Teorema 4.4 (McNaughton & Yamada, 1960). *Sia* $\mathtt{r}$ *una espressione regolare. Allora esiste un* ε*-NFA* M *tale che* $\mathsf{L}(\mathsf{M}) = \mathsf{L}(\mathtt{r})$.

Dimostrazione costruttiva

Proof. Costruiremo un ε-NFA siffatto, con un unico stato finale, per induzione sulla complessità strutturale dell'espressione regolare $\mathtt{r}$.

Base: Ci sono tre casi base:

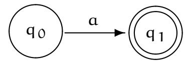
- l'automa:

  riconosce il linguaggio $\{\varepsilon\}$;
- l'automa

riconosce il linguaggio $\emptyset$;

- l'automa

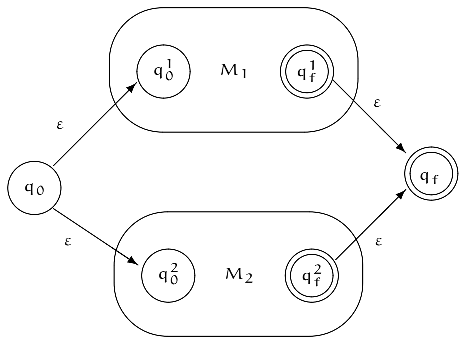


riconosce il linguaggio $\{a\}$.

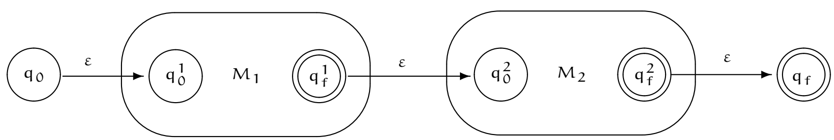
Automa che riconosce un linguaggio

Passo: Anche qui abbiamo tre casi da analizzare:

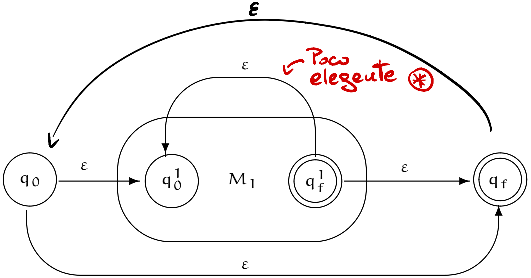
- $r = r_1 + r_2$. Per $i = 1, 2$, sia M_i, con stato iniziale q_0^i e stato finale q_f^i l'automa che riconosce $L(r_i)$. L'esistenza di tali automi è assicurata dall'ipotesi induttiva. Il seguente automa, con stato iniziale q_0 e stato finale q_f riconosce il linguaggio $L(r) = L(r_1) \cup L(r_2)$:



- $r = r_1 r_2$. Per $i = 1, 2$, sia M_i, con stato iniziale q_0^i e stato finale q_f^i l'automa che riconosce $L(r_i)$. L'esistenza di tali automi è assicurata dall'ipotesi induttiva. Il seguente automa, con stato iniziale q_0 e stato finale q_f riconosce il linguaggio $L(r_1)L(r_2)$:



- $r = r_1^*$. Sia M_1, con stato iniziale q_0^1 e stato finale q_f^1 l'automa che riconosce $L(r_1)$. L'esistenza di tale automa è assicurata dall'ipotesi induttiva. Il seguente automa, con stato iniziale q_0 e stato finale q_f riconosce $L(r) = (L(r_1))^*$:



⊛ in questo modo è come se avessimo messo meno e M_1

Le dimostrazioni che tali automi riconoscono esattamente i linguaggi a loro assegnati sono lasciate per esercizio. □