Identità fra espressioni regolari

Simboli utilizzati e Regole generali

- `*` (**asterisco**) che indica che l'elemento precedente deve essere ripetuto 0 o più volte
- `+` (più) che indica che l'elemento precedente deve essere ripetuto almeno una volta
- `Ø` concatenato a qualcosa = Ø. ESEMPIO: $\varnothing a^* = \varnothing$

Espressioni regolari non valide:

$(rs+r)r^*s = (rr^*s^*)$
$(rs+r)^*rs = (rr^*s)$
$(rs+r)^*rs = (rr^*s)^*$
$(r+s)^* = r^* + s^*$
$s(rs+s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$
$s(rs+s)^*r = rr^*s(rr^*s)$
$(rs)^*r = rr + \varepsilon$
$(rs+sr)^* = (r+s)^*r$
$\varepsilon^* = \varnothing$

Espressioni regolari valide:

$\varepsilon^* = \varnothing^*$
$\varepsilon = \varnothing^*$
ε^n = lambda ^n oppure ε ^n = Ø ^n
$(\varepsilon^*+ \varnothing)^* = \varnothing^*$ oppure $(\varepsilon^*+ \ ) \ )^* = 0^*$
$(\varepsilon^* + \ ) \ ) * 0^*$
$(\varepsilon+r^*r)=r^*$
$(r+s)^* = (r^*s)^*r^*$
$(r^*+s^*)^* = (r^*s^*)^*$
$(r^*+s^*)^* = (r^*s^*)^*$
$(r^*+s^*) = (r^*s^*)^*$
$(rs)^*r = r(sr)^*$ oppure $(rs)^*r = r(rs)^*$
$r^*r = rr^*+ \varepsilon^*$ oppure $r^*r^* = rr+ \varepsilon$
$(s^*r^*)s^* = (r^*s)r^*$ oppure $(s^*r^*)^*s^* = (r^*s)^*r^*$

L'espressione regolare $\varnothing a^* + \varnothing^*$ denota il linguaggio:
$\{\varepsilon\}$

Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\Sigma=\{0,1,2\}$ è regolare?

Nessuna delle altre

Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto Σ = {a,b} sono regolari?

$\{a^{n} a^{(n+1)^2-n^2} \in \Sigma \mid n>=0\}$

Complementi, sottoinsiemi, chiusure, Kleene

Il **complemento** di un linguaggio

finito	→	finito
regolare	→	regolare
acontestuale	→	decidibile o ricorsivo
infinito	→	nessuna (vuoto)

Un **sottoinsieme** di un linguaggio

acontestuale	→ non decidibile
regolare	→ non decidibile

La **chiusura di Kleene** per un linguaggio

finito	→ regolare
regolare	→ regolare
monotono	→ monotona (e basta)
acontestuale	→ acontestuale

I **linguaggi finiti** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione e intersezione.

- source https://wiki.soimort.org/comp/language/finite/

I **linguaggi CF** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione e chiusura di Kleene.

- verificato da molteplici fonti (geeks for geeks e tutorialspoint)

I **linguaggi monotoni** sono chiusi rispetto a unione, concatenazione, chiusura di Kleene.

Gli **insiemi ricorsivi** sono chiusi per unione, intersezione, concatenazione, Kleene.

- source https://www.math.unipd.it/~sperduti/AUTOMI14/L_universale_riduz_Rice.pdf

Gli **insiemi ricorsivamente enumerabili** sono chiusi per unione, intersezione, concatenazione, Kleene.

- source https://www.math.unipd.it/~sperduti/AUTOMI14/L_universale_riduz_Rice.pdf

Cardinalità

La cardinalità di tutti i linguaggi ___________ su un alfabeto di Σ > 0 simboli è

$\|P(N)\|$	$\|N\|$
Definiti	#N delle MdT
NON r.e. / semidecidibili	r.e. / semidecidibili
NON ricorsivi / decidibili	ricorsivi / decidibili
NON monotoni	monotoni
NON regolari	regolari
NON finiti	finiti
NON acontestuali	acontestuali
L’insieme delle funzioni parziali	L’insieme delle funzioni parziali ricorsive
L’insieme delle funzioni totali	L’insieme delle funzioni totali ricorsive
/	L’insieme delle funzioni ricorsive di base
/	L’insieme delle funzioni ricorsive primitive

Crocette

Quale è la cardinalità dell’insieme delle stringhe lunghe n sull’alfabeto Σ?
$|\Sigma|^n$

Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n su un alfabeto di m>0 simboli?
1+n(n+1)/2

Quale delle seguenti espressioni regolari è tale che il linguaggio denotato non contiene stringhe con due 1 consecutivi?
(1+Ɛ)(01+0)*

Quale delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?
APD e APND

Quale dei seguenti automi può accettare { x ∈ {0,1}* | n 0 (x) = n1(x) } con nb(∑)=0 e nb(aw)= 1-|a-b| + nb(w)?
APND

Quale di queste grammatiche è ambigue?

