Identificarea sistemelor

Proiect

Student: Șimonca Darius

Specializare: Ingineria Sistemelor

Grupa: 30133/2

Prof. coordonator: Prof. Dr. Ing. Petru Dobra

Cuprins

1.Interpretarea datelor 3

2.Identificarea neparametrica.........................4

3.Estimarea răspunsului în frecvență.............10

a)Caracteristica de modul.......................11

b)Caracteristica de fază...........................15

4.Identificarea parametrică...........................18

i)Semnalul Y1...19

a)Metoda ARMAX............................19

b)Metoda OE....................................22

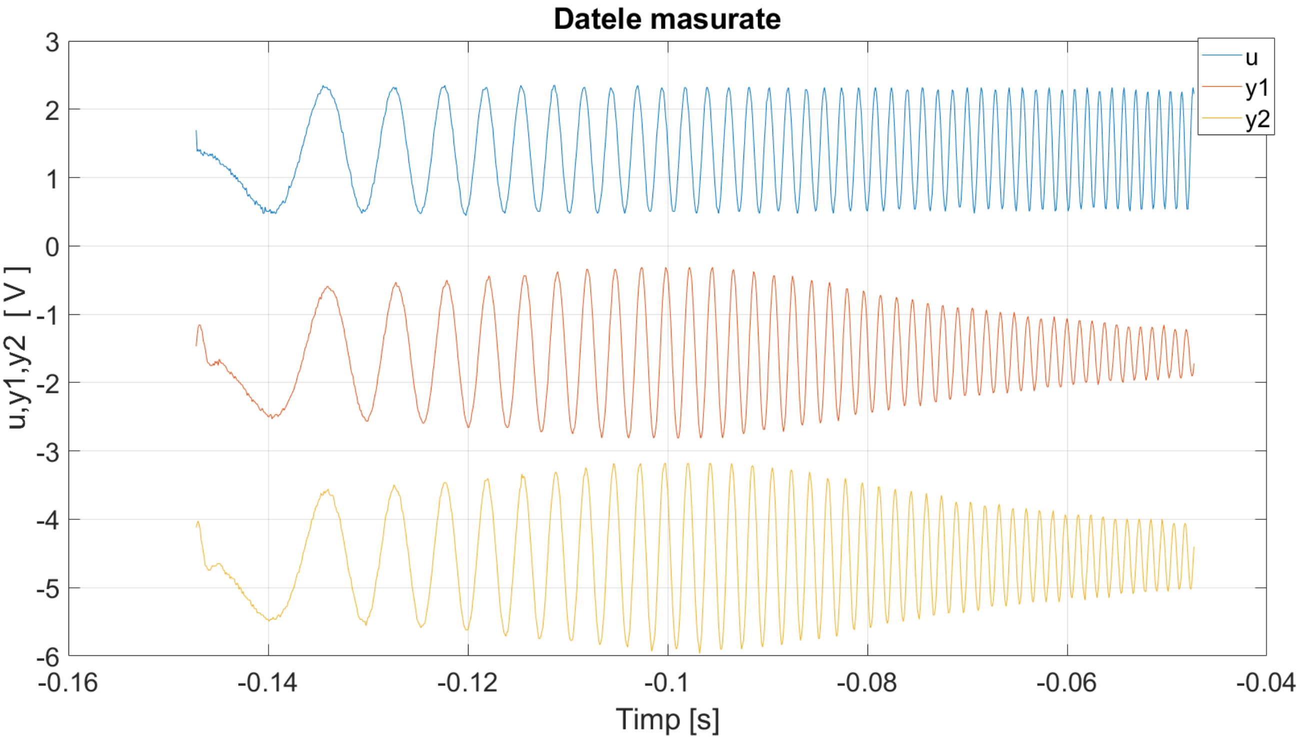
ii)Semnalul Y2..24

a)Metoda ARMAX............................24

b)Metoda OE....................................27

1.Interpretarea datelor

Datele primite pentru identificare:



Am notat:

u – intrarea sistemului

y1 – ieșirea sistemului fără zero

y2 – ieșirea sistemului cu zero

În cazul de față din cadrul proiectului , analizăm un sistem oscilator amortizat , caracterizat de prezenta fenomenului de rezonanță și amortizare variabilă , datorită amplitudinii și frecvenței care variază pe parcurs.

Știind ca un sistem de ordin mic nu oscilează , ne dăm seama că este vorba despre un sistem de ordin superior , mai precis un sistem de ordin 2.

Observăm că fenomenul de rezonanță apare în zona centrală , unde amplitudinea atinge un maxim.

Așadar , sistemul poate fi descris teoretic printr-un model matematic de ordin superior cu ajutorul unor parametrii specifici.

2. Identificarea neparametrică

Pentru identificarea neparametrică, am ales semnalul y1 ,cel fără zero.

Așadar, va trebui să determinam funcția de transfer de ordin 2 a sistemului, exploatând fenomenul de rezonanță.

Astfel , funcția de transfer de ordin 2 este:

$$H(s) = K\frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Am notat:

K – factor de proporționalitate

ζ – factor de amortizare

ω_n – pulsația naturală

Pentru determinarea factorului de proporționalitate K vom face raportul dintre media aritmetică a valorilor semnalului de ieșire y1 și media aritmetică a valorilor semnalului de intrare u.

$$K = \frac{mean(y1)}{mean(u)}$$

Funcția **mean** din Matlab determina media aritmetică a valorilor unui vector.

K = 1.0176

Având factorul de proporționalitate K , mai avem de calculat pulsația naturală ω_n și factorul de amortizare ζ .

Știm că,

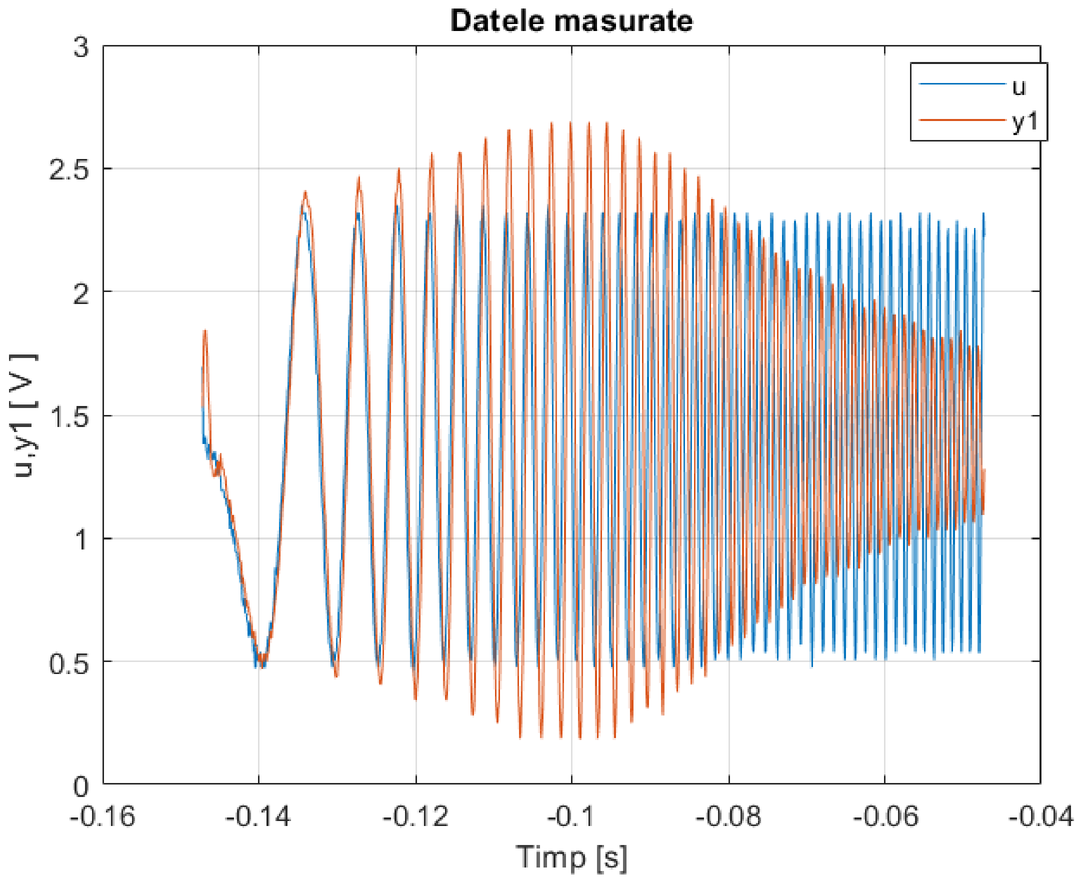
$$Mr = \frac{y1(\max)-y1(\min)}{u(\max)-u(\min)} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$,unde

