1.0$  的漆包线（或电线）直接绕在 10mm 的圆管上，因此，除样品②的电阻外，样品③还有绕成线圈的电感；

同学们亦可自己并亲手绕制电阻和电感。

稳流电源输出电流

$$\tilde{I} = I_s e^{i(\omega t + \theta_I)} \quad (D1-30)$$

样品两端的输出电压为，

$$\tilde{V} = V_s e^{i(\omega t + \theta_V)} \quad (D1-31)$$

其中， $\theta_V$ 和 $\theta_I$ 分别是样品电压和电流的相位；从式(D1-30)和(D1-31)中计算出阻抗值：

$$\tilde{R} = \frac{V_s e^{i(\omega t + \theta_V)}}{I_s e^{i(\omega t + \theta_I)}} = \frac{V_s}{I_s} [\cos(\theta_V - \theta_I) + i \sin(\theta_V - \theta_I)] \quad (D1-32)$$

其中， $\frac{V_s}{I_s} \cos(\theta_V - \theta_I)$ 为纯电阻值。

【建议选用扫频功能测量阻抗随频率的变化，并通过软件记录数据，以降低人工记录强度。数据处理时，从记录数据中取多点平均以降低统计误差。但要注意时间常数、扫频时间及采样频率之间的关系，才能获得稳定可靠的数据。】

保存数据功能即保存阻抗测量或扫频测量得到的结果，只有在完成测量工作后，保存数据的按钮才能够被选择。数据会以 Excel 文件格式保存于程序路径。

方案一实验步骤要点（自己在方案中细化步骤）：

(1) 按图 D1-33 连接好测量电路；

- 用 BNC-夹具信号线将待测元件电压线连接到 OE1022 的信号输入 signal in；
- 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与 OE4004 的“ $V_{in}$ ”接口；
- 用 BNC 夹具信号线连接 OE4004 的“ $V_{out}$ ”接口与样品的电流线；

(2) 使用 USB 线连接 OE1022（USB 接口在后面板）与 PC 机，并在 PC 机上打开阻抗测量的 LabVIEW 程序 OE1022\_Console\_CN。

(3) 在界面或 OE1022 的 REF PHASE 菜单下，Ref. source 选择 Internal，Ref.

(4) frequency 设置为 10.000kHz（建议用 sweep 功能），Sine output 设置为 0.600Vrms；

注意：面包板会引入接触电阻，四引线法如何接电压线？

### 【预习报告思考题】

本实验内容之方案一按研究型实验要求。锁相放大器的好处是超强的信号提取能力，但作为交流法，其测量结果包含更多的信息，如相位信息。除纯电阻以外，电感、电容都会对测量结果产生影响。（例如，通过改变导线的弯曲形状来改变其电感。）

1. 交流四引线法是如何消除引线电阻、热电势和接触电势的影响的？
2. 本实验介绍的测量方法属于直接测量还是间接测量？
3. 如何通过实验判断待测电阻是否纯电阻？如果不是，则如何从中分离出纯电阻？
4. 如何测量稳流源输出电流的相位？**【警告：不能将稳流的输出直接接入锁相放大器的输入端。】**请推导待测样品的交流阻抗与锁相放大器测量值之间的关系。
5. （选）OE1022 锁相放大器（包括其测量软件）带有扫频功能，是否可以利用该功能对不同的内部参考频率实现自动测量？

### 【实验报告思考题】

1. 分析引线对小阻抗精密测量的影响；
2. 分析所测量相位（差）值的物理含义。

表 D1-4 方案一微小阻抗测量实验数据记录表（参考）

时间：		地点：		测量人员：
测量电流 $I_s/\text{mA}$		样品标称电阻 $R_0/\Omega$		
频率 $f/\text{Hz}$	电流相位 $\theta_i/^\circ$	样品电压 $V_s/\mu\text{V}$	样品电压 相位 $\theta_v/^\circ$	测量电阻 $R_m/\Omega$
250-3				
500-3				
1000-3				
2000-3				
8000-3				
16000-3				
32000-3				
64000-3				
102000-3				

## (提示 1)

应用双通道锁相放大器 (OE1022D) 测量微小阻抗 (含感抗或容抗)——设计并验证 1。

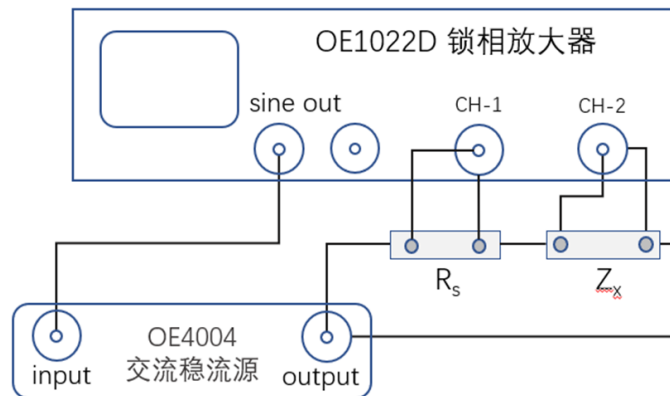


图 D1-34 双通道锁相放大器 (OE1022D) 测量小阻抗的原理图。(Rs 为厚膜电阻)

(软件: OE1022D\_Console\_CN)