S → SS|a
S → SaS|Ɛ

Se un ƐNFA accetta un linguaggio L, allora:
L è regolare

Quali delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?
APD e APND

Quale dei seguenti automi può accettare (...vale x tutte le diverse può accettare...)
APND

Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?
APND

Quale dei seguenti automi si arresta dopo aver eseguito un numero finito di transizioni se riceve in input una sequenza finita di simboli (non blank per mdt)?
DFA

Quale è la cardinalità dell'insieme delle MdT con n stati ed m simboli?
~~Nessuna delle altre~~ /// Sarebbe |N| se fosse solo il numero delle MdT.
Potrebbe essere $(2nm + 1)^{2n}$

Quale delle seguenti ER su Σ = {a,b,c} denota il linguaggio [...] il numero di occorrenze di a in w è pari e positivo?
((b+c)*a (b+c)*a (b+c)*)*

Quale delle seguenti ER su Σ = {a,b,c} denota il linguaggio [...] il numero di occorrenze di a in w è dispari?
((b+c)*a (b+c)*a)* ((b+c)*a (b+c)*)

Si considerino le ER su alfabeto Σ={0,1} con r1 = (0+1)*(0011+1010)(0+1)* e r2 = Σ+(0+10+110)* (Σ+1+11). Allora:
Nessuna delle altre (le risposte includono intersezione uguaglianza ecc fra r1 e r2)

Quale delle seguenti ER NON denota il linguaggio L su ={0,1} delle stringhe in cui ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di n?
Nessuna delle altre non denota L

Quale delle seguenti ER su alfabeto Ɛ={0,1} denotano il linguaggio delle stringhe che contengono un numero di ‘0’ divisible per 3 ?
(1* 01* 01* 01*)* +1*

Quale è il minimo numero di stati per un DFA che accetta i numeri in base 10 multipli di 5?
2 stati

Si consideri la MdT definita su [...] e si supponga sia 111010 sul nastro. La computazione termina dopo quanti passi?

Dopo 5 passi

Se F è un linguaggio finito e L\F è regolare allora L è
Regolare

Un sottoinsieme di un linguaggio L regolare è
non decidibile

Quanti stati ha il DFA minimo con ER: Ɛ+(a+b)(a+b)...(a+b)?
n+2

Quanti stati ha il DFA minimo con ER: ((a+b)(a+b)...(a+b))* ?
nessuna delle altre

La differenza insiemistica per due L regolari è
regolare

Se L è ricorsivamente enumerabile e (complemento)L non lo è allora L è
non ricorsivo

Per quella cacata di Robin Scott in base 2
2^7 → 128

La più semplice grammatica CF con produzione S→Sb, S→asb, S→abb generano che linguaggio L ?
{a^n b^m | 0<n<m}
$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

automa a pila M= <...> , quale stringa non è accettata?
baa

automa a pila… quale stringa non è accettata per pila vuota?
ba

La cardinalità dell'insieme delle stringhe su un alfabeto di n>0 simboli?
|N|

Affermazioni

Problemi decidibili:
Equivalenza fra due linguaggi accettati da due DFA
Dire se l'intersezione fra due linguaggi regolari è infinita/finita
Dire se l'insieme delle stringhe accettate da un DFA è vuoto/infinito
Dire se una grammatica è acontestuale

Problemi non decidibili:

Dire se due APND accettano lo stesso linguaggio

Problemi semidecidibili:
Dire se una grammatica è ambigua

Gli NFA / ƐNFA / δNFA → sono equivalenti, si arrestano dopo un numero finito di transizioni se ricevono una sequenza finita di simboli e possono essere rappresentati tramite espressioni regolari.

Una MdT che muove la testina solamente a DX è potente tanto quanto un epsilon-NFA

WHILE:
I programmi while hanno a disposizione una quantità di memoria illimitata
While è Turing equivalente
While privato del comando skip è Turing equivalente
In while privato del comando di assegnamento, la terminazione è decidibile

La differenza di due linguaggi acontestuali è decidibile o ricorsiva

Risposte confermate da altri

Cardinalità dei linguaggi finiti su alfabeto Σ → N

Dopo quanti passi termina la computazione per la seguente MdT con 111010 → 5 passi

Siano 3 linguaggi tali che L1, L1L2, L2L1 sono regolari, allora L2 è → nessuna delle altre