Mr – modulul răspunsului în frecvență la rezonanță

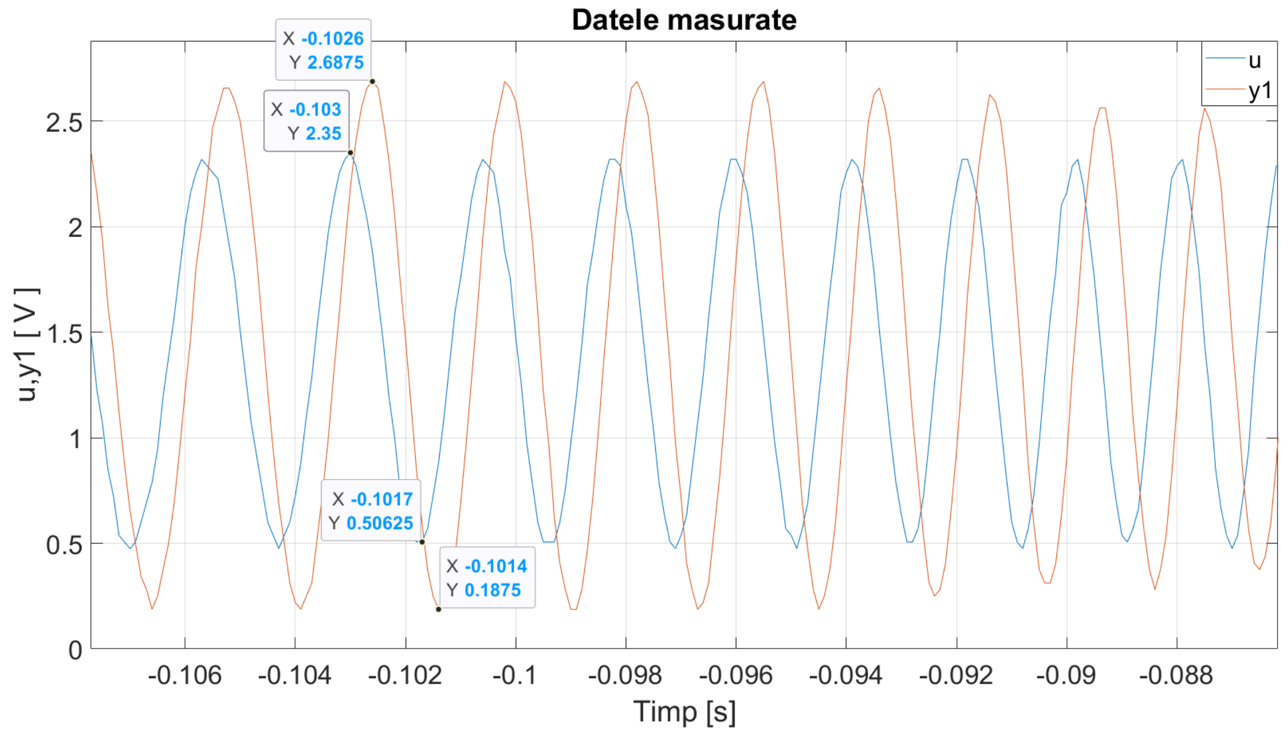
Din formula de mai sus obținem că:

$$\zeta = \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{4 - \frac{4}{Mr^2}}}}{2}$$

Pentru a calcula Mr vom suprapune intrarea u si ieșirea y1 și vom alege patru indecși de pe grafic , ce vor reprezenta momentul de timp în care semnalul de ieșire y1 , respectiv semnalul de intrare u vor avea valoarea maximă , respectiv minimă.



Cum am menționat și mai sus , vom alege acești indecși in zona centrală unde ne apare rezonanța.



Astfel , exportând valorile obținem indecșii:

447 – momentul de timp în care y1 are valoare maximă

459 – momentul de timp în care y1 are valoare minimă

443 – momentul de timp în care u are valoare maximă

456 – momentul de timp în care u are valoare minimă

$$Mr = \frac{y1(447) - y1(459)}{u(443) - u(456)} = 1.3559$$

Având Mr , înlocuim in formula lui ζ

$$\zeta = \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{4 - \frac{4}{1.3559^2}}}}{2}$$

Obținem două valori: ζ_1= 0.4029 și $\zeta_2 = 0.9152$

Pentru a avea rezonanță trebuie ca $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$, astfel alegem

$$\zeta = 0.4029$$

Ne mai rămâne de calculat ω_n , iar pentru a-l putea calcula ne vom folosi de formula:

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\zeta^2}} \text{ , unde } \omega_r = \frac{2\pi}{T_r}$$

Am notat:

ω_r – pulsația de rezonanță

T_r – perioada de rezonanță

Avem nevoie întâi de perioada de rezonanță pe care o putem calcula ca fiind de doua ori distanța dintre maximul si minimul de la rezonanță.

$T_r = 2(t(459) - t(447))$ = 0.0024 [s]

$$\omega_r = \frac{2\pi}{T_r} = 2.6180 * \ 10^3 \ \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Înlocuind in formula lui ω_n obținem:

$$\omega_n = \frac{2.6180 \times 10^3}{\sqrt{1-2(0.4029)^2}} = 3.1857 \ \times \ 10^3 \ \left|\frac{rad}{s}\right|$$

$$\omega_n = 3.1857 \times 10^3 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Având toți parametrii , ne rămâne doar să înlocuim în formula lui H(s)

$$H(s) = \frac{1.033 \times 10^7}{s^2 + 2567s + 1.015 \times 10^7}$$

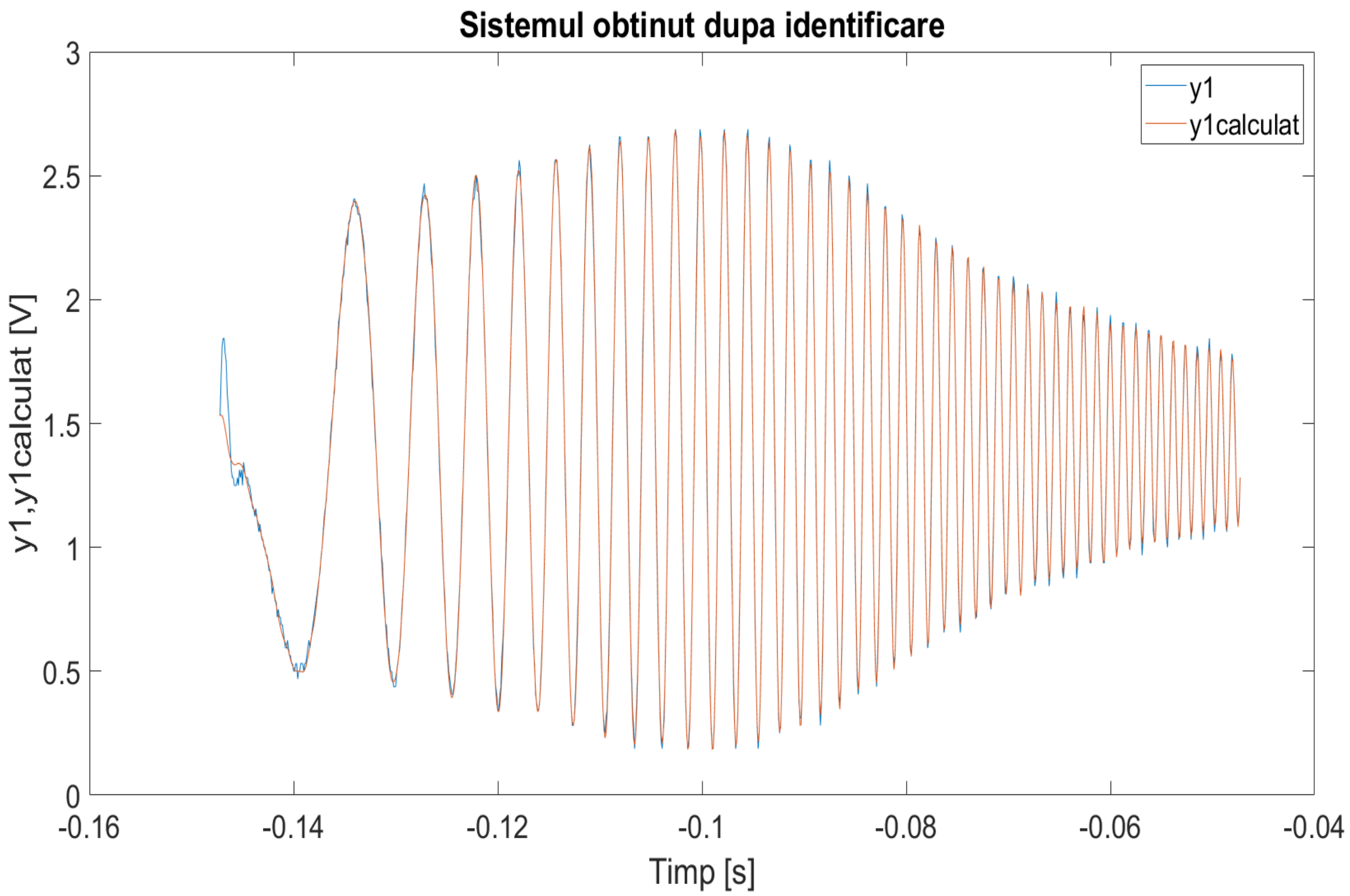
Pentru simulare , deoarece vrem să simulăm pentru condiții inițiale nenule , ne vom folosi de modelul de tip spațiul stărilor. Astfel, pe baza formei canonice observabile dedusă din funcția de transfer de mai sus obținem:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n{}^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.0149e7 & -2.5670e3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ K\omega_n{}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.0327e7 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = 0$$



Pentru validarea modelului obținut am folosit eroarea medie pătratică normalizată:

$$eMPN = \frac{norm(y1 - y1c)}{norm(y1 - mean(y1))} = 0.0503\ (5.03\%)$$

3.Estimarea răspunsului în frecvență

Pentru analiza răspunsului în frecvență dorim să calculăm diagrama Bode a sistemului care constă în două părți:

a) Caracteristica de modul
b) Caracteristica de fază

a) Caracteristica de modul

Este reprezentată printr-un grafic în care, pe axa orizontală avem pulsația ω în scară logaritmică, iar pe verticală valoarea modulului în dB.

