

2. Hausaufgabe im Modul „Berechenbarkeit & Komplexität“

Gruppe HA-EH-Fr-10-12-MA544-3

Aufgabe 1: Turing-Maschine

$$M = (Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \Sigma = \{1\}, \Gamma = \{1, \square\}, \delta, z_0, \square, E = \{z_4\})$$

δ	1	\square
z_0	$(z_2, 1, R)$	$(z_1, 1, R)$
z_1	$(z_3, 1, L)$	$(z_0, 1, L)$
z_2	$(z_2, 1, L)$	$(z_0, 1, L)$
z_3	(z_3, \square, R)	(z_4, \square, L)
z_4	\perp	\perp

$z_0\square$	\vdash_M^1
$1z_1\square$	\vdash_M^1
z_011	\vdash_M^1
$1z_21$	\vdash_M^1
z_211	\vdash_M^1
$z_2\square11$	\vdash_M^1
$z_0\square111$	\vdash_M^1
$1z_1111$	\vdash_M^1
z_31111	\vdash_M^1
z_3111	\vdash_M^1
z_311	\vdash_M^1
z_31	\vdash_M^1
$z_3\square$	\vdash_M^1
$z_4\square$	

Insgesamt macht M 13 Konfigurationsübergänge und hält auf z_4 mit leerem Band

Aufgabe 2: **Turing-Berechenbarkeit**

- (a) Die Funktion entspricht der Funktion aus Beispiel 4 der 2. Vorlesung. Somit ist f berechenbar da es entweder konstant 1 ist, oder es existiert eine Zahl $N \in \mathbb{N}$ sodass

$$f(n) = \begin{cases} 1, & n \leq N \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- (b) Trivial:

$$f(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 7 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- (c) Die Funktion ist Turing berechenbar da π bis zu einen beliebigen Grad von Präzision berechnet werden kann. Daraus folgt, dass die Differenz von π und eine weitere rationale Zahl auch bis zu einem beliebigen Grad von Präzision berechenbar ist.

Aufgabe 3: **LOOP- und GOTO-Programme**

- (a) Nein, bei den Eingabewerten $x_1 \geq x_2$ nicht. Bei P_1 wird der LOOP nicht ausgeführt, somit wird auch kein Wert von x_2 für x_0 zugewiesen.
- (b) Nein, P_2 befindet sich in einer Endlosschleife bei jedem Eingabewert $x_2 > x_1$, da der Wert x_3 in M_1 nie dekrementiert wird.
In P_1 ist das dekrementieren einer Laufvariable in einem LOOP impliziert, somit befinden sich P_1 und P_2 in unterschiedlichen Endzuständen.
- (c) Ja, im Fall von $x_2 < x_1$ ist $x_3 = \max(0, x_2 - x_1)$ immer 0. Bei P_1 wird der LOOP nicht ausgeführt und bei P_2 wird direkt zu M_2 gesprungen und das Programm terminiert. Somit wird bei beiden Programmen der implizierte Anfangswert von $x_0 = 0$ angenommen.