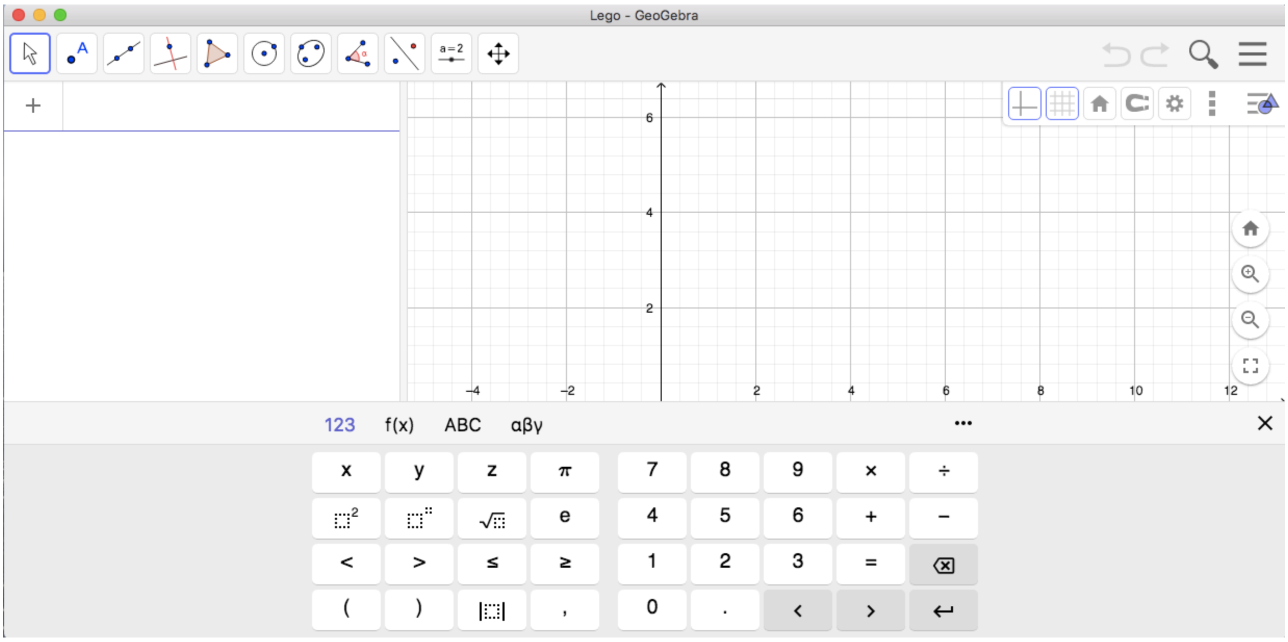
Risolvere problemi di Programmazione Lineare con GeoGebra

Per utilizzare la versione online andare alla pagina: https://www.geogebra.org/classic?lang=it

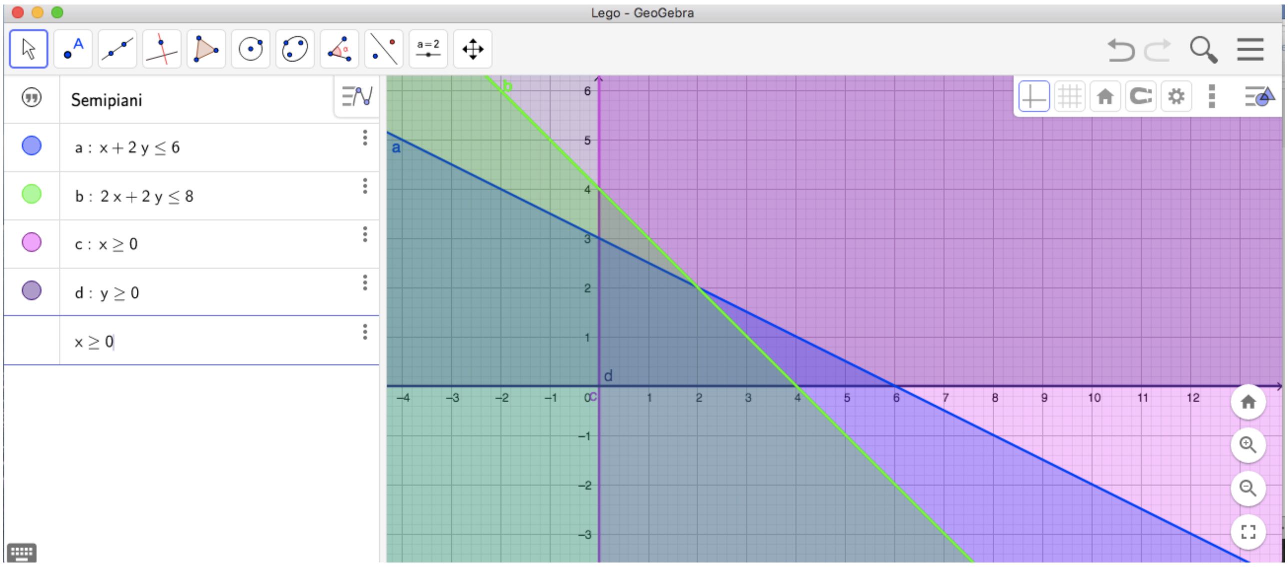
Aprire GeoGebra. Comparirà una finestra come segue:



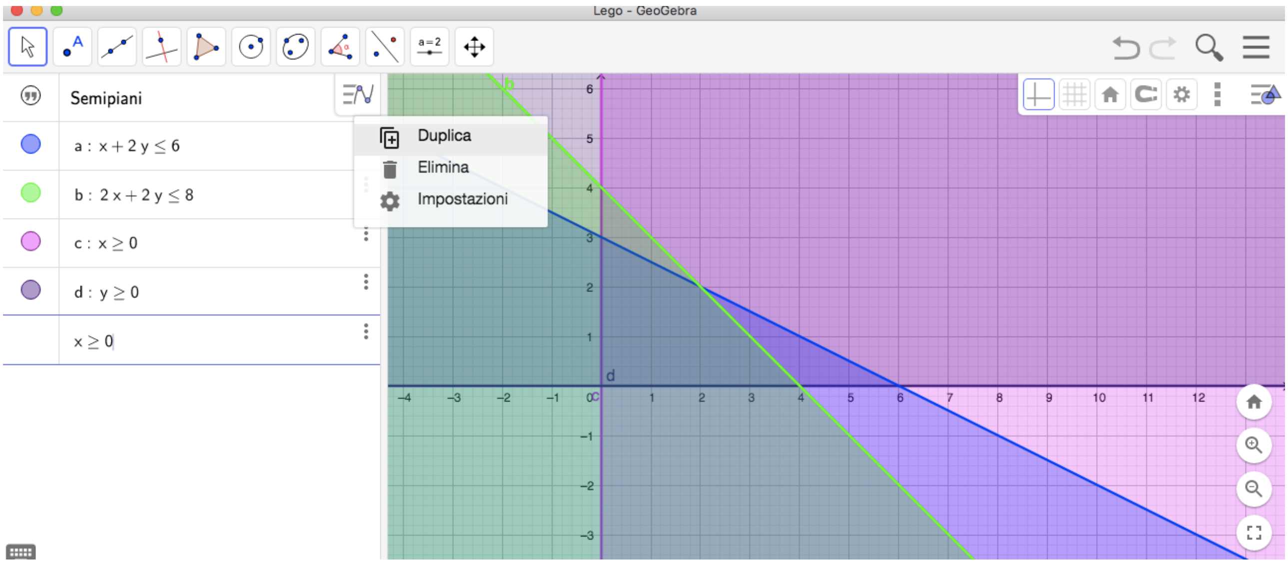
Si voglia risolvere il problema:

$$\begin{gathered} max\ (15x + 20y) \\ x + 2y \leq 6 \\ 2x + 2y \leq 8 \\ x, y \geq 0 \end{gathered}$$

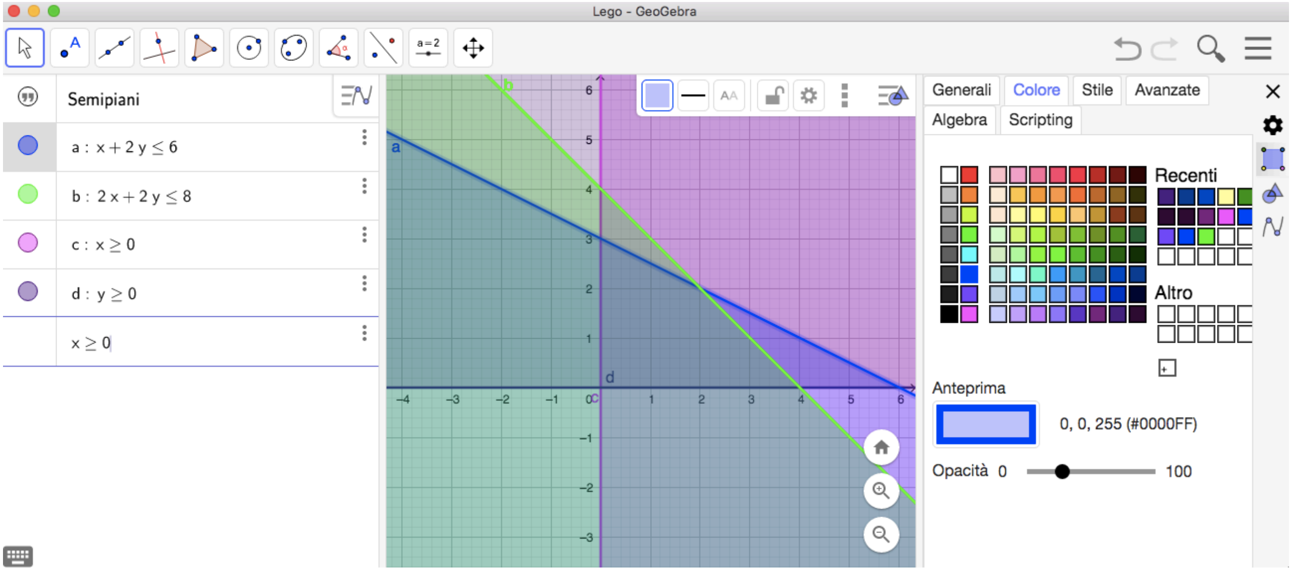
Si inseriscano tutti i vincoli come disuguaglianze. Nel primo campo degli inserimenti, digitare x+2y<=6 e automaticamente comparirà l'etichetta a: e la relazione $x + 2y \leq 6$. Continuare così per tutti i vincoli.