Minimo stati per dfa su abc denotato da a+b senza epsilon → n+2

Sia L1=\vuoto, L2={a}. Il linguaggio L1L2* U L1* equivale a → \vuoto

Somma del minimo e massimo numero di stati di un DFA → n+1

I linguaggi acontestuali infiniti sono chiusi rispetto a → stella di Kleene

L'affermazione se i intersecato a n … → è ricorsivo

DFA con alfabeto {A,B}... → nessuna delle altre

Se F è un linguaggio finito L\F regolare allora L è → regolare

Quali dei seguenti automi può accettare X ∈ 0,1 | x … → APND

Se L1 e L2 sono linguaggi tali che L2, L1L2 e L2L1 sono regolari, allora L1 → nessuna delle altre

Qual è la cosa più forte che possiamo dire su:
FORSE: L = {ww ∈ {a,b}* | w ∈ {a,b}* } → nessuna delle altre

L'affermazione Se I ⊆ N è un insieme X e I'=N\I allora anche I' è X " se al posto di X scrivo → ricorsivo

Automa a pila: quale stringa non è accettata per pila vuota?
ba

Non supporta il copia incolla, da sostituire con Ln

- complementazione: se è un linguaggio regolare, allora anche lo è;
- intersezione: se e sono linguaggi regolari, allora anche lo è;
- unione: se e sono linguaggi regolari, allora anche lo è;
- differenza: se L1 e L2 sono linguaggi regolari, allora anche L1-L2 lo è.

Accanto alle abituali operazioni insiemistiche i linguaggi formali sono chiusi anche rispetto alle seguenti operazioni:

- concatenazione: se e sono linguaggi regolari, allora anche lo è;
- operatore star di Kleene: se è un linguaggio regolare, anche lo è;
- riflessione: se è un linguaggio regolare, anche lo è.

Domande fondamenti

1) Si consideri un arco a un static q, con alfabeto dello stack S e la funzione di transizione definita da:
   $\sigma(q, F, S) = \{ (q, Sb), (q, aSb), (q, abb)\}$
   $\sigma(q, 0, 0) = \{ (q, \varepsilon) \}$
   $\sigma(q, b, b) = \{ (q, \varepsilon) \}$

   Si dica quale linguaggio viene generato da tale automa per più volte
   Risposta corretta: $\{a^n b^m \mid 0 < n < m \}$

2) Cardinalità dei linguaggi NON acontestuali su di un alfabeto di n > 0 simboli?
   Risposta corretta: $|p(n)|$

3) Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n di un alfabeto con n > 0 simboli?
   Risposta corretta: $1 + n(n+1)/2$

4) La cardinalità dell'insieme dei linguaggi che si possono definire su di un alfabeto di n > 0 simboli
   Risposta corretta: $|p(n)|$

5) Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?
   Risposta corretta: APND (Automi a Pila Non Deterministici)

6) La chiusura di Kleene di un linguaggio finito è?
   Risposta corretta: Regolare

7) Sottoinsieme di un linguaggio ACONTESTUALE è?
   Risposta corretta: Nessuno (Acontestuale = non decidibile)

8) Quale delle seguenti espressioni regolari non denota il linguaggio L su $\varepsilon = \{0, 1\}$ delle stringhe in cui ogni occorrenza di <u>00</u> precede tutte le occorrenze di n?
   Risposta corretta: $(10 + 0) * (1 + \varepsilon)(01 + 1) * 0$

9) La chiusura di Kleene di un linguaggio MONOTONO è?
   Risposta corretta: Nessuna (Monotona se possibile)

10) Quale tra le seguenti entità tra espressioni regolari non è valida?
    a. $\varepsilon^n = \phi^n$
    b. $(r^* + s^*) = (r^*s^*)^*$
    c. nessuno → CORRETTA
    d. $(rs)^*r = r(sr)^*$
    e. $(\varepsilon + r^*r) = r^*$

11) Gli insiemi ricorsivamente enumerabili non sono chiusi rispetto a:
    Risposta corretta: Differenza

12) Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto $\varepsilon = \{0, 1, 2\}$ è REGOLARE?
    a. NESSUNO → CORRETTA

b. $\{0^m 1^n 2^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n \geq 1, m > 1\}$
c. $\{0^m 1^n 2^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n > 1, m \geq 1\}$
d. $\{0^{n+m} \in \varepsilon^n \mid n \geq 1\}$
e. $\{0^n \in \varepsilon^n \mid n > 1$ è primo$\}$

13) Chiusura di Kleene di un linguaggio ACONTESTUALE è?
Risposta corretta: Acontestuale

14) Cardinalità dell'insieme delle Tolt (macchine di turing)
Risposta corretta: $|N|$

15) Cardinalità della macchina di Turing è?
Risposta corretta: $|N|$

16) La differenza insiemistica di due linguaggi regolari?
Risposta corretta: Regolare

17) Cardinalità delle funzioni totali
Risposta corretta: $|p(N)|$

18) Quale delle seguenti identità tra espressioni regolari NON è valida?
Risposta corretta: $(rs \cdot r)^* rs = (rr^*s^*)$