## (提示 2)

单通道锁相放大器外部参考信号法测小阻抗——设计并验证 2。

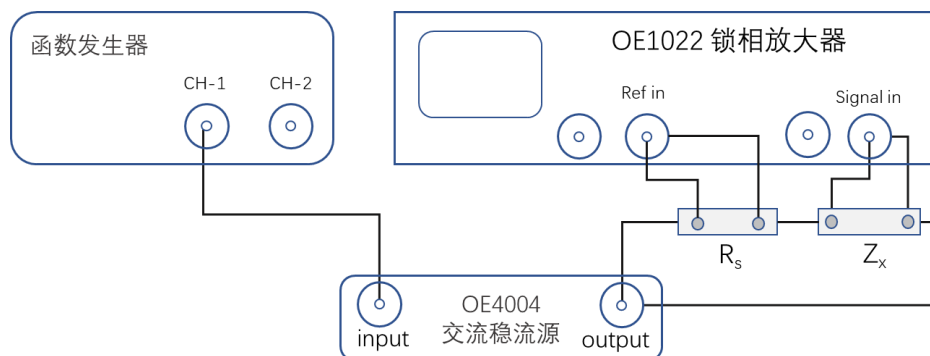


图 D1-35 单通道锁相放大器 (OE1022) 外部参考信号测量小阻抗的原理图。

## (提示 3)

在图 D1-35 所示的测量方案中，锁相放大器用内部参考信号，在测量完阻抗 ( $Z_x$ ) 后，换上  $R_s$  再测量一遍获得对应的相位。【前提是，OE1022 及 OE4004 是足够稳定（不随时间变化），请预热 1 小时以上。】

**第二种方案**是用一个开关在测量电流（标准电阻的电压）和样品电压之间切换，从而使锁相放大器分别测量通过样品的电流（ $I_s$ ）和样品的电压（ $V_s$ ），从而可以计算出样品的电阻  $R_s = V_s/I_s$ 。锁相放大器实验箱具有些功能，并且已配好测量软件。

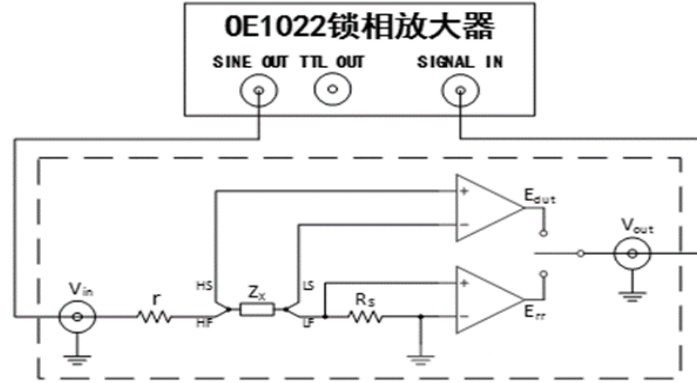


图 3-3-1 微小阻抗测量实验原理图

在图 3-3 中， $r$  为信号源内阻， $Z_x$  为被测元件 (Device Under Testing, DUT)， $R_s$  为标准电阻， $E_{rr}$  为标准电阻上的电压， $E_{dut}$  为被测元件上的电压，则阻抗具体计算过程如下：

根据运放虚短虚断可以得到以下简化的测量图：

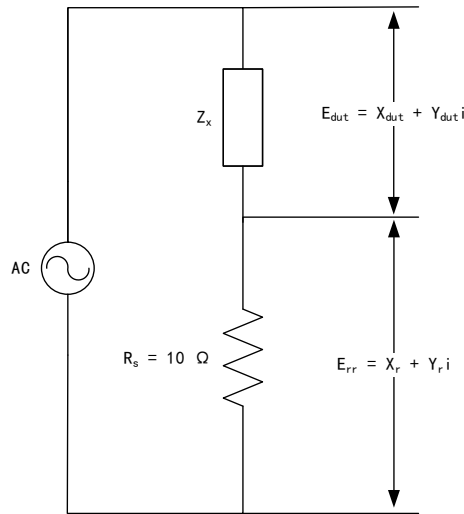


图 3-3-2 简化测量图

根据流过  $Z_x$  和  $R_s$  的电流相等以及测量得到的  $E_{dut}$  和  $E_{rr}$  有如下公式：

$$I_x = I_s \rightarrow \frac{E_{dut}}{Z_x} = \frac{E_{rr}}{R_s} \rightarrow \frac{X_{dut} + Y_{dut}i}{Z_x} = \frac{X_s + Y_s i}{R_s}$$

通过向量的计算，可得到：

$$Z_x = \frac{R_s(X_{dut} + Y_{dut}i)}{X_s + Y_s i} = \frac{R_s(X_{dut}X_s + Y_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2} + \frac{R_s(Y_{dut}X_s - X_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2}i = Real_x + Image_x i$$

实部  $Real_x$  为实际待测阻抗的电阻大小，虚部  $Image_x$  为待测阻抗的容性大小。

理想的纯电阻：

$$Real_x = R$$

$$Image_x = 0$$

理想的纯电容：

$$Real_x = 0$$

$$Image_x = \frac{1}{\omega C}, \omega = 2\pi f$$

其中， $f$ 为测量频率。

由于阻抗测量中涉及运算量较大，按需求设计了 LabVIEW 程序。阻抗测量配套程序包括四大功能模块：通讯、阻抗测量、阻抗扫频测量和保存数据。

通讯功能指上位机 PC 机与锁相放大器 OE1022 型之间进行数据传输。在实现程序功能前，必须先找到 OE1022 型对应的 COM 口，实现 PC 机与 OE1022 型通讯通道的连接，才能保证后续的命令正常发送到 OE1022 型。在实现通讯前，不允许进行后续任何功能。而所有后续功能，包括改变 OE1022 型内部参数、读取测试数据等，都是通过通讯来完成的。

