

Identità fra espressioni regolari

Simboli utilizzati e Regole generali

- $*$ (**asterisco**) che indica che l'elemento precedente deve essere ripetuto 0 o più volte
- $+$ (più) che indica che l'elemento precedente deve essere ripetuto almeno una volta
- \emptyset concatenato a qualcosa = \emptyset . ESEMPIO: $\emptyset a^* = \emptyset$

Espressioni regolari non valide:

$$(rs+r)r^*s = (rr^*s^*)$$

$$(rs+r)^*rs = (rr^*s)$$

$$(rs+r)^*rs = (rr^*s)^*$$

$$(r+s)^* = r^* + s^*$$

$$s(rs+s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$$

$$s(rs+s)^*r = rr^*s(rr^*s)$$

$$(rs)^*r = rr + \varepsilon$$

$$(rs+sr)^* = (r+s)^*r$$

$$\varepsilon^* = \emptyset$$

Espressioni regolari valide:

$$\varepsilon^* = \emptyset^*$$

$$\varepsilon = \emptyset^*$$

$$\varepsilon^n = \lambda^n \text{ oppure } \varepsilon^n = \emptyset^n$$

$$(\varepsilon^* + \emptyset)^* = \emptyset^* \text{ oppure } (\varepsilon^* +)^* = 0^*$$

$$(\varepsilon^* +)^* 0^*$$

$$(\varepsilon + r^*r) = r^*$$

$$(r+s)^* = (r^*s)^*r^*$$

$$(r^*+s^*)^* = (r^*s^*)^*$$

$$(r^*+s^*)^* = (r^*s^*)^*$$

$$(r^*+s^*) = (r^*s^*)^*$$

$$(rs)^*r = r(sr)^* \text{ oppure } (rs)^*r = r(rs)^*$$

$$r^*r = rr^* + \varepsilon^* \text{ oppure } r^*r^* = rr + \varepsilon$$

$$(s^*r^*)s^* = (r^*s)r^* \text{ oppure } (s^*r^*)^*s^* = (r^*s)^*r^*$$

L'espressione regolare $\emptyset a^* + \emptyset^*$ denota il linguaggio:

$\{\varepsilon\}$

Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma=\{0,1,2\}$ è regolare?

Nessuna delle altre

Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$ sono regolari?

$$\{a^n a^{(n+1)^2 - n^2} \in \Sigma \mid n \geq 0\}$$

Complementi, sottoinsiemi, chiusure, Kleene

Il complemento di un linguaggio	finito	→	finito
	regolare	→	regolare
	acontestuale	→	decidibile o ricorsivo
	infinito	→	nessuna (vuoto)

Un sottoinsieme di un linguaggio	acontestuale	→ non decidibile
	regolare	→ non decidibile

La chiusura di Kleene per un linguaggio	finito	→ regolare
	regolare	→ regolare
	monotono	→ monotona (e basta)
	acontestuale	→ acontestuale

I **linguaggi finiti** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione e intersezione.

- source <https://wiki.soimort.org/comp/language/finite/>

I **linguaggi CF** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione e chiusura di Kleene.

- verificato da molteplici fonti (geeks for geeks e tutorialspoint)

I **linguaggi monotoni** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione, chiusura di Kleene.

Gli **insiemi ricorsivi** sono chiusi per unione, intersezione, concatenazione, Kleene.

- source https://www.math.unipd.it/~sperduti/AUTOMI14/L_universale_riduz_Rice.pdf

Gli **insiemi ricorsivamente enumerabili** sono chiusi per unione, intersezione, concatenazione, Kleene.

- source https://www.math.unipd.it/~sperduti/AUTOMI14/L_universale_riduz_Rice.pdf

Cardinalità

La cardinalità di tutti i linguaggi _____ su un alfabeto di $\Sigma > 0$ simboli è

 P(N) 	 N
Definiti	#N delle MdT
NON r.e. / semidecidibili	r.e. / semidecidibili
NON ricorsivi / decidibili	ricorsivi / decidibili
NON monotoni	monotoni
NON regolari	regolari
NON finiti	finiti
NON acontestuali	acontestuali
L'insieme delle funzioni parziali	L'insieme delle funzioni parziali ricorsive
L'insieme delle funzioni totali	L'insieme delle funzioni totali ricorsive
/	L'insieme delle funzioni ricorsive di base
/	L'insieme delle funzioni ricorsive primitive

Crocette

Quale è la cardinalità dell'insieme delle stringhe lunghe n sull'alfabeto Σ ?

$$|\Sigma|^n$$

Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n su un alfabeto di $m > 0$ simboli?

$$1 + n(n+1)/2$$

Quale delle seguenti espressioni regolari è tale che il linguaggio denotato non contiene stringhe con due 1 consecutivi?

$$(1+\epsilon)(01+0)^*$$

Quale delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?