19) Cardinalità dell'insieme dei linguaggi acontestuali su di un alfabeto di $n > 0$ simboli?
Risposta corretta: $|N|$

20) Cardinalità delle funzioni parziali ricorsive?
Risposta corretta: $|N|$

21) Quale tra le seguenti identità tra espressioni regolari NON è valida?
a. $(\varepsilon + \phi)^* = 0^*$
b. $(rs)^*r = r(rs)^*$
c. $r^* r^* = rr + \varepsilon$
d. $(s^* r)^* s^* = (r^* s^*)^* r^*$
e. $s(rs + s)^* r = rr^* s(rr^* s)^*$ → CORRETTA

22) Il complemento di un linguaggio finito è?
Risposta corretta: Regolare

23) Quale di queste grammatiche è ambigua?
a. $S \rightarrow SS \mid a$ CORRETTA
b. $S \rightarrow aS \mid a$
c. Nessuna
d. $S \rightarrow SaS \mid \varepsilon$
e. $S \rightarrow aSa \mid \varepsilon$

24) Cardinalità delle funzioni ricorsive?
Risposta corretta: $|N|$

25) Si supponga che la MdT (Macchina di Turing) cominci la computazione nello stato q_0 avendo per input sul nastro la stringa “111010” con la testina posizionata sul primo simbolo alla sinistra della stringa. Allora la computazione termina dopo:
Risposta corretta: 5 passi

26) Un sottoinsieme di linguaggio regolare è?
Risposta corretta: Non decidibile

27) Si considerino le espressioni regolari su {0, 1}
$r_1 = (0 + 1)^* (0011 + 1010)(0 + 1)^*$
$r_2 = \varepsilon + (010 + 110)^* (\varepsilon + 1 + 11)$

a. $[r_1] \supset [r_2]$
b. Nessuna → Corretta
c. $[r_1] = [r_2]$
d. $[r_1] \cap [r_2]$
e. $[r_1] \subset [r_2]$

28) L’affermazione “se I $\subseteq$ N è un insieme X e I(negato) = N/I allora anche I(negato) è X” è vera se al posto di X scrivo:
Risposta corretta: Ricorsivo

29) Scriviamo un DFA(x) e APND(y) che significa che x è un DFA e y è APND. Scriviamo $x \equiv y$ per dire che x e y sono equivalenti. Quali delle seguenti formule logiche rappresenta il fatto che dato un DFA esiste un APND equivalente?
Risposta corretta: $\forall$x: DFA(x) → ($\exists$ y: APND (y) Λ $x \equiv y$)

30) {x $\in$ {0, 1}* | x(x) … } con $w_0(\varepsilon) = 0$
Risposta corretta: APND

31) Quale delle seguenti coppie hanno diverso potere espressivo?
Risposta corretta: APD e APND

32) Un sottoinsieme di un linguaggio contestuale?
a. Decidibile
b. Nessuna → CORRETTA
c. È monotona
d. È regolare
e. È acontestuale

33) Cardinalità dell’insieme delle stringhe lunghe n su un alfabeto ε?
Risposta corretta: $|\varepsilon|^n$

34) Quale delle seguenti espressioni regolari dentro il linguaggio L = {0, 1} delle stringhe che contengono e di ‘0’ dividibile per 3?
Risposta corretta: $(1^* 01^* 01^* 01^*)^* + 1$

35) Quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto {a, b, c} denotato dall'espressione regolare: $\varepsilon + \underbrace{(a + b)(a + b) \ldots (a + b)}_{n}$

Risposta corretta: n + 2

36) Quale delle seguenti espressioni regolari su ε = {a, b, c} dentro il linguaggio {w $\in$ {a,b,c}* | di occorrenze di a in w è dispari?

Risposta corretta: ((b + c)* a(b + c)* a)*((b+c)*a(b + c)*)

37) Quale dei seguenti automi si arresta sempre dopo aver effettuato un numero finito di transazioni e ricevere in input una sequenza finita di simboli

Risposta corretta: DFA

38) Quale dei seguenti linguaggi sull'alfabeto ε = {a, b} sono regolari?

Risposta corretta: $\{a^n a^{(n+1)\wedge 2 - n\wedge 2} \in \varepsilon^* \mid n > 0\}$

39) Quale fra i seguenti sono problemi deducibili?

Risposta corretta: Se l'intersezione di 2 linguaggi è finita; se una data grammatica è acontestuale (1 e 4).

40) Quale dei seguenti linguaggi è regolare?