阻抗测量功能指测量指定频率下元器件阻抗值。由节 3.3 可知，通过锁相放大器向测量模块输入一个正弦波，然后再分别读取被测元件及标准电阻各自两端电压值，再把电压值代入原理公式进行计算，得出当前频率下的元件阻抗值。至于如何在读取被测元件和读取标准电阻电压参数之间切换，设计中是通过一个继电器实现的，该继电器工作状态可用锁相放大器后面板 DA 输出端口控制，因此只要改变 DA 端口输出电压就可以对读取电压进行选择。在进行阻抗测量过程中，后面板 DA 输出 0V 继电器切换到测量  $E_{dut}$ ；后面板 DA 输出 5V 继电器切换到测量  $E_{rr}$ ，将测到的电压  $E_{rr}$  和  $E_{dut}$  带入上述的公式中计算出阻抗的值。

阻抗扫频测量功能是根据预设频率表格，多次进行阻抗测量，计算被测元件在不同频率下的阻抗值。具体过程跟阻抗测量基本一致。在进行扫频测量过程中，“开始测量”以及“保存数据”按钮都会处于无法选择的状态，以免发生程序错误。

保存数据功能即保存阻抗测量或扫频测量得到的结果，只有在完成测量工作后，保存数据的按钮才能够被选择。数据会以 Excel 文件格式保存于程序路径。

### 方案二实验步骤要点：

- (1) 在 OE1022 的 REF PHASE 菜单下，Ref. source 选择 Internal，Ref.
- (2) frequency 设置为 10.000kHz（建议用 sweep 功能），Sine output 设置为 0.100Vrms（0.282Vpp）；
- (3) 用四线法夹具夹持待测元件，夹具按照接口，即是同一个表笔的两个接口分别接到左右两边（HF、HS 接到同一个表笔上，LF、LS 接到同一个表笔上），连接到实验仪上；
- (4) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与实验仪本实验框图中的“Vin”接口；
- (5) 用 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“Vout”接口与 OE1022 的“A/I”接口；
- (6) 用 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“DAin”接口与 OE1022 后面板的“AUX OUT1”接口；

(7) 使用 USB 线连接 OE1022 (USB 接口在后面板) 与 PC 机, 并在 PC 机上打开阻抗测量的 LabVIEW 程序 LCR\_TOP.vi。

(8) 软件测量: 点击 **LCR\_TOP.vi** 的程序中的“连接”按钮, 根据需要选择测量电阻或电容, 设置“测量频率”,

(9) 手动测量: 设置 DA 输出电压为 0V 继电器切换到测量  $E_{dut}$ ; 设置 DA 输出电压为 5V 继电器切换到测量  $E_{rr}$ , 将测到的电压  $E_{rr}$  和  $E_{dut}$  代入式(D1-30)和(D1-31)中计算出阻抗的值。

(10) 将测量值与元件标准值作对比, 计算误差。

**第二方案不要求做。**



## 5 变容二极管结电容测量

由于 PN 结交界处存在势垒区（耗尽层），因此结两端的电压变化会引起积累在此区域的电荷数量的改变，从而表现出电容特性。PN 结电容根据产生的原因不同可分为势垒电容和扩散电容。

当 PN 结外加电压变化时，空间电荷区的厚度将随之变化，即耗尽层的电荷量随着外加电压而增多或减少。耗尽层厚度变化所等效的电容就叫做势垒电容，它具有非线性，与结面积、耗尽层厚度、半导体的介电常数及外加电压有关。变容二极管就是根据普通二极管内部的 PN 结电容随着外加电压的变化而变化的原理而设计出来的一种特殊二极管。

除了上面所说的势垒电容，还有另一种叫扩散电容。扩散电容是在正向偏置电压下所表现出来的一种微分电容特性。在反向偏置的时候，可以忽略扩散电容的作用，因为它是少数载流子引起的，在正向偏置的时候会起很大的作用。但是，势垒电容就不同了，它在正向偏置与反向偏置下都起作用，因为它是多数载流子引起的。

二极管 PN 结电容  $C_j$  大小为<sup>[13]</sup>：

$$C_j = \left| \frac{dQ}{dV} \right| = A \sqrt{\left[ \frac{\epsilon_0 s e N_B}{2(V_D - V)} \right]} \propto \sqrt{\left| \frac{1}{V_D - V} \right|} \quad (\text{D1-33})$$

其中， $e$ 、 $\epsilon$  和  $\epsilon_0$  是常数， $N_B$  为杂质浓度， $V_D$  为接触电势差，与 PN 结两边的掺杂浓度以及材料性质有关， $A$  为 PN 结势垒电容等效为平行板电容器的正对面积。在 PN 结确定的情况下，以上参数均不会发生变化。从式中可以得出  $C_j$  和  $(V_D - V)^{-1/2}$  成正比关系，设比例系数为  $K$ 。动态电容与交流电压还有以下关系<sup>[14]</sup>：

$$C_j(v) = \frac{C_{j_0}}{\left(1 - \frac{v}{V_D}\right)^\gamma} \quad (\text{D1-34})$$

其中， $C_{j_0}$  为交流电压为零 ( $v=0$ ) 时的结电容， $V_D$  为结两端的直流电压， $\gamma$  为电容变化系数，它的值随半导体的掺杂浓度和 PN 结的结构不同而异。对于缓变结， $\gamma=1/3$ ；突变结： $\gamma=1/2$ ；对于超突变结， $\gamma=1\sim 4$ ，最大可达 6 以上。