APD e APND

Quale dei seguenti automi può accettare $\{x \in \{0,1\}^* \mid n_0(x) = n_1(x)\}$ con $nb(\Sigma)=0$ e $nb(aw) = 1 - |a-b| + nb(w)$?

APND

Quale di queste grammatiche è ambigue?

$S \rightarrow SS|a$
 $S \rightarrow SaS|\epsilon$

Se un ϵ NFA accetta un linguaggio L, allora:
L è regolare

Quali delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?
APD e APND

Quale dei seguenti automi può accettare (...vale x tutte le diverse può accettare...)
APND

Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?
APND

Quale dei seguenti automi si arresta dopo aver eseguito un numero finito di transizioni se riceve in input una sequenza finita di simboli (non blank per mdt)?
DFA

Quale è la cardinalità dell'insieme delle MdT con n stati ed m simboli?
Nessuna delle altre /// Sarebbe $|N|$ se fosse solo il numero delle MdT.
Potrebbe essere $(2nm + 1)^{2n}$

Quale delle seguenti ER su $\Sigma = \{a,b,c\}$ denota il linguaggio [...] il numero di occorrenze di a in w è pari e positivo?
 $((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)^*$

Quale delle seguenti ER su $\Sigma = \{a,b,c\}$ denota il linguaggio [...] il numero di occorrenze di a in w è dispari?
 $((b+c)^*a(b+c)^*a)^*((b+c)^*a(b+c)^*)$

Si considerino le ER su alfabeto $\Sigma=\{0,1\}$ con $r1 = (0+1)^*(0011+1010)(0+1)^*$ e $r2 = \Sigma+(0+10+110)^*(\Sigma+1+11)$. Allora:
Nessuna delle altre (le risposte includono intersezione uguaglianza ecc fra r1 e r2)

Quale delle seguenti ER NON denota il linguaggio L su $\Sigma=\{0,1\}$ delle stringhe in cui ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di n?
Nessuna delle altre non denota L

Quale delle seguenti ER su alfabeto $\Sigma=\{0,1\}$ denotano il linguaggio delle stringhe che contengono un numero di '0' divisibile per 3 ?
 $(1^*01^*01^*01^*)^*+1^*$

Quale è il minimo numero di stati per un DFA che accetta i numeri in base 10 multipli di 5?
2 stati

Si consideri la MdT definita su [...] e si supponga sia 111010 sul nastro. La computazione termina dopo quanti passi?

Dopo 5 passi

Se F è un linguaggio finito e $L \setminus F$ è regolare allora L è
Regolare

Un sottoinsieme di un linguaggio L regolare è
non decidibile

Quanti stati ha il DFA minimo con ER: $\varepsilon^+(a+b)(a+b)\dots(a+b)?$
 $n+2$

Quanti stati ha il DFA minimo con ER: $((a+b)(a+b)\dots(a+b))^*$?
nessuna delle altre

La differenza insiemistica per due L regolari è
regolare

Se L è ricorsivamente enumerabile e $(\text{complemento})L$ non lo è allora L è
non ricorsivo

Per quella cacata di Robin Scott in base 2
 $2^7 \rightarrow 128$

La più semplice grammatica CF con produzione $S \rightarrow Sb$, $S \rightarrow asb$, $S \rightarrow abb$ generano che
linguaggio L ?

$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

automa a pila $M = \langle \dots \rangle$, quale stringa non è accettata?
baa

automa a pila... quale stringa non è accettata per pila vuota?
ba

La cardinalità dell'insieme delle stringhe su un alfabeto di $n > 0$ simboli?
 $|N|$

Affermazioni

Problemi decidibili:

Equivalenza fra due linguaggi accettati da due DFA

Dire se l'intersezione fra due linguaggi regolari è infinita/finita

Dire se l'insieme delle stringhe accettate da un DFA è vuoto/infinito

Dire se una grammatica è acontestuale

Problemi non decidibili:

Dire se due APND accettano lo stesso linguaggio

Problemi semidecidibili:

Dire se una grammatica è ambigua

Gli NFA / ϵ NFA / δ NFA \rightarrow sono equivalenti, si arrestano dopo un numero finito di transizioni se ricevono una sequenza finita di simboli e possono essere rappresentati tramite espressioni regolari.

Una MdT che muove la testina solamente a DX è potente tanto quanto un epsilon-NFA

WHILE:

I programmi while hanno a disposizione una quantità di memoria illimitata

While è Turing equivalente

While privato del comando skip è Turing equivalente

In while privato del comando di assegnamento, la terminazione è decidibile

La differenza di due linguaggi acontestuali è decidibile o ricorsiva

Risposte confermate da altri

Cardinalità dei linguaggi finiti su alfabeto $\Sigma \rightarrow N$

Dopo quanti passi termina la computazione per la seguente MdT con 111010 \rightarrow 5 passi

Siano 3 linguaggi tali che L_1 , L_1L_2 , L_2L_1 sono regolari, allora L_2 è \rightarrow nessuna delle altre