$L_1 = \{a^n b^n b^n \mid n \geq 1, n \geq 1\}$

$L_2 = \{a^n a^n a^{n+m} \mid n \geq 3, m \geq 4\}$

$L_3 = \{a^n b^m c^n \mid n^2 + m^2 \leq 10n \}$

$L_4 = \{a^n b^n c^n \mid 1 \leq n \leq q, n \geq 2n + 1\}$

Risposta corretta: L_2, L_3, L_4

41) Se $C_{L0}{}^{\wedge L2}$ L1 è un compilatore da L_0 a L_2 scritto con L_2 e scriviamo $L_x < L_y$ a significare "Lx è più semplice di Ly" allora:

a. L1 < L0
b. L0 < L2
c. L0 < L1
d. NESSUNA → CORRETTA
e. L1 < L2

42) Complemento di un linguaggio INFINITO è?

Risposta corretta: NESSUNO (VUOTO)

43) Si considerino i linguaggi regolari su {0, 1}

$r_1 = \varepsilon\,(010)^*\,(\varepsilon + 1), (\varepsilon + (0 + 10)^*)(\varepsilon^*\,(0 + 01)^*)$

$r_2 = (0 + 10)^*\,(\varepsilon + 1 + 11)(0 + 11)^*$

a. $r_1 = r_2$
b. Nessuna → CORRETTA
c. $r_1 \supset r_2$
d. $r_1 \subset r_2$
e. $r_1 \cap r_2 = \varnothing$

Espressioni regolari:

Identità tra espressioni regolari:

NON valide:

$(r + s)^* = r^* + s^*$

$(rs + r)^*rs = (rr^*s)^*$

$s(rs + s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$

Valide:

$\varepsilon^* = \emptyset^*$

$r^*r^* = rr^* + \varepsilon$

$(rs)^*r = r(sr)^*$

$(s^*r)^*s^* = (r^*s)^*r^*$

$(\varepsilon + \emptyset)^* = \emptyset^*$

$(\varepsilon + r^*r) = r^*$

$(r + s)^* = (r^*s)^*r^*$

$(r^* + s^*)^* = (r^*s^*)^*$

Quale delle seguenti espressioni regolari **non denota** il linguaggio L su $\Sigma = \{0,1\}$ delle stringhe in cui ogni occorrenza di 00 precede tutte le occorrenze di 11?

Tutte NON denotano:

$(10 + 0)^*(1 + 10)^*$

$(10 + 0)^*(1 + \epsilon)(01 + 1)^*0$

$(10 + 0)^*(1 + \epsilon)(01 + 1)^*(0 + \epsilon)$

Quale delle seguenti espressioni regolari **denota** il linguaggio su {0,1} delle stringhe che contengono un numero di ‘0’ divisibile per 3 ?

Denota:

$(1^*01^*01^*01^*)^* + 1^*$

NON denota:

$(1^*01^*01^*0)^* + 1^*$

$((0 + 1)^*0(0 + 1)^*0(0 + 1)^*0(0 + 1)^*)^* + 1^*$

$(1^*01^*01^*01^*)^*$

Si considerino le espressioni regolari su $\{0,1\}$

$r_1 = (0 + 1)^*(0011 + 1010)(0 + 1)^*$

$r_2 = \epsilon + (0 + 10 + 110)^*(\epsilon + 1 + 11)$

Tutte NON valide:

$[\![r_1]\!] \supset [\![r_2]\!]$

$[\![r_1]\!] = [\![r_2]\!]$

$[\![r_1]\!] \cap [\![r_2]\!] = \emptyset$

$[\![r_1]\!] \subset [\![r_2]\!]$

Quale delle seguenti espressioni regolari su $\Sigma = \{a, b, c\}$ **denota** il linguaggio $\{\epsilon\} \cup \{w \in \Sigma^* \mid$ il numero di occorrenze di a in w è **pari e positivo**$\}$?

Denota:

$((b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$

NON denota:

$((b + c)^*a(b + c)^*a)^*$

$(a(b + c)^*a(b + c)^*)^*$

$\left((b^*c^*)a(b^*c^*)a(b^*c^*)\right)^*$
$\left((b^*+c^*)a(b^*+c^*)a(b^*+c^*)\right)^*$

Quale delle seguenti espressioni regolari su $\Sigma = \{a, b, c\}$ **denota** il linguaggio $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid$ il numero di occorrenze di a in w è **dispari**$\}$?

