

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica



REALIZZAZIONE E CARATTERIZZAZIONE DI UN SETUP DI MISURA PER LA VALUTAZIONE DEL RUMORE DI FONDO DI GIROSCOPI MEMS

Relatore: Prof. Marcello Vanali

Correlatore: Ing. Marco Del Sarto

Tesi di Laurea di:

Alberto Soldà

Matr. 708244

Anno Accademico 2009- 2010

Ringraziamenti

Finalmente lo posso dire, è tutto finito!

Ringrazio il prof Marcello Vanali, è stato il primo a credere in questo lavoro di tesi in azienda e ad aiutarmi a portarlo avanti, rendendosi sempre disponibile, anche negli ultimi tiratissimi giorni. Grazie veramente!

Un grazie a Marco Del Sarto, che mi ha permesso di entrare come tesista in ST e di vivere per un anno intero in una realtà aziendale molto importante, direi fortemente innovatrice. La mia tesi nel campo dei giroscopi MEMS è motivo di grande soddisfazione. Mi sono trovato completamente a mio agio nel mio ruolo di tesista. Grazie!

Un grazie in particolare lo mando al Biga e alla sua immensa pazienza, anche dopo aver saggiazzato il mio disordine (e non solo!) in laboratorio. Le tue intuizioni mi sono state molto utili nell'elaborazione della tesi, compreso il programmino in Matlab dell'ultima ora. Che altro dire, ho avuto un'ottima guida in azienda, spero di avere appreso da te il massimo. Grazie di tutto!

Non posso dimenticarmi dei miei vicini d'ufficio, Lorenz e Dario, grazie anche a voi per i preziosi consigli dispensati. Un ringraziamento anche a tutti quelli che non riesco a citare, ma che ho avuto l'occasione di conoscere in ST. Grazie, mi ricorderò in particolare del vostro incoraggiamento di questi ultimi giorni prima della consegna della tesi!

Un ringraziamento speciale ovviamente lo rivolgo a mamma e papà, che mi hanno sempre sostenuto in questi anni universitari, soprattutto quando la voglia di studiare in estate era poca..

Un grazie anche allo zio Marzio e alla zia Rita.

Un grazie generalizzato a tutti i miei amici, citarvi tutti sarebbe impossibile... grazie di tutto!

Un ringraziamento a parte lo mando al nonno Aldo e alla nonna Mariuccia: grazie nonni, so di poter contare sempre sul vostro appoggio, voi che da sempre siete i miei primi e più accaniti sostenitori.

Indice

Introduzione	1
---------------------	-------	----------

Capitolo 1 – Introduzione ai giroscopi.....	4
--	----------

1.1 Che cosa è un giroscopio.....	4
1.2 I giroscopi meccanici.....	5
1.3 I giroscopi ottici.....	8
1.4 I giroscopi MEMS.....	10
1.4.1. La forza di Coriolis.....	11
1.4.2. Alcune configurazioni possibili di giroscopi MEMS.....	12
1.4.3. Modello meccanico ed elettronico di un giroscopio MEMS a masse traslanti.....	17
1.5 Le applicazioni dei giroscopi in campo ingegneristico.....	38

Capitolo 2 – Analisi di rumore nei giroscopi.....	42
--	-----------

2.1 Introduzione al rumore nella misura dei giroscopi.....	42
2.2 La varianza di Allan.....	43
2.3 Identificazione dei diversi termini di rumore presenti in un giroscopio mediante la varianza di Allan.....	49
2.3.1. Angle random walk.....	50
2.3.2. Instabilità di bias.....	52
2.3.3. Rate random walk.....	53
2.3.4. Rumore di quantizzazione.....	55
2.3.5. Rate ramp.....	56
2.3.6. Rumore sinusoidale.....	56
2.3.7. Rumore correlato esponenziale (Markov).....	57
2.3.8. Effetto combinato di tutti i rumori.....	58
2.4 Esempi e considerazioni sulla varianza di Allan.....	60
2.4.1. Effetto del filtro passa-basso interno al giroscopio.....	62
2.4.2. Effetto di un rumore sinusoidale nel segnale.....	64
2.4.3. Effetto dell'aliasing nel campionamento del segnale.....	65
2.5 Errore nell'integrazione della velocità angolare in presenza di rumore sulla misura.....	66

Capitolo 3 - Caratterizzazione del setup di misura.....	78
3.1 Descrizione del setup di misura.....	78
3.2 Analisi del rumore di fondo proprio della scheda di acquisizione DAQ	83
3.3 Analisi del rumore introdotto da un giroscopio MEMS.....	86
3.4 Comparazione del rumore tra giroscopio e scheda DAQ.....	89
3.5 Caratterizzazione della temperatura del setup di misura.....	91
3.5.1. Taratura del sensore di temperatura.....	91
3.5.2. Caratterizzazione del transitorio di temperatura.....	92
3.5.3. Variabilità della temperatura a regime.....	94
3.6 Vibrazioni indotte sul setup di misura.....	98
Capitolo 4 - Campagna di misure: comparazione del rumore tra i giroscopi.....	102
4.1 Analisi delle tecnologie costruttive impiegate nei giroscopi misurati. .	102
4.2 Validazione del modello elettro-meccanico di un giroscopio MEMS a masse traslanti.....	106
4.3 Comparazione del rumore tra i giroscopi.....	107
4.3.1. Ripetibilità dei giroscopi STMicroelectronics.....	110
4.3.2. Confronto tra i giroscopi monoassiali (yaw axis).....	119
4.3.3. Confronto tra i giroscopi biassiali (pitch and roll axis).....	122
4.4 Correlazione tra la temperatura e la misura dei giroscopi.....	126
4.5 Influenza delle vibrazioni nella misura dei giroscopi.....	130
4.6 Valutazione dell'errore di integrazione nel tempo di un segnale affetto da rumore.....	135
4.7 Modifica dell'ampiezza di oscillazione della massa di drive per ridurre il rumore di fondo di un giroscopio MEMS.....	144
Conclusioni	147
Bibliografia	149

Introduzione

Oggi, una delle attività di ricerca in ambito meccatronico più interessanti, è sicuramente quella applicata al mondo delle microtecniche. I sistemi micro elettro-meccanici, noti comunemente come *MEMS* (acronimo di “*Micro Electro-Mechanical Systems*”), sono sistemi altamente miniaturizzati, nei quali vengono integrati dispositivi di diversa natura, meccanici ed elettronici, su uno stesso circuito, realizzato solitamente mediante la tecnologia del silicio.

I campi di applicazione dei MEMS sono già numerosi e in continua espansione, potendo contare sulla disponibilità di accelerometri, di giroscopi, di microfoni, di sensori di pressione, di magnetometri (bussole), di micropompe.

I MEMS introducono numerosi vantaggi rispetto all'utilizzo di sistemi tradizionali:

- hanno un minore costo unitario, dovuto al fatto che si riesce a produrre una grande quantità di dispositivi, integrando su uno stesso substrato la parte meccanica e l'elettronica di controllo
- le dimensioni e il peso dei dispositivi MEMS sono ridotti, permettendo di essere utilizzati in ambiti dove queste caratteristiche sono ritenute essenziali
- la costruzione è robusta
- hanno un basso consumo energetico, poiché viene alimentata una microstruttura

I sistemi MEMS hanno subito una progressiva evoluzione, passando dall'essere argomento di ricerca pochi anni fa, fino ad arrivare oggi a una maturità che li ha portati ad essere commercializzati e inseriti in numerose applicazioni.

Gli accelerometri e i giroscopi MEMS vengono utilizzati in campo automobilistico per misurare le componenti di accelerazione e velocità angolare dell'automobile, permettendo di segnalare ad esempio situazioni pericolose per i passeggeri, come la possibilità di sbandata o di ribaltamento. Questi sensori vengono impiegati inoltre nella costruzione di sistemi di navigazione inerziali (*INS*, “*Inertial navigation systems*”) particolarmente compatti. L'utilizzo di sistemi MEMS in ambito medicale è ancora un universo da esplorare, la tecnologia attuale permette ad esempio la realizzazione di micropompe per il rilascio di insulina; molte sono le applicazioni che in questo ambito potranno essere sviluppate nei prossimi anni. Probabilmente, l'ambito che oggi sta facendo conoscere i sistemi MEMS al pubblico è il settore dell'elettronica di consumo; accelerometri e giroscopi MEMS vengono integrati nei navigatori satellitari GPS, si consideri inoltre l'introduzione della stabilizzazione d'immagine nelle moderne fotocamere, resa possibile dall'utilizzo di giroscopi

MEMS, grazie a costi e dimensioni ridotti. L'utilizzo dei dispositivi MEMS è arrivato fino al settore videoludico, mediante la realizzazione di controller innovativi e dispositivi cellulari evoluti.

Visti i molteplici utilizzi dei sistemi MEMS, risulta molto interessante conoscere le prestazioni di questi sensori, in modo tale da valutare l'applicabilità di ogni dispositivo in un determinato campo di applicazione.

Tra tutti i parametri d'interesse presenti nei giroscopi, è necessario citare la sensibilità del sensore, la stabilità di lungo periodo, che permette di valutare se il sensore garantisce la ripetibilità delle misure nel tempo, e il rumore di fondo, che è un parametro molto utile, nei sistemi di navigazione GPS, per valutare l'errore commesso nell'integrare il segnale di velocità angolare, affetto da rumore.

Il lavoro di tesi riguarda proprio un'analisi dettagliata del rumore di fondo presente nei giroscopi MEMS, con la successiva realizzazione e caratterizzazione di un setup di misura dedicato.

Nel primo capitolo si descriverà il principio di funzionamento dei giroscopi meccanici, ottici e, in dettaglio, dei giroscopi MEMS. Questi ultimi misurano una velocità angolare mediante la rilevazione della forza apparente di Coriolis. Verrà introdotto un modello analitico di giroscopio MEMS a masse traslanti, ponendo l'attenzione all'interazione tra la componente meccanica e la componente elettronica del dispositivo; a supporto del modello elettromeccanico, verranno fornite alcune nozioni riguardo la tecnica della demodulazione e riguardo gli errori di quadratura e di offset, caratteristici dei giroscopi MEMS.

Nel secondo capitolo seguirà un'analisi dettagliata dei contributi di rumore presenti nella misura dei giroscopi, osservabili mediante la densità di potenza spettrale del segnale (*PSD*, “*power spectral density*”), oppure equivalentemente, mediante la *varianza di Allan*. La PSD è una tecnica operante nel dominio delle frequenze, mentre la varianza di Allan opera nel dominio del tempo; entrambe le tecniche sono valide per caratterizzare il rumore di un giroscopio e possono essere utilizzate insieme, comparandone i risultati, per caratterizzare nel miglior modo possibile il rumore di fondo dei giroscopi. Si procederà quindi a valutare l'effetto che il rumore introduce sull'integrazione del segnale.

Nel terzo capitolo si descriverà il setup realizzato e si validerà la catena degli strumenti di misura; la maggiore criticità è garantire, nella catena di misura, un livello di rumore inferiore rispetto al rumore di fondo proprio dei giroscopi, in modo da garantire la misurabilità degli stessi. Verrà inoltre caratterizzata la cella di Peltier, utilizzata per stabilizzare la temperatura del setup di misura; infine si misurerà il livello di vibrazioni introdotte dall'accensione della cella di Peltier utilizzata.

Il quarto capitolo mostrerà i risultati della campagna sperimentale condotta su diversi giroscopi MEMS. Verrà valutata la bontà di adattamento del modello

elettro-meccanico di giroscopio (presentato nel primo capitolo) con i risultati sperimentali. Quindi verranno confrontate le prestazioni tra i giroscopi misurati, mediante l'utilizzo del modello di rumore di fondo studiato nel secondo capitolo. Si mostrerà l'influenza della temperatura e delle vibrazioni nelle misure di rumore dei giroscopi, in seguito si valuterà l'errore di integrazione del rumore di due giroscopi MEMS misurati, comparandone i risultati. Come ultima analisi, riferendosi al modello elettro-meccanico studiato, si proverà a variare un parametro caratteristico dei giroscopi MEMS, allo scopo di ridurre il rumore di fondo, aumentando il rapporto segnale-rumore.

Capitolo 1

Introduzione ai giroscopi

Nel primo capitolo si presentano le tecnologie adoperate per le realizzazione di giroscopi (meccanici, ottici, con elemento vibrante, MEMS). Particolare attenzione è stata posta nell'illustrare il principio di funzionamento di un giroscopio MEMS, oggetto di questa tesi, descrivendone la struttura meccanica e l'interfaccia elettronica. Infine sono stati illustrati i principali campi di utilizzo dei giroscopi, ponendo l'attenzione sui vantaggi di scegliere un dispositivo MEMS in alcune applicazioni.

1.1 **Che cosa è un giroscopio**

Il giroscopio è un dispositivo usato per misurare la velocità angolare di un corpo in uno spazio inerziale. Il suo nome discende del greco “*gyros*” (rivoluzione) e “*skoipein*” (guardare): a differenza di quanto comunemente creduto, questo nome non deriva dalla sua configurazione più comune (giroscopio cardanico) che sfrutta la rotazione di una massa rotante a gran velocità e il cui asse di rotazione, per inerzia, mantiene un orientamento costante; piuttosto è da attribuirsi al fatto che con esso lo scienziato francese Jean Bernard Leon Foucault dimostrò la rotazione della terra intorno al proprio asse [1].

Esistono diversi principi fisici che possono essere utilizzati per la realizzazione di questo dispositivo e pertanto si fornirà una panoramica sui differenti tipi di giroscopio, con l’obiettivo di comprendere l’evoluzione dei dispositivi in esame e di apprezzare i vantaggi che si hanno utilizzando le tecnologie di microlavorazione del silicio.

1.2 I giroscopi meccanici

I giroscopi meccanici sono stati i primi, in ordine temporale, ad esser prodotti. Questi sono costituiti da un corpo che possiede un elevato momento di inerzia lungo l'asse x rispetto al quale viene messo in rotazione con velocità ω .

Quando si impone al corpo un momento M in direzione y ortogonale alla velocità di rotazione, il corpo inizia a ruotare in direzione z , ortogonale ai due precedenti assi, con velocità Ω . Tale momento viene ricavato misurando la deformazione di una molla di torsione [2].

Come esempio a quanto brevemente introdotto, si analizza il sistema giroscopico con sospensione cardanica riportato in Figura 1.1, nel quale l'incernieramento è fatto in maniera tale da permettere rotazioni indipendenti attorno agli assi x , y e z [3].

Si consideri dapprima il caso in cui il giroscopio è fermo: l'effetto della forza peso indicata sarà quello di mettere il dispositivo in rotazione attorno all'asse y . Se il sistema, invece, si muove attorno all'asse x con una velocità angolare ω sufficientemente elevata, l'effetto dell'applicazione del peso sarà diverso, perché, a differenza del caso precedente, il giroscopio ha un suo momento angolare L , diretto lungo l'asse x .

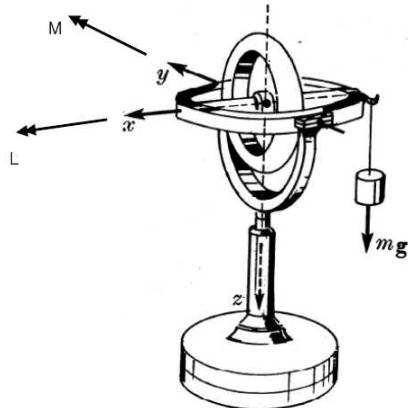


Figura 1.1: Giroscopio meccanico con sospensione cardanica

Per capire cosa determina in questa situazione l'applicazione della forza peso indicata in Figura 1.1, si osservi innanzitutto che essa ha, rispetto al baricentro del sistema, un momento M non nullo diretto lungo l'asse y e, quindi, perpendicolare al momento angolare L . Dalla seconda equazione cardinale della dinamica segue che, nel tempo dt , il momento della quantità di moto subisce una variazione:

$$dL = M dt \quad (1.1)$$

che avviene sempre nella direzione del momento agente. La variazione dL , di cui è responsabile il peso, dovrà essere sommata vettorialmente al momento angolare che il sistema possiede per il fatto di ruotare attorno ad x ed il risultato è visibile nella Figura 1.2.