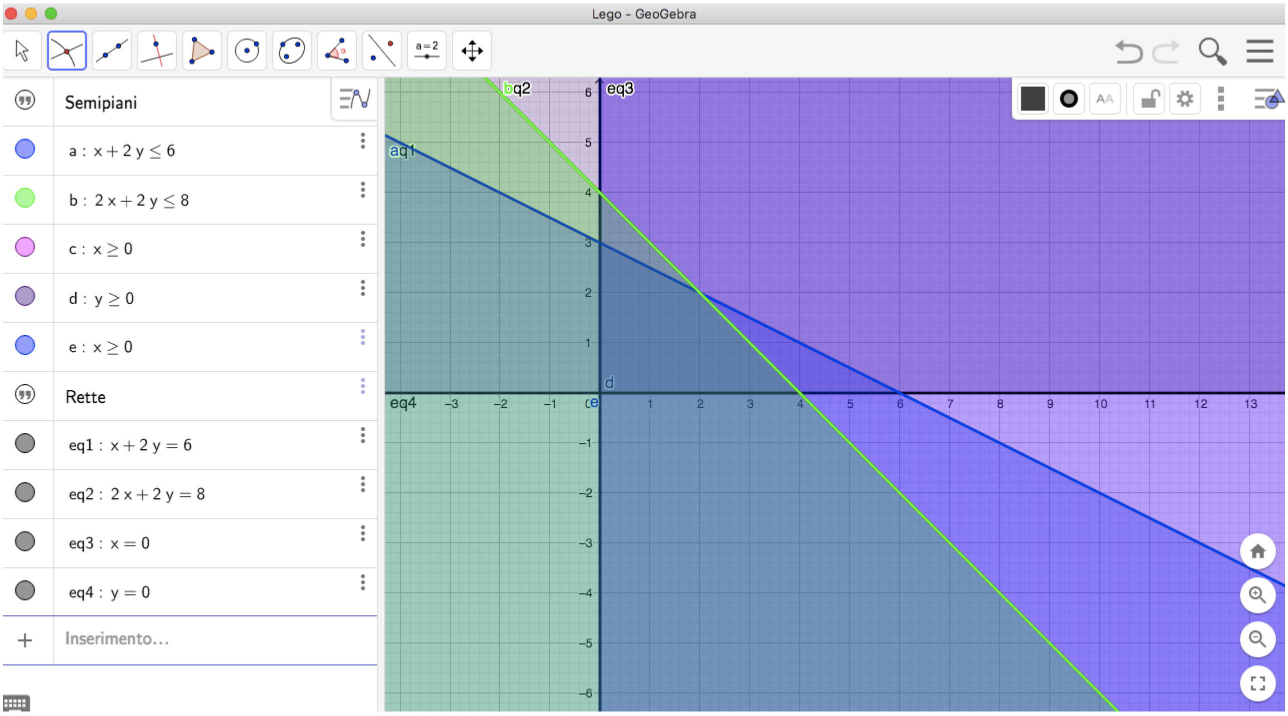
E’ possibile modificare alcune impostazioni del grafico. Si possono ad esempio cambiare i colori dei semipiani e delle rette. Cliccando sui tre puntini a destra di ciascun campo delle disequazioni ed equazioni, si accede al menu impostazioni.



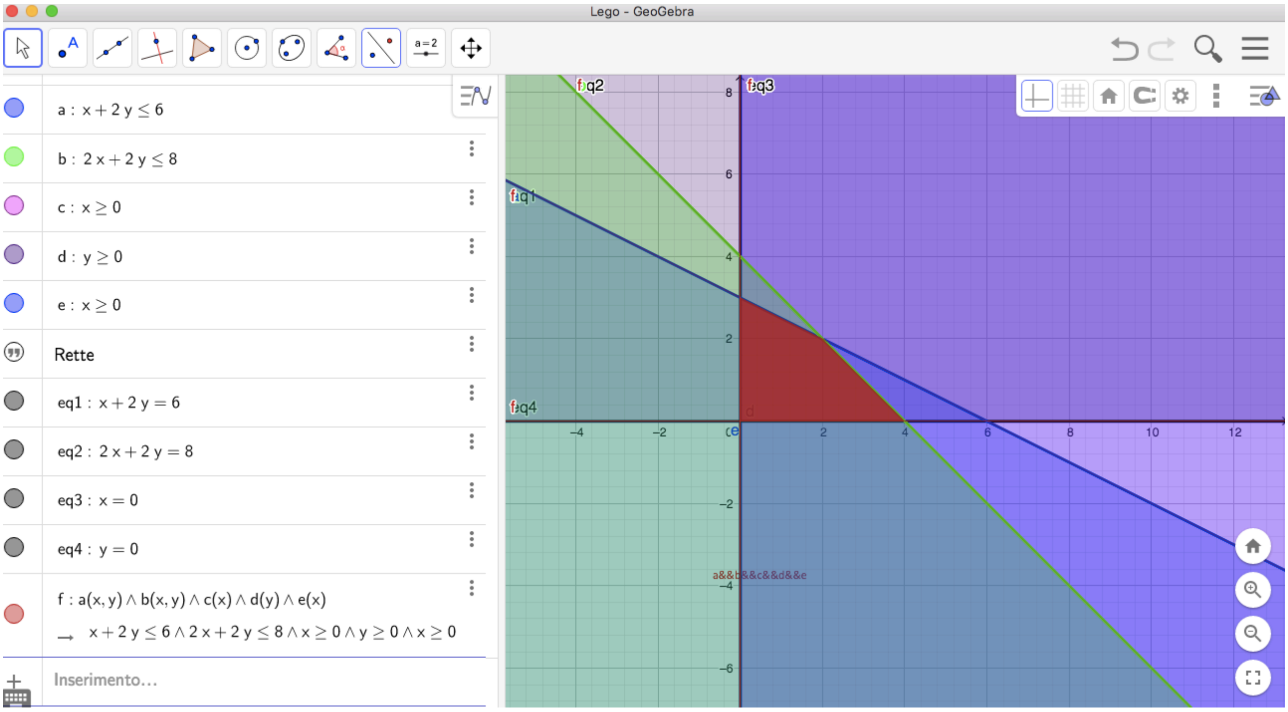
A destra si apre un campo dove è possibile definire nomi degli assi, griglie, colori e altro.