Minimo stati per dfa su abc denotato da $a+b$ senza epsilon $\rightarrow n+2$

Sia $L_1 = \emptyset$, $L_2 = \{a\}$. Il linguaggio $L_1L_2^* \cup L_1^*$ equivale a $\rightarrow \emptyset$

Somma del minimo e massimo numero di stati di un DFA $\rightarrow n+1$

I linguaggi acontestuali infiniti sono chiusi rispetto a \rightarrow stella di Kleene

L'affermazione se i intersecato a $n \dots \rightarrow$ è ricorsivo

DFA con alfabeto $\{A,B\} \dots \rightarrow$ nessuna delle altre

Se F è un linguaggio finito $L \setminus F$ regolare allora L è \rightarrow regolare

Quali dei seguenti automi può accettare $X \in 0,1 \mid x \dots \rightarrow$ APND

Se L_1 e L_2 sono linguaggi tali che L_2 , L_1L_2 e L_2L_1 sono regolari, allora $L_1 \rightarrow$ nessuna delle altre

Qual è la cosa più forte che possiamo dire su:

FORSE: $L = \{ww \in \{a,b\}^* \mid w \in \{a,b\}^*\} \rightarrow$ nessuna delle altre

L'affermazione Se $I \subseteq N$ è un insieme X e $I' = N \setminus I$ allora anche I' è X “ se al posto di X scrivo
→ ricorsivo

Automa a pila: quale stringa non è accettata per pila vuota?

ba

Non supporta il copia incolla, da sostituire con L_n

- complementazione: se L è un linguaggio regolare, allora anche L^c lo è;
- intersezione: se L_1 e L_2 sono linguaggi regolari, allora anche $L_1 \cap L_2$ lo è;
- unione: se L_1 e L_2 sono linguaggi regolari, allora anche $L_1 \cup L_2$ lo è;
- differenza: se L_1 e L_2 sono linguaggi regolari, allora anche $L_1 - L_2$ lo è.

Accanto alle abituali operazioni insiemistiche i linguaggi formali sono chiusi anche rispetto alle seguenti operazioni:

- concatenazione: se L_1 e L_2 sono linguaggi regolari, allora anche $L_1 L_2$ lo è;
- operatore star di Kleene: se L è un linguaggio regolare, anche L^* lo è;
- riflessione: se L è un linguaggio regolare, anche L^R lo è.

Domande fondamentali

- 1) Si consideri un arco a un static q , con alfabeto dello stack S e la funzione di transizione definita da:

$$\sigma(q, F, S) = \{ (q, Sb), (q, aSb), (q, abb) \}$$

$$\sigma(q, 0, 0) = \{ (q, \varepsilon) \}$$

$$\sigma(q, b, b) = \{ (q, \varepsilon) \}$$

Si dica quale linguaggio viene generato da tale automa per più volte

Risposta corretta: $\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

- 2) Cardinalità dei linguaggi NON acontestuali su di un alfabeto di $n > 0$ simboli?

Risposta corretta: $|p(n)|$

- 3) Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n di un alfabeto con $n > 0$ simboli?

Risposta corretta: $1 + n(n+1)/2$

- 4) La cardinalità dell'insieme dei linguaggi che si possono definire su di un alfabeto di $n > 0$ simboli

Risposta corretta: $|p(n)|$

- 5) Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?

Risposta corretta: APND (Automi a Pila Non Deterministici)

- 6) La chiusura di Kleene di un linguaggio finito è?

Risposta corretta: Regolare

- 7) Sottoinsieme di un linguaggio ACONTESTUALE è?

Risposta corretta: Nessuno (Acontestuale = non decidibile)

- 8) Quale delle seguenti espressioni regolari non denota il linguaggio L su $\varepsilon = \{0, 1\}$ delle stringhe in cui ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di n ?

Risposta corretta: $(10 + 0)^* (1 + \varepsilon)(01 + 1)^* 0$

- 9) La chiusura di Kleene di un linguaggio MONOTONO è?

Risposta corretta: Nessuna (Monotona se possibile)

- 10) Quale tra le seguenti entità tra espressioni regolari non è valida?

a. $\varepsilon^n = \phi^n$

b. $(r^* + s^*) = (r^*s^*)^*$

c. nessuno → **CORRETTA**

d. $(rs)^*r = r(sr)^*$

e. $(\varepsilon + r^*r) = r^*$

- 11) Gli insiemi ricorsivamente enumerabili non sono chiusi rispetto a:

Risposta corretta: Differenza

- 12) Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\varepsilon = \{0, 1, 2\}$ è REGOLARE?

a. NESSUNO → **CORRETTA**

- b. $\{0^m 1^n 2^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n \geq 1, m > 1\}$
- c. $\{0^m 1^n 2^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n > 1, m \geq 1\}$
- d. $\{0^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n \geq 1\}$
- e. $\{0^n \in \varepsilon^n \mid n > 1 \text{ è primo}\}$

13) Chiusura di Kleene di un linguaggio ACONTESTUALE è?