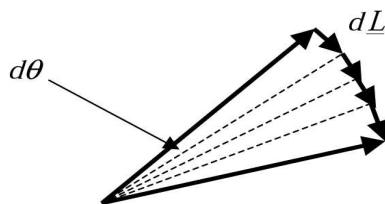


Figura 1.2: Spostamento della direzione del momento angolare in un moto di precessione

In sostanza, ciò che si verifica è che il modulo del momento angolare resta inalterato, ma varierà la sua direzione e, con essa, la posizione dell'asse di rotazione: l'effetto dell'applicazione della forza peso, pertanto, sarà un moto di precessione a cui è associato un vettore velocità angolare diretto lungo z. È importante sottolineare che la rotazione attorno a quest'ultimo asse è possibile perché il giroscopio trascina con sé il corpo appeso e, pertanto, il momento M (e con esso la variazione dL) si mantiene sempre perpendicolare al vettore L , la cui direzione, però, varia nel tempo. Per calcolare la velocità angolare Ω del moto di precessione, si indica con $d\theta$ l'angolo di cui si sposta la direzione di L :

$$dL = L \cdot d\theta \quad (1.2)$$

mentre la velocità angolare del moto di precessione Ω è così esprimibile :

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.3)$$

Sostituendo in quest'ultima relazione la 1.2 e ricordando che:

$$L = I_x \omega \quad (1.4)$$

dove I_x è il momento d'inerzia del giroscopio rispetto all'asse x, si ottiene la formulazione matematica della legge del giroscopio :

$$\Omega = \frac{dL}{Ldt} = \frac{M}{L} = \frac{M}{I_x \omega} \quad (1.5)$$

La spiegazione che si è data sul moto di precessione è valida solo se è verificata la condizione:

$$\omega \gg \Omega \quad (1.6)$$

perché, nel calcolo del momento della quantità di moto totale del giroscopio, si è considerato solo la rotazione attorno all'asse x, trascurando quella dovuta al moto di precessione; tale maniera di procedere è sicuramente lecita se è verificata la relazione 1.6, in quanto, in tal caso, il movimento attorno all'asse z è così lento che non influenza significativamente il modulo del momento angolare totale del sistema.

Costruendo una sospensione che supporta un disco rotante è possibile realizzare due tipi di misuratori meccanici di velocità angolare: i SDFG (*Single Degree of Freedom Gyro*), che hanno un solo grado di libertà, perché il disco rotante può muoversi unicamente attorno ad un solo asse, ed i 2DFG (*Two Degree of Freedom Gyro*), che, invece, possiedono due gradi di libertà (Figura 1.3) [2].

La tecnologia di costruzione è detta *strapdown*, ovvero priva di sospensione cardanica (*gimbal*); questi sistemi, invece di utilizzare complessi sistemi servoassistiti per mantenere la piattaforma di montaggio del giroscopio con una orientazione fissa, vincolano il giroscopio direttamente al telaio e, mediante una trasformazione di coordinate, passano dal sistema solidale al telaio del veicolo alle coordinate del sistema inerziale [4].

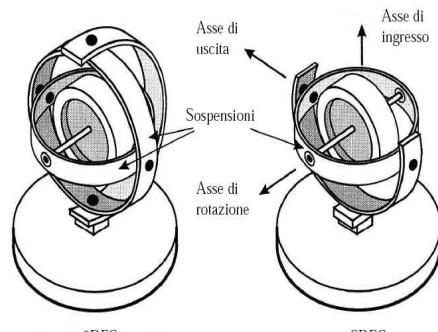


Figura 1.3: Schematizzazione dei giroscopi meccanici 2FG e SDFG

Entrambi i tipi di giroscopi meccanici sono costituiti da un disco rotante a velocità sufficientemente elevata, montato su una sospensione a cuscinetti, che è collegata alla rimanente struttura tramite una o due barre (rispettivamente per SDFG e 2DFG), sottoposte a torsione in presenza di spostamento dovuto a effetto giroscopico.

A causa di una rotazione attorno all'asse di ingresso, la sospensione si muove attorno all'asse di uscita di un angolo θ , misurato tramite un trasduttore; l'intero sistema viene poi chiuso ermeticamente all'interno di un contenitore riempito di gas inerte, assicurando al dispositivo un certo coefficiente di smorzamento.

Il motivo per il quale mancano giroscopi meccanici a tre gradi di libertà sta proprio nel fatto che un grado è destinato a sostenere il disco ruotante, mentre i rimanenti due sono dedicati alla torsione dovuta al moto giroscopico.

La realizzazione di questi dispositivi è problematica, sia per quanto riguarda l'assemblaggio delle varie parti, sia per ciò che concerne la scelta dei materiali da usare, in quanto questi ultimi devono essere caratterizzati da stabilità meccanica, bassi valori dei coefficienti di dilatazione termica ed elevata conducibilità termica. In particolare, l'ultima proprietà è necessaria per evitare il surriscaldamento del sistema, che causerebbe non solo una variazione della viscosità del fluido che circonda il giroscopio, ma anche una dilatazione dei materiali utilizzati, cosa che spiega la necessità di avere anche coefficienti di espansione termica minimi.

1.3 I giroscopi ottici

Il principio fisico su cui si fonda il funzionamento del giroscopio ottico è l'*effetto Sagnac* [3], secondo il quale “*due raggi di luce controrotanti in un anello cambiano di fase quando l'anello viene fatto ruotare*” (Figura 1.4).

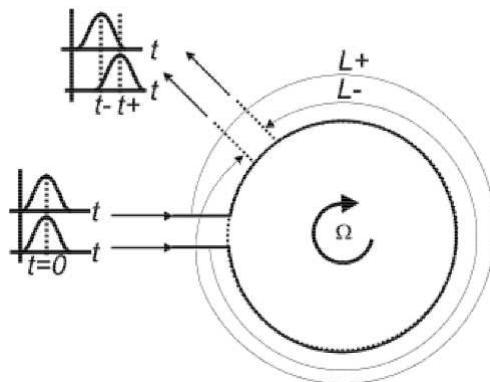


Figura 1.4: In un giroscopio ottico, quando l'anello viene fatto ruotare, i due raggi di luce controrotanti nell'anello cambiano di fase

I giroscopi ottici vengono suddivisi in diverse categorie, tra le quali è possibile citare [2], [4]:

- *Giroscopi interferometrici a Fibre Ottiche - Interferometric Fiber Optic Gyros (IFOG)*
- *Giroscopi ad Anello Laser - Ring Laser Gyros (RLG)*

L'effetto dello spostamento di fase tra due fasci di luce controrotanti, viene applicato nel *giroscopio IFOG*, in cui l'energia luminosa proveniente dalla sorgente viene ripartita dall'accoppiatore in modo che metà viaggi in senso orario e il resto in senso antiorario; la misura della velocità angolare viene eseguita grazie al fotorivelatore, su cui arriva una radiazione di intensità variabile con ω a causa dello sfasamento esistente tra le due onde uscenti dall'avvolgimento di fibra (Figura 1.5).

Lo spostamento di fase tra i fasci di luce che si propagano in direzione opposta:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi RL}{c\lambda}\omega \quad (1.7)$$

dove R è il raggio dell'anello, L la lunghezza del percorso, c la velocità della luce, λ la lunghezza d'onda e ω la velocità angolare.

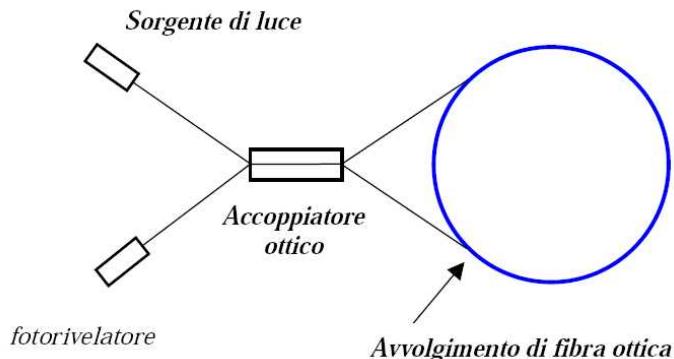


Figura 1.5: Schema di principio un giroscopio IFOG

Nel *giroscopio ad anello laser (RLG)*, i fasci di luce laser generati viaggiano in direzioni opposte in un cammino luminoso chiuso, usualmente caratterizzato dalla presenza di tre o quattro specchi che devono essere di elevata qualità per contenere le perdite ai livelli più bassi (Figura 1.6).

L'uscita del giroscopio ad anello laser è la differenza di frequenza:

$$\Delta f = \frac{4A}{\lambda L}\omega \quad (1.8)$$

dove L rappresenta il perimetro del cammino della luce (triangolare o quadrata) e A è l'area racchiusa dallo stesso perimetro.

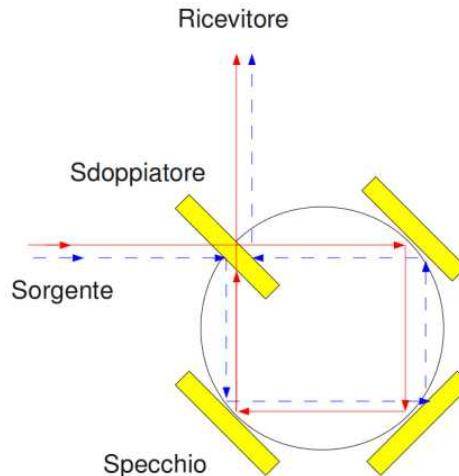


Figura 1.6: Giroscopio ottico ad anello laser

In conclusione i giroscopi ottici sono dispositivi molto accurati e affidabili che non hanno problemi di usura o di invecchiamento. Essi sono però affetti da un costo elevato che ha portato ad analizzare possibili alternative, tra le quali, negli ultimi anni, stanno ricoprendo un ruolo sempre più importante i giroscopi costruiti con tecnologia MEMS.

1.4 I giroscopi MEMS

Un giroscopio MEMS (“*Micro Electro-Mechanical Systems*”, ovvero “*Sistemi Micro Elettro-Meccanici*”) combina il sensore MEMS stesso ad un circuito integrato, realizzato appositamente per processare l’uscita del sensore; questa interfaccia elettronica, definita *ASIC* (“*Application Specific Integrated Circuit*”), viene integrata in una singola struttura insieme al sensore meccanico [6]. Il sensore meccanico è composto dalle seguenti parti:

- una massa di drive, oscillante alla sua frequenza di risonanza, attuata mediante pettini capacitivi con controllo in retroazione;
- una massa di sense, eccitata dalla forza di Coriolis nel momento in cui una velocità angolare viene applicata al giroscopio.

L’interfaccia ASIC successivamente converte la misura dello spostamento causato dalla forza di Coriolis in una differenza di potenziale, leggibile dagli strumenti di misura (Figura 1.7).

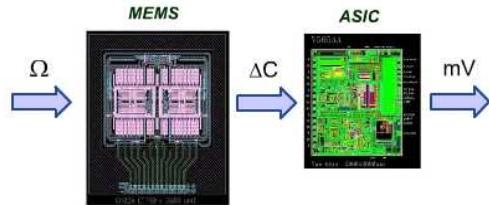


Figura 1.7: L'interfaccia meccanica misura la velocità angolare come una variazione di capacità, mentre l'elettronica converte successivamente il segnale in un potenziale elettrico

1.4.1. La forza di Coriolis

I giroscopi inerziali MEMS sono costituiti da masse vibranti che sfruttano le forze di inerzia che nascono per effetto del moto del sensore rispetto ad un sistema di riferimento non inerziale. Si consideri, infatti, un corpo di dimensioni trascurabili dotato di massa m in moto con velocità costante \underline{v} relativa ad un sistema non inerziale (Figura 1.8); se il sistema di riferimento relativo è, a sua volta, in moto con velocità angolare $\underline{\omega}$, rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, sul corpo agisce una forza inerziale, definita forza di Coriolis [3]:

$$F_{Coriolis} = -2 \cdot m \cdot \underline{\omega} \wedge \underline{v} \quad (1.9)$$

L'effetto della forza di Coriolis quindi genera uno spostamento della massa m in direzione perpendicolare alla velocità \underline{v} di cui è dotata la massa stessa; tale spostamento è correlato linearmente alla velocità angolare da misurare e può essere letto mediante la misura di una variazione di capacità.

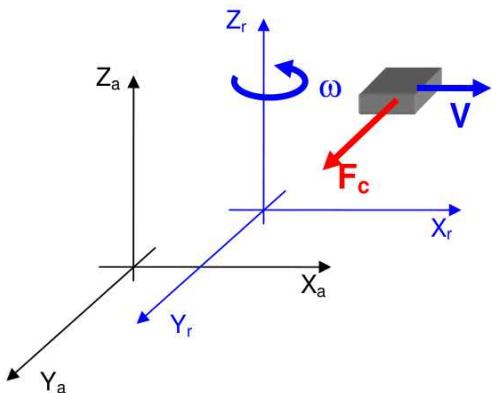


Figura 1.8: Forza di Coriolis agente su un corpo di massa m in moto con velocità costante rispetto ad un sistema di riferimento non inerziale

1.4.2. Alcune configurazioni possibili di giroscopi MEMS

La forza di Coriolis può essere rilevata mediante diverse modalità. Il principio che sottende le diverse tipologie di giroscopi MEMS è però lo stesso; una massa viene attuata in direzione di driving, mentre la velocità angolare viene rilevata nella direzione perpendicolare di sensing, come visibile in Figura 1.9.

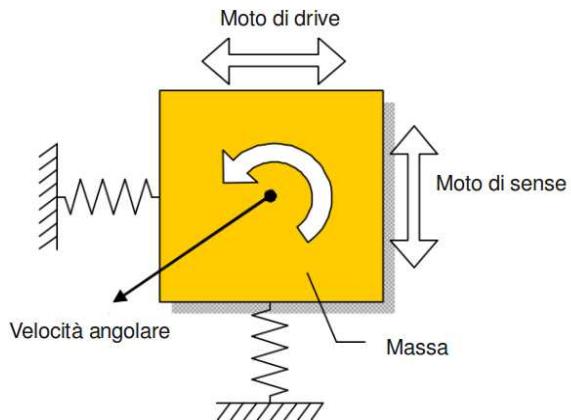


Figura 1.9: Modello di un giroscopio MEMS

Alcune tipologie costruttive di giroscopi MEMS, tra le più utilizzate a livello industriale, sono:

- giroscopio MEMS a masse traslanti
- giroscopio MEMS ad assi rotanti
- giroscopio MEMS a rebbi vibranti (“*Tuning fork gyro*”)

Nel giroscopio MEMS a masse traslanti [5], [6], si considera un sistema a due gradi di libertà lungo le direzioni x e y, costituito da due masse congiunte tramite una molla e sottoposto all'azione di una forzante in direzione di drive, per cui le masse traslano con velocità v lungo l'asse x; nel momento in cui al sistema viene imposta una velocità angolare ω lungo l'asse z (perpendicolare al piano x-y), compare una forza F_c diretta in direzione di sense (asse y), su entrambe le masse, che è appunto la forza di Coriolis (Figura 1.10).

Se il moto di attuazione è di tipo oscillatorio, lo è anche la forza indotta e poiché da essa dipende la forza di Coriolis (tramite la velocità relativa v), anche quest'ultima ha andamento oscillante. Questo comporta un moto vibratorio sia lungo x che lungo y, moto che in prima approssimazione viene sempre ritenuto disaccoppiato; entrambe le direzioni, quindi, presentano un proprio modo di vibrare e sono dotati di pulsazione propria.

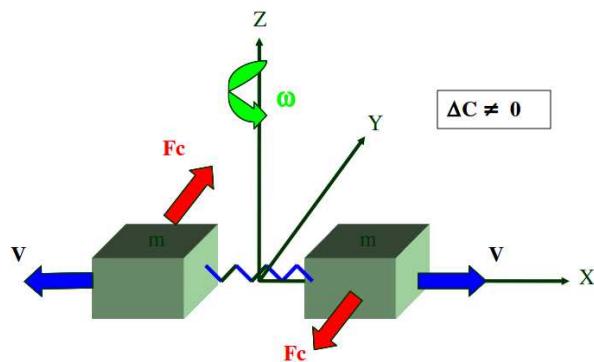


Figura 1.10: Giroscopio MEMS a masse traslanti;
quando viene applicata una velocità angolare, le masse
oscillano in controfase

Il funzionamento del sensore è basato su interfacce di tipo capacitivo: pettini interdigitati posti lungo l'asse di attuazione consentono il moto delle masse in tale direzione, mentre pettini paralleli consentono il moto lungo l'asse di rivelazione.

Quando il sistema ruota, le forze di Coriolis sulle due masse si trovano sempre con verso opposto e la rotazione angolare viene misurata mediante la differenza di capacità tra i due lati (Figura 1.10); quando un'accelerazione lineare viene

applicata al sensore, entrambe le masse si muovono nella stessa direzione, quindi non c'è differenza di capacità e il risultato è nullo (Figura 1.11).

Questa configurazione di giroscopio considera un'attuazione elettrostatica e una rivelazione capacitiva differenziale.

Comparato all'approccio a singola massa, il giroscopio MEMS a due masse traslanti è intrinsecamente insensibile alle accelerazioni lineari e alle vibrazioni indotte sul sensore, permettendo di misurare unicamente le velocità angolari.

