IL PRICING NELLE ASSICURAZIONI SANITARIE:

ANALISI DI ALCUNI MODELLI DI TARIFFAZIONE

SIMONE CAPUCCI

CLASSIFICAZIONE

IL TERMINE "ASSICURAZIONE SANITARIA" DENOTA UN AMPIO INSIEME DI POLIZZE. LE PRINCIPALI SONO:

- SICKNESS INSURANCE
- LTC
- INCOME PROTECTION
- DREAD DISEASE

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

ONE YEAR COVER

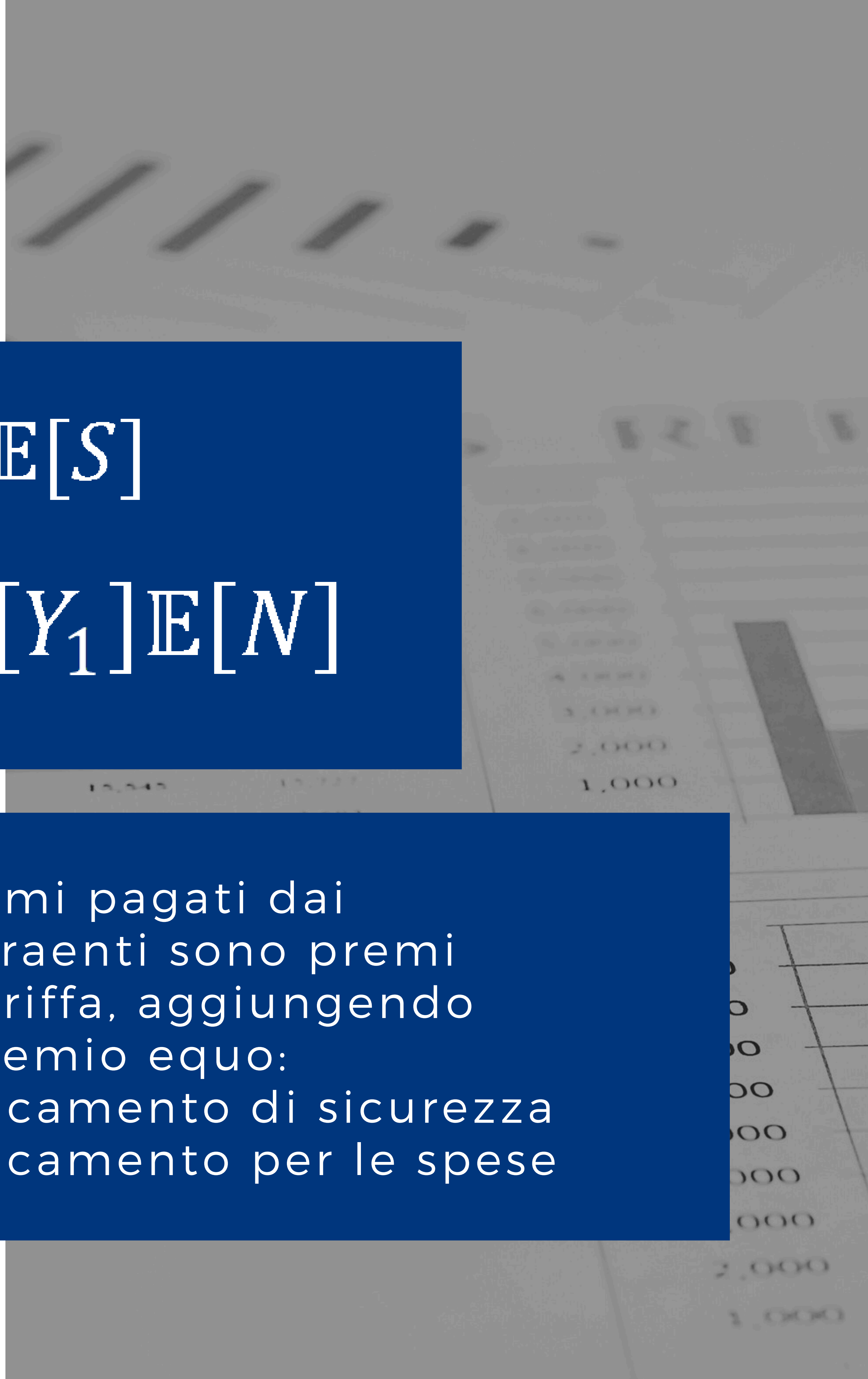
$$S = \Phi(N; Y_1, Y_2, \ldots, Y_N).$$

$$S = \begin{cases} O & se\ N = 0 \\ Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n & se\ N > 0 \end{cases}$$

N= Frequenza di sinistro
Xj=Ammontare j-esimo sinistro
Yj=Importo del sinistro
S=Risarcimento globale

