

1. Hausaufgabenblatt

Abgabe: 28.10.2024 (12:00 Uhr) auf ISIS (als PDF) in Gruppen mit maximal 4 Personen. Die Hausaufgabe kann nur von eingetragenen Gruppen abgegeben werden.

Hinweise:

- Sie dürfen das Internet zur Hilfe nehmen, müssen aber alle verwendeten Quellen angeben (insbesondere ChatGPT). Plagiate werden nicht toleriert und werden scharf geahndet.
- Falls nicht explizit ausgeschlossen, sind alle Antworten zu begründen. Antworten ohne Begründung erhalten **0 Punkte**.

Vorwort. Wie Sie bereits erfahren haben, müssen Sie in diesem Semester Hausaufgaben abgeben, um ein Hausaufgabenkriterium zu erfüllen. Hierbei werden Sie regelmäßig Beweise schreiben müssen. Diesen Prozess würden wir gerne für Sie und auch für die TutorInnen möglichst angenehm gestalten. Insbesondere, damit die TutorInnen Ihre Abgaben verstehen und nachvollziehen können, ist es dabei wichtig, dass Ihre Beweise lesbar, verständlich und sauber aufgeschrieben sind. Dazu einige Hinweise:

- Beweise sind deutsche Texte. Das heißt, Umformungen, Gleichungen, Definitionen und andere mathematische Konstrukte gehören in den Text eingebunden. Insbesondere ist es wichtig, in vollständigen Sätzen zu schreiben.
- Vermeiden Sie Symbole wie \implies , \forall , \wedge im Text: Statt „Somit gilt $x = 0 \implies$ der Algorithmus terminiert“ schreiben Sie zum Beispiel „Somit gilt $x = 0$, woraus folgt, dass der Algorithmus terminiert“.
- Das Ziel Ihrer Beweise ist es, die LeserInnen (in Ihrem Fall Ihre TutorInnen) von der Korrektheit derer zu überzeugen.

Aufgabe 1: **Turing-Maschinen Analysieren**

(15 Punkte)

Gegeben sei die Turing-Maschine

$$M = (Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \Sigma = \{a, b, c\}, \Gamma = \{a, b, c, \square\}, \delta, z_0, \square, E = \{z_4\}),$$

wobei δ wie folgt definiert ist:

δ	a	b	c	\square
z_0	(z_0, a, R)	(z_1, b, R)	(z_2, c, R)	(z_3, \square, L)
z_1	\perp	(z_1, b, R)	(z_2, c, R)	(z_3, \square, L)
z_2	\perp	\perp	(z_2, c, R)	(z_3, \square, L)
z_3	(z_3, b, L)	(z_3, b, L)	(z_3, c, L)	(z_4, \square, R)

- (a) Geben Sie die Konfigurationsfolge (beginnend mit der Startkonfiguration z_0abc) der Turing-Maschine M bei Eingabe abc an (ohne Begründung). (5 P)
- (b) Geben Sie für jedes Eingabewort w , für das M den Endzustand z_4 erreicht, an, was nach Erreichen des Endzustandes rechts vom Lesekopf auf dem Band steht. Für welche w erreicht M den Endzustand nicht? (5 P)
- (c) Sei w ein beliebiges Wort der Länge n , für das die Turing-Maschine M den Endzustand z_4 erreicht. Gilt dann immer, dass M auf Eingabe w nach höchstens $1,5 \cdot n + 5$ Schritten den Endzustand erreicht? (5 P)

Aufgabe 2: **Turing-Maschinen Konstruieren**

(15 Punkte)

Geben Sie eine Turing-Maschine M mit höchstens 8 Zuständen an, sodass $T(M) = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ (es gibt eine Lösung mit 6 Zuständen).

Als Begründung ist es dabei ausreichend, die prinzipielle Arbeitsweise Ihrer Turing-Maschine in Worten zu beschreiben. Erklären Sie dafür die Bedeutung der einzelnen Zustände.

Hinweis: Sie dürfen die Turing-Maschine graphisch angeben. Bedenken Sie auch, dass das Bandalphabet größer sein kann als das Eingabealphabet.