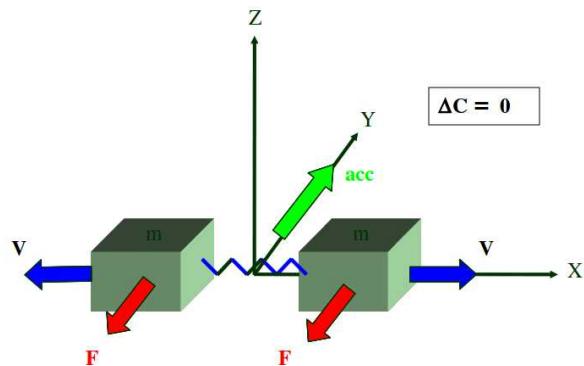


Figura 1.11: Giroscopio MEMS a masse traslanti; quando viene applicata un'accelerazione lineare, le masse oscillano in fase e la misura viene reiettata

Si illustra ora la struttura di un'altra tipologia di dispositivi, ovvero il giroscopio MEMS ad assi rotanti [5], [6]. Tale sensore è costituito da una massa di drive oscillante, attuata mediante piatti capacitivi che circondano la struttura; all'interno della massa di drive si trovano due alette, ovvero le masse di sense (Figura 1.12), che oscillano in direzione perpendicolare al drive solamente quando viene applicata una velocità angolare al sense.

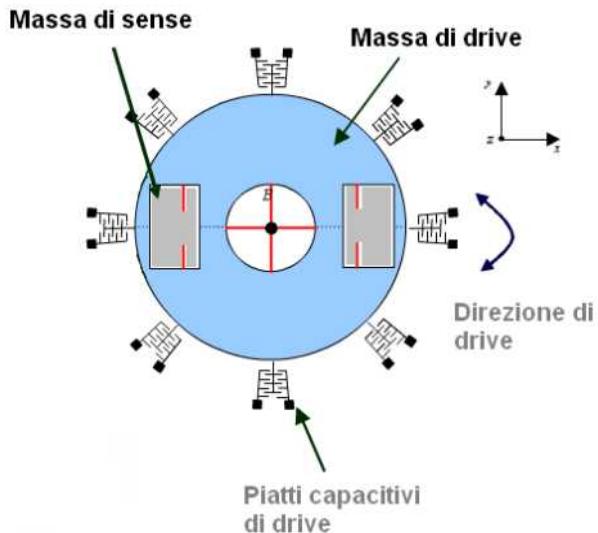


Figura 1.12: Modello di un giroscopio MEMS monoassiale ad asse rotante

Quando non viene applicata una velocità angolare sull'asse di rotazione del giroscopio, le alette di sense non oscillano (Figura 1.13) e non si presenta una variazione di capacità tra le ali stesse e i piatti sottostanti (Figura 1.15).

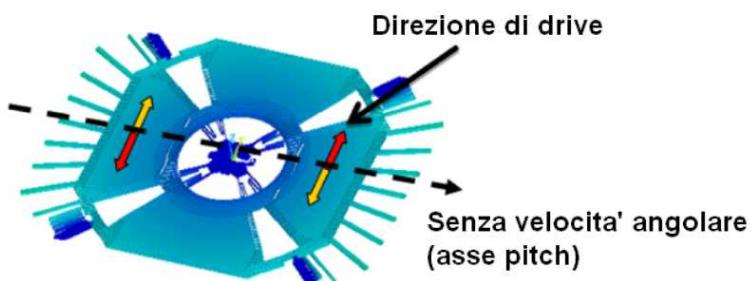


Figura 1.13: Giroscopio ad asse singolo rotante in assenza di velocità angolare

Viceversa, quando una velocità angolare viene applicata al giroscopio, le alette di sense oscillano (Figura 1.14), determinando una variazione di capacità tra le alette stesse e i piatti sottostanti (Figura 1.15) che viene letta dall'interfaccia elettronica. Il giroscopio ad assi rotanti inoltre reietta le accelerazioni lineari e le vibrazioni, come succede per il giroscopio a masse traslanti.

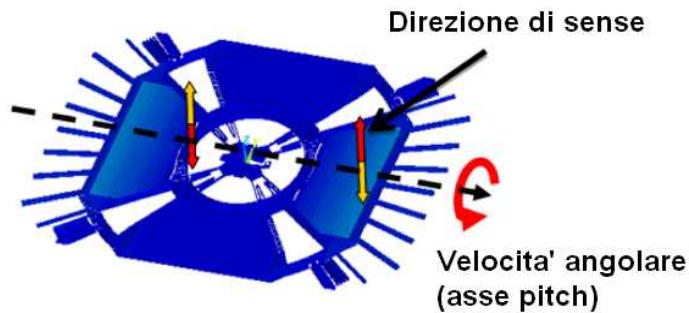


Figura 1.14: Giroscopio ad asse singolo rotante in presenza di velocità angolare

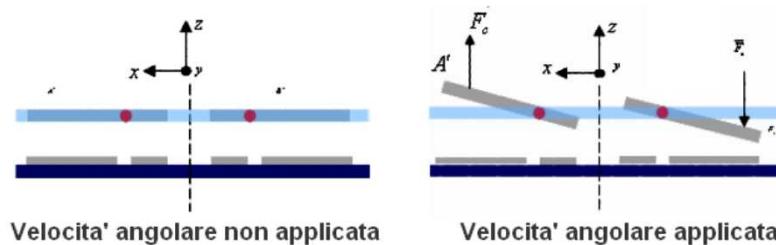


Figura 1.15: La variazione di capacità tra le masse e i piatti di sense permette di misurare la velocità angolare nei giroscopi a singolo asse rotante

Esiste una categoria di giroscopi che sfrutta la forza di Coriolis per mettere in vibrazione un diapason: vengono comunemente chiamati *tuning fork gyro* (Figura 1.16) [5]. I due rebbi vengono fatti oscillare in controfase nel piano xy con velocità esprimibile nella seguente maniera :

$$v = v_0 \cos(2\pi f_0 t) \quad (1.10)$$

ma se si ha una rotazione attorno all'asse x indicato essi cominceranno a vibrare anche lungo z per effetto dell'accelerazione di Coriolis :

$$a_{cor} = 2v\omega = 2\omega v_0 \cos(2\pi f_0 t) \quad (1.11)$$

e l'ampiezza di tale oscillazione sarà proporzionale alla velocità angolare. Si osserva che per il corretto funzionamento del dispositivo è assolutamente fondamentale far vibrare i rebbi in controfase, perché solo quando è verificata questa condizione la forza di Coriolis riesce a far ruotare il diapason attorno all'asse x, generando una coppia che sarà equilibrata dal momento torcente dovuto alla piccola asta, che supporta i due rebbi.

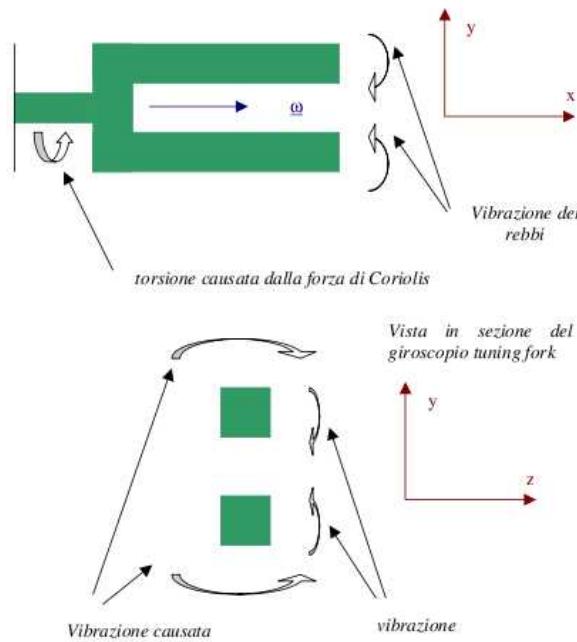


Figura 1.16: Principio di funzionamento del giroscopio tuning fork

Al fine di aumentare la sensibilità del sistema, si fa in modo che la frequenza f_0 coincida con quella di risonanza torsionale della struttura, ma questa scelta non permette comunque di risolvere alcuni problemi dei diapason metallici; questi ultimi, infatti, al variare della temperatura non solo presentano un cambiamento delle proprietà elastiche, ma l'applicazione di gradienti di temperatura sulla struttura potrebbe disallineare i centri di massa dei rebbi, determinando un momento aggiuntivo, che causa evidentemente un errore sulla misura. Molti dei problemi discussi sono stati superati quando si è deciso di costruire i diapason usando cristalli di quarzo, realizzando sensori di piccole dimensioni (sensori MEMS, pochi millimetri sia di ampiezza che di larghezza) e con costi contenuti grazie alle tecniche di microlavorazione sviluppate per inserire tali cristalli negli orologi da polso.

1.4.3. Modello meccanico ed elettronico di un giroscopio MEMS a masse traslanti

Si approfondisce ora il modello di un giroscopio MEMS a masse traslanti, in quanto riguarda la maggioranza delle misure effettuate nella parte sperimentale della tesi; tale modello è inoltre raffrontabile concettualmente con il giroscopio ad assi rotanti, nell'ipotesi di sostituire, ad un moto di traslazione delle masse di sense e di drive, un moto di rotazione delle stesse.

La struttura meccanica di un giroscopio MEMS a masse traslanti è rappresentata in Figura 1.17. Il sensore è composto di due masse di drive aventi una struttura a C, sostenuta esternamente mediante molle di tipo laminare, che permettono alle masse di drive di muoversi unicamente nella direzione di drive; internamente a tali strutture a C si trovano le masse di sense, vincolate mediante molle che permettono il movimento nella sola direzione di sense. L'architettura permette quindi di evitare l'accoppiamento meccanico tra il moto lungo la direzione di attuazione e quello di misura.

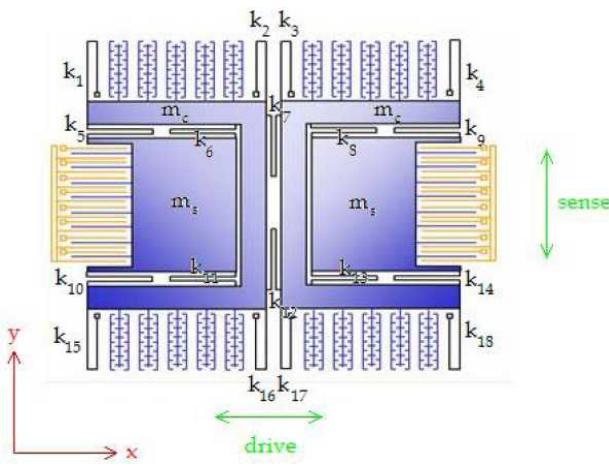


Figura 1.17: Giroscopio MEMS a masse traslanti

La parte meccanica del sensore e l'elettronica di controllo possono essere integrati sullo stesso substrato di silicio oppure su due strati separati [6]. I due sistemi comunicano grazie alle connessioni elettriche che consentono di imporre una differenza di potenziale alle diverse parti che compongono la struttura meccanica.

L'interfaccia elettronica (Figura 1.18), presente nel giroscopio, permette il controllo del moto delle masse di drive (interfaccia di drive) e la lettura dello spostamento delle masse di sense (interfaccia di sense).

L'interfaccia di drive non solo ha il compito di produrre e mantenere a velocità costante il moto di attuazione, in direzione di drive, ma soprattutto deve essere in grado di imporre un moto armonico alla frequenza di risonanza del modo di vibrare in controfase lungo la direzione di drive. A causa di errori dovuti al processo di produzione, la frequenza di risonanza di drive f_{dr} non coincide con quella di progetto, compito dell'elettronica è quello di individuare tale frequenza e mantenere poi questa oscillazione durante il funzionamento del sensore, mediante un controllo in retroazione.

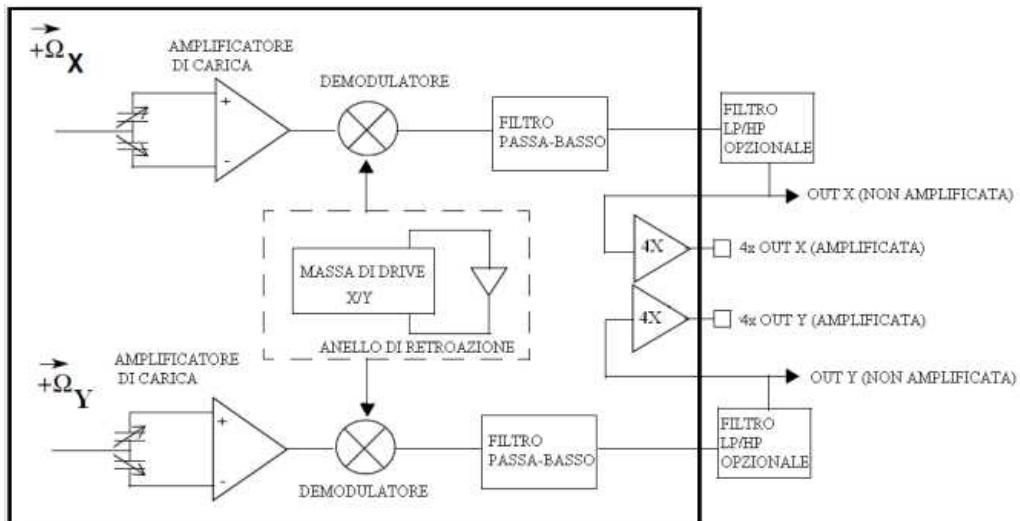


Figura 1.18: Schema di funzionamento dell'interfaccia elettronica di un giroscopio MEMS biaxiale a masse traslanti X-Y

Questo moto è necessario al fine di generare nella direzione di sense, se è presente una velocità di rotazione, una componente d'accelerazione di Coriolis. Il blocco *amplificatore di carica* riceve in ingresso la variazione di carica prodotta per effetto del moto delle masse di sense in direzione y e restituisce un segnale in tensione proporzionale allo spostamento delle suddette masse. Il blocco *demodulatore* permette di isolare il contributo in frequenza fornito dalla velocità angolare $Ω$, ricevendo in ingresso due segnali:

- la tensione, proporzionale allo spostamento delle masse di sense, in direzione di sense, in uscita dal blocco *amplificatore di carica*;
- un segnale sinusoidale con frequenza pari alla frequenza di oscillazione delle masse di drive; tale segnale è prodotto dall'elettronica di controllo (interfaccia di drive).

In uscita al demodulatore viene applicato un filtro passa-basso che isola la componente relativa alla velocità angolare $Ω$; l'uscita può essere infine amplificata mediante un guadagno proporzionale 4X.

Si procede quindi alla descrizione analitica del sensore:

- 1) Dinamica della massa di drive
- 2) Dinamica della massa di sense
- 3) Interfaccia elettronica e demodulazione del segnale
- 4) Modello numerico in Simulink

1) Dinamica della massa di drive

Il moto del sistema dinamico lungo la direzione x di una delle due masse mobili sospese, viene descritto mediante un'equazione differenziale del second'ordine:

$$m \ddot{x} + r_x \dot{x} + k_x x = F_{drive}(t) \quad (1.12)$$

dove:

- $m = m_s + m_{dr}$ è la massa mobile sospesa, costituita dal drive e dal sense, posta in movimento lungo l'asse x;
- r_x è il coefficiente di smorzamento dovuto all'attrito viscoso dell'aria lungo l'asse x;
- k_x è la costante elastica delle molle lungo l'asse x;
- F_{drive} è la forza elettrostatica di attuazione

In assenza di forzante esterna, il sistema è libero di oscillare alla *pulsazione propria di drive*:

$$\omega_{dr} = \sqrt{\frac{k_x}{m}} \quad (1.13)$$

ma, per effetto dello smorzamento viscoso, tale oscillazione tende ad annullarsi [7]; si considera quindi un *fattore di merito di drive*:

$$Q_{dr} = \frac{1}{2\xi} \quad (1.14)$$

dove $\xi = \frac{r_x}{r_c}$ è il coefficiente di smorzamento adimensionale, avente smorzamento critico $r_c = 2m\omega_{dr}$.

Fatta questa premessa, si considera una forza di attuazione elettrostatica di tipo armonico:

$$F_{drive}(t) = F_0 \cos(\Omega_{dr} t) = \Re(F_0 e^{j\Omega_{dr} t}) \quad (1.15)$$

di modulo F_0 e fase θ nulla.