Vom începe să luam puncte la început unde avem frecvențe joase , apoi în centru în zona rezonanței și la final unde avem frecvențe înalte.

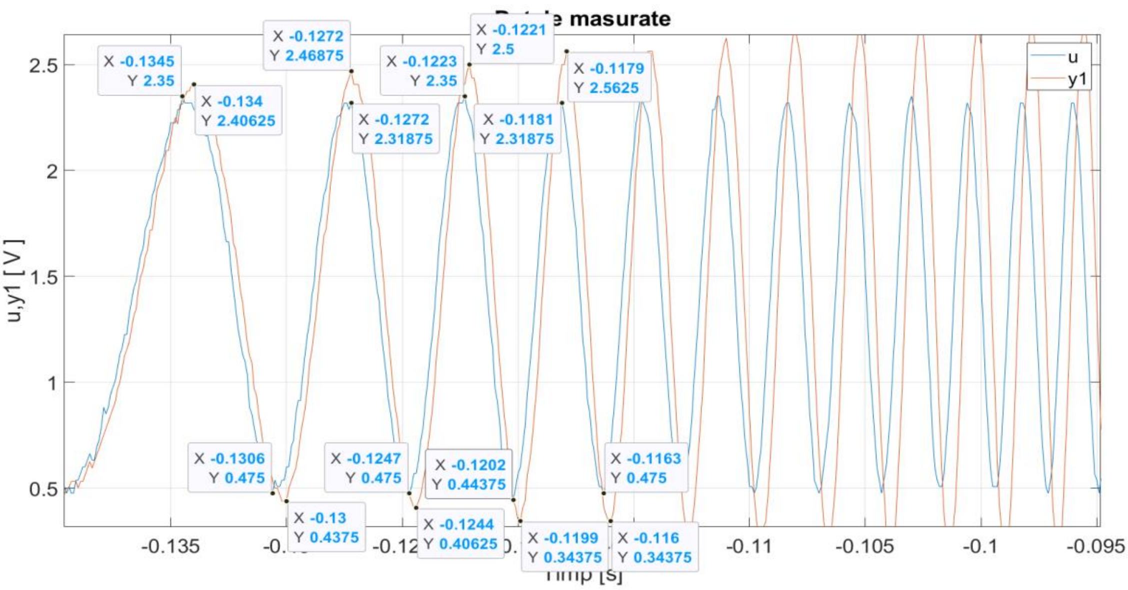
Pentru calculul modulului și a pulsației vom folosi formulele:

$$M = \frac{y1(\max) - y1(\min)}{u(max) - u(\min)}$$

$$\omega = \frac{\pi}{t(y1\max) - t(y1\min)}$$

Prin y1max ne referim la indexul pentru care y1 are valoare maximă, iar prin y1min la indexul pentru care y1 are valoare minimă.

La frecvente joase:



$$M_1 = \frac{y1(173) - y1(133)}{u(167) - u(128)} = 1.05$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{t(173) - t(133)} = 785.3982$$

$$M_2 = \frac{y1(229) - y1(201)}{u(226) - u(201)} = 1.1186$$

$$\omega_2 = \frac{\pi}{t(229) - t(201)} = 1.122 \, * \, 10^3$$

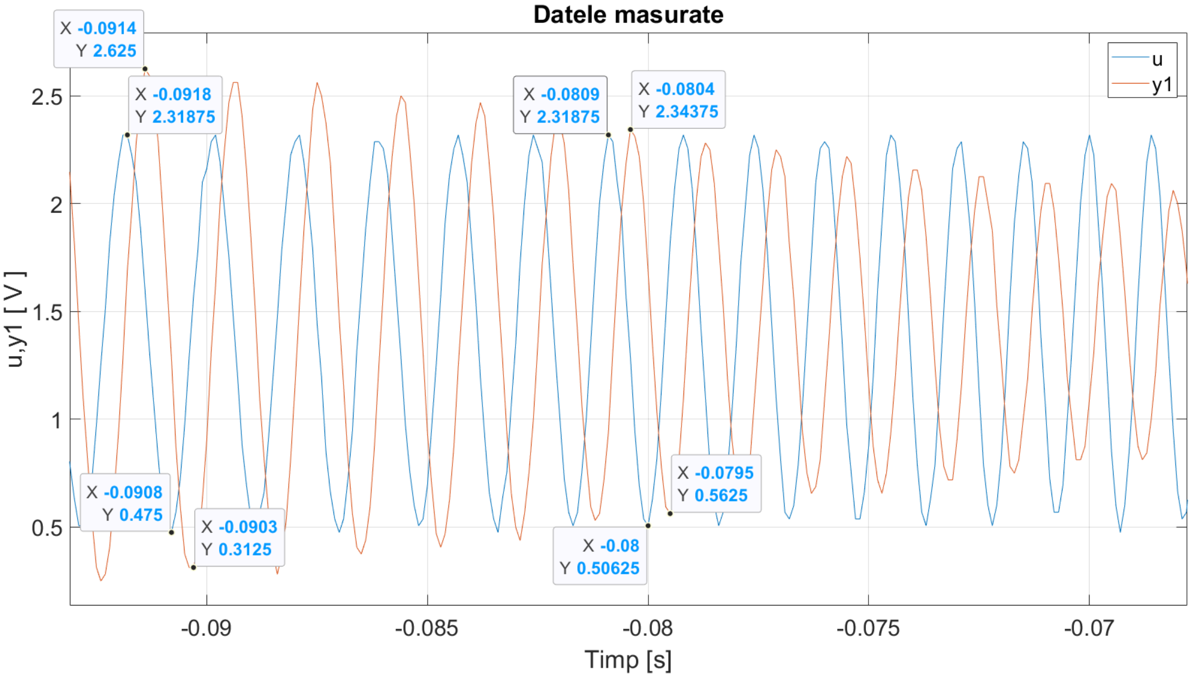
$$M_3 = \frac{y1(252) - y1(274)}{u(250) - u(271)} = 1.1311$$

$$\omega_3 = \frac{\pi}{t(274) - t(252)} = 1.428 \, * \, 10^3$$

$$M_4 = \frac{y1(294) - y1(313)}{u(292) - u(310)} = 1.2034$$

$$\omega_4 = \frac{\pi}{t(313) - t(294)} = 1.6535 \, * \, 10^3$$

La rezonanță :