Denota:

$((b+c)^*a(b+c)^*a)^*((b+c)^*a(b+c)^*)$

NON denota:

$((b+c)^*a(b+c)^*)((b+c)^*a(b+c)^*a)^*$
$((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)^*(a(b+c)^*)$
$((b+c)^*a)((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)^*$
$(a(b+c)^*)((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*)^*$

Cardinalità:

Cardinalità dell'insieme di *

Linguaggi: $|\wp(\mathbb{N})|$
Linguaggi non acontestuali: $|\wp(\mathbb{N})|$
Linguaggi acontestuali: $|\mathbb{N}|$
Linguaggi regolari: $|\mathbb{N}|$
su alfabeto di $n > 0$ simboli

Stringhe lunghe n su un alfabeto Σ: $|\Sigma|^n$
Macchine di Turing: $|\mathbb{N}|$

Qual è la cardinalità delle *

Funzioni parziali o totali: $|\wp(\mathbb{N})|$
Funzioni ricorsive totali e parziali: $|\mathbb{N}|$
Tutte le altre funzioni: $|\mathbb{N}|$

Insiemi ricorsivamente enumerabili:

Gli **insiemi ricorsivamente enumerabili** non sono chiusi rispetto a:

Chiusi rispetto:

differenza
completamento

NON chiusi rispetto:

rimozione di un elemento
unione
intersezione

Linguaggio su alfabeto:

Quali dei seguenti linguaggi sull'alfabeto * sono regolari?
$\boldsymbol{\Sigma = \{a, b\}}$

Regolare:

$\{a^n a^{(n+1)^2-n^2} \in \Sigma^* \mid n \geq 0\}$

NON è regolare:

$\{a^n b^n \in \Sigma^* \mid n \geq 1\}$
$\{x \in \Sigma^* \mid x \text{ ha più a che b}\}$
$\{x \in \Sigma^* \mid x \text{ ha tante a quante b}\}$

$\boldsymbol{\Sigma = \{0, 1, 2\}}$

NON è regolare:

$\{0^{2^{n+1}} \in \Sigma^* \mid n \geq 1\}$

$\{0^n \in \Sigma^* \mid n \geq 1 \text{ è primo}\}$

$\{0^m 1^n \mathbf{1}^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\}$

$\{0^m 1^n \mathbf{2}^{n+m} \in \Sigma^* \mid n \geq 1, m \geq 1\}$

Complemento – Sottoinsieme – Differenza – Alfabeto:

Il complemento di un linguaggio **finito / regolare**

è regolare

NON è:

finito

irregolare

acontestuale non regolare

Un sottoinsieme di un linguaggio **regolare / acontestuale**

è non decidibile

NON è:

monotono

acontestuale

regolare

decidibile

La differenza insiemistica di due linguaggi regolari?

è regolare

NON è:

è finita

è acontestuale non regolare

è monotona non acontestuale

Quante sono le sottostringhe di una stringa di lunghezza n su di un alfabeto di $m > 0$ simboli?

sono $1 + n(n+1)/2$

NON sono:

mn

$n(n+1)/2$

$m(m+1)/2$

$1 + m(n+1)/2$

Chiusura:

La chiusura di Kleene di un linguaggio *

finito

è regolare

NON è:

finita

monotona acontestuale

acontestuale non regolare

monotono

è infinita

NON è:

regolare

acontestuale

monotona non acontestuale

acontestuale

è infinita

NON è:

regolare

monotona non acontestuale

è acontestuale

Grammatica

Si considerino le seguenti grammatiche espressive in forma concisa e si dica quale di queste è ambigua o se nessuna lo è:

Ambigua:

$S \to SS|a$

$S \to SaS|\epsilon$

NON ambigua:

$S \to aS|a$

$S \to aSa|\epsilon$

Si consideri la più semplice grammatica libera contenente le produzioni $S \to Sb$, $S \to aSb$, $S \to abb$. Si dica quale linguaggio viene generato da tale grammatica.

Generato:

$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

NON generato:

$\{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m\}$

$\{a^n b^m \mid 0 < n \leq m\}$

$\{a^n b^m \mid 0 \leq n < m\}$

Altri

L'affermazione "Se $I \subseteq \mathbb{N}$ è un insieme X e $\bar{I} = \mathbb{N} \setminus I$ allora anche $\bar{I}$ è X" è vera, se al posto di X scrivo:

'ricorsivo'

NON scrivo:

'ricorsivamente enumerabile'

'non ricorsivamente enumerabile'

'ricorsivamente enumerabile non ricorsivo'

Quale combinazione delle variabili intere x, y, z fa si che la seguente espressione C++ valga 4 ?

$(x > y)\ ?\ \big((x > z)\ ?\ x : z\big) : \big((y > z)\ ?\ y : z\big)$

$x = 3\,, y = 4\,, z = 2$

NON queste:

$x = 5\,, y = 5\,, z = 4$

$x = 4\,, y = 5\,, z = 5$

$x = 5\,, y = 4\,, z = 5$

Quali tra i seguenti sono problemi decidibili?