本实验原理图如图 D1-36 所示。测量前变容二极管需安装在实验箱上，并通过交流电路测量二极管的结电容（简化图如图 D1-38 所示），其中，OE1022 提供信号源，经实验箱变压器提压，加在测量电路上；加在二极管两端的直流电压通过实验箱内的变阻器分压 15VDC 提供和调节，其直流电压的大小由 OE1022 测量。

实验采用信号源是 OE1022 的 SINE OUT 信号发生器，输出 10.000kHz 的交流信号用于激发变容二极管的电容效应，同时用 OE1022 作为测量仪器。

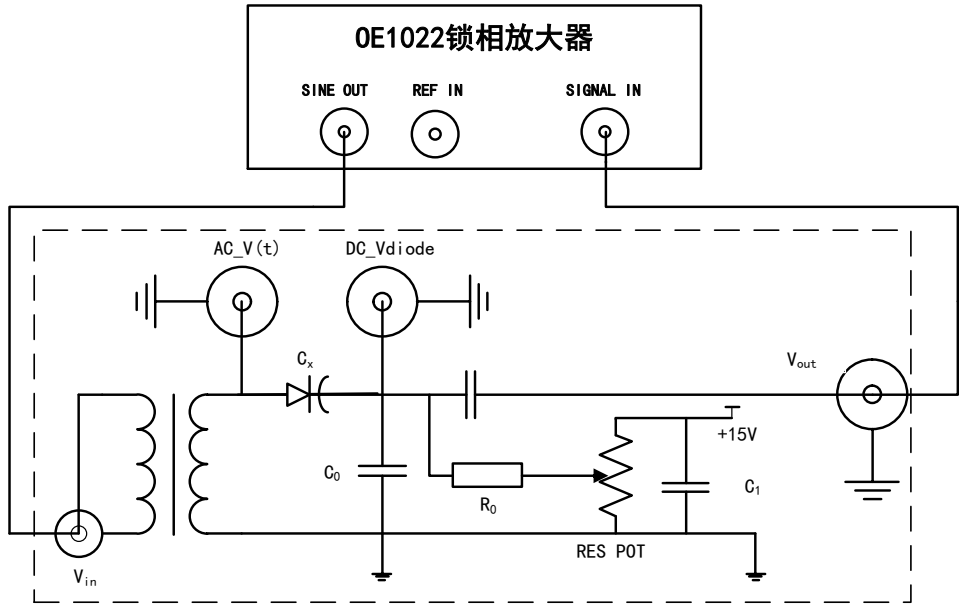


图 D1-36 变容二极管结电容测量实验原理图

在变容二极管两端加入反偏直流电压  $DC-V_t$ , 变容二极管电容  $C_x$  值随电压  $DC-V_t$  变化而变化, 变化关系如图 D1-37 所示。

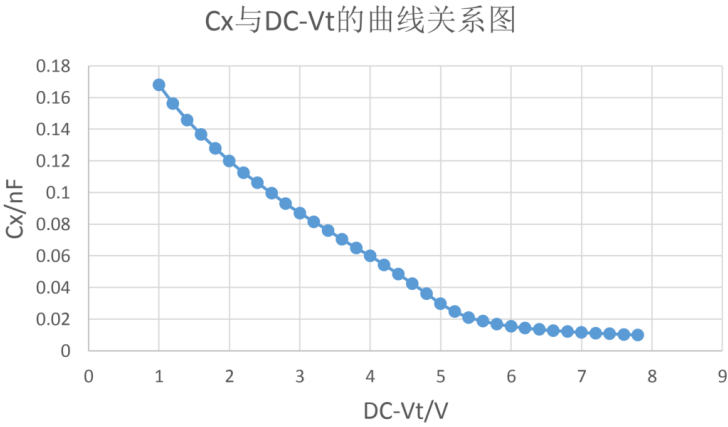


图 D1-37 变容二极管  $C_x$  与  $DC-V_t$  的曲线关系图

实验电路图由于锁相放大器输入阻抗远大于待测阻抗, 测量端可以视为断路状态, 根据交流电路结构可以简化为如下交流等效结构:

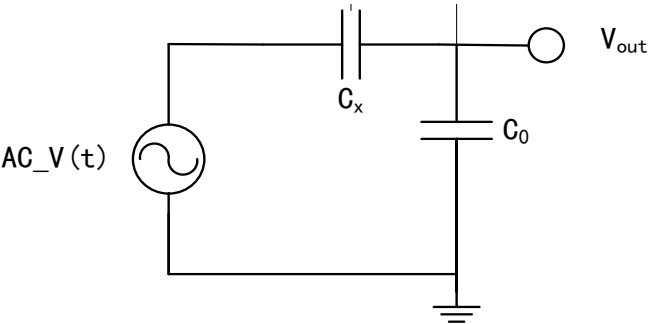


图 D1-38 变容二极管结电容测量实验原理图简图

可推出待测电容 $C_x$ 表达式:

$$C_x = \frac{V_{out}}{(V_{Sine} - V_{out})} \times 6.8nF \quad (D1-35)$$

其中,  $V_{Sine}$  是 SINE OUT 设置的值,  $V_{out}$  是 OE1022 测得值幅值 R,  $C_0$  是标准电容, 此处采用 6.8nF。

实验步骤:

**\* 请先在实验箱面板接上待测二极管。**

(1) 在 OE1022 的 REF PHASE 菜单下, Ref. source 选择 Internal, Ref. frequency 设置为 10.000kHz, SINE OUT 设置为 0.010Vrms (0.028Vpp);

(2) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与教学实验箱本实验框图中的“ $V_{in}$ ”接口;