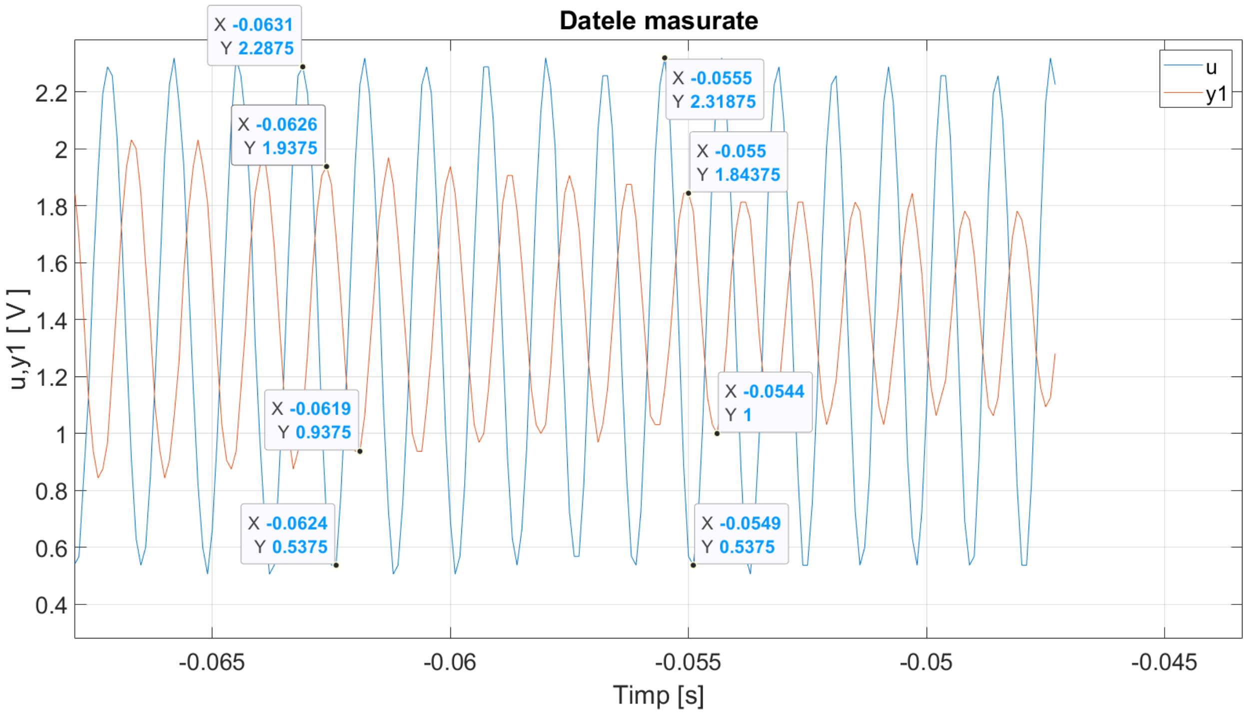
$$M_5 = \frac{y1(559) - y1(570)}{u(555) - u(565)} = 1.2542$$

$$\omega_5 = \frac{\pi}{t(570) - t(559)} = 2.856 * 10^3$$

$$M_6 = \frac{y1(669) - y1(678)}{u(664) - u(673)} = 0.9828$$

$$\omega_6 = \frac{\pi}{t(678) - t(669)} = 3.4907 * 10^3$$

La frecvențe înalte:



$$M_7 = \frac{y1(847) - y1(854)}{u(842) - u(849)} = 0.5714$$

$$\omega_7 = \frac{\pi}{t(854) - t(847)} = 4.488 * \ 10^3$$

$$M_8 = \frac{y1(923) - y1(929)}{u(918) - u(924)} = 0.4737$$

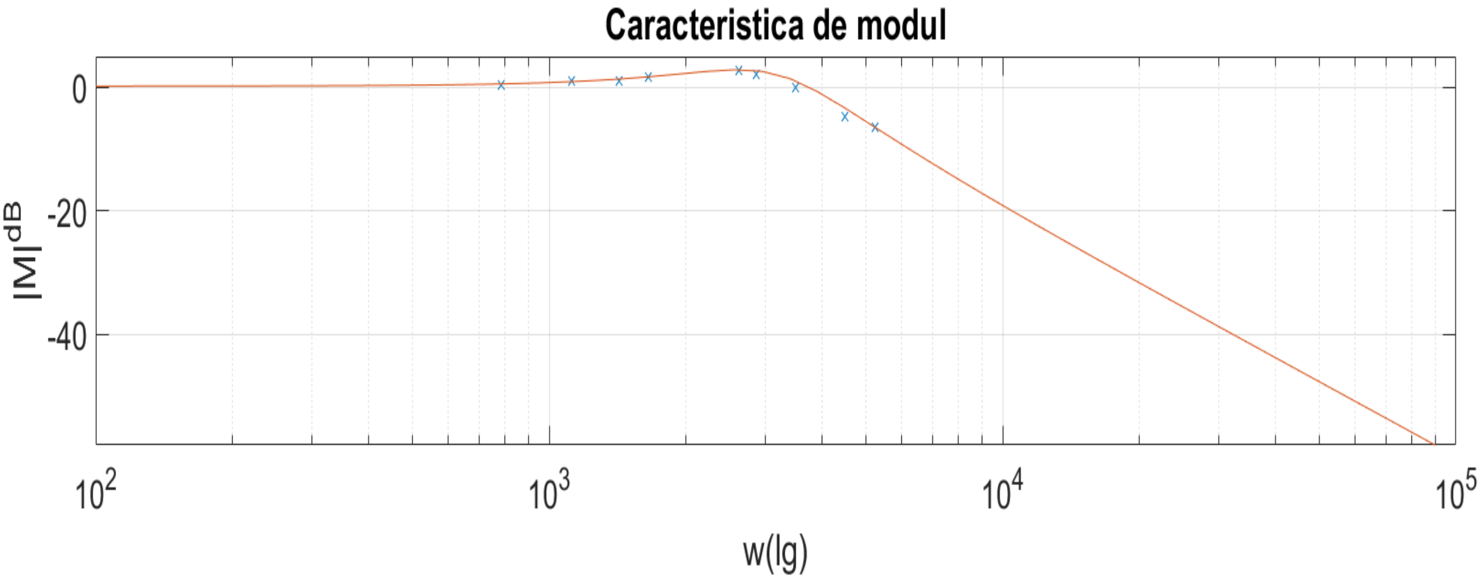
$$\omega_8 = \frac{\pi}{t(929) - t(923)} = 5.236 * \ 10^3$$

Înainte de a afișa punctele va trebui să transformăm valorile modulelor în dB.

$$M^{dB} = 20log_{10}(M)$$

Pentru a valida rezultatele obținute vom afișa cu “x” punctele peste diagrama Bode obținută din Matlab .

Afișarea o vom face cu ajutorul funcției semilogx unde axa X este reprezentată în scală logaritmică.



b) Caracteristica de fază

Aceasta este reprezentată printr-un grafic, în care pe axa orizontală avem pulsația ω în scală logaritmică, iar pe verticală faza în grade.

Procedeul de calcul este asemănător cu al modulului , va trebui să luăm puncte la frecvențe joase, la rezonanță și la frecvențe înalte.

Pulsația este aceeași ca la modul.

Pentru a calcula faza folosim formula:

$$Ph = [t(umin) - t(ymin)] * \omega \ [rad]$$

La frecvențe joase:

$$Ph_1 = [t(128) - t(133)] * \omega_1 = -0.3927\ [rad] = -22.5^{\circ}$$
$$Ph_2 = [t(226) - t(229)] * \omega_2 = -0.3366\ [rad] = -19.2857^{\circ}$$
$$Ph_3 = [t(271) - t(274)] * \omega_3 = -0.4284\ [rad] = -24.5455^{\circ}$$
$$Ph_4 = [t(310) - t(313)] * \omega_4 = -0.496\ [rad] = -28.4211^{\circ}$$

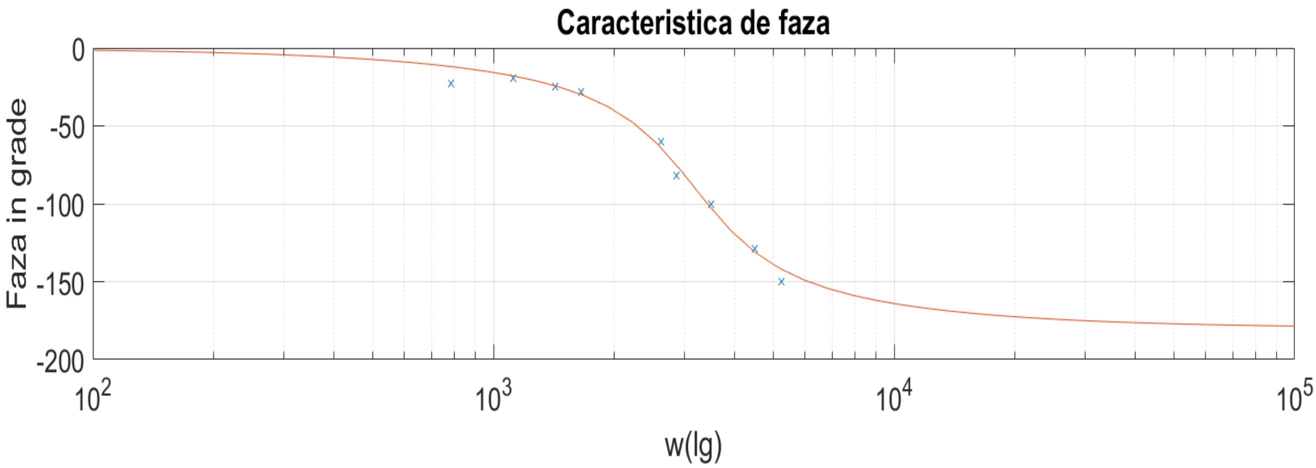
La rezonanță:

$$Ph_r = [t(443) - t(447)] * \omega_r = -1.0472\ [rad] = -60^{\circ}$$
$$Ph_5 = [t(565) - t(570)] * \omega_5 = -1.428\ [rad] = -81.8182^{\circ}$$
$$Ph_6 = [t(673) - t(678)] * \omega_6 = -1.7453\ [rad] = -100^{\circ}$$

La frecvențe înalte:

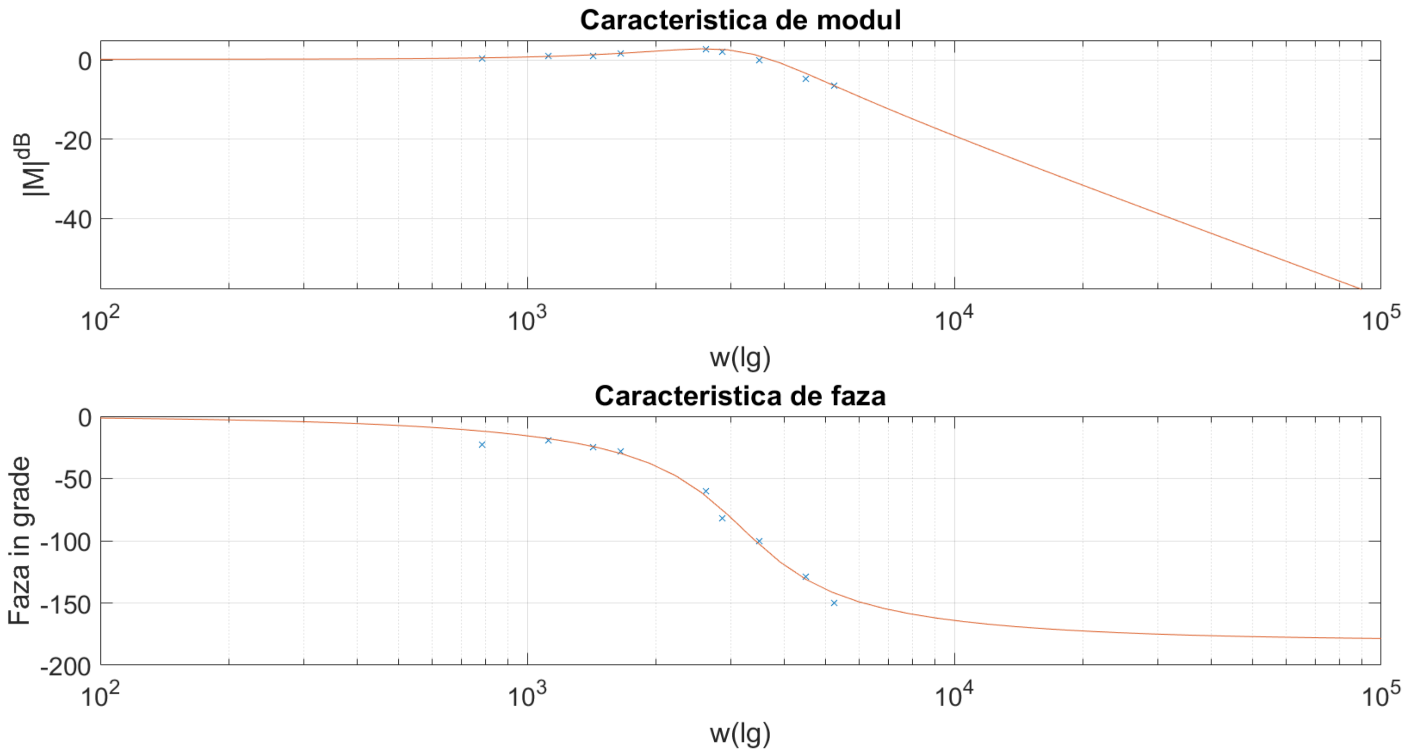
$$Ph_7 = [t(849) - t(854)] * \omega_7 = -2.244\ [rad] = -128.5714^{\circ}$$
$$Ph_8 = [t(924) - t(929)] * \omega_8 = -2.618\ [rad] = -150^{\circ}$$

La fel ca la modul, pentru validarea rezultatelor obținute vom afișa cu "x" punctele peste diagrama Bode din Matlab.



$Nr.crt$	ω	M	M^{dB}	Ph°
1	785.3982	1.05	0.4238	$-22.5°$
2	1.122e3	1.1186	0.9738	$-19.2857°$
3	1.428e3	1.1311	1.0704	$-24.5455°$
4	1.6536e3	1.2034	1.6081	$-28.4211°$
rezonanță	2.618e3	1.3559	2.6448	$-60°$
5	2.856e3	1.2542	1.9676	$-81.8182°$
6	3.4907e3	0.9828	-0.1511	$-100°$
7	4.488e3	0.5714	-4.8608	$-128.5714°$
8	5.236e3	0.4737	-6.4902	$-150°$

Astfel , cu ambele caracteristici calculate ne rămâne doar să afișăm rezultatul final:

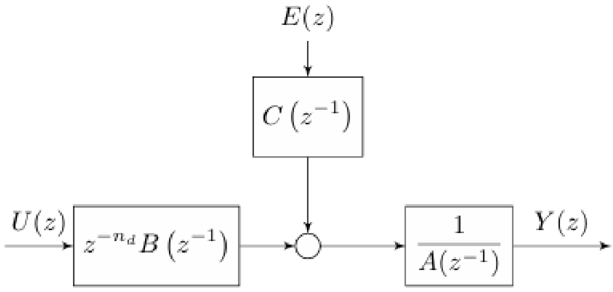


4.Identificarea parametrică

Pentru identificarea parametrică vrem să determinăm patru modele : doua pentru semnalul y1 fără zero, în care unul dintre modele să fie validat prin intercorelație, iar celălalt prin autocorelație și doua modele pentru semnalul y2 cu zero, unul validat prin autocorelație, iar celălalt prin intercorelație.

Semnalul y1

a)Metoda ARMAX (metoda celor mai mici pătrate extinsă)



Structura corespunzătoare metodei ARMAX

Metoda ARMAX constă în patru parametrii de structură: [na,nb,nc,nd]

na – gradul polinomului A (numărul de poli)

nb – gradul polinomului B (numărul de zero-uri)

nc – gradul polinomului C (zgomotul)

nd – timpul mort (numărul tacților de întârziere)

Astfel, alegem coeficienții [na,nb,nc,nd] = [2,2,2,0] și obținem:

Modelul matematic identificat al sistemului:

Discrete-time ARMAX model: A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t)

A(z^{-1}) = 1 - 1.686 z^{-1} + 0.7741 z^{-2}

B(z^{-1}) = 0.005502 + 0.08405 z^{-1}

C(z^{-1}) = 1 – 1.497 z^{-1} + 0.6339 z^{-2}

Funcția de transfer de la intrare la ieșire:

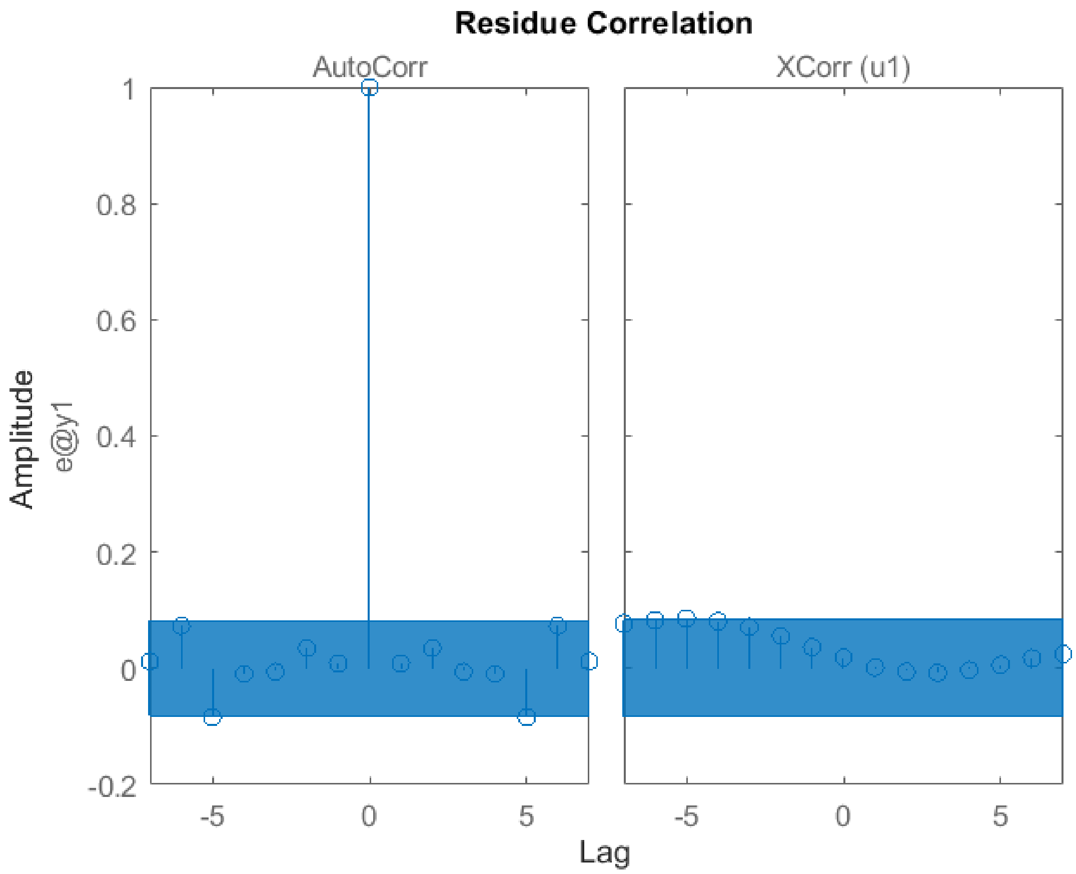
În discret:

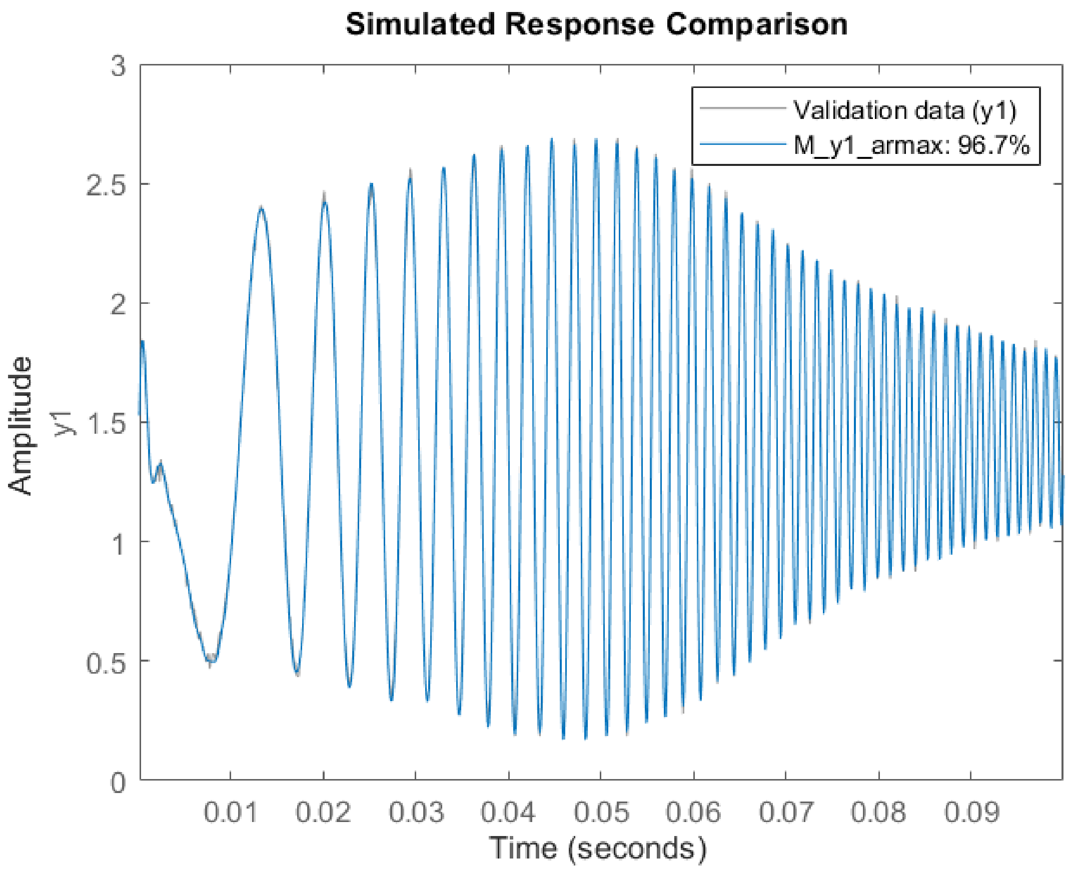
$$H(z^{-1}) = \frac{0.005502 + \ 0.08405\, z^{-1}}{1 - 1.686\, z^{-1} + 0.7741\, z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0.005502\, z^{2} + 0.08405\, z}{z^{2} - 1.686\, z + 0.7741}$$

În continuu:

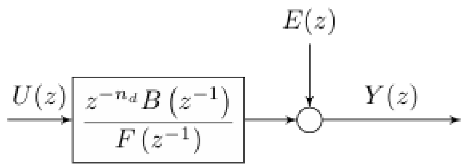
$$H(s) = \frac{0.005502\, s^{2} + 554.6\, s + 1.024e7}{s^{2} + 2560\, s + 1.007e7}$$





Din prima figură tragem concluzia că modelul este validat prin **autocorelație** , având o suprapunere pe datele de validare de **96.7%.**

B)Metoda OE (metoda erorii de ieșire)



Structura corespunzătoare metodei OE

Metoda OE constă în trei parametrii de structură: [nb,nF,nd]

nb – gradul polinomului B (numărul de zero-uri)

nF – gradul polinomului F (numărul de poli)

nd – timpul mort (numărul tacților de întârziere)

Astfel, alegem coeficienții [nb,nF,nd] = [2,2,0] și obținem:

Modelul matematic identificat al sistemului:

Discrete-time OE model: y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + e(t)

B (z^{-1}) = 0.00588 + 0.08382 z^{-1}

F (z^{-1}) = 1 – 1.685 z^{-1} + 0.7738 z^{-2}

Funcția de transfer de la intrare la ieșire:

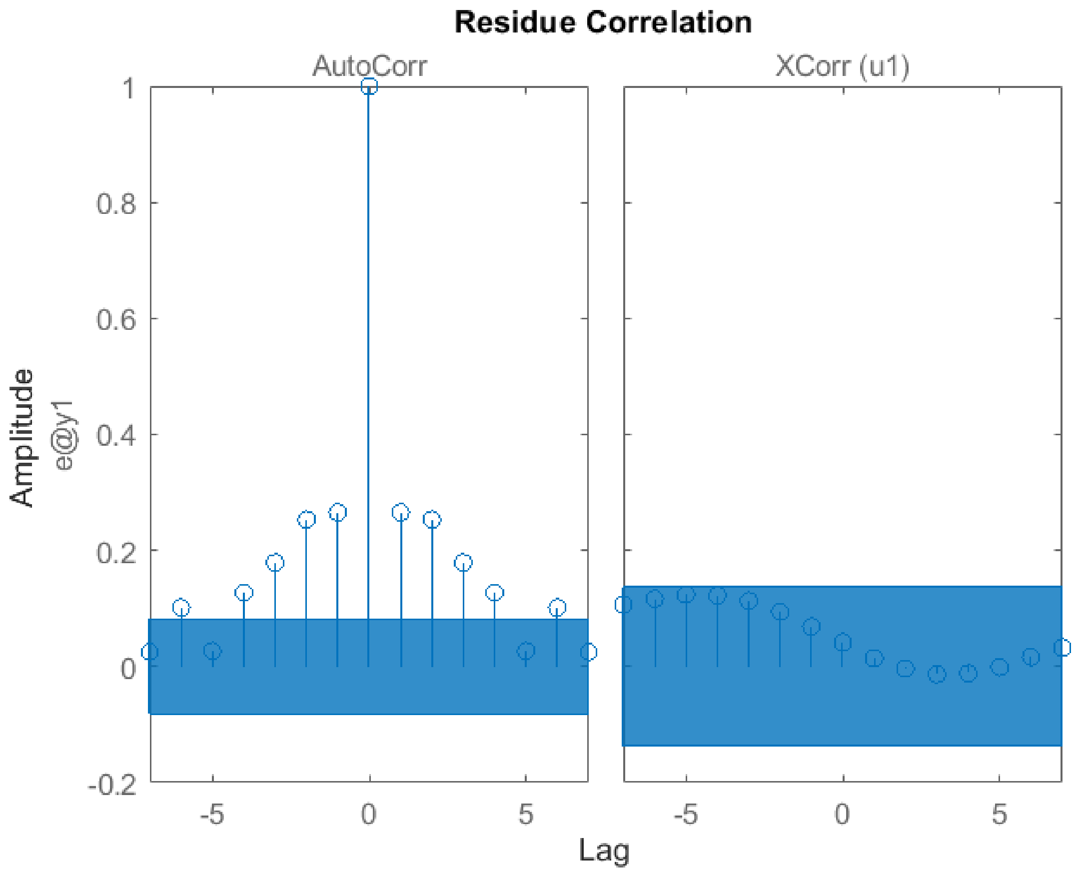
În discret:

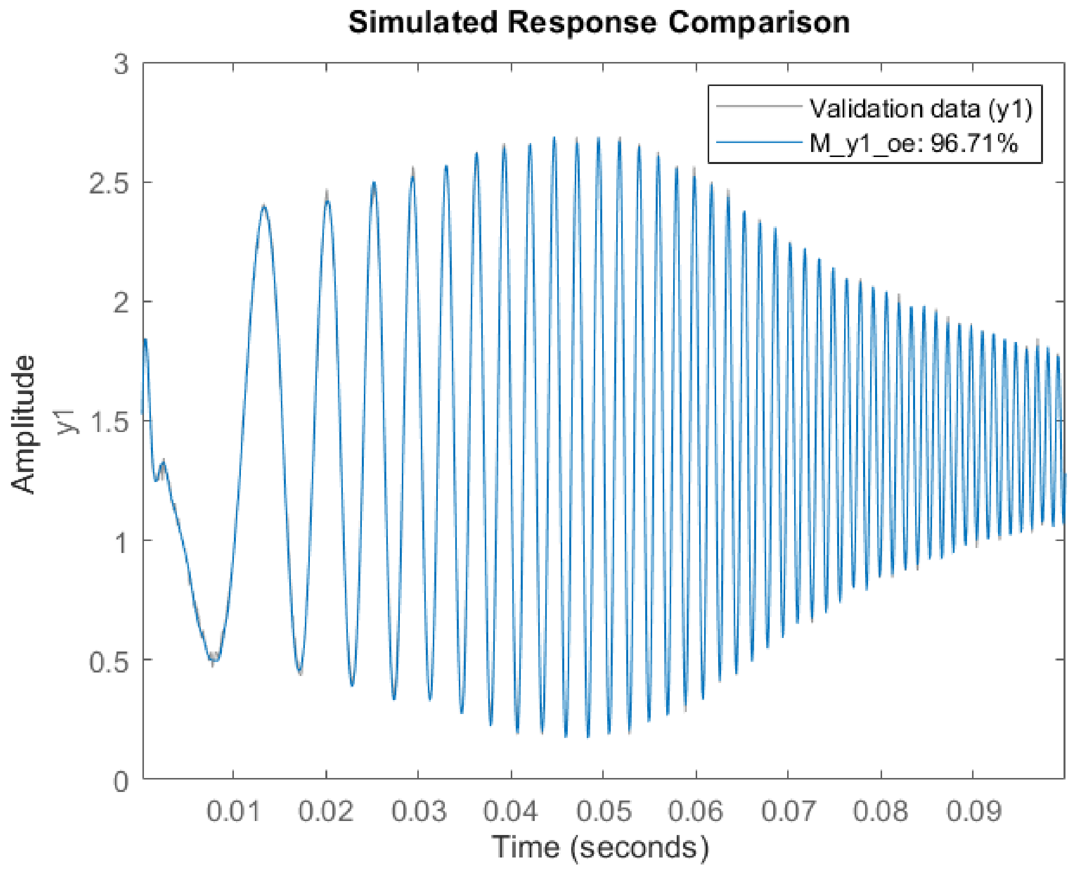
$$H(z^{-1}) = \frac{0.00588 + \ 0.08382\, z^{-1}}{1 - 1.685\, z^{-1} + 0.7738\, z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0.00588\, z^2 + 0.08382\, z}{z^2 - 1.685\, z + 0.7738}$$

În continuu:

$$H(s) = \frac{0.00588\, s^2 + 559.6\, s + 1.026e7}{s^2 + 2565\, s + 1.009e7}$$





Din prima figură tragem concluzia că modelul este validat prin **intercorelație,** având o suprapunere pe datele de validare de **96.71%.**

Semnalul y2

a)Metoda ARMAX (metoda celor mai mici pătrate extinsă)

Alegem coeficienții [na,nb,nc,nd] = [2,2,2,0] și obținem:

Modelul matematic identificat al sistemului:

Discrete-time ARMAX model: A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t)

A(z^{-1}) = 1 - 1.68 z^{-1} + 0.7755 z^{-2}

B(z^{-1}) = 0.1365 - 0.03715 z^{-1}

C(z^{-1}) = 1 – 1.308 z^{-1} + 0.4786 z^{-2}

Funcția de transfer de la intrare la ieșire:

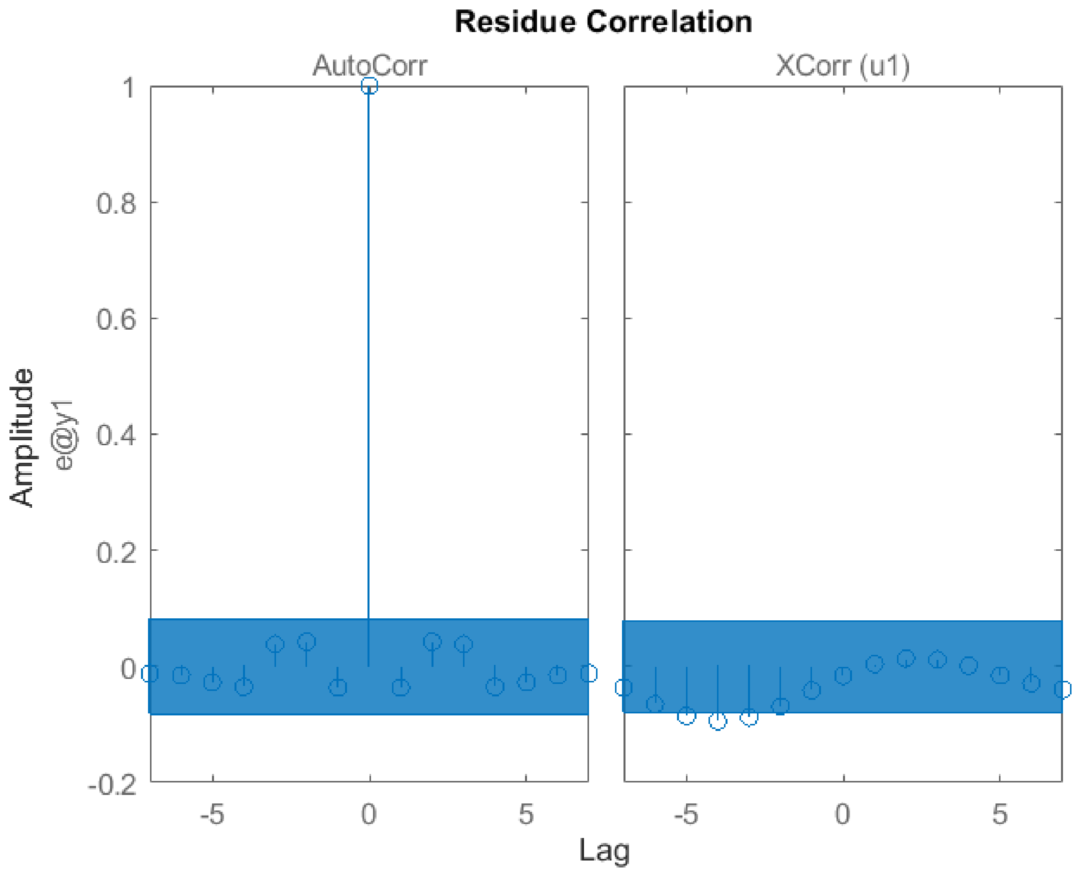
În discret:

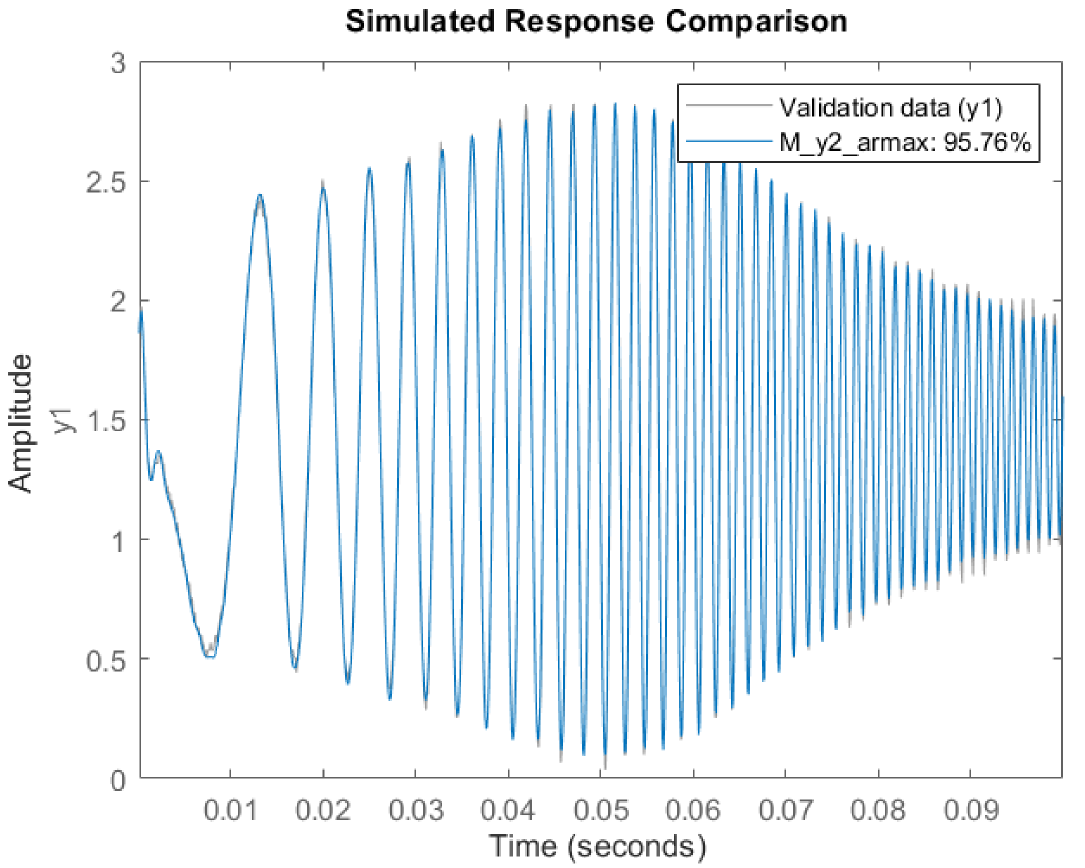
$$H(z^{-1}) = \frac{0.1365 \ - 0.03715\, z^{-1}}{1 - 1.68\, z^{-1} + 0.7755\, z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0.1365\, z^2 - 0.03715\, z}{z^2 - 1.68\, z + 0.7755}$$