Sostituendo la 1.14 nella 1.11, l'equazione di moto risulta:

$$\ddot{x} + \frac{\omega_{dr}}{\Omega_{dr}} \dot{x} + \omega_{dr}^2 x = \frac{F_0}{m} \cdot \cos(\Omega_{dr} t) \quad (1.16)$$

La soluzione dell'equazione differenziale 1.16 è somma dell'integrale generale $x_G(t)$ dell'omogenea associata e dell'integrale particolare $x_P(t)$, dovuto al termine noto, ossia la forzante di drive $F_{drive}(t)$:

$$x(t) = x_G(t) + x_P(t) \quad (1.17)$$

L'integrale generale $x_G(t)$ dell'omogenea associata, che descrive il transitorio iniziale, nel caso di smorzamento reale ($r>0$), definisce un moto smorzato tendente a zero. La soluzione a regime è invece descritta dall'integrale particolare $x_P(t)$; la soluzione a regime, in campo complesso, è rappresentata da:

$$x_P = X_P e^{j\Omega_{dr}t} = |X_P| e^{j(\Omega_{dr}t + \phi)} \quad (1.18)$$

mentre l'effettiva soluzione, proiezione sull'asse reale del vettore complesso rotante, risulta:

$$x_P(t) = \Re(X_P e^{j\Omega_{dr}t}) = |X_P| \cos(\Omega_{dr}t + \phi) \quad (1.19)$$

L'ampiezza della vibrazione, mediante semplici passaggi, si ricava come:

$$|X_P| = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_{dr}^2 - \Omega_{dr}^2)^2 + r_x^2 \Omega_{dr}^2}} \quad (1.20)$$

mentre la fase:

$$\phi = \text{atan} \left(\frac{-r_x \Omega_{dr}}{m(\omega_{dr}^2 - \Omega_{dr}^2)} \right) \quad (1.21)$$

Per ottenere la massima amplificazione dell'attuazione, la forza elettrostatica $F_{dr}(t)$ viene sintonizzata alla frequenza di drive $\Omega_{dr} = \omega_{dr}$, mediante un anello di retroazione con controllo PID, mandando in risonanza il sistema:

$$|X_p| = x_{max} = \frac{F_0 Q_{dr}}{k_x} \quad (1.22)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} \quad (1.23)$$

Il moto di attuazione del drive viene quindi posto in risonanza per ottenere la massima amplificazione dello spostamento. L'equazione 1.19, in tale caso diventa:

$$x_p(t) = \frac{F_0 Q_{dr}}{k_x} \cdot \cos\left(\omega_{dr} t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{F_0 Q_{dr}}{k_x} \cdot \sin(\omega_{dr} t) = -x_{max} \cdot \sin(\omega_{dr} t) \quad (1.24)$$

mentre la velocità di moto del drive si ottiene derivando la 1.24:

$$\dot{x}_p(t) = -\frac{\omega_{dr} F_0 Q_{dr}}{k_x} \cdot \cos(\omega_{dr} t) = -\omega_{dr} x_{max} \cdot \cos(\omega_{dr} t) \quad (1.25)$$

2) Dinamica della massa di sense

Si considera ora l'equazione di moto in direzione di sense, ovvero lungo l'asse y, di una delle due masse di sense:

$$m_s \ddot{y} + r_y \dot{y} + k_y y = F_{cor}(t) \quad (1.26)$$

Mentre nella direzione di drive è l'intero sistema meccanico a muoversi (composto di massa di drive e di sense), nella direzione di sense concorre al movimento solo la massa di sense m_s . Inoltre si è considerato il coefficiente di smorzamento dovuto all'attrito viscoso dell'aria r_y ed è stata introdotta la rigidezza delle molle k_y . La forza di Coriolis applicata sulla massa di sense lungo l'asse y risulta:

$$F_{cor}(t) = -2 m_s \underline{\Omega}(t) \times \underline{v}(t) = -2 m_s \cdot \underline{\Omega}(t) \cdot [-\omega_{dr} x_{max} \cdot \cos(\omega_{dr} t)] \quad (1.27)$$

Infatti, la rotazione $\underline{\Omega}(t)$ intorno all'asse z (perpendicolare al piano x-y) si combina con la velocità di attuazione del drive $\underline{v}(t) = \dot{\underline{x}}$, generando una forza di Coriolis sull'asse y di sense.

Nell'ipotesi semplificativa che la velocità angolare abbia un andamento cosinusoidale pari a $\Omega(t) = \Omega_0 \cdot \cos(\omega_c t)$, la forza di Coriolis diventa:

$$F_{cor}(t) = 2(m_s \Omega_0 \omega_{dr} x_{max}) \cdot \cos(\omega_{dr} t) \cos(\omega_c t) \quad (1.28)$$

È quindi possibile esprimere la 1.28 mediante le formule di Werner:

$$F_{cor}(t) = (m_s \Omega_0 \omega_{dr} x_{max}) \cdot \{\cos(\omega_{dr} + \omega_c)t + \cos(\omega_{dr} - \omega_c)t\} \quad (1.29)$$

Semplificando la notazione, la forza di Coriolis può essere quindi vista come:

$$F_{cor} = A_0 \cdot \{\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\} \quad (1.30)$$

dove:

$$A_0 = m_s \Omega_0 \omega_{dr} x_{max} \quad (1.31)$$

mentre il contributo delle due armoniche è rappresentato da:

$$1) \quad \omega_1 = \omega_{dr} + \omega_c = 2\pi(f_{dr} + f_c) \quad (1.32)$$

$$2) \quad \omega_2 = \omega_{dr} - \omega_c = 2\pi(f_{dr} - f_c) \quad (1.33)$$

dove f_{dr} è la frequenza di attuazione (corrispondente alla pulsazione propria del drive, quindi alla frequenza di risonanza del drive) mentre f_c è la frequenza del moto di rotazione.

La forza di Coriolis può quindi essere vista come la somma di due armoniche poste simmetricamente rispetto alla frequenza di drive f_{dr} , a distanza pari alla frequenza di oscillazione del moto armonico corrispondente alla velocità angolare f_c .

Per caratterizzare il moto di sense, si introducono inoltre i due parametri caratteristici del sistema, ovvero la *pulsazione propria di sense*:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_y}{m_s}} \quad (1.34)$$

e il *fattore di merito di sense*:

$$Q_s = \frac{m_s \omega_s}{r_y} \quad (1.35)$$

Sostituendo la forza di Coriolis 1.30 nell'equazione di moto 1.26, nell'ipotesi di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, lo spostamento nella direzione di sense y a regime è quindi rappresentato dalla somma algebrica di due vibrazioni armoniche ad ugual frequenza delle due rispettive componenti forzanti. La soluzione complessa è rappresentata da:

$$y = Y_1 e^{j\omega_1 t} + Y_2 e^{j\omega_2 t} = |Y_1| \cdot e^{j\omega_1 t + \phi_1} + |Y_2| \cdot e^{j\omega_2 t + \phi_2} \quad (1.36)$$

e la sua proiezione sull'asse reale è:

$$y(t) = |Y_1| \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_1) + |Y_2| \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (1.37)$$

La prima armonica è caratterizzata da modulo $|Y_1|$ e fase ϕ_1 :

$$|Y_1| = \frac{A_0}{\sqrt{m_s^2[\omega_s^2 - \omega_1^2]^2 + r_y^2 \omega_1^2}} \quad (1.38)$$

$$\phi_1 = \text{atan} \left(-\frac{r_y \omega_1}{m_s [\omega_s^2 - \omega_1^2]} \right) \quad (1.39)$$

mentre la seconda armonica:

$$|Y_2| = \frac{A_0}{\sqrt{m_s^2[\omega_s^2 - \omega_2^2]^2 + r_y^2 \omega_2^2}} \quad (1.40)$$

$$\phi_2 = \text{atan} \left(-\frac{r_y \omega_2}{m_s [\omega_s^2 - \omega_2^2]} \right) \quad (1.41)$$

Si vuole ora valutare la funzione di risposta in frequenza del sistema della massa di sense. L'equazione di moto 1.26 viene espressa nel dominio di Laplace:

$$s^2 \cdot m_s y(s) + s \cdot r_y y(s) + k_y y(s) = m_s \cdot a_{cor}(s) \quad (1.42)$$

dove $a_{cor}(s)$ è l'*accelerazione di Coriolis* trasformata secondo Laplace.

La funzione di trasferimento, nel dominio di Laplace, diventa:

$$G(s) = \frac{y(s)}{a_{cor}(s)} = \frac{1}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_s}{Q_s} + \omega_s^2} \quad (1.43)$$

e la funzione di trasferimento armonico rappresenta la risposta del sistema vibrante all'accelerazione di Coriolis armonica:

$$G(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{a_{cor}(j\omega)} = \frac{1}{(\omega_s^2 - \omega^2) + j\left(\omega \cdot \frac{\omega_s}{Q_s}\right)} \quad (1.44)$$

aumento modulo:

$$|G(j\omega)| = \frac{|y|}{|a_{cor}|} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_s^2 - \omega^2)^2 + \left(\omega \cdot \frac{\omega_s}{Q_s}\right)^2}} \quad (1.45)$$

e fase:

$$\phi(G(j\omega)) = \phi(y) - \phi(a_{cor}) = \tan^{-1} \left(\frac{-\omega \cdot \omega_s / Q_s}{\omega_s^2 - \omega^2} \right) \quad (1.46)$$

Il giroscopio può presentare due diverse modalità nella scelta costruttiva delle pulsazioni proprie di drive ω_{dr} e di sense ω_s :

- La prima configurazione prevede la condizione di sintonizzazione dei modi di vibrare, per cui $\omega_s = \omega_{dr}$
- La seconda configurazione prevede che la pulsazione di sense sia superiore a quella di drive, ovvero $\omega_s > \omega_{dr}$

Per aumentare la sensibilità del sense si può pensare di accordare le frequenze del sistema $\omega_{dr} = \omega_s$, in tal modo sarà massima l'oscillazione del sense, a parità di velocità angolare misurata; l'inconveniente di questa configurazione è l'impossibilità di avere segnali d'ingresso con bande elevate e un ritardo di fase del segnale d'uscita rispetto a quello d'ingresso, dipendente dal valore di frequenza ω_c del segnale di velocità angolare. A causa di queste limitazioni, si preferisce una scelta progettuale che tenga disaccordate le due frequenze

$\omega_s > \omega_{dr}$, nonostante lo svantaggio di ridurre la sensibilità nel moto di sense (Figura 1.19, Figura 1.20).

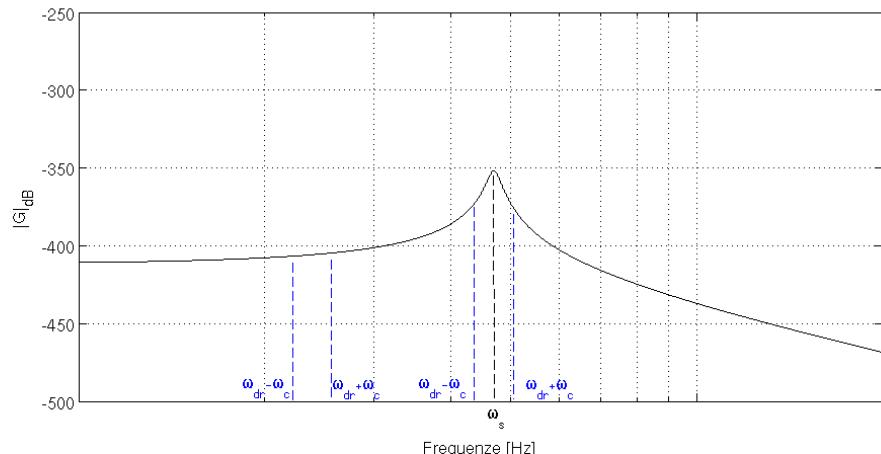


Figura 1.19: Modulo della funzione di trasferimento; in blu sono visualizzate le frequenze corrispondenti all'accelerazione di Coriolis in ingresso al sistema, nella condizione $\omega_s > \omega_{dr}$ e nella condizione $\omega_{dr} = \omega_s$

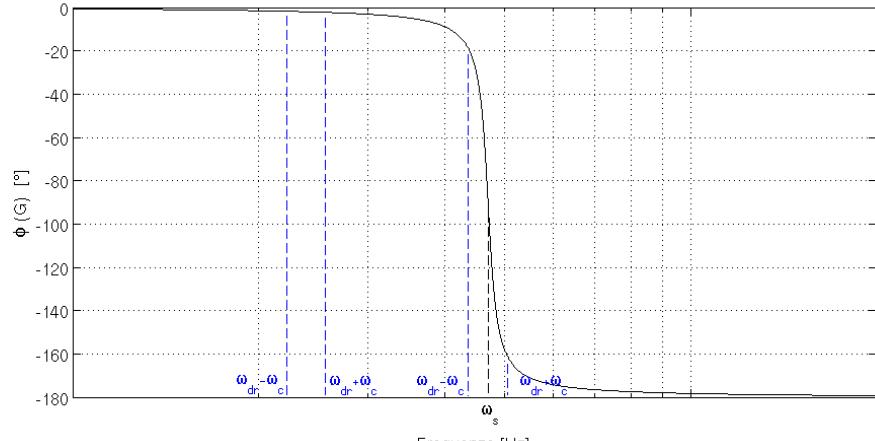


Figura 1.20: Fase della funzione di trasferimento; in blu sono visualizzate le frequenze corrispondenti all'accelerazione di Coriolis in ingresso al sistema, nella condizione $\omega_s > \omega_{dr}$ e nella condizione $\omega_{dr} = \omega_s$

La scelta di progetto quindi ricade nel caso $\omega_s > \omega_{dr}$, nel quale è possibile fare le seguenti ipotesi semplificative all'equazione 1.37:

$$|Y_1| \approx |Y_2| = |Y_0| \quad (1.47)$$

$$\phi_1 \approx \phi_2 \approx 0 \quad (1.48)$$

Quindi il moto della massa di sense si può riscrivere come:

$$y(t) = |Y_0| \cdot \{ \cos((\omega_{dr} + \omega_c)t) + \cos((\omega_{dr} - \omega_c)t) \} \quad (1.49)$$

ovvero il modulo delle due armoniche è simile (Figura 1.21) e si trascurano le rispettive fasi.

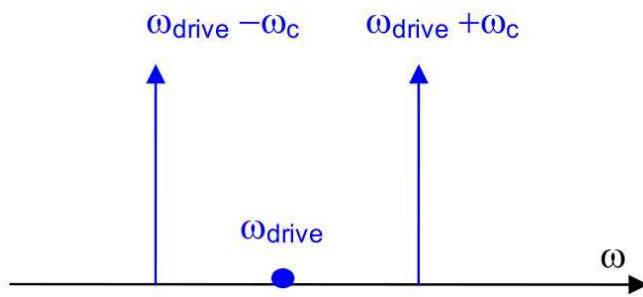


Figura 1.21: Risposta delle masse di sense (modulo dello spettro) all'applicazione di una forza di Coriolis sul sistema, nella condizione $\omega_s > \omega_{dr}$

3) Interfaccia elettronica e demodulazione del segnale

Lo spostamento di sense viene convertito in una differenza di potenziale proporzionale mediante l'amplificatore di carica:

$$V(t) \div |Y_0| \cdot \{ \cos((\omega_{dr} + \omega_c)t) + \cos((\omega_{dr} - \omega_c)t) \} \quad (1.50)$$

Volendo separare il contributo alla frequenza ω_c di oscillazione della velocità angolare, si ricorre alla demodulazione [4], ovvero si moltiplica il segnale per un segnale pari alla pulsazione di drive:

$$V(t) \div \cos(\omega_{dr} t) \cdot |(Y_0)| \cdot \{ \cos((\omega_{dr} + \omega_c)t) + \cos((\omega_{dr} - \omega_c)t) \} \quad (1.51)$$

Il demodulatore ricostruisce un segnale del seguente tipo:

$$V(t) \div \frac{1}{2} |(Y_0)| \cdot \{ 2 \cos(\omega_c t) + \cos((2\omega_{dr} + \omega_c)t) + \cos((2\omega_{dr} - \omega_c)t) \} \quad (1.52)$$

Il segnale demodulato presenta quindi tre componenti armoniche (Figura 1.22):

- un'armonica in bassa frequenza ω_c corrispondente alla pulsazione della velocità angolare
- due armoniche simmetriche $2\omega_{dr} \pm \omega_c$



Figura 1.22: Demodulazione del segnale

Per ottenere la sola armonica ω_c si ricorre alla tecnica del filtraggio del segnale demodulato, mediante filtro passa-basso (Figura 1.23). Il modulo di tale pulsazione, risultando proporzionale all'ampiezza di drive e alla velocità angolare, permette la ricostruzione della misura di velocità angolare alla quale viene sottoposto il giroscopio.

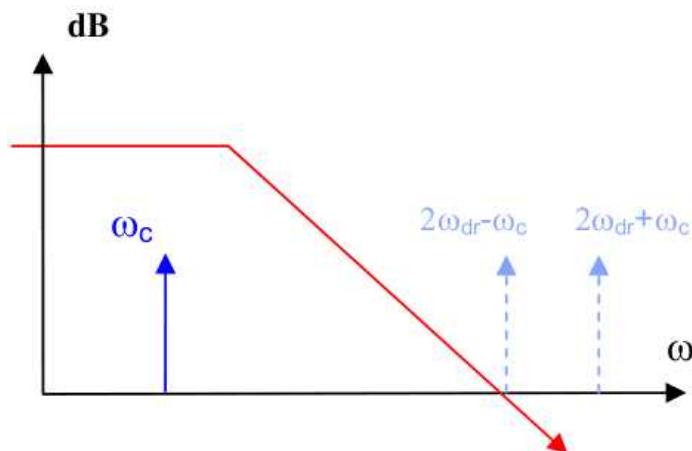


Figura 1.23: Demodulazione e filtraggio del segnale

4) Modello numerico Simulink

Per illustrare in dettaglio la meccanica e l'interfaccia elettronica del giroscopio, si considera un modello di giroscopio MEMS avente le caratteristiche in Tabella 1.1.