(3) 用 BNC-BNC 信号线连接教学实验箱本实验框图中的“ $V_{out}$ ”接口与 OE1022 的“A/I”接口;

(4) 此时, 可以用 OE1022 直接测量反偏直流电压点 DC- $V_t$  电位。操作方法为用 BNC-BNC 信号线连接 DC- $V_t$  接口与 OE1022 后面板的 AUX IN 1 接口, 在 OE1022 的 DISPLAY 菜单下, Display&Scale 选择 Full, Type 设置为 List。此时可以从 OE1022 显示屏读取 AD1 的电压值, 即是反偏直流电压点 DC-Vdiode 电压, 如图 D1-39 所示, 然后调节电位器使得反偏直流电压点 DC-Vdiode 置零;

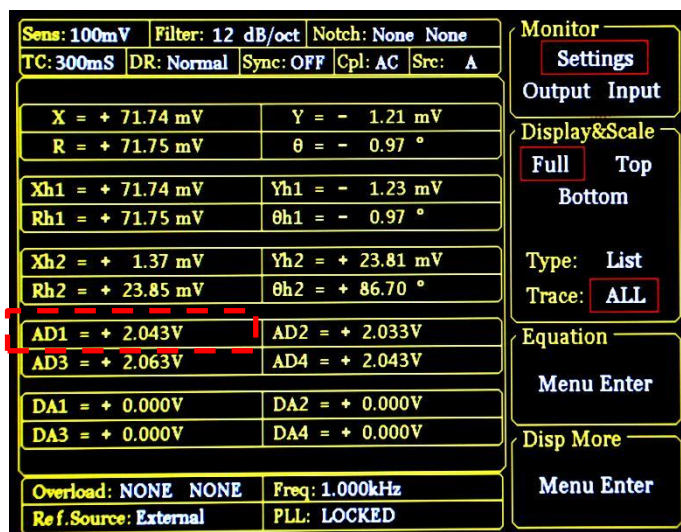


图 D1-39 变容二极管反偏电压测量值

(5) 小心缓慢调节电位器, 使得变容二极管的反偏直流电压 DC- $V_t$  从 1 至 7.9V 逐渐变化, 变化步长为 0.2V, 逐点记录 DC- $V_t$  和锁相放大器 R 值;

(6) 记录  $V_{out}$  的测量值, 结束后利用(D1-35)式计算二极管电容 $C_x$ , 并作 $C_x$ 与 DC- $V_t$  的曲线关系图。

**【预习报告思考题】**

1. 什么是 PN 结的结电容？
2. 在推导(D1-35)式时，为何没有考虑虚部的贡献？
3. OE1022 的输入阻抗<sup>13</sup>为  $10\text{M}\Omega$ ，等效电容为  $25\text{pF}$ （见手册），请在简化模型（图 D1-38 的原理图）的基础上画出等效电路；并且，分析忽略它会造成的误差有多大？是属于什么误差？

**【实验报告思考题】**

1. 请定量分析反偏直流电压与二极管结电容的关系，并通过拟合（D1-34）式，判断所测的 PN 结是哪种结。
2. 分析实验中可能的误差。

---

<sup>13</sup> input impedance. （请查维基百科）

表 D1-5 变容二极管实验记录（建议）

测量频率：\_\_\_\_\_

反偏电压/V	实验测得 R 值	变容二极管 电容值	反偏电压/V	实验测得 R 值	变容二极管 电容值
1			5.2		
1.2			5.4		
1.4			5.6		
1.6			5.8		
1.8			6.0		
2.0			6.2		
2.2			6.4		
2.4			6.6		
2.6			6.8		
2.8			7.0		
3.0			7.2		
3.2			7.4		
3.4			7.6		
3.6			7.9		
3.8					
4.0					
4.2					
4.4					
4.6					
4.8					
5.0					

记录的是原始数据，一般要求把原始数据与处理的数据分开来，不要在同一张表中。

## 6 电阻热噪声测量实验

### 6.1 电阻热噪声

对一个经典的系统，微观粒子都存在无规的热运动，其系统宏观性质由微观粒子的统计结果决定。一方面，粒子数变少的时候，其相对涨落增大，另一方面，当温度升高时，涨落也增大。当粒子数不至于太少时，涨落服从高斯分布，称之为热涨落；当粒子数太少时，涨落服从泊松分布。当微观粒子带电时（如电子、空穴），其涨落对应的宏观表现为电压或电流噪声。为此，在考察电子器件上的实际噪声时，无论是否上电，电子器件都会对外呈现出热噪声特性。除此以外，器件上还可能存在  $1/f$  噪声和散弹噪声或散粒噪声（shot noise），这些噪声与器件是否上电、工作频率等条件有关。当载流子足够多时，散粒噪声亦表现出热噪声的特性。热噪声也称白噪声，其在时域和频域的表达分别如图 D1-2（a）和（b）所示。为此，可导出金属电阻的热噪声理论计算式<sup>[10]</sup>：

$$v_{noise} = \sqrt{4kTR(ENBW)} \quad (D1-36)$$

单位为伏特（V）；其中  $k$  为玻尔兹曼常数， $k=1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ 。T 是以开尔文为单位的热力学温度[热力学温度与摄氏度的转换关系为： $T(K)=T(C)+273.16$ ]，ENBW 是噪声的有效带宽，以赫兹为单位。对噪声强度的另一表述用与带宽无关的噪声谱密度：

$$v_{noise}/ENBW = \sqrt{4kTR/(ENBW)} \quad (D1-37)$$

单位为伏特秒（Vs）。作为参考，计算  $1.0 \text{k}\Omega$  金属电阻在室温（300K）下每赫兹噪声谱密度为：

$$\sqrt{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 300 \text{ K} \cdot 1 \text{ k}\Omega} = 4.07 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}.$$