Risposta corretta: Acontestuale

14) Cardinalità dell'insieme delle Tolt (macchine di turing)

Risposta corretta: $|\mathbb{N}|$

15) Cardinalità della macchina di Turing è?

Risposta corretta: $|\mathbb{N}|$

16) La differenza insiemistica di due linguaggi regolari?

Risposta corretta: Regolare

17) Cardinalità delle funzioni totali

Risposta corretta: $|p(\mathbb{N})|$

18) Quale delle seguenti identità tra espressioni regolari NON è valida?

Risposta corretta: $(rs \cdot r)^* rs = (rr^*s^*)$

19) Cardinalità dell'insieme dei linguaggi acontestuali su di un alfabeto di $n > 0$ simboli?

Risposta corretta: $|\mathbb{N}|$

20) Cardinalità delle funzioni parziali ricorsive?

Risposta corretta: $|\mathbb{N}|$

21) Quale tra le seguenti identità tra espressioni regolari NON è valida?

- a. $(\varepsilon + \phi)^* = 0^*$
- b. $(rs)^*r = r(rs)^*$
- c. $r^*r^* = rr + \varepsilon$
- d. $(s^*r)^*s^* = (r^*s^*)^*r^*$
- e. $s(rs + s)^*r = rr^*s(rr^*s)^* \rightarrow \text{CORRETTA}$

22) Il complemento di un linguaggio finito è?

Risposta corretta: Regolare

23) Quale di queste grammatiche è ambigua?

- a. $S \rightarrow SS \mid a$ **CORRETTA**
- b. $S \rightarrow aS \mid a$
- c. Nessuna
- d. $S \rightarrow SaS \mid \varepsilon$
- e. $S \rightarrow aSa \mid \varepsilon$

24) Cardinalità delle funzioni ricorsive?

Risposta corretta: $|\mathbb{N}|$

25) Si supponga che la MdT (Macchina di Turing) cominci la computazione nello stato q_0 avendo per input sul nastro la stringa "111010" con la testina posizionata sul primo simbolo alla sinistra della stringa. Allora la computazione termina dopo:

Risposta corretta: 5 passi

26) Un sottoinsieme di linguaggio regolare è?

Risposta corretta: Non decidibile

27) Si considerino le espressioni regolari su $\{0, 1\}$

$$r_1 = (0 + 1)^* (0011 + 1010)(0 + 1)^*$$

$$r_2 = \varepsilon + (010 + 110)^* (\varepsilon + 1 + 11)$$

- a. $[r_1] \supset [r_2]$
- b. Nessuna → **Corretta**
- c. $[r_1] = [r_2]$
- d. $[r_1] \cap [r_2]$
- e. $[r_1] \subset [r_2]$

28) L'affermazione "se $I \subseteq N$ è un insieme X e $I(\text{negato}) = N/I$ allora anche $I(\text{negato})$ è X " è vera se al posto di X scrivo:

Risposta corretta: Ricorsivo

29) Scriviamo un DFA(x) e APND(y) che significa che x è un DFA e y è APND. Scriviamo $x \equiv y$ per dire che x e y sono equivalenti. Quali delle seguenti formule logiche rappresenta il fatto che dato un DFA esiste un APND equivalente?

Risposta corretta: $\forall x: \text{DFA}(x) \rightarrow (\exists y: \text{APND}(y) \wedge x \equiv y)$

30) $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x(x) \dots\}$ con $w_0(\varepsilon) = 0$

Risposta corretta: APND

31) Quale delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?

Risposta corretta: APD e APND

32) Un sottoinsieme di un linguaggio contestuale?

- a. Decidibile
- b. Nessuna → **CORRETTA**
- c. È monotona
- d. È regolare
- e. È acontestuale

33) Cardinalità dell'insieme delle stringhe lunghe n su un alfabeto ε ?

Risposta corretta: $|\varepsilon|^n$

34) Quale delle seguenti espressioni regolari dentro il linguaggio $L = \{0, 1\}$ delle stringhe che contengono e di '0' dividibile per 3?

Risposta corretta: $(1^* 01^* 01^* 01^*)^* + 1$

35) Quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ denotato dall'espressione regolare: $\varepsilon + \underbrace{(a + b)(a + b) \dots (a + b)}_n$

Risposta corretta: $n + 2$

36) Quale delle seguenti espressioni regolari su $\varepsilon = \{a, b, c\}$ dentro il linguaggio $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid \text{di occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è dispari}\}$

Risposta corretta: $((b + c)^* a(b + c)^* a)^*((b+c)^* a(b + c)^*)$

37) Quale dei seguenti automi si arresta sempre dopo aver effettuato un numero finito di transazioni e ricevere in input una sequenza finita di simboli

Risposta corretta: DFA

38) Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\varepsilon = \{a, b\}$ sono regolari?