Frequenza di drive	$f_{dr} \simeq 4 \text{ kHz}$	Le frequenze di risonanza del sistema $f_{dr} \ll f_s$ sono disaccoppiate: $f_s - f_{dr} \simeq 700 \text{ Hz}$
Frequenza di sense	$f_s \simeq 4.7 \text{ kHz}$	
Coefficiente di amplificazione dinamico di drive	$Q_{dr} = 2400$	$Q_{dr} \simeq 8 \cdot Q_s$
Coefficiente di amplificazione dinamico di sense	$Q_s = 300$	
Banda di frequenza della velocità angolare misurabile (per effetto dell'applicazione sull'uscita di un filtro passa-basso)	$f_c = 0 - 140 \text{ Hz}$	

Tabella 1.1: Caratteristiche di un giroscopio MEMS

Mediante l'utilizzo di Simulink (Figura 1.24) si è quindi realizzato il modello di spostamento della massa di drive, eccitata da una forza di Coriolis o da un spettro di rumore bianco nella banda di interesse. Il segnale in ingresso viene tradotto nello spostamento della massa di sense mediante la funzione di trasferimento. L'amplificatore di carica misura lo spostamento della massa di sense mediante rilevazione capacitiva e successiva conversione in differenza di potenziale elettrico; l'uscita in tensione è proporzionale allo spostamento (si è considerato un guadagno unitario). Infine il segnale in uscita all'amplificatore viene demodulato e filtrato in alta frequenza mediante filtro passa-basso.

Il risultato finale viene quindi interpretato nei due casi:

- Il giroscopio è sottoposto ad una rotazione alla velocità $\Omega(t) = \Omega_0 \cdot \cos(2\pi f_c t)$, pulsante alla frequenza $f_c = 50 \text{ Hz}$; il segnale di ingresso è l'accelerazione di Coriolis
- Il giroscopio è fermo (velocità di rotazione nulla); si simula il rumore di fondo del giroscopio mediante l'applicazione, come segnale di ingresso, di un di rumore bianco gaussiano con banda di frequenza $f_c = 0 - 50 \text{ kHz}$.

Ad aumentare la complessità del modello, si deve tenere conto del problema di quadratura e dell'errore nella calibrazione dell'offset, che verranno introdotti come ultima analisi.

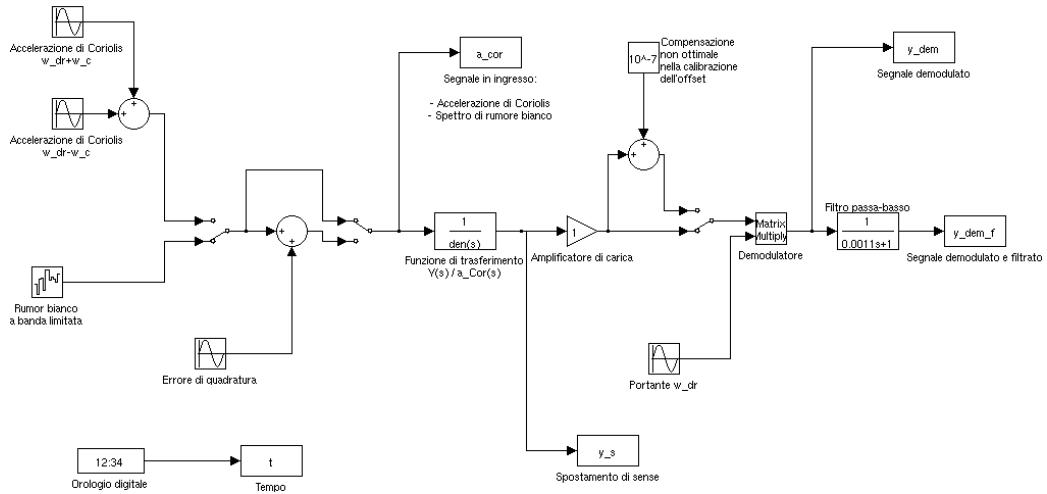


Figura 1.24: Modello di sense e demodulazione

Modulo e fase della risposta in frequenza del sistema di sensing sono rappresentati in Figura 1.25 e Figura 1.26. Si può osservare come il modello meccanico a 1 gdl di sensing presenti una risonanza in corrispondenza della frequenza di sense f_s . La risposta del sensing è caratterizzata da un coefficiente di amplificazione dinamica Q_s , cui corrisponde un guadagno in una banda ridotta centrata intorno alla risonanza f_s (Figura 1.28); il picco di risonanza di sense assume il seguente valore:

$$|G(j\omega_s)| = \frac{Q_s}{\omega_s^2} \quad (1.53)$$

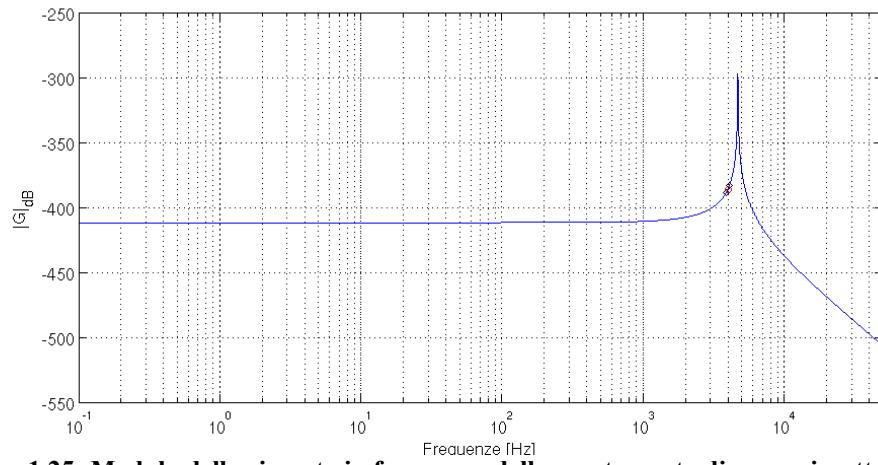


Figura 1.25: Modulo della risposta in frequenza dello spostamento di sense rispetto all'accelerazione di Coriolis

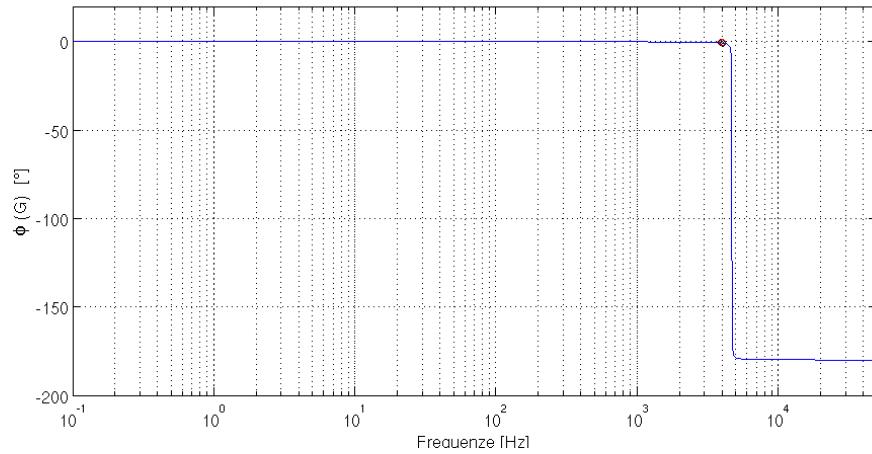


Figura 1.26: Fase della risposta in frequenza dello spostamento di sense rispetto all'accelerazione di Coriolis

Si considera ora il primo caso, quello in cui al giroscopio è applicato un profilo di velocità angolare $\Omega(t)=\Omega_0 \cdot \cos(2\pi f_c t)$ sinusoidale a frequenza f_c ; in questo caso l'accelerazione di Coriolis (Figura 1.27) è caratterizzata da una banda ridotta centrata intorno alla risonanza di drive $f_{dr} \pm f_c$. Siccome il sistema mantiene discordate le due frequenze di risonanza $f_s \simeq 4.7 \text{ kHz} \gg f_{dr} \simeq 4 \text{ kHz}$, le due componenti dell'accelerazione di Coriolis che eccitano le masse di sense, non comportano per il sistema né un ritardo di fase (Figura 1.29) e nemmeno una riduzione della banda del segnale (Figura 1.28). La risposta del sistema a tale ingresso presenta due armoniche di modulo

simile e fase nulla, come visibile in Figura 1.30, in accordo con le equazioni 1.47, 1.48, 1.49.

Come già spiegato, lo svantaggio principale, rispetto alla soluzione di accordare frequenza di sense e di drive, è una riduzione di sensibilità nel moto di sense.

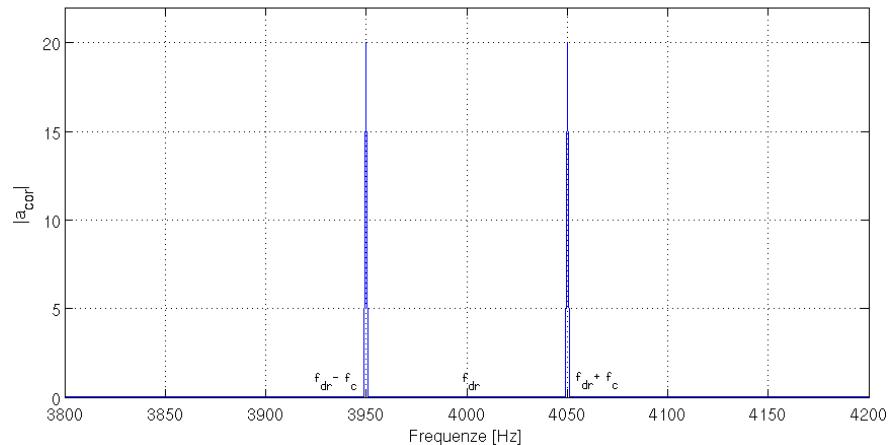


Figura 1.27: Segnale in ingresso al sistema: accelerazione di Coriolis (modulo dello spettro)

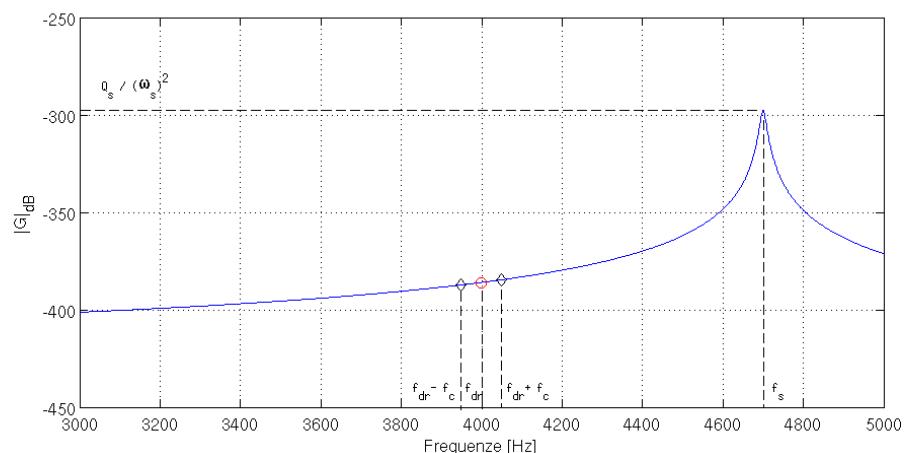


Figura 1.28: Modulo della risposta in frequenza dello spostamento di sense rispetto all'accelerazione di Coriolis (dettaglio)

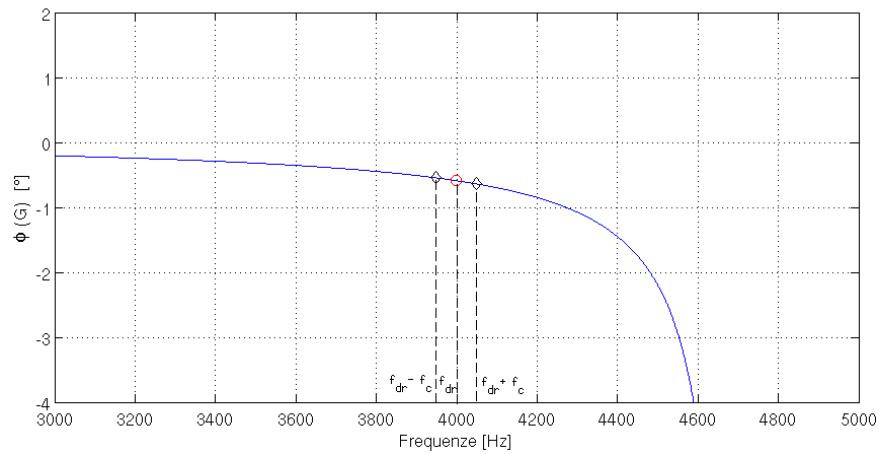


Figura 1.29: Fase della risposta in frequenza dello spostamento di sense rispetto all'accelerazione di Coriolis (dettaglio)

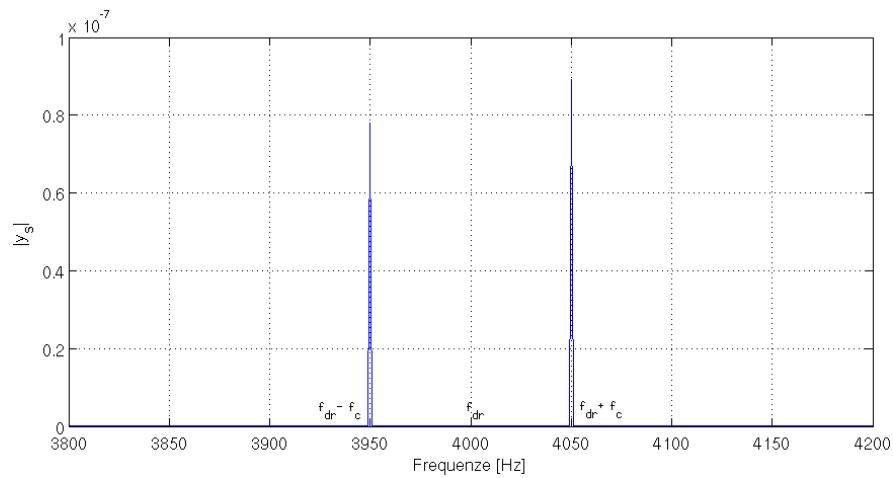


Figura 1.30: Segnale in uscita al sistema meccanico: spostamento di sense

In questo modello, si è considerato un amplificatore di carica con guadagno unitario (Figura 1.31).

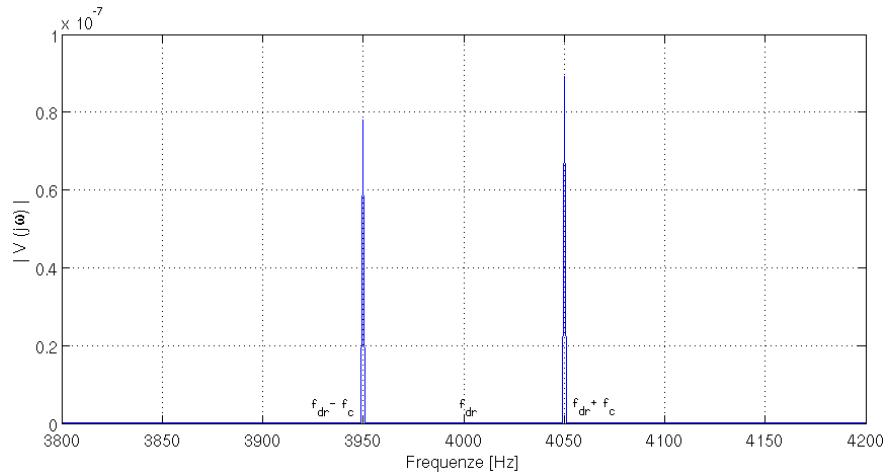


Figura 1.31: La tensione in uscita all'amplificatore è proporzionale allo spostamento di sense (in questo modello il guadagno è unitario)

Come si può osservare in Figura 1.32, il segnale demodulato presenta una componente armonica in bassa frequenza f_c , ovvero alla frequenza della velocità angolare, e le armoniche simmetriche rispetto alla frequenza di drive $f_{dr} \pm f_c$.