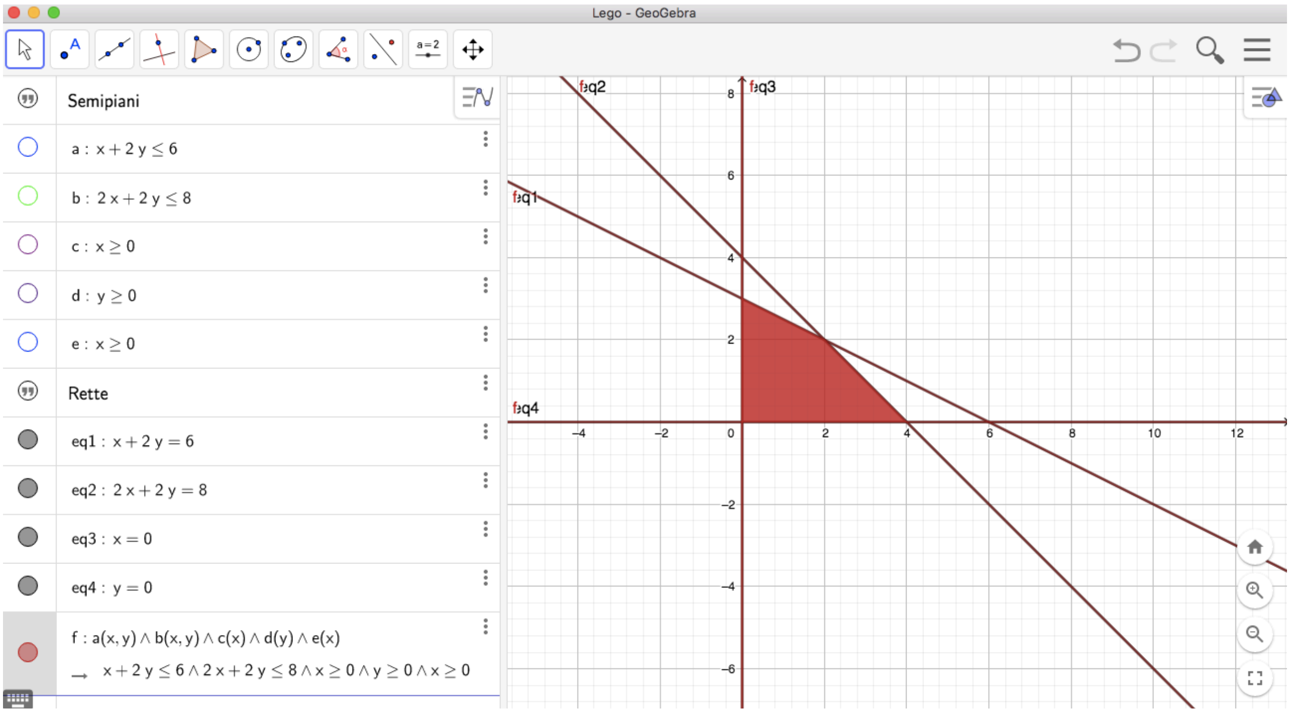
Si inseriscano tutti i vincoli come uguaglianze per poter definire anche la frontiera del poliedro. Nel primo campo disponibile digitare x+2y=6 e automaticamente comparirà l'etichetta eq1: e la relazione $x + 2y = 6$. Continuare così per tutti i vincoli.