Risposta corretta: $\{a^n a^{(n+1)^2 - n^2} \in \varepsilon^* \mid n > 0\}$

39) Quale fra i seguenti sono problemi deducibili?

Risposta corretta: Se l'intersezione di 2 linguaggi è finita; se una data grammatica è acontestuale (1 e 4).

40) Quale dei seguenti linguaggi è regolare?

$$L_1 = \{a^n b^n b^n \mid n \geq 1, n \geq 1\}$$

$$L_2 = \{a^n a^n a^{n+m} \mid n \geq 3, m \geq 4\}$$

$$L_3 = \{a^n b^m c^n \mid n^2 + m^2 \leq 10n\}$$

$$L_4 = \{a^n b^n c^n \mid 1 \leq n \leq q, n \geq 2n + 1\}$$

Risposta corretta: L_2, L_3, L_4

41) Se $C_{l_0}^{l_1, l_2}$ L1 è un compilatore da L_0 a L_2 scritto con L_2 e scriviamo $L_x < L_y$ a significare "Lx è più semplice di Ly" allora:

- a. $L_1 < L_0$
- b. $L_0 < L_2$
- c. $L_0 < L_1$
- d. NESSUNA → **CORRETTA**
- e. $L_1 < L_2$

42) Complemento di un linguaggio INFINITO è?

Risposta corretta: NESSUNO (VUOTO)

43) Si considerino i linguaggi regolari su $\{0, 1\}$

$$r_1 = \varepsilon (010)^* (\varepsilon + 1), (\varepsilon + (0 + 10)^*) (\varepsilon^* (0 + 01)^*)$$

$$r_2 = (0 + 10)^* (\varepsilon + 1 + 11)(0 + 11)^*$$

- a. $r_1 = r_2$
- b. Nessuna → **CORRETTA**
- c. $r_1 \supset r_2$
- d. $r_1 \subset r_2$
- e. $r_1 \cap r_2 = \emptyset$

Espressioni regolari:

Identità tra espressioni regolari:

NON valide:

$$(r + s)^* = r^* + s^*$$

$$(rs + r)^*rs = (rr^*s)^*$$

$$s(rs + s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$$

Valide:

$$\varepsilon^* = \emptyset^*$$

$$r^*r^* = rr^* + \varepsilon$$

$$(rs)^*r = r(sr)^*$$

$$(s^*r)^*s^* = (r^*s)^*r^*$$

$$(\varepsilon + \emptyset)^* = \emptyset^*$$

$$(\varepsilon + r^*r) = r^*$$

$$(r + s)^* = (r^*s)^*r^*$$

$$(r^* + s^*)^* = (r^*s^*)^*$$

Quale delle seguenti espressioni regolari **non denota** il linguaggio L su $\Sigma = \{0,1\}$ delle stringhe in cui ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di 11?

Tutte NON denotano:

$$(10 + 0)^*(1 + 10)^*$$

$$(10 + 0)^*(1 + \varepsilon)(01 + 1)^*0$$

$$(10 + 0)^*(1 + \varepsilon)(01 + 1)^*(0 + \varepsilon)$$

Quale delle seguenti espressioni regolari **denota** il linguaggio su $\{0,1\}$ delle stringhe che contengono un numero di '0' divisibile per 3?

Denota:

$$(1^*01^*01^*01^*)^* + 1^*$$

NON denota:

$$(1^*01^*01^*0)^* + 1^*$$

$$((0 + 1)^*0(0 + 1)^*0(0 + 1)^*0(0 + 1)^*)^* + 1^*$$

$$(1^*01^*01^*01^*)^*$$

Si considerino le espressioni regolari su $\{0,1\}$

$$r_1 = (0 + 1)^*(0011 + 1010)(0 + 1)^*$$

$$r_2 = \varepsilon + (0 + 10 + 110)^*(\varepsilon + 1 + 11)$$

Tutte NON valide:

$$\llbracket r_1 \rrbracket \supset \llbracket r_2 \rrbracket$$

$$\llbracket r_1 \rrbracket = \llbracket r_2 \rrbracket$$

$$\llbracket r_1 \rrbracket \cap \llbracket r_2 \rrbracket = \emptyset$$

$$\llbracket r_1 \rrbracket \subset \llbracket r_2 \rrbracket$$

Quale delle seguenti espressioni regolari su $\Sigma = \{a, b, c\}$ **denota** il linguaggio $\{\varepsilon\} \cup \{w \in \Sigma^* \mid \text{il numero di occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è pari e positivo}\}$?

Denota:

$$((b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$$

NON denota:

$$((b + c)^*a(b + c)^*a)^*$$

$$(a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$$

$$((b^*c^*)a(b^*c^*)a(b^*c^*))^*$$

$$((b^* + c^*)a(b^* + c^*)a(b^* + c^*))^*$$

Quale delle seguenti espressioni regolari su $\Sigma = \{a, b, c\}$ **denota** il linguaggio $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{il numero di occorrenze di } a \text{ in } w \text{ è dispari}\}$?