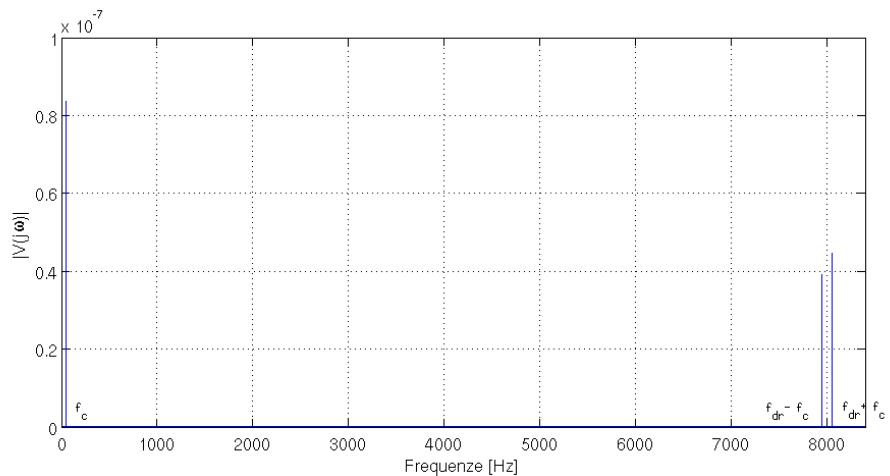


Figura 1.32: Spettro del segnale in uscita dal demodulatore

Il segnale viene quindi filtrato mediante filtro passa-basso con frequenza di taglio -3dB pari a $f_{taglio} = 140 \text{ Hz}$, in modo da leggere in uscita al dispositivo unicamente la frequenza f_c , la cui ampiezza è proporzionale alla velocità angolare e all'ampiezza di drive (Figura 1.33).

Visualizzando il grafico della densità di potenza spettrale in scala logaritmica (Figura 1.34), si può osservare, oltre il contributo dell'armonica f_c , anche il

contributo delle armoniche $2 \cdot f_{dr} \pm f_c$ che vengono tagliate dal filtro passa-basso. Inoltre si osservano due pulsazioni non previste nel modello $f_{dr} \pm f_s$: queste ultime derivano dalla demodulazione della frequenza di sense, che viene eccitata in piccola parte a causa di errori di approssimazione numerica in Matlab nel calcolo dell'accelerazione di Coriolis; l'errore numerico commesso è comunque piccolo e si può considerare trascurabile. Il confronto tra il segnale filtrato e quello non filtrato permette di apprezzare l'abbattimento delle armoniche del segnale demodulato, tranne quella alla frequenza f_c , corrispondente alla velocità angolare $\Omega(t)$.

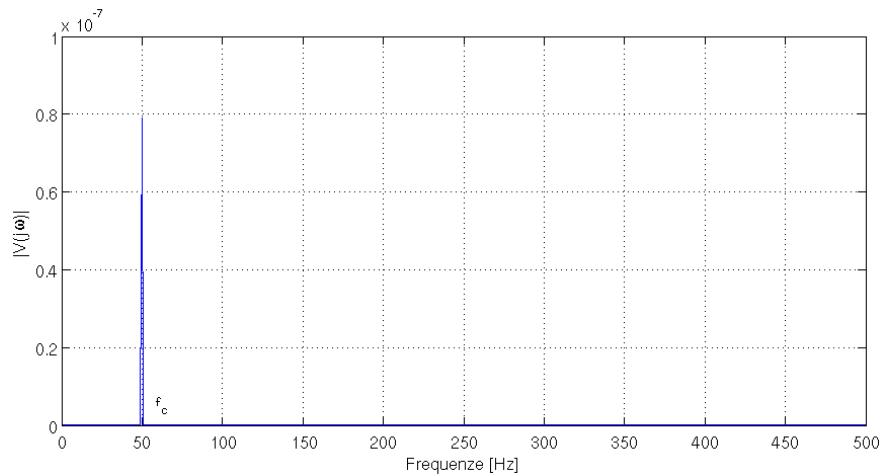


Figura 1.33: Spettro del segnale in uscita al demodulatore con filtro passa-basso

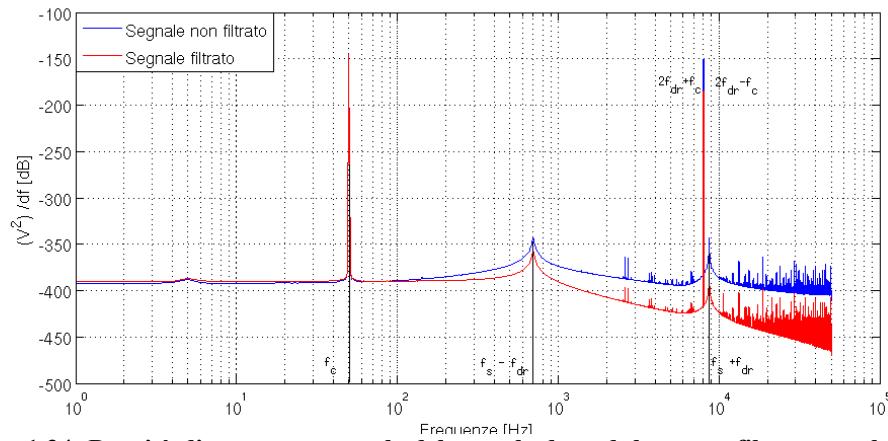


Figura 1.34: Densità di potenza spettrale del segnale demodulato con filtro passa-basso applicato e senza filtro applicato

Si consideri ora il caso in cui il giroscopio sia fermo, ovvero il segnale in uscita è rappresentato unicamente dal rumore di fondo dello stesso; per simulare tale condizione, si è posto in ingresso un rumore bianco gaussiano, avente una banda di eccitazione larga [4]. Il rumore bianco eccita l'intero spettro del sistema di sense, per cui lo spostamento del sense demodulato e filtrato è rappresentato dallo spettro in Figura 1.35.

Il segnale presenta due armoniche associate alla frequenza di sense demodulata, ovvero $f_s \pm f_{dr}$, di cui quella a frequenza più elevata viene nettamente filtrata.

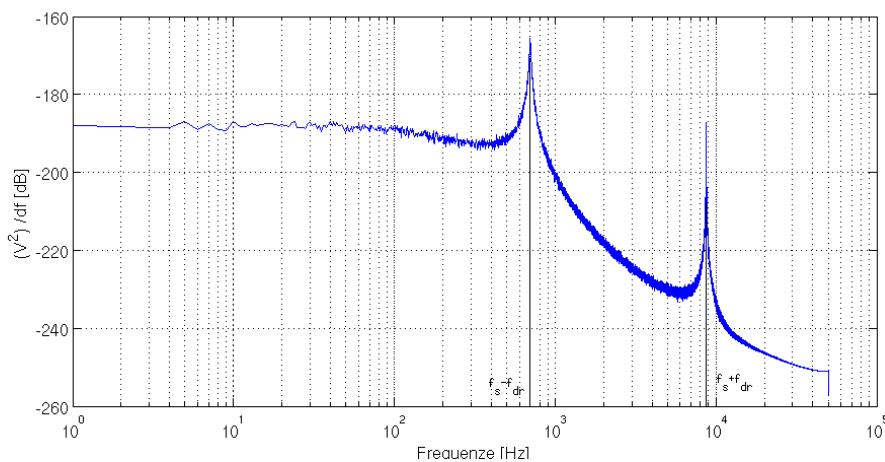


Figura 1.35: Densità di potenza spettrale di un giroscopio, ottenuto dalla demodulazione e filtraggio della risposta del sistema a un rumore bianco gaussiano in ingresso

Si consideri ora l'errore di quadratura nel modello, errore che consiste in un disallineamento angolare α del sistema drive-sense rispetto agli assi di riferimento x-y; a causa di questo disallineamento, si introduce un termine di accelerazione sinusoidale pulsante alla frequenza di drive f_{dr} :

$$a_{quad}(t) = \cos(\alpha) \cdot \omega_{dr}^2 \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega_{dr} t) \quad (1.54)$$

che viene demodulato nel segnale in uscita alla frequenza di drive f_{dr} :

$$V_{quad}(t) \div a_{quad} \cdot \cos(\omega_{dr} t) \div \sin(\omega_{dr} t) \cdot \cos(\omega_{dr} t) = \frac{1}{2} \sin(2\omega_{dr} t) \quad (1.55)$$

Il contributo della quadratura si somma ai termini contenuti nella 1.52 e determina sul segnale demodulato un'armonica alla frequenza $2f_{dr}$.

Il contributo dell'errore di quadratura è ad esempio visibile nel grafico di Figura 1.36, nel caso di rumore bianco gaussiano in ingresso.

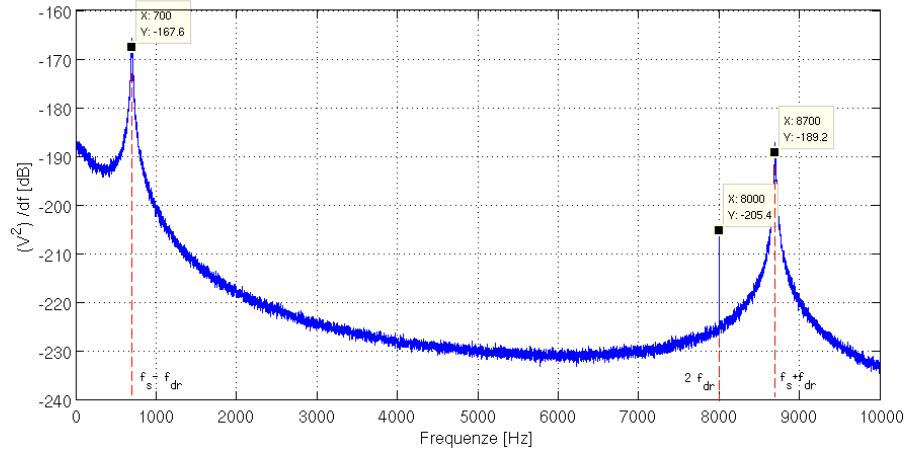


Figura 1.36: Densità di potenza spettrale del segnale demodulato e filtrato, con ingresso rumor bianco ed errore di quadratura demodulato alla frequenza $2 f_{dr}$

Si consideri infine di introdurre nel modello un errore dovuto ad una non corretta calibrazione del giroscopio. L'amplificatore di carica misura lo spostamento della massa di sense mediante la differenza di capacità tra gli statori dei piatti di sense; tale differenza presenta una costante di offset a frequenza nulla, che deve essere eliminata dal segnale mediante calibratura. Può capitare che, a causa di una non corretta calibratura del giroscopio, tale errore di offset V_0 non sia eliminato completamente e venga demodulato:

$$V_{offset} = V_0 \cdot \cos(\omega_{dr} t) \quad (1.56)$$

Tale valore si somma linearmente all'uscita dell'equazione 1.52 e introduce una pulsazione alla frequenza di drive f_{dr} , come visibile in Figura 1.37.

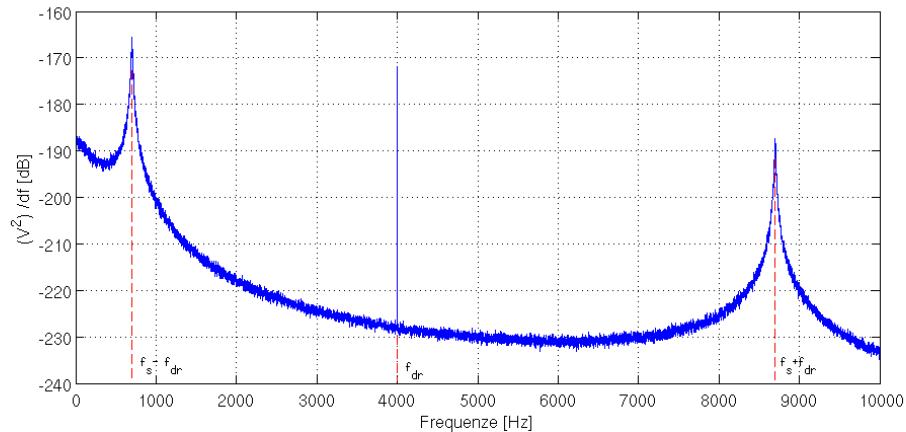


Figura 1.37: Densità di potenza spettrale del segnale in uscita al giroscopio. L'errore di offset introduce una componente armonica alla frequenza di drive f_{dr}

1.5 Le applicazioni dei giroscopi in campo ingegneristico

I giroscopi possono essere utilizzati in molte applicazioni. Un giroscopio può essere utilizzato su un’automobile (ma anche su un aereo o una nave) per misurare una velocità angolare attorno ai tre assi indicati nella Figura 1.38, con l’obiettivo di segnalare situazioni pericolose per i passeggeri come, ad esempio, il ribaltamento dell’autostrada.

La misura della velocità di imbardata è molto importante anche nei sistemi di navigazione GPS (Global Position Systems) poiché, non solo permette di localizzare in maniera estremamente precisa la posizione del veicolo, ma consente anche di far fronte ad una temporanea interruzione della comunicazione tra il satellite ed i ricevitori montati sulle autostrade: grazie ai dati forniti dai sensori di velocità angolare e lineare, è possibile elaborare le ultime informazioni fornite dal satellite prima dell’interruzione del collegamento con lo scopo di fornire almeno una stima dell’attuale posizione del veicolo.

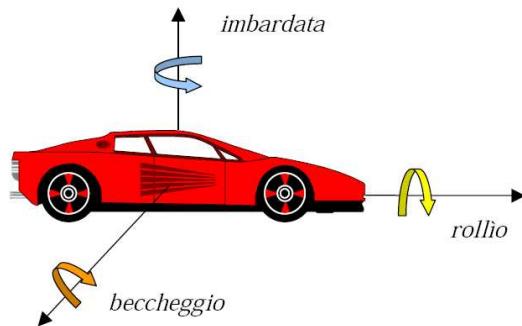


Figura 1.38: Assi di rotazione misurati in un veicolo mediante giroscopi

La realizzazione di un sistema di controllo per un aereo o una nave, inoltre, è sicuramente impossibile senza misurare la velocità di rotazione; fin dalla seconda guerra mondiale i giroscopi vengono utilizzati per la realizzazione delle IMU (Inertial Measurement Unit), ossia unità contenenti sensori di velocità angolare ed accelerazione dalle quali ricavare tutti i dati necessari per il controllo del mezzo. La navigazione inerziale è stata inizialmente possibile grazie ai pesanti ed ingombranti giroscopi meccanici, che in tempi più recenti sono stati sostituiti da quelli ottici, che risultano più efficienti, ma molto costosi. La commercializzazione di sensori con tecnologia MEMS, basati sulla microlavorazione del silicio, ha permesso l'utilizzo di dispositivi dalle dimensioni molto ridotte e dal basso costo di produzione rispetto ai precedenti (Figura 1.39).

I dispositivi integrati risultano più piccoli rispetto a quelli meccanici ed ottici; i costi contenuti si ottengono, così come nella fabbricazione dei normali circuiti integrati, grazie ad un processo batch, durante il quale è possibile, se lo si ritiene vantaggioso, realizzare sullo stesso chip del sensore anche l'elettronica di controllo.

Le peculiarità dei giroscopi MEMS non possono che aumentare il numero delle possibili applicazioni in cui un giroscopio può essere utilizzato. La miniaturizzazione dei sensori è di fondamentale importanza, ad esempio, nel campo della robotica ed in quello aerospaziale, perché per la realizzazione di satelliti, sistemi per la stabilizzazione delle piattaforme spaziali, bracci meccanici, sono assolutamente indispensabili dispositivi di ingombro e peso limitati.

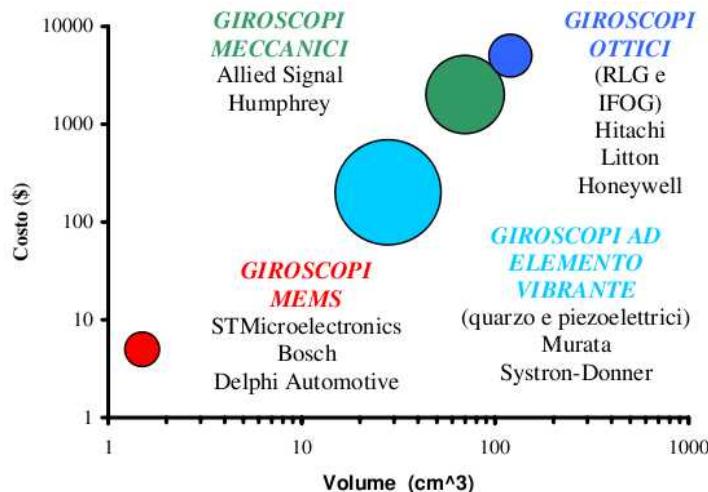


Figura 1.39: Diagramma costo-volume occupato per i vari tipi di giroscopio. Il volume indicato è comprensivo della circuiteria di supporto

I giroscopi MEMS hanno consentito anche la diffusione di nuove applicazioni nell'ambito dell'elettronica di consumo, tra le quali si possono citare i dispositivi per la stabilizzazione attiva dell'immagine nelle fotocamere (Figura 1.40) [8], la realizzazione di innovativi controller inerziali nel settore dell'intrattenimento videoludico (Figura 1.41), l'utilizzo di tali sensori nei navigatori satellitari GPS per una maggiore precisione nel posizionamento in mancanza di copertura del segnale da satellite; le possibilità offerte da questa nuova tecnologia sono quindi molteplici e in continua evoluzione.