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

ONE YEAR COVER



Premio Equo:

$$\Pi = \mathbb{E}[S]$$

Sotto le ipotesi classiche della teoria del rischio:

$$\mathbb{E}[S] = \mathbb{E}[Y_1]\mathbb{E}[N]$$

Col solo premio equo:

$$\mathbb{E}[\Pi - S] = \Pi - \mathbb{E}[S] = 0$$

I premi pagati dai contraenti sono premi di tariffa, aggiungendo al premio equo:

-Caricamento di sicurezza

-Caricamento per le spese

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

ONE YEAR COVER

RIMBORSO SPESE MEDICHE

Risarcimento medio:

$$Q = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_z}{r}$$

Frequenza media sinistro:

$$\bar{n} = \frac{z}{r}$$

Gravità media sinistro:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_z}{z}$$

Quindi:

$$Q = \bar{y}\ \bar{n}$$

$$\Pi_x = \bar{y}_x \bar{n}_x (1+i)^{\frac{-1}{2}}$$

INDENNITÀ GIORNALIERE FISSE

Coefficiente di morbilità:

$$\mu = \frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_z}{r}$$

Si può scrivere:

$$\mu = \bar{d} * \bar{n}$$

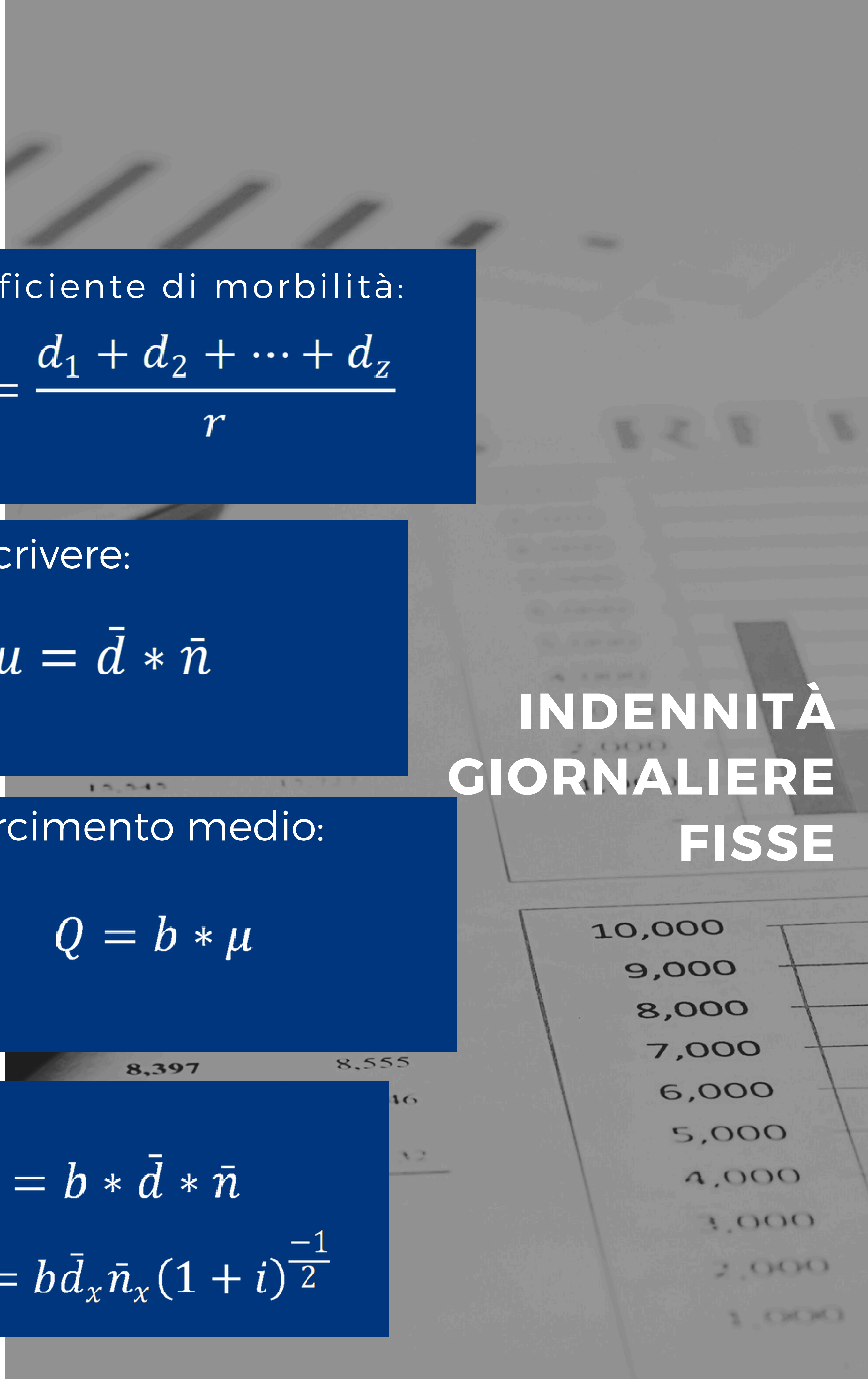
Risarcimento medio:

$$Q = b * \mu$$

Quindi:

$$Q = b * \bar{d} * \bar{n}$$

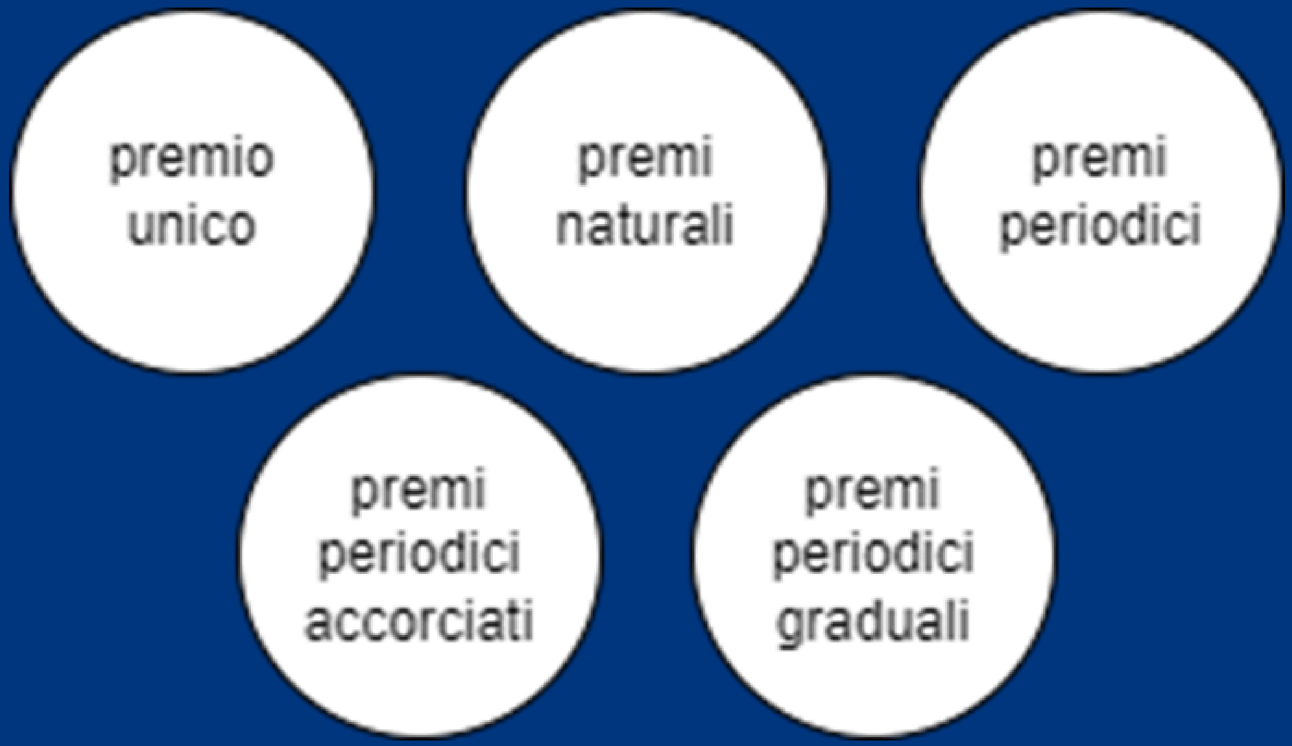
$$\Pi_x = b \bar{d}_x \bar{n}_x (1+i)^{\frac{-1}{2}}$$



MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

MULTI YEAR COVER

Possono essere finanziate in diversi modi:



I premi unici ed i premi periodici mantengono l’equilibrio tecnico solo se si considera la totalità della durata della polizza, e non ad ogni suo istante: serve una riserva (riserva di senescenza).

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

MULTI YEAR COVER

Premio unico:

$$\Pi_{x,m} = \sum_{h=0}^{m-1} {}_{h}p_{x}(1+i)^{-h}\Pi_{x+h}$$

Premi periodici:

$$P_{x,m} = \frac{\Pi_{x,m}}{\ddot{a}_{x:m\rceil}}$$

$\ddot{a}_{x:m\rceil}$: valore attuale medio di una rendita temporanea anticipata.
Si trova:

$$P_{x,m} = \frac{\sum_{h=0}^{m-1} {}_{h}p_{x}(1+i)^{-h}\Pi_{x+h}}{\sum_{h=0}^{m-1} {}_{h}p_{x}(1+i)^{-h}}$$