Denota:

$$((b + c)^*a(b + c)^*a)^*((b + c)^*a(b + c)^*)$$

NON denota:

$$((b + c)^*a(b + c)^*)((b + c)^*a(b + c)^*a)^*$$

$$((b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*)^*(a(b + c)^*)$$

$$((b + c)^*a)((b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$$

$$(a(b + c)^*)((b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$$

Cardinalità:

Cardinalità dell'insieme di *

$$\left. \begin{array}{l} \text{Linguaggi:} \\ \text{Linguaggi non contestuali:} \\ \text{Linguaggi contestuali:} \\ \text{Linguaggi regolari:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} |\emptyset(\mathbb{N})| \\ |\emptyset(\mathbb{N})| \\ |\mathbb{N}| \\ |\mathbb{N}| \end{array} \quad \text{su alfabeto di } n > 0 \text{ simboli}$$

$$\text{Stringhe lunghe } n \text{ su un alfabeto } \Sigma: |\Sigma|^n$$

$$\text{Macchine di Turing: } |\mathbb{N}|$$

Qual è la cardinalità delle *

$$\text{Funzioni parziali o totali: } |\emptyset(\mathbb{N})|$$

$$\text{Funzioni ricorsive totali e parziali: } |\mathbb{N}|$$

$$\text{Tutte le altre funzioni: } |\mathbb{N}|$$

Insiemi ricorsivamente enumerabili:

Gli **insiemi ricorsivamente enumerabili** non sono chiusi rispetto a:

Chiusi rispetto:

differenza

complemento

NON chiusi rispetto:

rimozione di un elemento

unione

intersezione

Linguaggio su alfabeto:

Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto * sono regolari?

$$\Sigma = \{a, b\}$$

Regolare:

$$\{a^n a^{(n+1)^2 - n^2} \in \Sigma^* \mid n \geq 0\}$$

NON è regolare:

$$\{a^n b^n \in \Sigma^* \mid n \geq 1\}$$

$$\{x \in \Sigma^* \mid x \text{ ha più } a \text{ che } b\}$$

$$\{x \in \Sigma^* \mid x \text{ ha tante } a \text{ quante } b\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2\}$$

NON è regolare:

$$\{0^{2^{n+1}} \in \Sigma^* \mid n \geq 1\}$$

$$\{0^n \in \Sigma^* \mid n \geq 1 \text{ è primo}\}$$

$$\{0^m 1^n 1^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\}$$

$$\{0^m 1^n 2^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\}$$

Complemento – Sottoinsieme – Differenza – Alfabeto:

Il complemento di un linguaggio **finito** / **regolare**

è regolare

NON è:

finito

irregolare

acontestuale non regolare

Un sottoinsieme di un linguaggio **regolare** / **acontestuale**

è non decidibile

NON è:

monotono

acontestuale

regolare

decidibile

La differenza insiemistica di due linguaggi regolari?

è regolare

NON è:

è finita

è acontestuale non regolare

è monotona non acontestuale

Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n su di un alfabeto di $m > 0$ simboli?

$$\text{sono } 1 + n(n + 1)/2$$

NON sono:

$$mn$$

$$n(n + 1)/2$$

$$m(m + 1)/2$$

$$1 + m(n + 1)/2$$

Chiusura:

La chiusura di Kleene di un linguaggio *

finito

è regolare

NON è:

finita

monotona acontestuale

acontestuale non regolare

monotono

è infinita

NON è:

regolare

acontestuale

monotona non acontestuale

acontestuale

è infinita

NON è:

regolare

monotona non acontestuale

è acontestuale

Grammatica

Si considerino le seguenti grammatiche espressive in forma concisa e si dica quale di queste è ambigua o se nessuna lo è:

Ambigua:

$S \rightarrow SS|a$

$S \rightarrow SaS|\epsilon$

NON ambigua:

$S \rightarrow aS|a$

$S \rightarrow aSa|\epsilon$

Si consideri la più semplice grammatica libera contenente le produzioni $S \rightarrow Sb$, $S \rightarrow aSb$, $S \rightarrow abb$. Si dica quale linguaggio viene generato da tale grammatica.

Generato:

$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

NON generato:

$\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m\}$

$\{a^n b^m \mid 0 < n \leq m\}$

$\{a^n b^m \mid 0 \leq n < m\}$

Altri

L'affermazione "Se $I \subseteq \mathbb{N}$ è un insieme X e $\bar{I} = \mathbb{N} \setminus I$ allora anche \bar{I} è X " è vera, se al posto di X scrivo:

'ricorsivo'

NON scrivo:

'ricorsivamente enumerabile'

'non ricorsivamente enumerabile'

'ricorsivamente enumerabile non ricorsivo'

Quale combinazione delle variabili intere x, y, z fa sì che la seguente espressione C++ valga 4 ?