În continuu:

$$H(s) = \frac{0.1365\, s^2 + 2045\, s + 1.136e7}{s^2 + 2542\, s + 1.097e7}$$


Residue Correlation
AutoCorr
XCorr (u1)
Amplitude
e@y1
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-5
0
5
-5
0
5
Lag


Simulated Response Comparison
Validation data (y1)
M_y2_armax: 95.76%
Amplitude
y1
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
Time (seconds)

Din prima figură tragem concluzia că modelul este validat prin **autocorelație** , având o suprapunere pe datele de validare de **95.76%.**

B)Metoda OE (metoda erorii de ieșire)

Astfel, alegem coeficienții [nb,nF,nd] = [1,2,0] și obținem:

Modelul matematic identificat al sistemului:

Discrete-time OE model: y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + e(t)

B (z^{-1}) = 0.108

F (z^{-1}) = 1 – 1.659 z^{-1} + 0.7631 z^{-2}

Funcția de transfer de la intrare la ieșire:

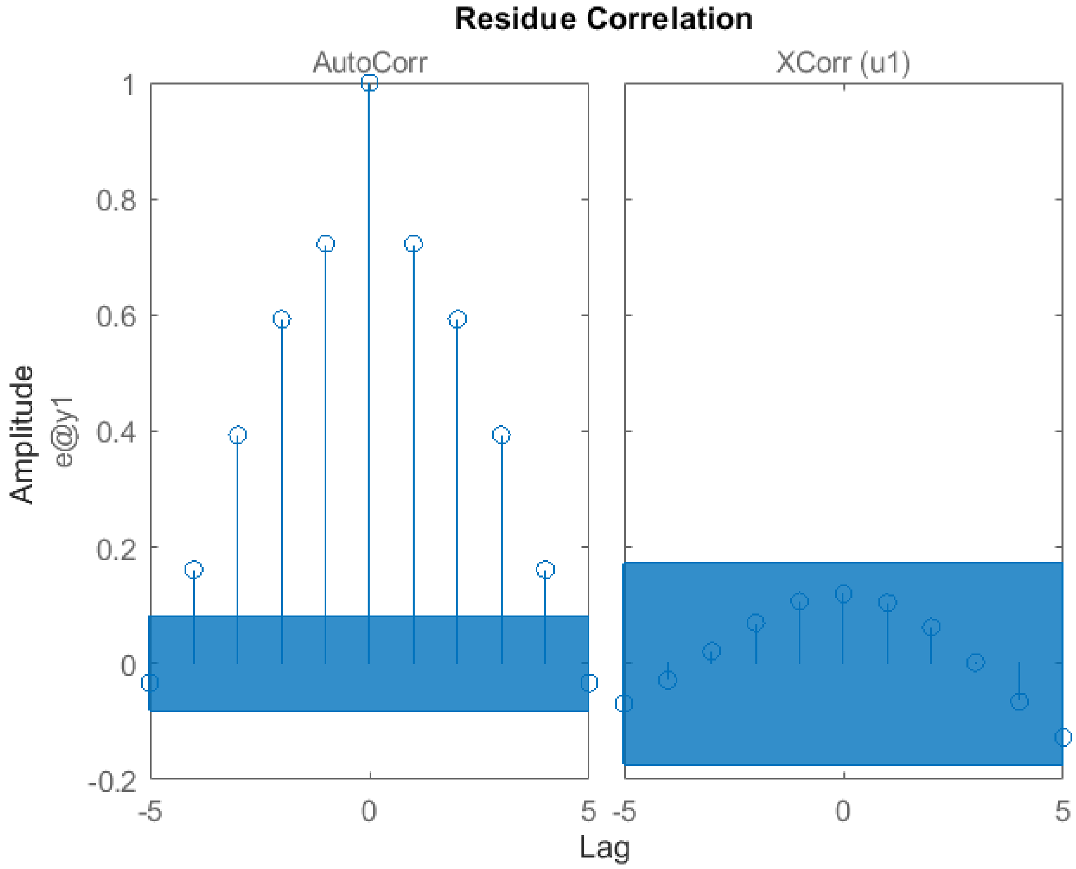
În discret:

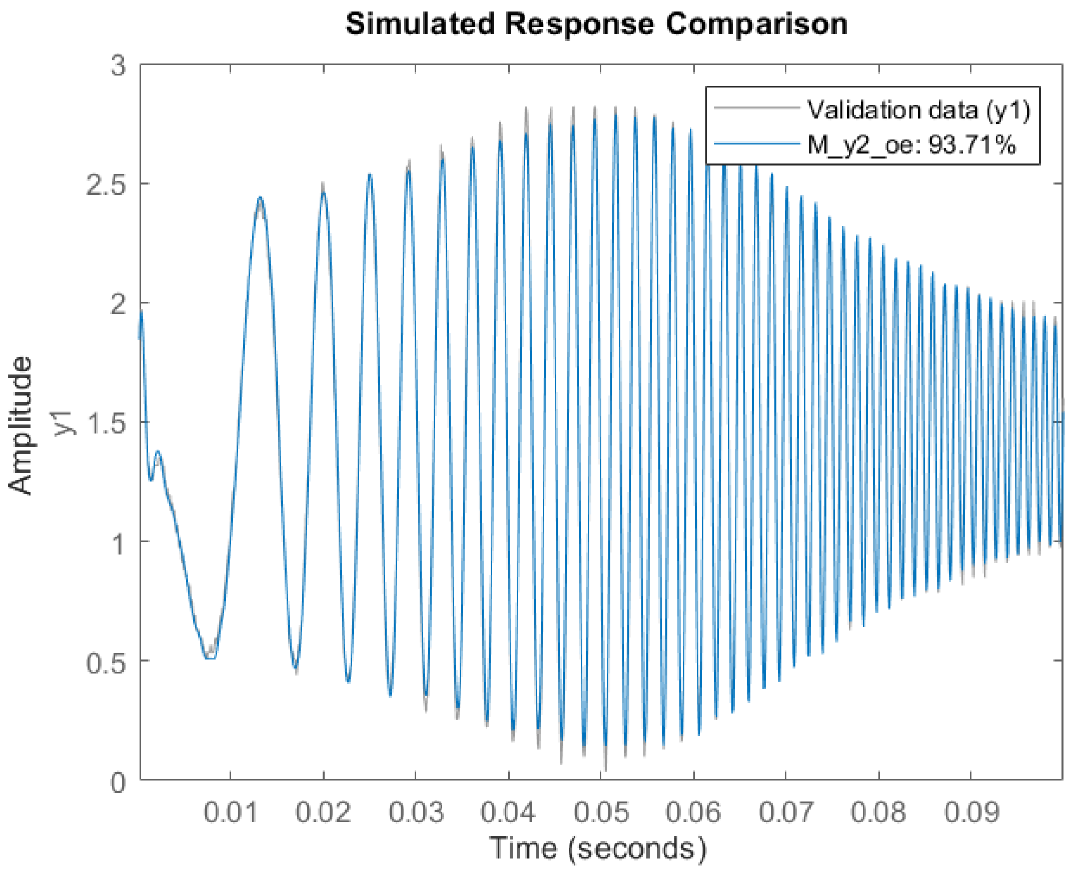
$$H(z^{-1}) = \frac{0.108}{1 - 1.659\, z^{-1} + 0.7631\, z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0.108\, z^2}{z^2 - 1.659\, z + 0.7631}$$

În continuu:

$$H(s) = \frac{0.108\, s^2 + 1790\, s + 1.245e7}{s^2 + 2704\, s + 1.201e7}$$


Residue Correlation
AutoCorr
XCorr (u1)
Amplitude
e@y1
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-5
0
5
-5
0
5
Lag


Simulated Response Comparison
Validation data (y1)
M_y2_oe: 93.71%
Amplitude
y1
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
Time (seconds)

Din prima figură tragem concluzia că modelul este validat prin **intercorelație,** având o suprapunere pe datele de validare de **93.71%.**