在锁相放大器 OE1022 中， $N$  为以电压的均方根（RMS）值定义的噪声（“有效值”），噪声谱密度  $= \frac{N}{\sqrt{ENBW}}$ ，其中等效带宽 ENBW 是通过时间常数和滤波器的陡降来设置的，对应关系可见图 D1-41。

### 6.2 锁相放大器测量原理

选择锁相放大器单端连接模式，直接接入电阻，此连接模式下电阻相当于两端接地。在对外界屏蔽得足够好时，外部噪声可以忽略；若电阻元件是理想的，没有噪声的，则锁相放大器测得的应该是其自身本底噪声的值（ $V_{BN}$ ）。实际情况锁相放大器的测量值  $V_{SN}$  是电阻热噪声  $V_{TN}$  和锁相放大器本底噪声的叠加值。根据噪声叠加原理，三者之间的关系如下式：

$$V_{SN}^2 = V_{TN}^2 + V_{BN}^2$$

消除锁相放大器本底噪声影响的方法是在仪器的输入（A/I）接口短接  $50\Omega$  电阻。因为仪器输入接口处采用的 BNC 连接头的等效阻抗是  $50\Omega$  在保证阻抗匹配的情况下，可测量锁

相放大器的本底噪声。实际分析电阻热噪声时可以通过噪声叠加公式去除本底噪声的成分。

本实验中，时间常数 TC 为 100ms，Slope 为 24dB/oct 时，ENBW 为 25/32 Hz。

表 D1-6 等效噪声带宽（ENBW）与陡降和时间常数的对应关系表

Slope	ENBW	Wait Time
6 dB/oct	1/(4TC)	5TC
12 dB/oct	1/(8TC)	7TC
18 dB/oct	3/(32TC)	9TC
24 dB/oct	5/(64TC)	10TC

### 6.3 数据处理

利用 OE1022 专用的 LabVIEW 上位机采集程序对锁相放大器测量结果进行采样，可在“输出及采样配置”选项卡中对采样间隔和保存进行设置，只需保证采样点数在 1000 个点以上即可。OE1022 的 LabVIEW 采集程序界面如图 D1-40 所示：



图 D1-40 OE1022数字锁相放大器控制平台界面

根据数学统计的理论知识对实验数据进行处理，对应的计算过程如下：

1. 噪声测量开始，每隔特定时间采样间隔取一个值
2. 每取一个 $X_i$ 值，计算 $n$ 个 $X_i$ 的平均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

3. 计算方差 $D_i$

$$D_i = (X_i - \bar{X})^2$$

4. 计算方差 $D_i$ 的平均值，即均方差 $\bar{D}$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

5. 计算一定带宽内的总噪声  $Noise_{sum}$

$$Noise_{sum} = \sqrt{\bar{D}}$$

6. 实验中最时间常数为 1s, slope 为 24dB/oct, 其等效噪声带宽 ENBW=5/64, 所以最后的单位频率电阻噪声（谱密度）为:

$$Noise = \frac{Noise_{sum}}{\sqrt{5/64}}$$

## 6.4 实验装置

本实验测量直接使用 OE1022 数字锁相放大器和安装 BNC 连接头的电阻器。将电阻器短接到锁相放大器的 A/I 接口, 此时锁相放大器测量电阻器短接后的噪声值。将上位机 PC 与锁相放大器相连, 使用 OE1022 专用采集数据程序, 采集当前锁相放大器测到的 X 值。具体的实验测量流程图如图 D1-41。

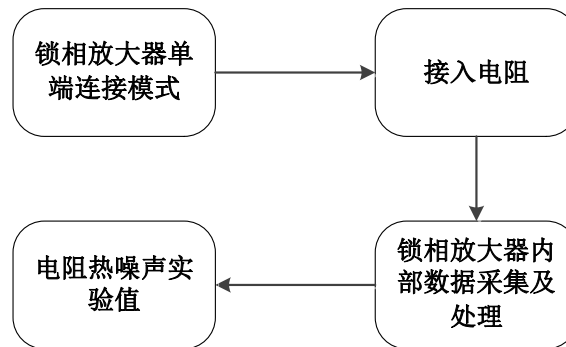


图 D1-41 ENBW 关系及电阻热噪声测量实验原理图

对变温测量, 要用到变温测试杆 (如图 D1-42 所示); 测试杆可直接插入液氮, 获得 78K 的低温, 亦可以加热至 400K, 主要取决于焊接电阻的焊锡的熔点。测试杆中的不锈钢管起到保护和屏蔽待测金属电阻的作用, 与 BNC 接头连接的同轴电缆直接延伸到不锈钢管内, 并在管口与不锈钢管 (通过屏蔽网) 接地。待测金属电阻直接焊接在同轴电缆的缆芯和屏蔽网上, 然后缠上一层石墨胶带, 再用聚四氟乙烯热缩管包裹实施电绝缘, 并引出测温热电偶。