$(x > y) ? ((x > z) ? x : z) : ((y > z) ? y : z)$

$x = 3, y = 4, z = 2$

NON queste:

$x = 5, y = 5, z = 4$

$x = 4, y = 5, z = 5$

$x = 5, y = 4, z = 5$

Quali tra i seguenti sono problemi decidibili?

1. Se l'intersezione di due linguaggi regolari è infinita. (decidibile)

2. Se una data grammatica è ambigua. (semidecidibile)

3. Se due APND accettano lo stesso linguaggio. (non decidibile)

4. Se una data grammatica è acontestuale. (decidibile)

(5. Se l'insieme di stringhe accettate da un DFA è vuoto/infinito. (decidibile))

(6. Se dati due DFA, accettano il medesimo linguaggio. (decidibile))

Decidibili:

1 e 4

NON decidibili:

2 e 3

2 e 4

1 e 2

Automi: DFA, MdT APD, APND

- Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?

- Quali dei seguenti automi può accettare $\{x \in \{0,1\}^* \mid n_0(x) = n_1(x)\}$ con $n_b(\epsilon) = 0$ e $n_b(aw) = 1 - |a - b| + n_b(w)$?

APND

NON:

NFA

DFA

ϵ -NFA

Quali dei seguenti automi può accettare $\{x \in \{0,1\}^* \mid x = r(x)\}$ con

$r(\epsilon) = \epsilon$ e $r(aw) = r(w) \cdot a$?

APND

NON può accettare:

APD

DFA

ϵ -NFA

Quali dei seguenti automi si arresta sempre dopo aver effettuato un numero finito di transizioni se riceve in input una sequenza finita di simboli (non black per la MdT)?

DFA

NON si arresta sempre:

MdT

APD

APND

Quali delle seguenti coppie hanno diverso potere (peso) espressivo?

APD e APND (APND > APN)

NON hanno diverso potere espressivo:

DFA e NFA

ER ordinarie ed ER senza ϵ

MdT ordinarie e MdT con più nastri

Si dica quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b\}$ denotato dall'espressione regolare $((a + b)(a + b) \dots (a + b))^n$:

n

NON ha:

2n

n + 1

n + 2

Si dica quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ denotato dall'espressione regolare $\epsilon + (a + b)(a + b) \dots (a + b)^n$:

n + 2

NON ha:

n

2n

n + 1

Si consideri l'automa a pila

$M = \langle \{q\}, \{a, b\}, \{a, b, S\}, \delta, q, S, \emptyset \rangle$

dove

$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, bSa), (q, bS), (q, SS), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$

$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$

si dica quale delle seguenti stringhe non è accettata per pila vuota:

NON accettata:

ba

Accettata:

ϵ

babb

bbaa

Si consideri un APND a uno stato q con alfabeto dello stack $\{a,b,S\}$, simbolo iniziale dello stack S e la funzione di transizione definita da

$$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, Sb), (q, aSb), (q, abb)\}$$

$$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$$

Si dica quale linguaggio viene generato da tale automa per pila vuota:

Viene generato:

$$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$$

NON viene generato:

$$\{a^n b^m \mid 0 \leq n < m\}$$

$$\{a^n b^m \mid 0 < n \leq m\}$$

$$\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m\}$$

Scriviamo $\text{dfa}(x)$ e $\text{apnd}(y)$ a significare che x è un DFA e y un APND; scriviamo $x \equiv y$ per dire che x e y sono equivalenti. Quali delle seguenti formule logiche rappresenta il fatto che, dato comunque un DFA, esiste un APND equivalente?

$$\forall x : \text{dfa}(x) \Rightarrow (\exists y . \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$$

NON rappresenta ciò:

$$\forall x : \exists y . (\text{dfa}(x) \wedge \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$$

$$\forall x : \exists y . (\text{dfa}(y) \wedge \text{apnd}(x) \wedge x \equiv y)$$

$$\neg \forall x : (\exists y . \text{dfa}(x) \Rightarrow \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$$

Identificare le eventuali affermazioni vere tra le seguenti, che riguardano l'uso delle MdT come riconoscitori di linguaggi formali:

Vere:

una MdT che muova la testina solo a destra è tanto potente quanto un ϵ -NFA

False:

più di una delle altre

una MdT è più potente di ϵ -NFA perché il controllo della MdT non è a stati finiti

un ϵ -NFA++ che può riavvolgere il nastro (di input) è tanto potente quanto una MdT

Si consideri la MdT definita dal seguente schema:

Q		0	1	\$
q_0				q_1 \$ R
q_1		q_2 1 L	q_1 0 R	
q_2			q_2 1 L	

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato q_0 , avendo per input sul nastro la stringa "111010", con la testina posizionata sul primo simbolo \$ alla sinistra della stringa stessa.

Allora la computazione suddetta termina:

dopo 5 passi

NON termina dopo:

dopo 6 passi

dopo 3 passi

dopo 4 passi

Compilatore, Interprete, Programma

Se $C_{L_0, L_1}^{L_2}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e $I_{L_0}^{L_2}$ è un interprete per L_0 scritto in L_2 , si dica quale delle seguenti espressioni meglio la più comune implementazione del linguaggio Java (L_j). Con L_c si indica il linguaggio C.

