RISULTATI DI DECIDIBILITÀ (CONT.)

Dimostrazione di 1:

Quindi accetto una stringa

- ($\Longleftarrow$) Se M accetta una stringa (di lunghezza inferiore a n) allora L è non vuoto.
- ($\Longrightarrow$) Supponiamo $L \neq \emptyset$. Allora M accetta almeno una stringa z, $|z| = m$.
  - Se $m < n$, la tesi è provata.
  - Altrimenti, per il pumping lemma, $z = uvw$ con $|v| \geq 1$, e $uv^0w = uw$ è accettata da M.
    - Se $|uw| < n$ la tesi è provata.
    - Altrimenti si proceda iterativamente ripartendo con $z = uw$ (che ha lunghezza strettamente minore a m)...
  - ...dopo al più $m - n$ iterazioni si otterrà una stringa di lunghezza inferiore a n.

RISULTATI DI DECIDIBILITÀ (CONT.)

Dimostrazione di 2:

- ($\Longleftarrow$) Supponiamo M accetti una stringa z di lunghezza ℓ con $n \leq \ell < 2n$.
  - Per il pumping lemma, $z = uvw$, $|v| \geq 1$ e $\{ uv^i w \mid i \in \mathbb{N} \} \subseteq L(M)$.
  - $\{ uv^i w \mid i \in \mathbb{N} \}$ è un insieme infinito, come volevasi.
- ($\Longrightarrow$) Sia $L(M)$ infinito.
  - Allora esiste $z \in L(M)$ tale che $|z| = m \geq 2n$.
  - Per il pumping lemma $z = uvw$ con $|uv| \leq n$, $|v| \geq 1$ (dunque $|uw| \geq n$) e $z' = uw \in L(M)$. Levando v (che è minore di n) è chiaro che $|uw|$ non sarà mai minore di n
    - Se $|z'| < 2n$, allora la tesi è dimostrata.
    - Altrimenti, si reiteri il procedimento partendo dalla stringa $z' = uw$ (più corta di z)...
  - ...in un numero finito di passi si trova la stringa cercata.