Premi periodici= media aritmetica pesata dei premi naturali

x:età assicurato all'emissione

m:scadenza polizza

${}_{h}p_{x}$:probabilità di sopravvivenza

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

MULTI YEAR COVER

La riserva di senescenza prospettiva Vt è definita come:

$$V_t = Ben(t,m) - Prem(t,m);$$
$$t = 0,1,\ldots,m.$$

Esempio: premi periodici annuali pagabili per tutta la durata della polizza

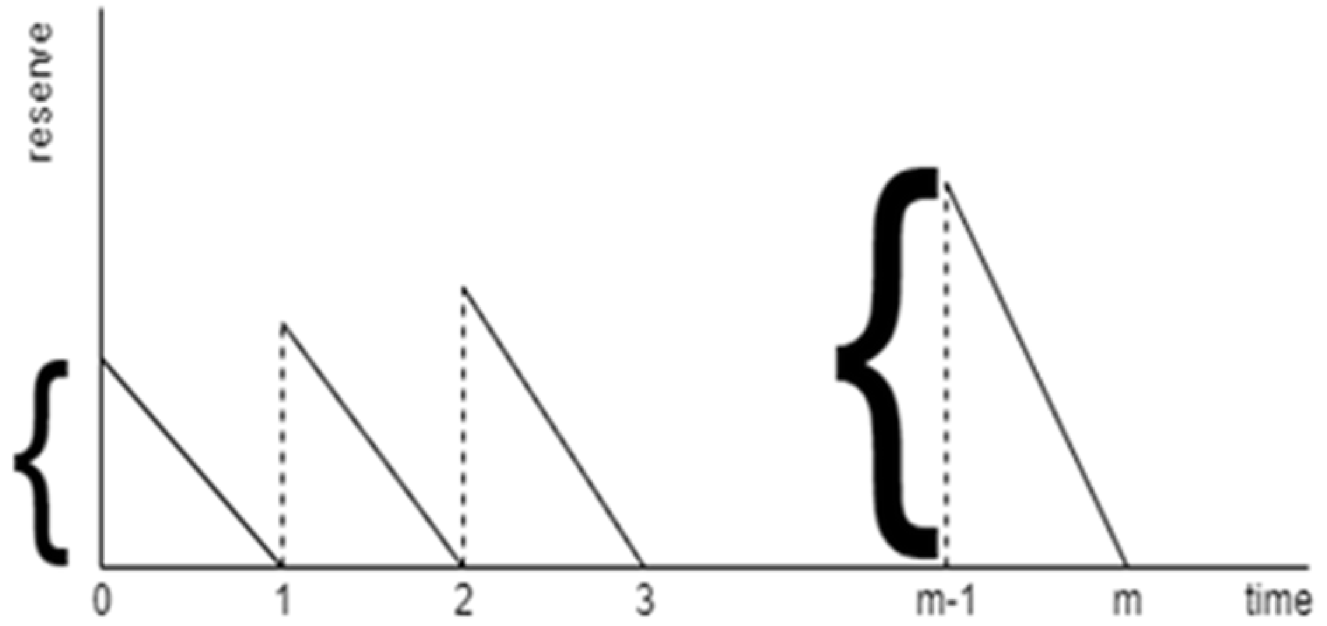
$$V_t = \Pi_{x+t,m-1} - P * \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t|}};$$
$$t = 0,1,\ldots,m$$

Il calcolo del valore puntuale della riserva in tutte le durate (durations) può essere realizzato con un time continuous setting.

Nelle pratiche attuariali è comune lavorare in un quadro temporale discreto e ottenere stime puntuali della riserva attraverso procedure di interpolazione.

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

MULTI YEAR COVER



MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA

MULTI YEAR COVER

ESEMPIO

PRODOTTO ASSICURATIVO CON PREMI PERIODICIANNUALI P

Riserva dopo aver incassato il premio: $V_{t+} = V_t + P$

Interpolazione lineare delle riserve:

$$V_{t+r} = (1-r)V_{t+} + rV_{t+1} =$$
$$= [(1-r)V_t + rV_{t+1}] + (1-r)P$$

MODELLI PER ASSICURAZIONI MALATTIA:

LIFELONG COVERS

$$\Pi_{x,\infty} = \sum_{h=0}^{+\infty} {}_h p_x (1+i)^{-h} \Pi_{x+h}$$

PREMI PERIODICI VITA INTERA

$$P_{x,\infty(\infty)} = \Pi_{x,\infty} / \ddot{a}_x$$

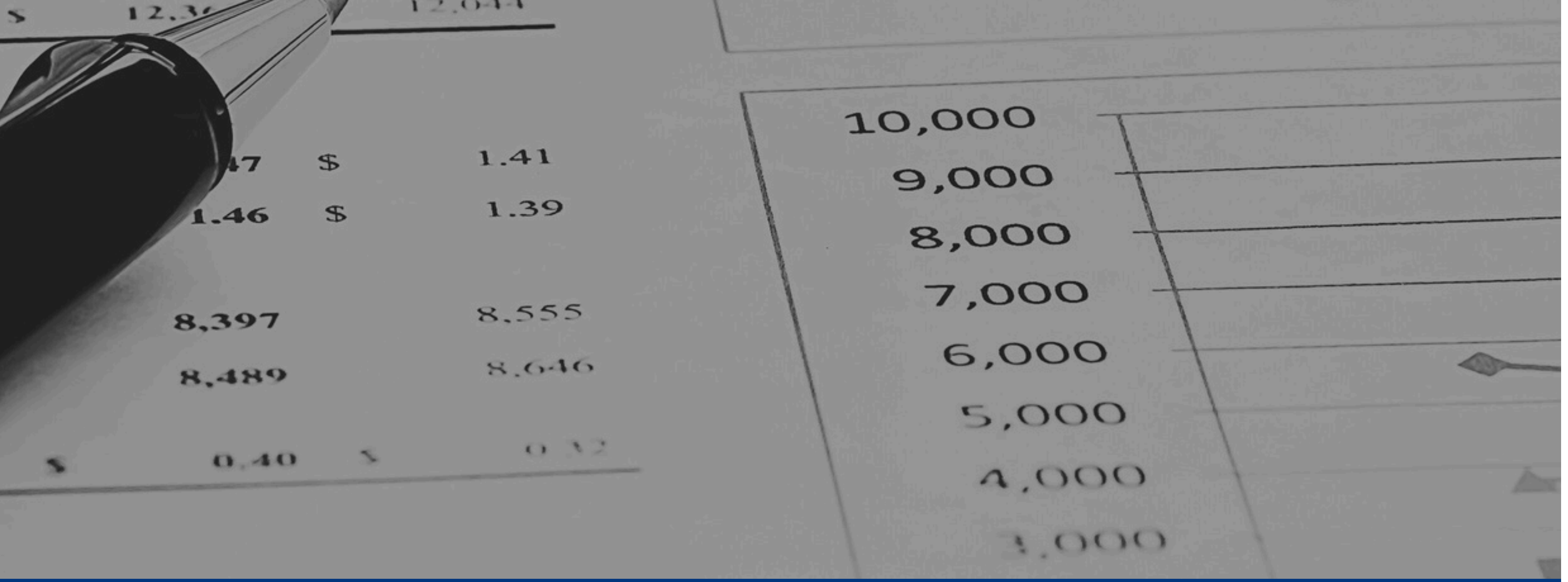
PREMI PERIODICI TEMPORANEI

$$P_{x,\infty(r)} = \Pi_{x,\infty} / \ddot{a}_{x:r\rceil}$$

PREMI PERIODICI TEMPORANEI GRADUALI

Assumendo r premi pagabili, r'+r''+r'''=r; i premi devono soddisfare il principio di equivalenza espresso dall'equazione seguente:

$$P' \ddot{a}_{x:r'\rceil} + P'' \ddot{a}_{x:r''\rceil} + P''' \ddot{a}_{x:r'''\rceil} = \Pi_{x,\infty}$$



MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

MODELLI MULTISTATO E PROCESSI MARKOVIANI

SPAZIO DEGLI STATI

Insieme di tutti i valori
assunti da una variabile aleatoria

MODELLO MULTISTATO

coppia (Ω, Γ)

$\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$ *insieme stati*

$\Gamma \subseteq \{(i,j) | i \neq j; i,j \in \Omega\}$*insieme transizioni*

PROCESSO MARKOVIANO

Processo stocastico che soddisfa la proprietà di Markov

CATENA DI MARKOV

Processo markoviano con spazio degli stati discreto, a tempo continuo o discreto

$\{S(t): t \in T\}$ t.c. $P\{S(t+1) = j | S(0) = i_0, S(1) = i_1, \dots, S(t) = i\} = P\{S(t+1) = j | S(t) = i\} = p^{ij}(t)$

dove $p^{ij}(t)$=probabilità di transizione dallo stato i allo stato j tra t e t+1.

MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

ESEMPIO STRUTTURA PROBABILISTICA

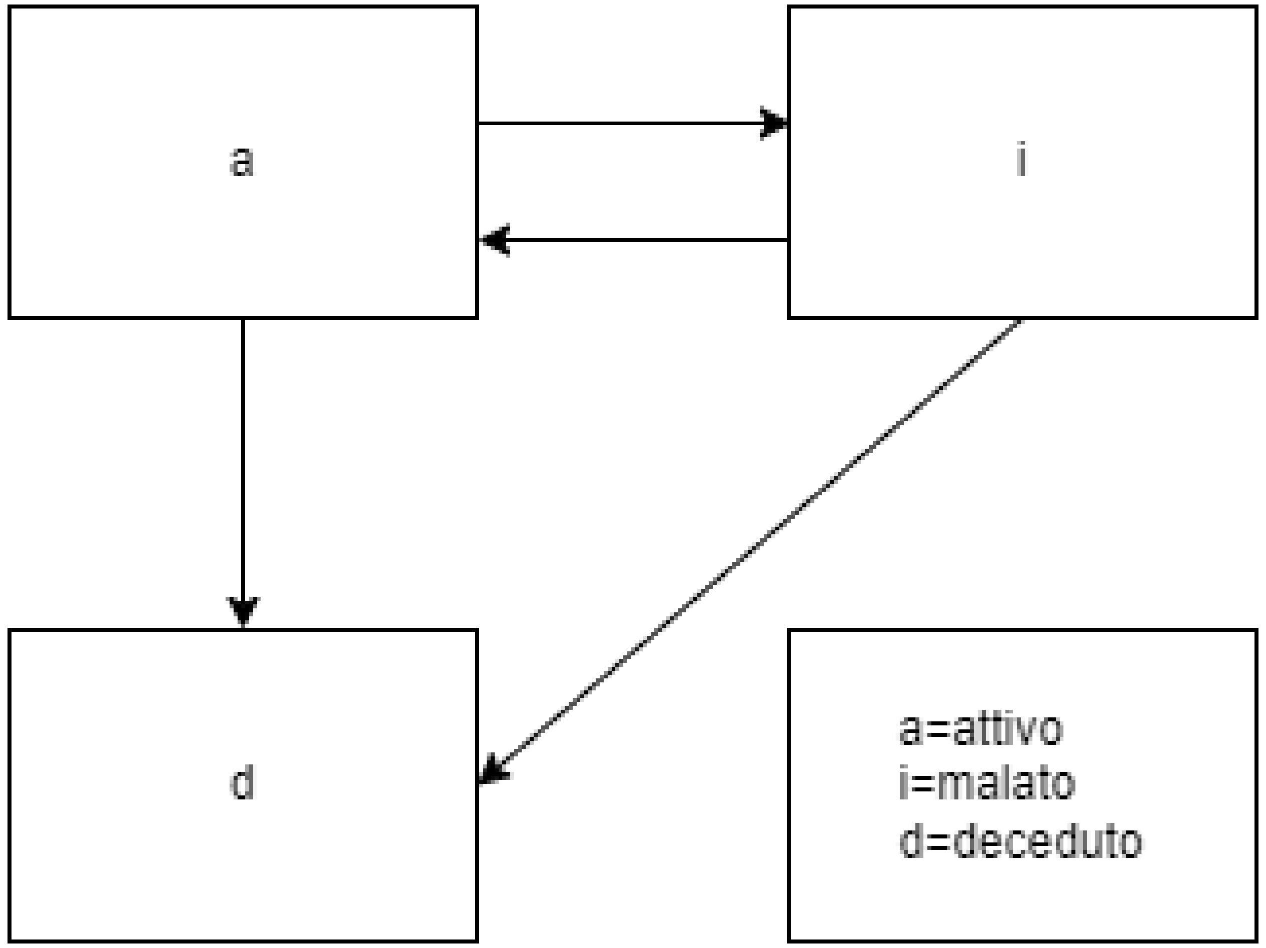
$$P_x = \begin{bmatrix} p_x^{aa} & p_x^{ai} & p_x^{ad} \\ p_x^{ia} & p_x^{ii} & p_x^{id} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

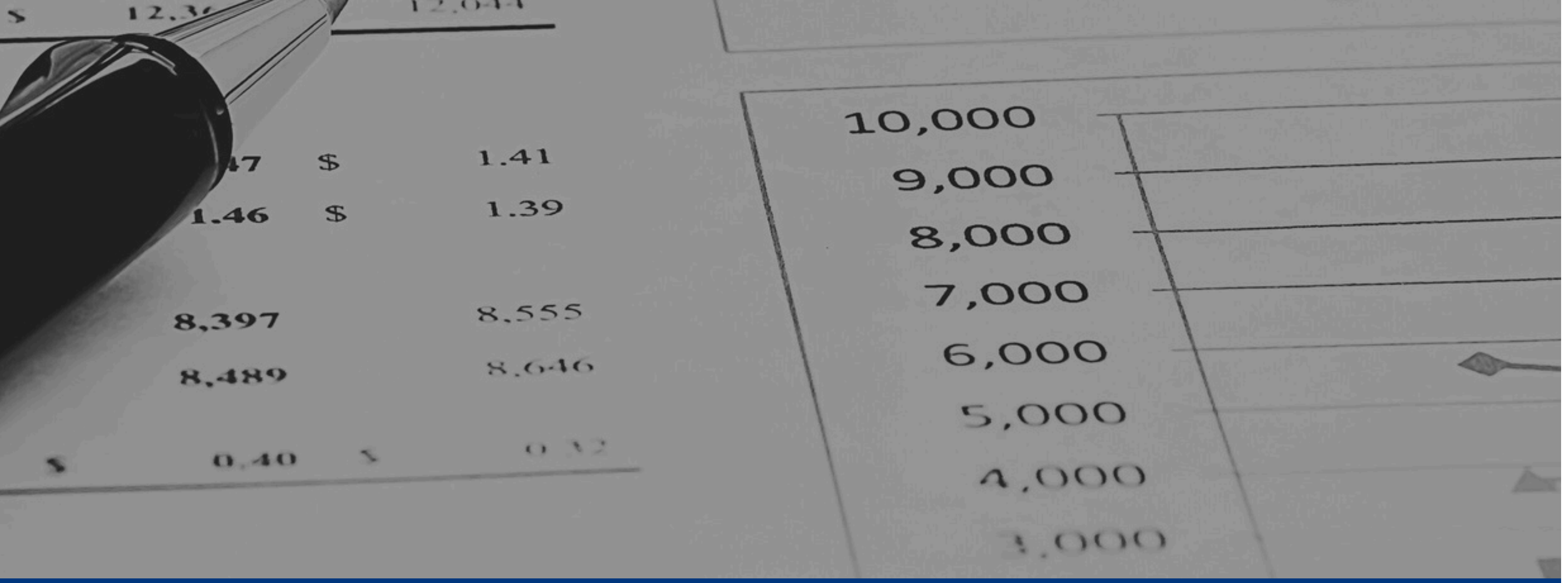
$${}_t p_x^{aa} = {}_{t-1} p_x^{aa} p_{x+t-1}^{aa} + {}_{(t-1)} p_x^{ai} p_{x+t-1}^{ia}$$