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_j, L_m}^{L_j} \rrbracket (P), D \right)$$

NON:

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(I_{L_j}^{L_m}, (P, D) \right)$$

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(I_{L_n}^{L_m}, \left(\llbracket C_{L_j, L_c}^{L_j} \rrbracket (P), D \right) \right)$$

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_c, L_m}^{L_c} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_j, L_c}^{L_j} \rrbracket (P) \right), D \right)$$

Se $C_{L_0, L_1}^{L_2}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e $I_{L_0}^{L_2}$ è un interprete per L_0 scritto in L_2 , si dica quale delle seguenti espressioni meglio la più comune implementazione del linguaggio C (L_c). Con L_j si indica il linguaggio Java.

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_c, L_m}^{L_c} \rrbracket (P), D \right)$$

NON:

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(I_{L_c}^{L_m}, (P, D) \right)$$

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(I_{L_n}^{L_m}, \left(\llbracket C_{L_c, L_j}^{L_c} \rrbracket (P), D \right) \right)$$

$$\lambda P. D, \llbracket I_{L_m}^{L_n} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_j, L_m}^{L_j} \rrbracket \left(\llbracket C_{L_c, L_j}^{L_c} \rrbracket (P) \right), D \right)$$

Se $C = C_{L, L}^L$ è un compilatore da L a L scritto in L , $I = I_L^L$ è un interprete per L scritto in L , $P = P^L$ è un programma scritto in L , allora delle seguenti asserzioni è falsa:

Falsa:

$$\lambda D. \llbracket C \rrbracket (P, D) = \llbracket P \rrbracket$$

Vera:

$$\llbracket P \rrbracket = \llbracket \llbracket C \rrbracket (P) \rrbracket$$

$$\lambda D. \llbracket \llbracket C \rrbracket (I) \rrbracket (P, D) = \llbracket P \rrbracket$$

$$\llbracket \llbracket C \rrbracket (P) \rrbracket = \llbracket \llbracket \llbracket C \rrbracket (C) \rrbracket (P) \rrbracket$$

Se $C_{L_0, L_1}^{L_2}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e scriviamo $L_x < L_y$ a significare “ L_x è più semplice di L_y ”, allora vale:

NON vale:

$$L_1 < L_0$$

$$L_0 < L_2$$

$$L_0 < L_1$$

$$L_1 < L_2$$

Teoria Varia:

Funzioni:

Cardinalità: $|\wp(\mathbb{N})|$

Funzioni parziali (tutte le funzioni) \supset Totali \supset

Cardinalità: $|\mathbb{N}|$

\supset Calcolabili (parziali ricorsive) \supset Ricorsive (R) \supset Primitive ricorsive

Linguaggi:

Cardinalità: $|\wp(\mathbb{N})|$

Σ^* \supset

Cardinalità: $|\mathbb{N}|$

\supset Linguaggi a struttura di fase (Tipo 0) \supset

\supset Linguaggi dipendenti dal contesto (Tipo 1 – Linguaggi ricorsivi) \supset

\supset Linguaggi acontestuali \supset Linguaggi regolari \supset Linguaggi finiti.

Linguaggi finiti

Unione

Intersezione

Concatenazione

Differenza

Linguaggi regolari (lineari destra e sinistra)

Unione

Intersezione

Concatenazione

Differenza

Complemento

Stella di Kleene

Linguaggi acontestuali

Unione

Concatenazione

Stella di Kleene

Linguaggi dipendenti dal contesto (Tipo 1, monotoni, ricorsivi)

Unione

Intersezione

Concatenazione

Stella di Kleene

Linguaggi a struttura di frase (Tipo 0, R.E.)

Unione

Intersezione

Concatenazione

Stella di Kleene

Linguaggi regolari:

$L = \{a^n a^m a^{n+m} \mid n \geq 3, m \geq 4\}$

$L = \{a^n b^m c^n \mid n^2 + m^2 \leq 10m\}$

$L = \{a^n b^m c^n \mid 1 \leq n \leq 9, m \geq 2n + 1\}$

Linguaggi non regolari:

$L = \{a^n b^m b^n \mid n \geq 1, m \geq 1\}$

$L = \{a^n b^m c^n \mid n \geq 1, m = 5\}$

Vere:

\forall NFA esiste la possibilità di convertirlo in APD.

Il completamento a contestuale è ricorsivo.

\exists DFA minimo \forall linguaggio regolare.

Con un while senza assegnamento, la terminazione è decidibile.

Il while in programmazione, hanno memoria illimitata.

Il while è turing equivalente.

Il while senza skip è turing equivalente.

False:

Ogni APDN può essere convertito in APD equivalente.

E' possibile configurare un while semplice con più successi.