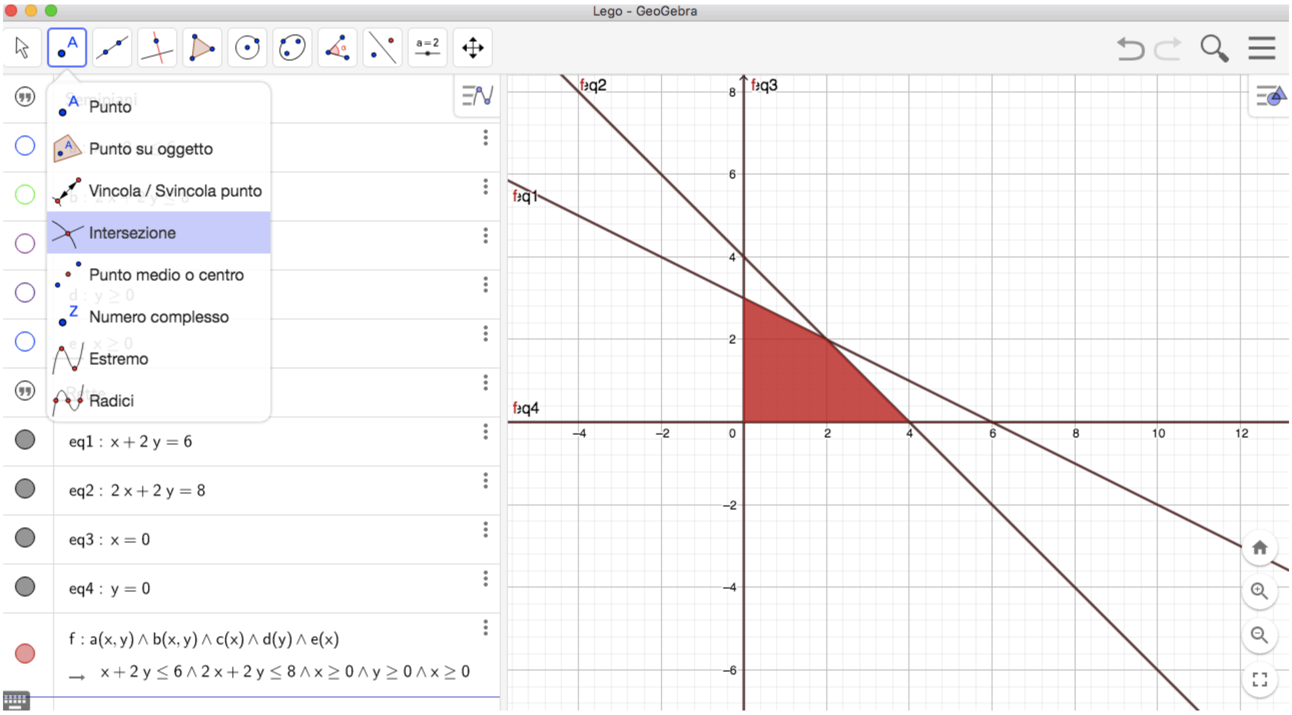
Nel campo degli inserimenti, si faccia l'intersezione tra tutti i semipiani con il comando:
a&&b&&c&&d&&e