$${}_t p_x^{ai} = {}_{t-1} p_x^{ai} p_{x+t-1}^{ii} + {}_{t-1} p_x^{aa} p_{x+t-1}^{ai}$$

$${}_t p_x^{ia} = {}_{t-1} p_x^{ia} p_{x+t-1}^{aa} + {}_{t-1} p_x^{ii} p_{x+t-1}^{ia}$$

$${}_t p_{\overline{x}}^{ii} = \prod_{h=0}^{t-1} p_{x+h}^{ii} \qquad {}_t p_{\overline{x}}^{ii} \leq {}_t p_x^{ii}$$





MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

PROCESSI SEMIMARKOVIANI

I processi semi-markoviani sono dei processi di rinnovo markoviani che consentono di integrare le informazioni sul tempo trascorso nello stato dal più recente ingresso nello stato stesso

PROCESSO DI RINNOVO MARKOVIANO

Unione tra un processo di rinnovo ed un processo markoviano. Un processo di rinnovo è un caso particolare di un random walk dove non si segue il passaggio fra stati, ma contano soltanto le transizioni fra stati come funzione del tempo.

$$(S,T)\ t.c.\ P\{S_{n+1}=j, T_{n+1}-T_n \leq t | S=i_0, S=i_1, \dots, S_n=i, T_0, T_1, \dots, T_n\} =$$
$$= P\{S_{n+1}=j, T_{n+1}-T_n \leq t | S_n=i, T_n\} = Q_{ij}(t)$$

MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

TARIFFAZIONI

Il valore attuale medio $a^{ai}_{x:\overline{m}|}$ di una polizza per disabilità può essere descritta dalla seguente equazione:

$$a^{ai}_{x:\overline{m}|} = \sum_{h=1}^{m} v^h \, {}_{h}p_x^{ai}$$

Utilizzando le equazioni di Kolmogorov prima citate, si ottiene:

$$a^{ai}_{x:\overline{m}|} = \sum_{h=1}^{m} v^h \sum_{r=1}^{h} [\, {}_{h-r}\,p_x^{aa} p^{ai}_{x+h-r} \; {}_{r-1}p^{ii}_{(x+h-r+1)}]$$

Il valore attuale medio di una rendita temporanea immediata pagabile massimo m' anni dove l'assicurato rimanga attivo dall'inizio alla fine vale invece:

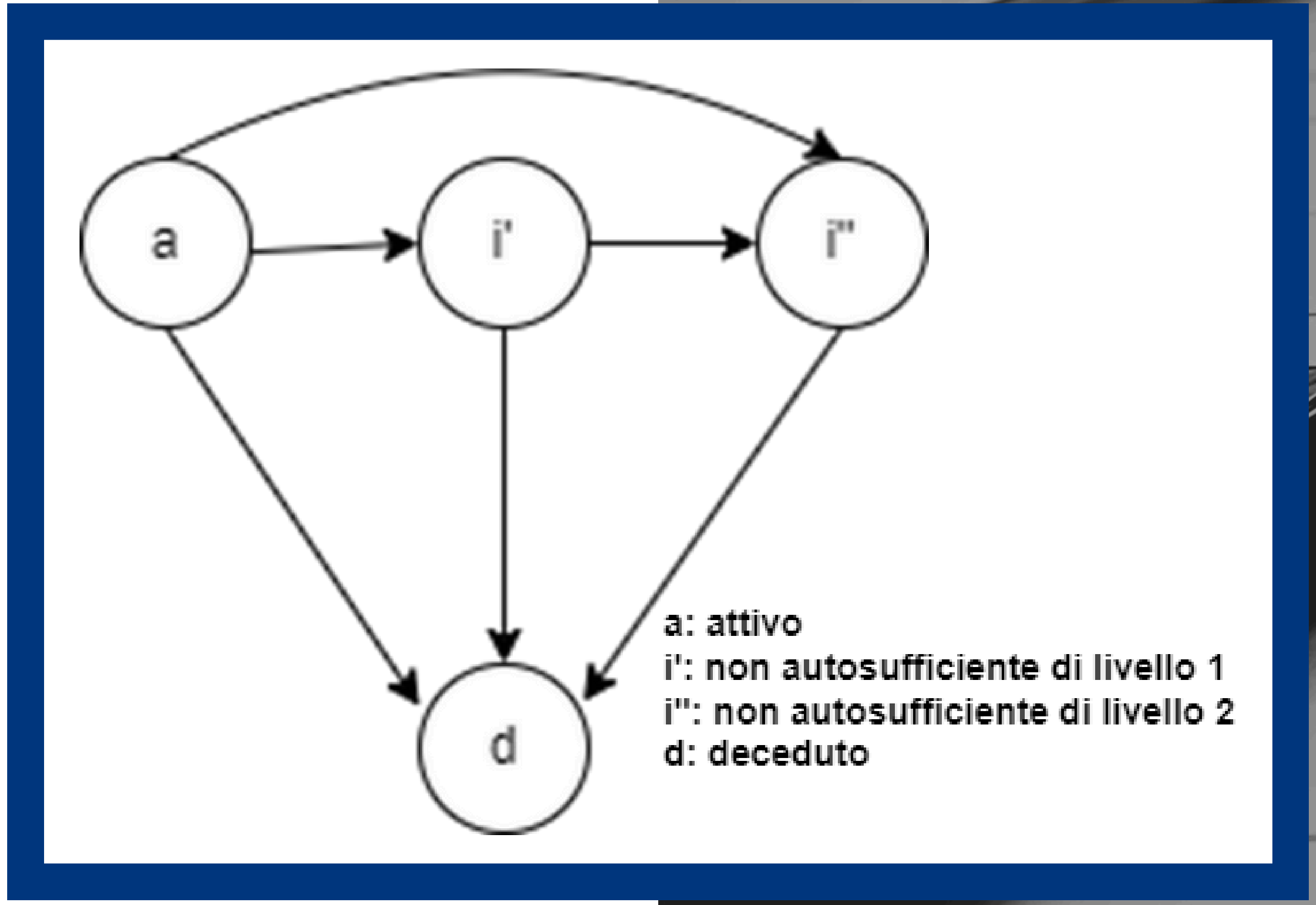
$$\ddot{a}^{aa}_{x:\overline{m}|} = \sum_{h=1}^{m'} v^{h-1} \; {}_{h-1}p_x^{aa}$$

MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

TARIFFAZIONI

Si prenderà come caso di studio un modello multistato a 4 stati per una LTC come in figura.
Si assumono le seguenti indennità annuali:

-b'=1, se l'assicurato è in i'
-b''=1+β, se l'assicurato è in i''



MODELLI PER RENDITE DI DISABILITA':

TARIFFAZIONI

Valore attuale medio di una LTC venduta ad un attivo di età x all'emissione della polizza, fornendo b' o b'' a seconda dello stato di disabilità:

$$a_x^{i'i''}(\beta) = \sum_{h=1}^{+\infty} \left({}_h p_x^{ai'} + (1+\beta)\, {}_h p_x^{ai''} \right) v^h =$$

$$\sum_{j=1}^{+\infty} {}_{j-1}p_x^{aa}\, p_{x+j-1}^{ai'}\, v^j\, \ddot{a}_{x+j}^{i'} + (1+\beta)\sum_{j=1}^{+\infty} {}_{j-1}p_x^{aa}\, p_{x+j-1}^{ai''}\, v^j\, \ddot{a}_{x+j}^{i''} + (1+\beta)\sum_{j=2}^{+\infty} {}_{j-1}p_x^{ai'}\, p_{x+j-1}^{i'i''}\, v^j\, \ddot{a}_{x+j}^{i''}$$

Assumendo che il livello di premio annuale sia pagato in m' anni mentre l'assicurato è in salute, il livello annuale di premio è dato dalla seguente formula:

$$P = \frac{a_x^{ai'i''}(\beta)}{\ddot{a}_{x:\overline{m'}|}^{aa}}$$

BIBLIOGRAFIA

ERMANNO PITACCO, 'HEALTH INSURANCE – BASIC ACTUARIAL MODELS', PAG. 29-31,35-51,69-94,108-112,141-142

PAOLO DE ANGELIS, LUIGI DI FALCO, 'ASSICURAZIONI SULLA SALUTE: CARATTERISTICHE, MODELLI ATTUARIALI E BASI TECNICHE', PAG. 85-121

GRAZIE PER L'ATTENZIONE

SIMONE CAPUCCI