【问题: 为什么要用热电偶而不用热电阻?】

测量时 BNC 接头连接在锁相放大器的 (A/I) 输入接口, 不锈钢管插入盛有液氮的容器内, 通过调节插入深度来调节电阻段的温度, 并通过热电偶读取该段温度。

样品

测试杆内提供四种阻值的电阻: 10.0kΩ、100kΩ、1.00MΩ、10.0MΩ。



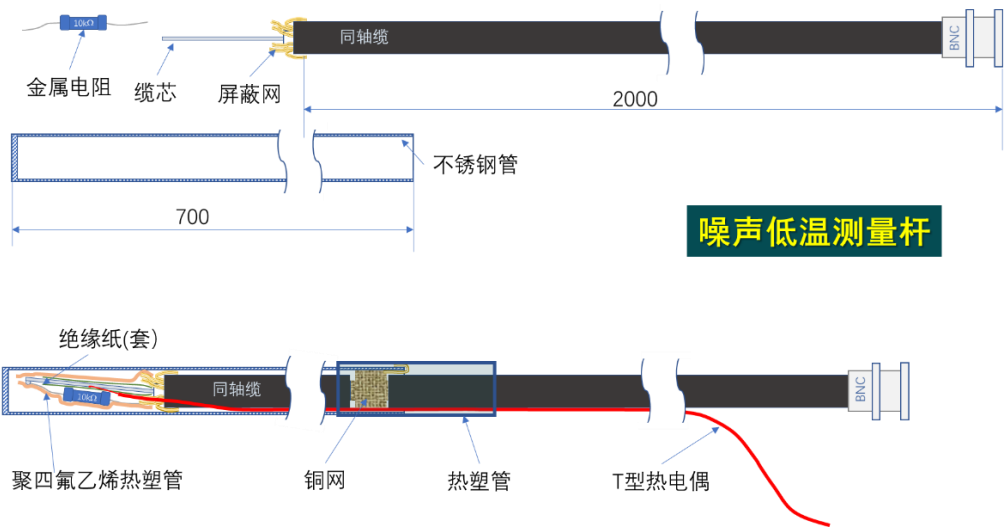


图 D1-42 电阻热噪声测量变温测试杆结构

【参考例】

10.0kΩ电阻、固定频率为~1kHz 的噪声谱密度的测量方案

实验步骤：

- (1) 按下前面板 REF PHASE 按键进入子菜单，在 Ref. source 中选择 Internal，在 Ref. frequency 中输入 997Hz；
- (2) 在 OE1022 前面板 SIGNAL IN 的“A/T”接口短上接一个 10.0kΩ电阻；
- (3) 按下前面板 GAIN TC 按键进入子菜单，在 Sensitivity 中选择 500nV 或 1μV，Reserve 选择 Low，Time Constant 选择 100ms，Filter DR dB/oct 选择 24。
- (4) 设置锁放显示界面显示 Noise，按下前面板 DISPLAY 按键进入子菜单。

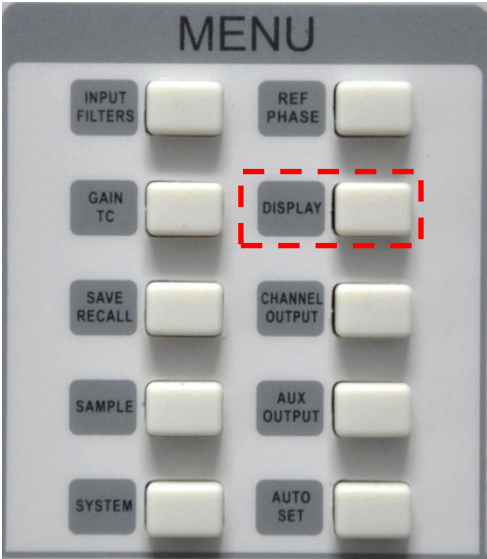


图 D1-43 DISPLAY 子菜单位置

DISPLAY 子菜单界面如图 D1-44 所示。

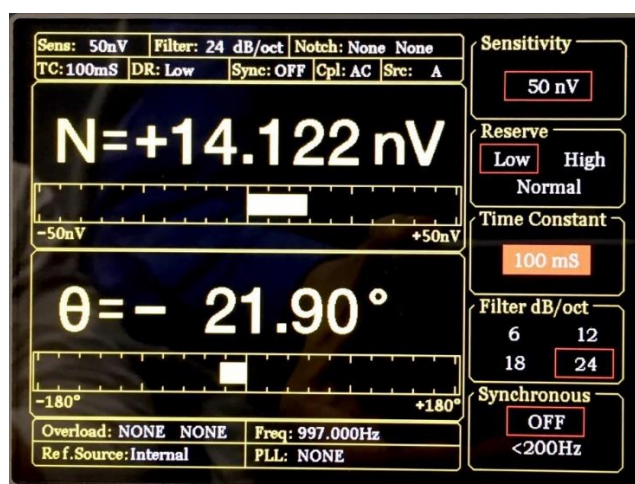


图 D1-44 DISPLAY 子菜单界面

按下软键 3，切换 Trace 选项，旋转旋钮显示 Noise 数值，记录实验测得 Noise 值并进行计算；

因噪声的随机性，锁相放大器所显示的噪声表现出“不稳定”，本讲义提供两种方法<sup>14</sup>以获得接近真值的噪声谱密度：

① 用 BNC 缆连接 CH1 输出到示波器输入，并选择输出为“X”<sup>15</sup>，示波器屏幕 10s/格，从示波器自动测量框读取“有效值-N”（因时间尺度变大，请耐心等待），并除以锁相放大器的输出增益（10V/sensitivity），再除以带宽的平方根作为所测噪声谱密度的平均值。

$$N = \frac{R_{N(\text{示波器})} \times \text{sensitivity}}{10\sqrt{ENBW}} \xrightarrow{\text{在 } 0.5\mu\text{V 灵敏度}} \frac{50R_N(V)}{\sqrt{ENBW}} \left( \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)$$