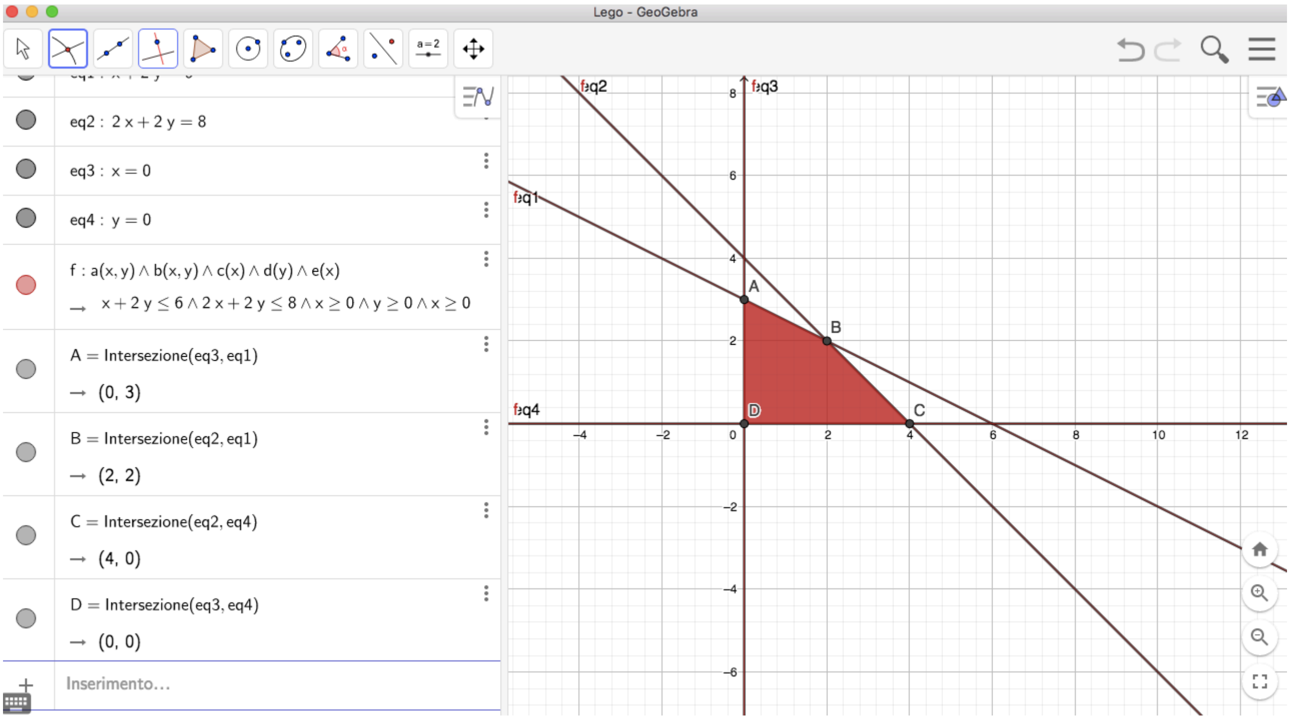


Deselezionare la colorazione di tutti i vincoli dei semipiani per visualizzare solo la regione ammissibile (lasciare i vincoli di uguaglianza).

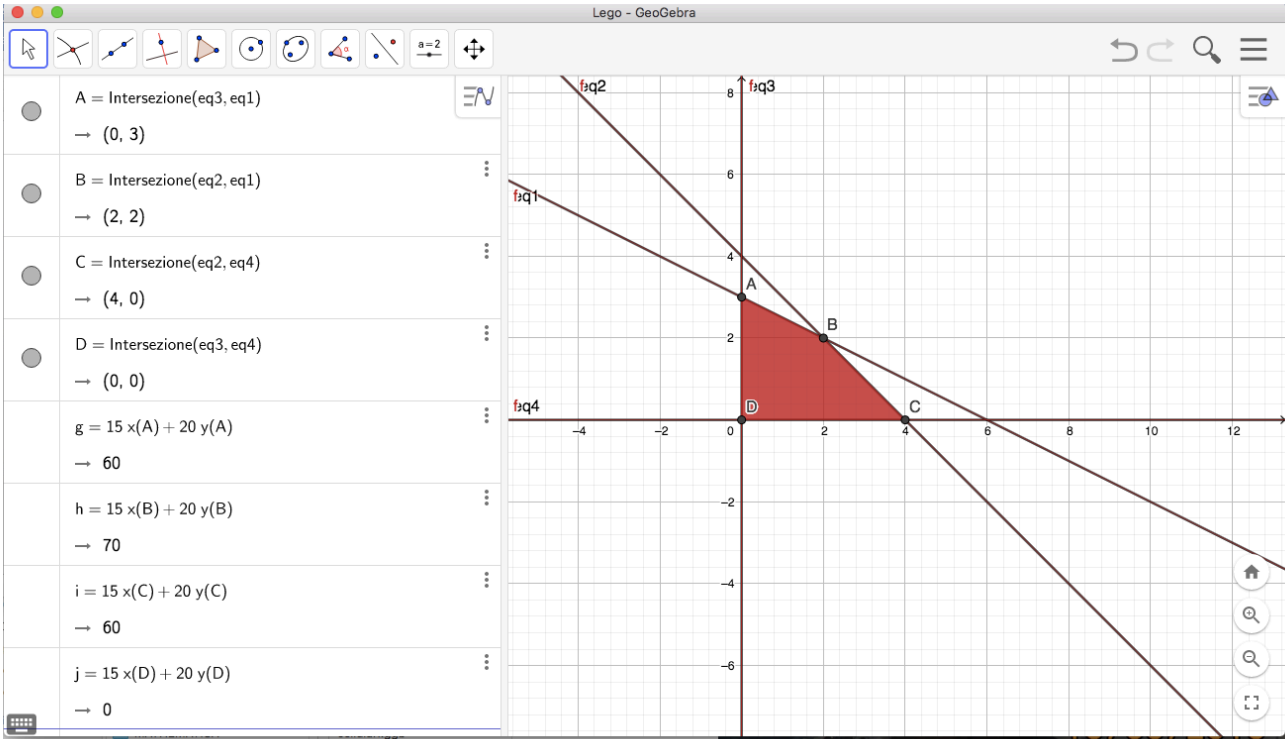


Determinare i vertici del poliedro con il comando intersezione. Dopo aver selezionato il comando intersezione, porsi sulla figura a destra e cliccare sulle rette della frontiera del poliedro. Ad esempio cliccando sull'asse delle y e sulla retta eq1, si seleziona il vertice A. Nel campo degli inserimenti a sinistra comparirà il punto A con le sue coordinate.