È possibile quindi sintetizzare le peculiarità dei giroscopi in tecnologia MEMS nel seguente modo:

- piccola dimensione
- peso ridotto
- costruzione robusta
- basso consumo energetico
- costo di produzione basso (per produzioni su scala industriale)
- alta affidabilità

Tali considerazioni si possono allargare all'intera famiglia di sensori MEMS, che si compone anche di accelerometri, sensori di pressione, microfoni, micropompe.

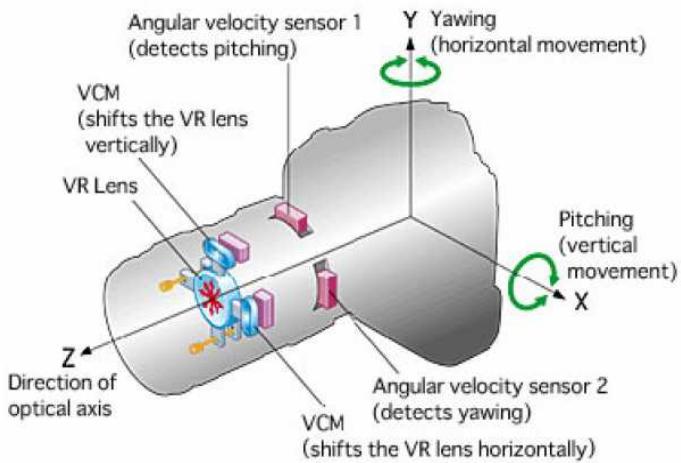


Figura 1.40: Sistema di riduzione delle vibrazioni mediante utilizzo di giroscopi MEMS

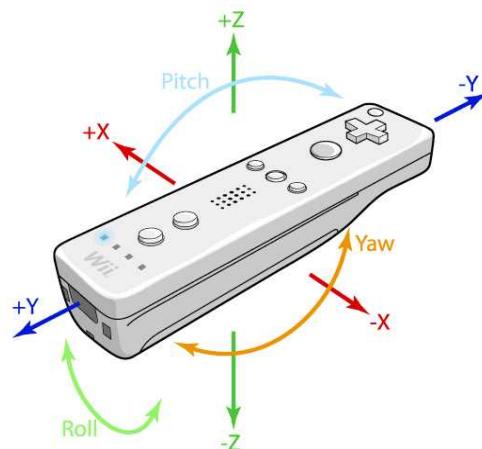


Figura 1.41: Il controller Nintendo WII è dotato di accelerometro e giroscopio MEMS

Dopo avere illustrato in questo capitolo il principio di funzionamento dei giroscopi e le loro peculiarità, nel successivo si procederà ad un'analisi dettagliata dei vari contributi di rumore presenti nelle misure dei giroscopi e una trattazione analitica dell'errore commesso nell'integrazione di tale rumore.

Capitolo 2

Analisi di rumore nei giroscopi

Nel secondo capitolo, si mostrano i contributi di rumore presenti nei giroscopi, mediante l'utilizzo di una tecnica espressa nel dominio del tempo, denominata varianza di Allan. Segue una trattazione analitica dell'errore di integrazione del segnale in presenza di rumore sulla misura.

2.1 Introduzione al rumore nella misura dei giroscopi

Ogni strumento di misura possiede un valore minimo, al di sotto del quale non viene registrata alcuna uscita: questo valore minimo viene definito come *soglia* dello strumento; il primo cambiamento del valore in uscita rappresenta la risoluzione misurabile dal dispositivo. Quando gli strumenti possiedono un limite di soglia prossimo allo zero, inevitabilmente vanno incontro a minime fluttuazioni casuali, che pongono un limite inferiore a ciò che può essere misurato; questo limite viene definito come *rumore di fondo (noise floor)* dello strumento [4]. Ad esempio, se un giroscopio viene misurato in condizioni di assenza di moto, la sua uscita presenta un segnale molto basso, ma non identicamente nullo: la misura presenta una minima fluttuazione casuale (*random noise*). Tale rumore di fondo, sebbene minimo, introduce un errore che può diventare invece rilevante quando i tempi di integrazione della misura sono lunghi, nell'ordine delle ore o delle giornate: in determinate applicazioni ingegneristiche, un'analisi risulta di notevole importanza per quantificare il livello e la tipologia del rumore di fondo.

Poiché il rumore è una variabile casuale, non può essere quantificata in modo deterministico, ma può essere analizzata mediante una trattazione di carattere statistico; la comunità scientifica internazionale ha quindi adottato ufficialmente alcuni mezzi di analisi di rumore nei sensori inerziali (accelerometri e giroscopi), attraverso la definizione di una procedura di test standardizzata [9]. Il rumore può essere caratterizzato, nel dominio delle frequenze, mediante la *densità di potenza spettrale* (PSD, “*power spectral density*”), o nel dominio del tempo mediante la *varianza di Allan*.

Come si descriverà più avanti, questi due metodi di rappresentazione del rumore sono tra loro relazionati. Tuttavia essi permettono di identificare diversi aspetti

delle componenti di rumore e, per tale motivo, sono alternamente utilizzati a seconda dell'aspetto che più interessa l'utilizzatore finale.

La varianza di Allan è una tecnica di analisi nel dominio del tempo, sviluppata originariamente per caratterizzare la stabilità in frequenza degli oscillatori [10], [11]; data la possibile analogia degli oscillatori con i sensori inerziali, il metodo è stato adattato alla caratterizzazione degli effetti di *deriva casuale (drift)* di una varietà di dispositivi. Il precedente metodo utilizzato consisteva nello specificare il drift in termini di un singolo valore efficace *RMS (Root mean square)*, anche quando questo era inadeguato per predire le prestazioni del sistema.

La *varianza di Allan* rappresenta un'evoluzione del concetto del valore quadratico medio, in quanto è un metodo di rappresentare il valore RMS dell'errore di deriva casuale in funzione del tempo di media; questa tecnica aiuta ad identificare la sorgente di un termine di rumore acquisito nei dati ed è un potente strumento per caratterizzare i processi di rumore dominanti a diversi tempi di integrazione. Si assume quindi che l'incertezza dei dati sia generata da sorgenti di rumore aventi caratteristiche specifiche, che verranno discusse nel paragrafo 2.3.

2.2 La varianza di Allan

La varianza di Allan di un giroscopio [9] può essere considerata in termini di velocità angolare Ω oppure, mediante integrazione, in termini di rotazione dell'angolo θ :

$$\theta(t) = \int_0^t \Omega(t') dt' \quad (2.1)$$

Il segnale viene acquisito con tempo di campionamento τ_0 , per cui si ottiene una serie di campioni discreti equispaziati nel tempo:

$$t_i = t(i\tau_0) \quad i=1,2,3,\dots,N \quad (2.2)$$

In accordo con la notazione 2.2, si può discretizzare il termine di rotazione:

$$\theta_i = \theta(i\tau_0) \quad (2.3)$$

Considerando un tempo di integrazione τ multiplo del periodo di acquisizione, di un fattore m :

$$\tau = m\tau_0 \quad (2.4)$$

si valuta la velocità media nel tempo di integrazione τ come:

$$\overline{\Omega}_i(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \Omega(t + t_v) dt_v = \frac{\theta(t_i + \tau) - \theta(t_i)}{\tau} = \frac{\theta_{i+m} - \theta_i}{\tau} \quad (2.5)$$

La varianza di Allan viene definita nel seguente modo:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\Omega}_{i+m} - \overline{\Omega}_i)^2 \rangle = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\theta_{i+2m} - 2\theta_{i+m} + \theta_i)^2 \rangle \quad (2.6)$$

dove $\langle \rangle$ rappresenta l'operatore di media; tale definizione si basa quindi sul valore atteso, considerando una serie temporale infinita. Non potendo soddisfare questo requisito, si utilizza uno stimatore statistico in luogo della 2.6.

Nel caso in cui il tempo di integrazione sia uguale al tempo di campionamento, ovvero per $m=1$:

$$\tau = m \tau_0 = \tau_0 \quad (2.7)$$

la varianza di Allan 2.6 si semplifica nel seguente modo:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\Omega}_{i+1} - \overline{\Omega}_i)^2 \rangle = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\theta_{i+2} - 2\theta_{i+1} + \theta_i)^2 \rangle \quad (2.8)$$

e uno stimatore della varianza risulta:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2)} \sum_{i=1}^{N-2} [\overline{\Omega}_{i+1} - \overline{\Omega}_i]^2 \quad (2.9)$$

oppure equivalentemente:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2} [\theta_{i+2} - 2\theta_{i+1} + \theta_i]^2 \quad (2.10)$$

Come esplicitato, gli stimatori 2.9 e 2.10 sono validi esclusivamente nel caso $\tau = \tau_0$; la stima della varianza di Allan per tempi di integrazione più lunghi $\tau = m \tau_0$ si ottiene dalle stesse equazioni 2.9 2.10 dopo aver mediato i dati acquisiti con tempo di campionamento τ_0 .

Una tecnica più raffinata, consiste nello stimare la varianza di Allan mediante overlap dei dati; il calcolo viene svolto considerando tutte le possibili

combinazioni di dati a disposizione per ogni tempo di integrazione τ considerato:

$$\sigma_{\Omega}^2(\tau) = \frac{1}{2m^2(N-2m)} \sum_{j=1}^{N-2m} \left(\sum_{i=j}^{j+m-1} \bar{\Omega}_{i+m} - \bar{\Omega}_i \right)^2 \quad (2.11)$$

A causa del costo computazionale oneroso spesso, invece della 2.11, si preferisce integrare le velocità angolari, utilizzando la seguente formula:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(N-2m)} \sum_{i=1}^{N-2m} [\theta_{i+2m} - 2\theta_{i+m} + \theta_i]^2 \quad (2.12)$$

con $\tau = m\tau_0$.

L'utilizzo della tecnica di overlap comporta comunque un maggiore costo in termini di calcolo rispetto alla stima della varianza di Allan classica, anche per l'equazione 2.12, in quanto si deve considerare il termine di integrazione.

Gli estimatori statistici calcolano un valore stimato rispetto alla serie di campioni utilizzati. Le stime possono deviare rispetto al valore vero entro un range definito intervallo di confidenza; tale intervallo di confidenza può essere valutato mediante la distribuzione della varianza campionaria:

$$\chi^2 = \frac{(d.f.) s^2}{\sigma^2} \quad (2.13)$$

dove s^2 è la varianza campionaria stimata mediante uno dei metodi esposti in precedenza (stima della varianza di Allan classica e con overlap), σ^2 è il valore vero della varianza, $d.f.$ sono i gradi di libertà per lo stimatore, mentre χ^2 è la funzione di distribuzione chi-quadro.

La 2.13 permette di valutare l'intervallo di confidenza della varianza σ^2 , fornendo i limiti inferiore e superiore:

$$\sigma_{min}^2 = s^2 \cdot \frac{d.f.}{\chi^2(\alpha/2, d.f.)} \quad (2.14)$$

$$\sigma_{max}^2 = s^2 \cdot \frac{d.f.}{\chi^2(1-\alpha/2, d.f.)} \quad (2.15)$$

dove $1-\alpha$ è il livello di confidenza della curva di probabilità χ^2 .

Come si osserva in Figura 2.1, l'intervallo di confidenza, espresso mediante le equazioni 2.14 e 2.15, è accettabile se si considera un numero di gradi di libertà elevato, mentre si allarga notevolmente per un numero contenuto di gradi di libertà.

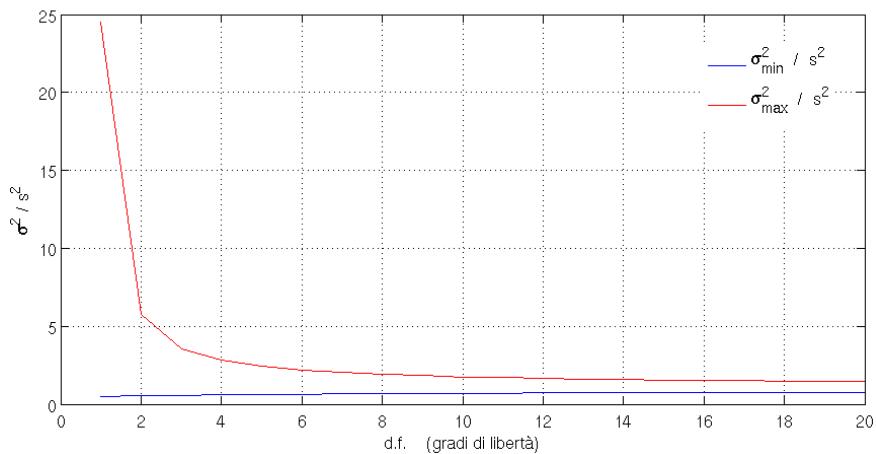


Figura 2.1: Intervallo di confidenza della stima della varianza di Allan

Il numero di gradi di libertà per la distribuzione χ^2 è variabile e dipende dal tipo di stimatore della varianza, dal tipo di rumore e dal numero di dati disponibili. Come esempio si consideri la Figura 2.2, dove i gradi di libertà sono stati calcolati mediante un modello empirico, applicato al caso di una misura di rumore bianco [12] per la stima della varianza di Allan classica; sull'asse delle ascisse si trova il fattore di media $m = \tau/\tau_0$, mentre l'asse delle ordinate rappresenta il numero di gradi di libertà disponibile. Si possono fare le seguenti osservazioni:

- aumentando il numero di campioni acquisiti N , si incrementano i gradi di libertà;
- considerato N costante, un incremento del fattore di media m determina una riduzione dei gradi di libertà.

Il grafico in Figura 2.2 è valido anche nella stima della varianza di Allan con overlap: in questo caso si considera un coefficiente moltiplicativo che incrementa il numero di gradi di libertà.

Utilizzando un qualsiasi stimatore per la varianza di Allan, si deduce comunque che tempi di integrazione $\tau = m \tau_0$ più lunghi, comportano una riduzione dei gradi libertà e quindi una maggiore incertezza nella stima stessa; infatti, all'aumentare del fattore di media m , quindi del tempo di integrazione, l'intervallo di confidenza si amplifica.

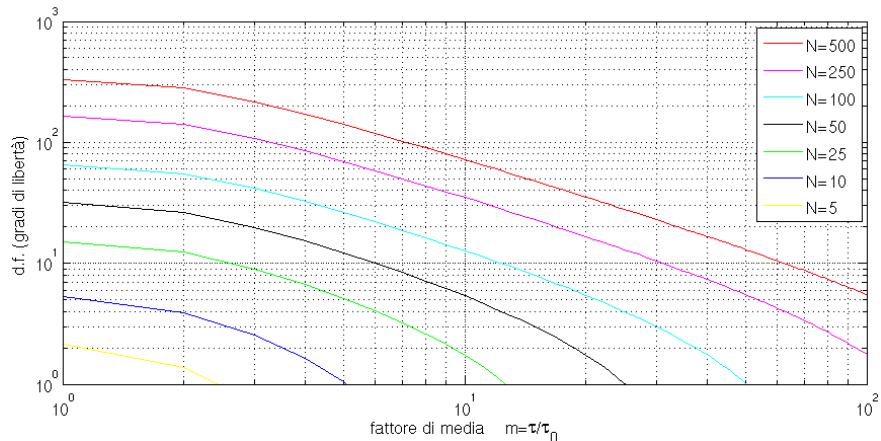


Figura 2.2: Gradi di libertà per uno stimatore della varianza di Allan classica, valutata per un rumore bianco

Spesso, al posto della varianza di Allan, si considera la deviazione di Allan:

$$\sigma_{\Omega}(\tau) = \sqrt{\sigma_{\Omega}^2(\tau)} \quad (2.16)$$

Si può rappresentare la deviazione di Allan mediante un grafico in scala doppio logaritmica in cui, sull'asse delle ascisse si indica il valore della deviazione di Allan, mentre sull'asse delle ascisse è riportato il tempo di integrazione τ ; è possibile aggiungere al grafico anche l'intervallo di confidenza per la stima della deviazione di Allan (Figura 2.3). L'incertezza nella stima aumenta con il tempo di integrazione τ , come detto in precedenza, motivo per cui perdono di rilevanza le informazioni ottenute per τ troppo elevati.