1. Se l'intersezione di due linguaggi regolari è infinita. (decidibile)
2. Se una data grammatica è ambigua. (semidecidibile)
3. Se due APND accettano lo stesso linguaggio. (non decidibile)
4. Se una data grammatica è acontestuale. (decidibile)

(5. Se l'insieme di stringhe accettate da un DFA è vuoto/infinito. (decidibile))

(6. Se dati due DFA, accettano il medesimo linguaggio. (decidibile))

Decidibili:

1 e 4

NON decidibili:

2 e 3

2 e 4

1 e 2

Automi: DFA, MdT APD, APND

- Quale dei seguenti automi può dar luogo a sequenze infinite di transizioni?
- Quali dei seguenti automi può accettare $\{x \in \{0,1\}^* \mid n_0(x) = n_1(x)\}$ con $n_b(\varepsilon) = 0$ e $n_b(aw) = 1 - |a - b| + n_b(w)$?

APND

NON:

NFA

DFA

ε −NFA

Quali dei seguenti automi può accettare $\{x \in \{0,1\}^* \mid x = r(x)\}$ con $r(\varepsilon) = \varepsilon$ e $r(aw) = r(w) \cdot a$?

APND

NON può accettare:

APD

DFA

ε −NFA

Quali dei seguenti automi si arresta sempre dopo aver effettuato un numero finito di transizioni se riceve in input una sequenza finita di simboli (non black per la MdT)?

DFA

NON si arresta sempre:

MdT

APD

APND

Quali delle seguenti coppie hanno diverso potere (peso) espressivo?

APD e APND   (APND > APN)

NON hanno diverso potere espressivo:

DFA e NFA

ER ordinarie ed ER senza ε

MdT ordinarie e MdT con più nastri

Si dica quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b\}$ denotato dall'espressione regolare $\big(\underbrace{(a+b)(a+b)\dots(a+b)}_{n}\big)^*$:

n

NON ha:

2n

$n+1$

$n+2$

Si dica quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a,b,c\}$ denotato dall'espressione regolare $\varepsilon + \underbrace{(a+b)(a+b)\dots(a+b)}_{n}$:

$n+2$

NON ha:

n

2n

$n+1$

Si consideri l'automa a pila

$M = \langle \{q\}, \{a, b\}, \{a, b, S\}, \delta, q, S, \emptyset \rangle$

dove

$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, bSa), (q, bS), (q, SS), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$

$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$

si dica quale delle seguenti stringhe non è accettata per pila vuota:

NON accettata:

ba

Accettata:

ϵ

babb

bbaa

Si consideri un APND a uno stato q con alfabeto dello stack {a,b,S}, simbolo iniziale dello stack S e la funzione di transizione definita da
$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, Sb), (q, aSb), (q, abb)\}$
$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$
$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$
Si dica quale linguaggio viene generato da tale automa per pila vuota:

Viene generato:

$\{a^n b^m \mid 0 < n < m\}$

NON viene generato:

$\{a^n b^m \mid 0 \le n < m\}$
$\{a^n b^m \;\; 0 < n \le m\}$
$\{a^n b^m \;\; 0 \le n \le m\}$

Scriviamo $dfa(x)$ e $apnd(y)$ a significare che x è un DFA e y un APND; scriviamo $x \equiv y$ per dire che x e y sono equivalenti. Quali delle seguenti formule logiche rappresenta il fatto che, dato comunque un DFA, esiste un APND equivalente?

$\forall x : dfa(x) \Rightarrow (\exists y . apnd(y) \wedge x \equiv y)$

NON rappresenta ciò:

$\forall x : \exists y . (dfa(\mathbf{x}) \wedge apnd(\mathbf{y}) \wedge x \equiv y)$
$\forall x : \exists y . (dfa(\mathbf{y}) \wedge apnd(\mathbf{x}) \wedge x \equiv y)$
$\neg\forall x : (\exists y . dfa(x) \Rightarrow apnd(y) \wedge x \equiv y)$

Identificare le eventuali affermazioni vere tra le seguenti, che riguardano l'uso delle MdT come riconoscitori di linguaggi formali:

Vere:

una MdT che muova la testina solo a destra è tanto potente quanto un $\varepsilon-$NFA

False:

più di una delle altre
una MdT è più potente di $\varepsilon-$NFA perché il controllo della MdT non è a stati finiti
un $\varepsilon-$NFA++ che può riavvolgere il nastro (di input) è tanto potente quanto una MdT

Si consideri la MdT definita dal seguente schema:

Q	0	1	$
q_0			q_1 $ R
q_1	q_2 1 L	q_1 0 R	
q_2		q_2 1 L	

Si supponga che la MdT cominci la computazione nello stato q_0, avendo per input sul nastro la stringa "111010", con la testina posizionata sul primo simbolo $ alla sinistra della stringa stessa. Allora la computazione suddetta termina:

dopo 5 passi

NON termina dopo:

dopo 6 passi
dopo 3 passi
dopo 4 passi

Compilatore, Interprete, Programma

Se $C^{L_2}_{L_0,L_1}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e $I^{L_2}_{L_0}$ è un interprete per L_0 scritto in L_2, si dica quale delle seguenti espressioni meglio la più comune implementazione del linguaggio Java (L_j). Con L_c si indica il linguaggio C.