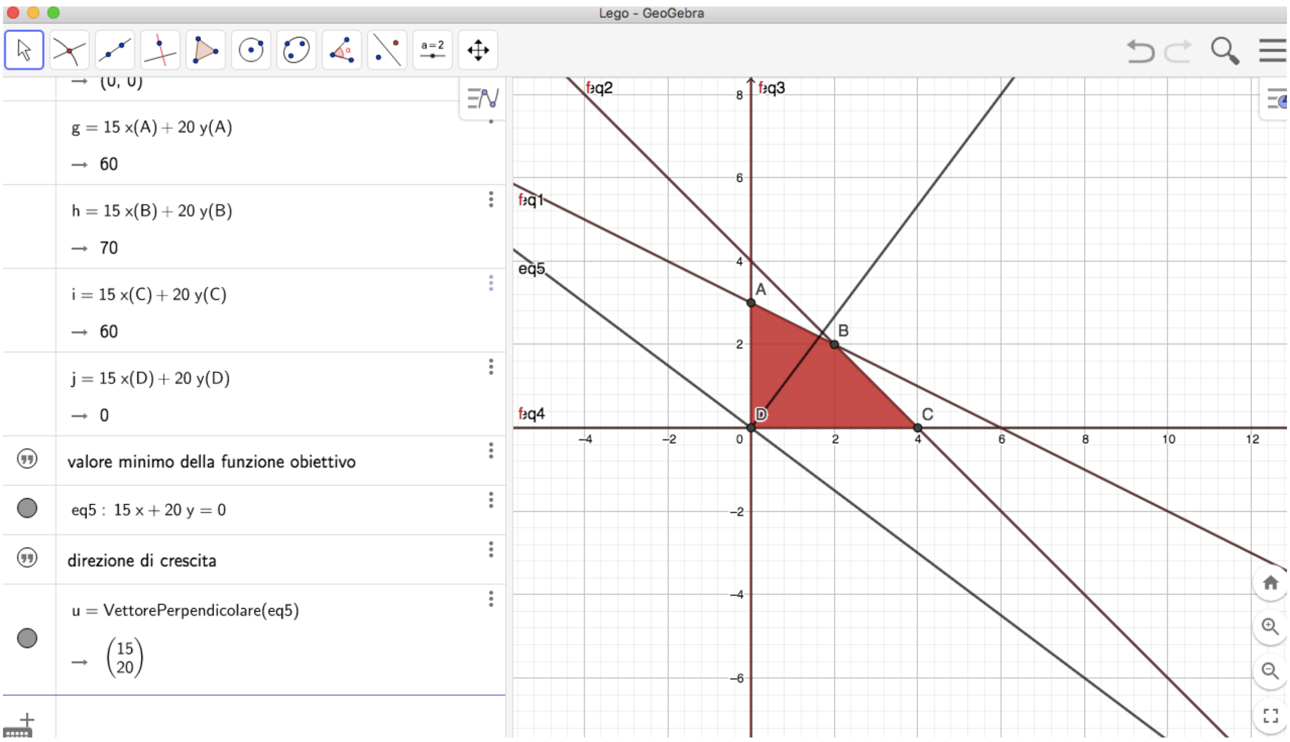
Il poliedro è chiuso e limitato quindi esiste la soluzione ottima. Essa si può calcolare valutando la funzione obiettivo in tutti i vertici. Per valutare la funzione obiettivo nel punto A, utilizzare il comando: 15 x(A)+20 y(A).



Si può utilizzare anche il metodo grafico e cercare la direzione di crescita della funzione obiettivo.

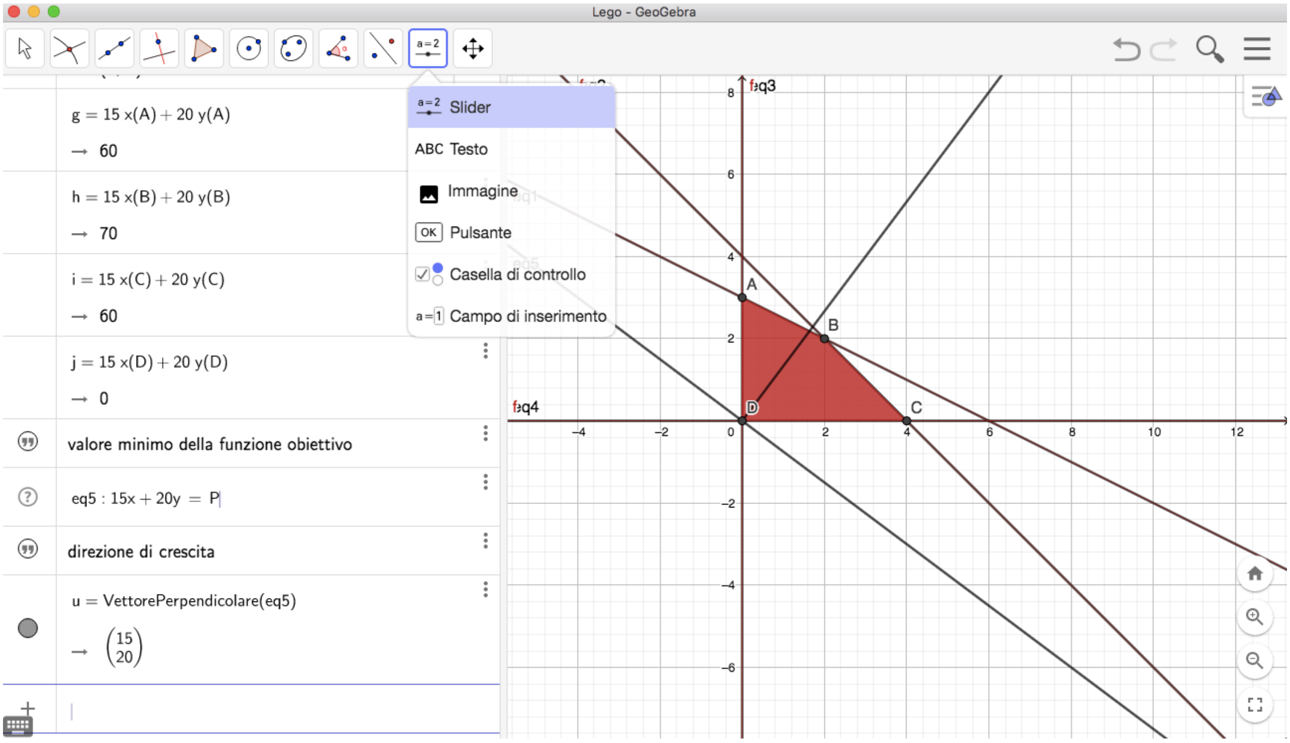
Si inserisca la retta 15x+20y=k che rappresenta il fascio di rette generato dalla funzione obiettivo.