提示，实验时请选择适当的灵敏度（量程），通常  $1\mu\text{V}$  以下的灵敏度的放大倍数相同，因此建议在测量噪声时，灵敏度至少设在 0.5 或  $1\mu\text{V}$ ，以免某些（随机的）超强噪声因超量程而被“测小了”，进而降低了噪声读数平均值。

② 随机从锁相放大器屏幕读取 N 值（或通过电脑测量软件 OE1022\_console\_CN 记录）20 次，然后取其均方根（RMS）值；（测量软件默认的数据采样率（时间间隔）为 0.1 秒，一般应改为时间常数的 3 至 5 倍；）

在相同频率下，短接 50 欧姆电阻测量本底噪声。

（5）改变测量频率（内部参考频率），重复上述操作，记录实验值及计算值；[请自己制定测量方案，可探求噪声谱密度与频率的关系（选。提示：请尽量避免用市电频率 50Hz 及其整数倍频，除非你的测量目的就是要看看环境的干扰噪声到底有多大）。]

<sup>14</sup> 实验时只需选其中一种。

<sup>15</sup> 因“X”与“Y”独立，因此，也可以选择输出为“Y”。

(6) 验证白噪声和理论值、测量频率的关系。

### 【预习报告思考题】

1. 热噪声的物理本质是什么？
2. 在本实验方案中，有哪些噪声来源？实验过程中如何减少或扣除其他噪声的影响？
3. 如何测量  $1/f$  噪声？
4. （选）绝对零度下，固体中的载流子（如电子）仍然在不停地运动，为何就不产生噪声？
5. （选）既然电阻的热噪声来自于电子的热运动，我们在计算电阻热噪声时，是应该采用固体的温度还是电子的温度呢？为什么？[从费米统计可知，固体电子运动的等效温度（费米温度）在一万度的数量级量]
6. （选）可以通过测量电阻的热噪声，反过来算出玻尔兹曼常数吗？请给出测量方案
7. （选）OE1022 锁相放大器（包括其测量软件）带有扫频功能，是否可以利用该功能对不同的内部参考频率实现自动测量？

### 【实验报告思考题】

1. 如何辨别测量到的是电阻本身的热噪声还是带有环境噪声？如果有环境噪声，如何分离？有什么办法可以降低热噪声？
2. 如何扣除测量结果中的本底噪声？
3. 所测量的噪声与内部参考频率的设置有何关系，为什么？
4. 为什么在测量噪声谱密度时，CH1 输出到示波器的要选“X”，而非“Noise”？
5. （选）请用实验结果说明，并联电容能否降低噪声？能降低什么样的噪声、以及能降低到什么程度？

表 D1-7 电阻热噪声测量实验(参考)

(用于计算机自动采集数据的文件名表)

姓名			日期		桌号	
TC(ms)	Slope	Sensitivity(nV)	采样频率 (s)	.....		
50Ω (本底)						
$f(\text{kHz})$	0.033	0.333	0.997	3.97	9.97	39.7
噪声测量值@室温 <sup>16</sup> (nV)	500m33RT.xls	500m333RT.xls				
噪声测量值@77K (nV)		500m33LT.xls				
10.0 kΩ						
噪声测量值@室温 (nV)		10k0m33RT.xls				
噪声测量值@77K (nV)		10k0m33LT.xls				
100 kΩ						
		100k0m33RT.xls				

注：低温测量只选某个频率（如 997Hz）。

<sup>16</sup> 锁相放大器的噪声测量值  $N$  为电压噪声（单位为 V），因此，噪声谱密度为  $N / \sqrt{ENBW}$ 。

## 【参考文献】

1. 维基百科中关于信号的定义: <https://en.wikipedia.org/wiki/Signal>
2. 维基百科中关于噪声的定义: [https://en.wikipedia.org/wiki/Noise\\_\(electronics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Noise_(electronics))
3. 高晋占. 微弱信号检测[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 2.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Lock-in\\_amplifier](https://en.wikipedia.org/wiki/Lock-in_amplifier)
4. Bryan Lizon, Texas Instruments. Resolving the Signal: Introduction to Noise in Delta-Sigma ADCs[EB/OL]. <https://www.allaboutcircuits.com/industry-articles/resolving-the-signal-introduction-to-noise-in-delta-sigma-adcs/>
5. OE1022 型数字锁相放大器用户使用手册[M]. 中大科仪, 2016.
6. Principles of lock-in detection and the state of the art [M]. Zurich Instrument, 2016.
7. 陈泽宁等. 数字锁相放大器中相敏检测技术的基本原理实验[J]. 物理实验, 2018, 38(1): 22-28.
8. 维基百科中关于时间常数的定义: [https://en.wikipedia.org/wiki/Time\\_constant](https://en.wikipedia.org/wiki/Time_constant)
9. SR830 DSP Lock-In Amplifier User Manual[M]. Stanford Research Systems, 2006.
10. 徐正红, 赵战略. 限带白噪声发生器的研制[J]. 仪表技术与传感器, 2001(01):15-16.
11. 王自鑫等. 基于数字锁相放大技术的强噪声背景下检测微弱信号教学实验[J]. 物理实验, 2016, 36(03): 1-4.
12. Model SR540 Optical Chopper. Stanford Research Systems, Inc. Revision 2.6.(2009.06)
13. 刘恩科, 朱秉升, 罗晋生. 半导体物理学(第 6 版). 北京, 电子工业出版社. 2003.8: 225 页. ISBN 7-5053-8985-8
14. S. MAEPATRA & N. S. PILLAI, Large signal analysis of frequency multiplication using non-linear capacitance, INTERNATIONAL JOURNAL OF ELECTRONICS, (1972), VOL. 33, No.4, 413-425.