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left([\![C^{L_j}_{L_j,L_m}]\!](P), D\right)$

NON:

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left(I^{L_m}_{L_j}, (P, D)\right)$

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left(I^{L_m}_{L_n}, \left([\![C^{L_j}_{L_j,L_?}]\!](P), D\right)\right)$

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left([\![C^{L_c}_{L_c,L_m}]\!]\left([\![C^{L_j}_{L_j,L_c}]\!](P)\right), D\right)$

Se $C^{L_2}_{L_0,L_1}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e $I^{L_2}_{L_0}$ è un interprete per L_0 scritto in L_2, si dica quale delle seguenti espressioni meglio la più comune implementazione del linguaggio C (L_c). Con L_j si indica il linguaggio Java.

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left([\![C^{L_c}_{L_c,L_m}]\!](P), D\right)$

NON:

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left(I^{L_m}_{L_c}, (P, D)\right)$

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left(I^{L_m}_{L_n}, \left([\![C^{L_c}_{L_c,L_?}]\!](P), D\right)\right)$

$\lambda P.D, [\![I^{L_n}_{L_m}]\!]\left([\![C^{L_j}_{L_j,L_m}]\!]\left([\![C^{L_c}_{L_c,L_j}]\!](P)\right), D\right)$

Se $C = C^{L}_{L,L}$ è un compilatore da L a L scritto in L, $I = I^{L}_{L}$ è un interprete per L scritto in L, $P = P^{L}$ è un programma scritto in L, allora delle seguenti asserzioni è falsa:

Falsa:

$\lambda D.[\![C]\!](P, D) = [\![P]\!]$

Vera:

$[\![P]\!] = [\![[\![C]\!](P)]\!]$

$\lambda D.[\![[\![C]\!](I)]\!](P, D) = [\![P]\!]$

$[\![[\![C]\!](P)]\!] = [\![[\![[\![C]\!](C)]\!](P)]\!]$

Se $C^{L_2}_{L_0,L_1}$ è un compilatore da L_0 a L_1 scritto in L_2 e scriviamo $L_x \prec L_y$ a significare "L_x è più semplice di L_y", allora vale:

NON vale:

$L_1 \prec L_0$

$L_0 \prec L_2$

$L_0 \prec L_1$

$L_1 \prec L_2$

Teoria Varia:

Funzioni:

Cardinalità: $|\wp(\mathbb{N})|$

Funzioni parziali (tutte le funzioni) $\supset$ Totali $\supset$

Cardinalità: $|\mathbb{N}|$

$\supset$ Calcolabili (parziali ricorsive) $\supset$ Ricorsive (R) $\supset$ Primitive ricorsive

Linguaggi:

Cardinalità: $|\wp(\mathbb{N})|$

$\Sigma^* \supset$

Cardinalità: $|\mathbb{N}|$

$\supset$ Linguaggi a struttura di fase (Tipo 0) $\supset$
$\supset$ Linguaggi dipendenti dal contesto (Tipo 1 – Linguaggi ricorsivi) $\supset$
$\supset$ Linguaggi acontestuali $\supset$ Linguaggi regolari $\supset$ Linguaggi finiti.

Linguaggi finiti

Unione
Intersezione
Concatenazione
Differenza

Linguaggi regolari (lineari destra e sinistra)

Unione
Intersezione
Concatenazione
Differenza
Complemento
Stella di Kleene

Linguaggi acontestuali

Unione
Concatenazione
Stella di Kleene

Linguaggi dipendenti dal contesto (Tipo 1, monotoni, ricorsivi)

Unione
Intersezione
Concatenazione
Stella di Kleene

Linguaggi a struttura di frase (Tipo 0, R.E.)

Unione
Intersezione
Concatenazione
Stella di Kleene

Linguaggi regolari:

$L = \{a^n a^m a^{n+m} \mid n \geq 3, m \geq 4\}$
$L = \{a^n b^m c^n \mid n^2 + m^2 \leq 10\ m\}$
$L = \{a^n b^m c^n \mid 1 \leq n \leq 9, m \geq 2n + 1\}$

Linguaggi non regolari:

$L = \{a^n b^m b^n \mid n \geq 1, m \geq 1\}$
$L = \{a^n b^m c^n \mid n \geq 1, m = 5\}$

Vere:

∀ NFA esiste la possibilità di convertirlo in APD.
Il completamento acontestuale è ricorsivo.
∃ DFA minimo ∀ linguaggio regolare.
Con un while senza assegnamento, la terminazione è decidibile.
Il while in programmazione, hanno memoria illimitata.
Il while è turing equivalente.
Il while senza skip è turing equivalente.

False:

Ogni APDN può essere convertito in APD equivalente.
E’ possibile configurare un while semplice con più successi.