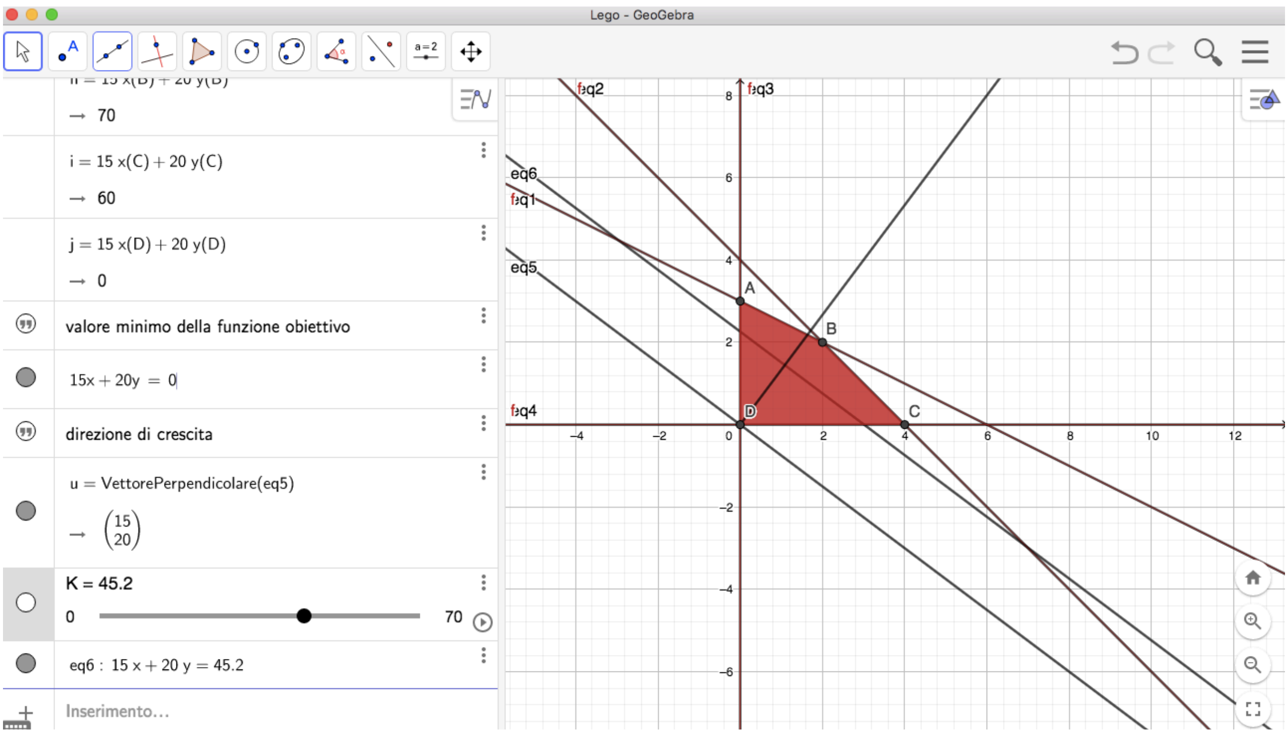
Si inserisca la direzione di crescita che è ortogonale alla retta 15x+20y=0. Può essere creata con il comando VettorePerpendicolare(15x+20y=0).



Per trovare la soluzione occorre determinare tra le rette 15x+20y=k, quella che corrisponde al valore massimo di k. Basta quindi traslare la retta 15x+20y=0 (valore minimo) seguendo la direzione di crescita fino a trovare l'ultimo vertice comune tra la retta e la regione ammissibile.

Si inserisca 15x+20y=k e automaticamente di creerà uno slider. Si imposti lo slider tra zero e un valore abbastanza grande (possiamo mettere 70 che è noto essere il valore massimo della funzione obiettivo).





Come si nota man mano che si sposta lo Slider K, aumenta il valore della funzione obiettivo.
La soluzione ottima di trova in corrispondenza del vertice B. Il valore massimo è 70 e si ottiene per x=y=2. Si può anche utilizzare l'animazione dello Slider (impostare ripetizione crescente).

Se si devono risolvere problemi di minimo, si dovrà seguire la direzione opposta a quella di crescita. In tal caso di dovrà impostare un valore sufficientemente alto dello Slider (impostare ripetizione decrescente).