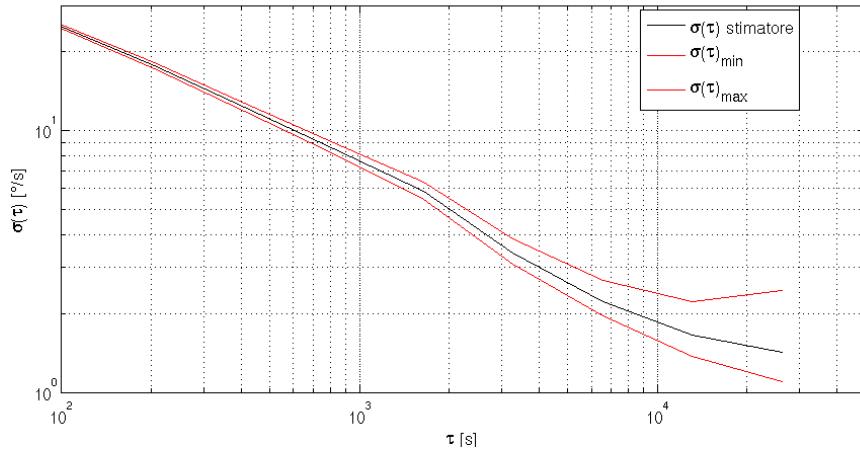


Figura 2.3: La stima della varianza di Allan è compresa in un intervallo di confidenza che si allarga per tempi di integrazione elevati; si è scelto un valore di confidenza $(1-\alpha)=0.68$

La varianza di Allan è una tecnica calcolata nel dominio del tempo, ma può essere messa in relazione alla *densità di potenza spettrale* (*PSD*, “*power spectral density*”) del segnale [9], [12]. Si consideri un segnale stazionario $\Omega=\Omega(t)$, limitato superiormente da una frequenza di taglio f_t e se ne valuti la *PSD bilatera* (*two-sided PSD*) $S_\Omega(f)$; se la potenza del segnale $S_\Omega(f)$ viene filtrata da un'opportuna funzione di trasferimento $H(f)$, della quale se ne considera il contributo in potenza $|H(f)|^2$, è possibile ricostruire la varianza di Allan mediante integrazione del contenuto in frequenza:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\Omega}_{i+m} - \bar{\Omega}_i)^2 \rangle = 2 \int_0^{f_t} S_\Omega(f) \cdot |H(f)|^2 df \quad (2.17)$$

La varianza di Allan è quindi proporzionale alla potenza totale del segnale dell'uscita del giroscopio, quando essa viene fatta passare attraverso un filtro avente funzione di trasferimento:

$$|H(f)|^2 = 2 \left(\frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right)^2 \sin^2(\pi f \tau) \quad (2.18)$$

La 2.17 può essere riscritta, considerando la 2.18, come:

$$\sigma_\Omega^2(\tau) = 4 \int_0^{f_t} S_\Omega(f) \cdot \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (2.19)$$

Questa particolare funzione di trasferimento è il risultato del metodo utilizzato per creare e operare con le successioni temporali τ , ovvero il tempo di integrazione in cui l'acquisizione viene suddivisa e mediata. Tale funzione di trasferimento descrive un filtro passa-banda (Figura 2.4), dipendente dal valore di τ : è un filtro selettivo, che permette di isolare il contenuto di una banda di frequenze dal resto dello spettro.

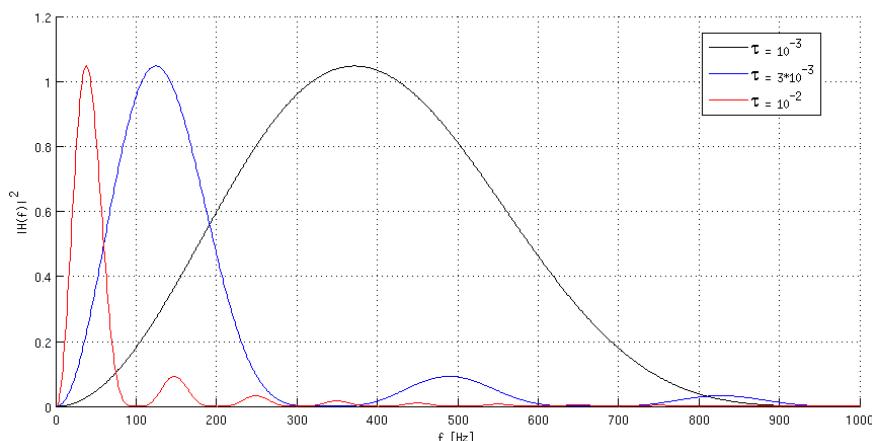


Figura 2.4: Funzione di trasferimento per diversi tempi di integrazione

2.3 Identificazione dei diversi termini di rumore presenti in un giroscopio mediante la varianza di Allan

Il rumore di fondo misurato nei giroscopi è dettato da molteplici processi casuali, tra i quali:

- Angle random walk (ARW)
- Instabilità di bias
- Rate random walk (RRW)
- Rumore di quantizzazione

Nei successivi paragrafi ogni tipologia di rumore verrà analizzata, quindi verrà considerato l'effetto combinato di tutti i processi presenti insieme nella misura e ne verrà fornita l'equivalente rappresentazione spettrale.

Per comodità di rappresentazione, anziché rappresentare la PSD bilatera $S_\Omega(f)$, si è scelto di mostrare i grafici della PSD monolatera $G_\Omega(f)$, che

rappresenta il segnale con il doppio dell'ampiezza, in quanto non viene considerato il campo delle frequenze negativo, ma solo quello positivo.

2.3.1. Angle random walk

Questa tipologia di rumore è caratterizzata da uno spettro di rumore bianco sull'uscita del giroscopio (Figura 2.5). La PSD della misura, relativa a questo termine di rumore random, è rappresentata da una costante:

$$S_{\Omega}(f) = N^2 \quad (2.20)$$

dove N è il coefficiente “angle random walk” (ARW).

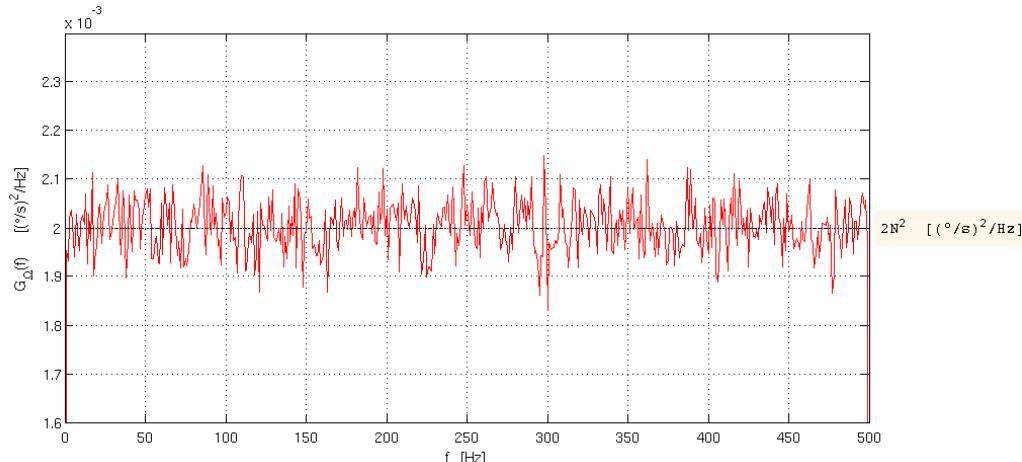


Figura 2.5: Densità di potenza spettrale di un rumore bianco presente nella misura di velocità angolare. N è il coefficiente "angle random walk"

Tale coefficiente è correlato alla PSD del segnale, in dipendenza dell'unità di misura del segnale, mediante:

$$N(\text{°}/\sqrt{\text{h}}) = \frac{1}{60} \sqrt{PSD \left[\left(\frac{\circ}{\text{h}} \right)^2 / \text{Hz} \right]} \quad (2.21)$$

$$N(\text{°}/\sqrt{\text{s}}) = \sqrt{PSD \left[\left(\frac{\circ}{\text{s}} \right)^2 / \text{Hz} \right]} \quad (2.22)$$

La varianza di Allan, per un segnale caratterizzato da rumore bianco, si ottiene mediante sostituzione della 2.20 nella 2.19 e successiva integrazione:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{N^2}{\tau} \quad (2.23)$$

La 2.23 può essere valutata in scala doppio logaritmica:

$$\log(\sigma(\tau)) = \log(N) - \frac{1}{2} \log(\tau) \quad (2.24)$$

La deviazione di Allan, in scala logaritmica è quindi una retta con pendenza $-1/2$; inoltre, il coefficiente N è leggibile direttamente dal grafico per $\tau=1$ (Figura 2.6).

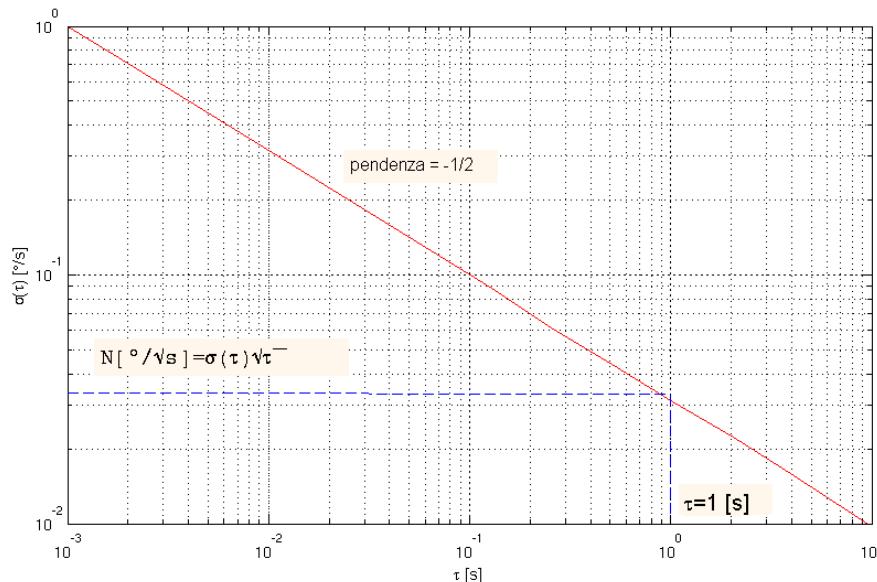


Figura 2.6: Deviazione di Allan del rumore “angle random walk”. Il coefficiente N è leggibile dal grafico per $\tau=1$

2.3.2. Instabilità di bias

L'instabilità di bias è una componente di rumore in bassa frequenza, che ha origine da componenti elettroniche suscettibili di rumore flicker; la PSD della velocità angolare, associata a questo rumore, è:

$$S_{\Omega}(f) = \begin{cases} \left(\frac{B^2}{2\pi}\right)\frac{1}{f} & f \leq f_0 \\ 0 & f > f_0 \end{cases} \quad (2.25)$$

dove B è il coefficiente “*instabilità di bias*”, mentre f_0 è la frequenza di taglio (Figura 2.7).

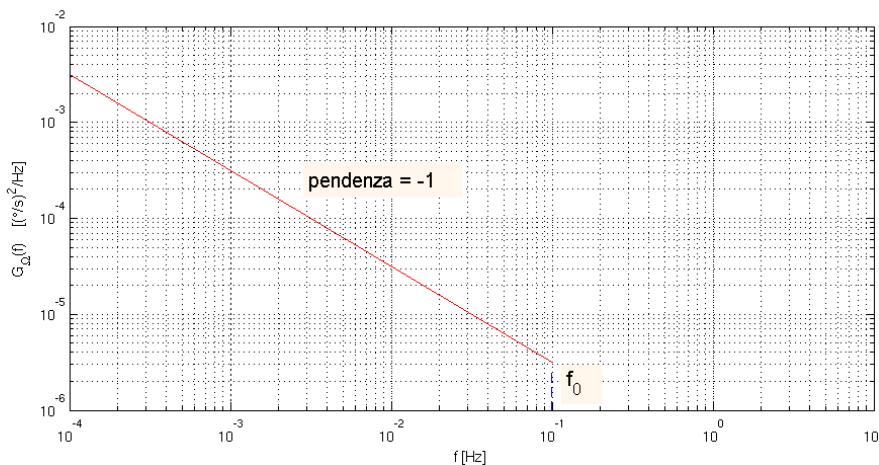


Figura 2.7: Densità di potenza spettrale di un rumore tipo instabilità di bias tagliato alla frequenza f_0

Dopo aver sostituito la 2.25 nella 2.19 , mediante integrazione si ottiene la varianza di Allan per l'instabilità di bias:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{2B^2}{\pi} \left[\ln 2 - \frac{\sin^3(x)}{2x^2} (\sin x + 4x \cos x) + Ci(2x) - Ci(4x) \right] \quad (2.26)$$

dove $x = \pi f_0 \tau$, mentre Ci è la funzione integrale del coseno.

La varianza di Allan per l'instabilità di bias ha pendenza nulla per valori di τ maggiori dell'inverso della frequenza di taglio f_0 (Figura 2.8), ovvero per la regione che comprende il rumore flicker della 2.25.

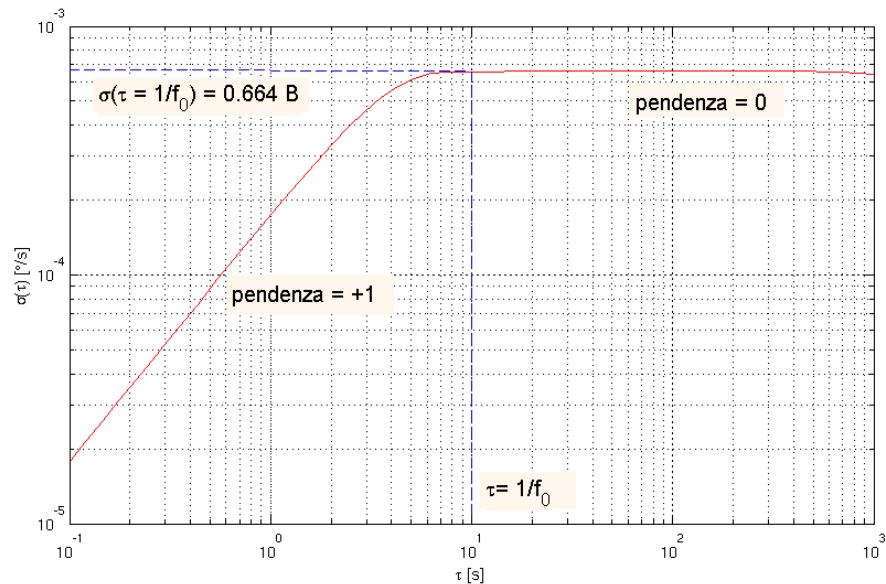


Figura 2.8: Varianza di Allan per un rumore tipo “instabilità di bias”

2.3.3. Rate random walk

È un processo casuale di origine incerta, tale tipologia di rumore è presente per tempi di acquisizione molto lunghi. La PSD della velocità angolare associata a questa tipologia di rumore è:

$$S_\Omega(f) = \left(\frac{K}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f^2} \quad (2.27)$$

dove K è il coefficiente “rate random walk” (Figura 2.9).

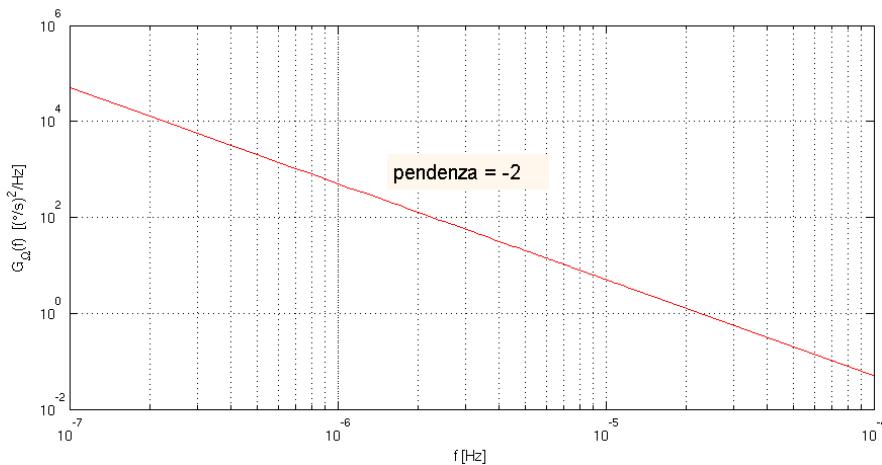


Figura 2.9: Densità di potenza spettrale di un rumore "rate random walk"

Sostituendo la 2.27 nella 2.19 e procedendo con l'integrazione, si ottiene:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{K^2 \tau}{3} \quad (2.28)$$

Il termine di rumore rate random walk è rappresentato da una curva, in scala doppio logaritmica, con pendenza di 0.5 (Figura 2.10).

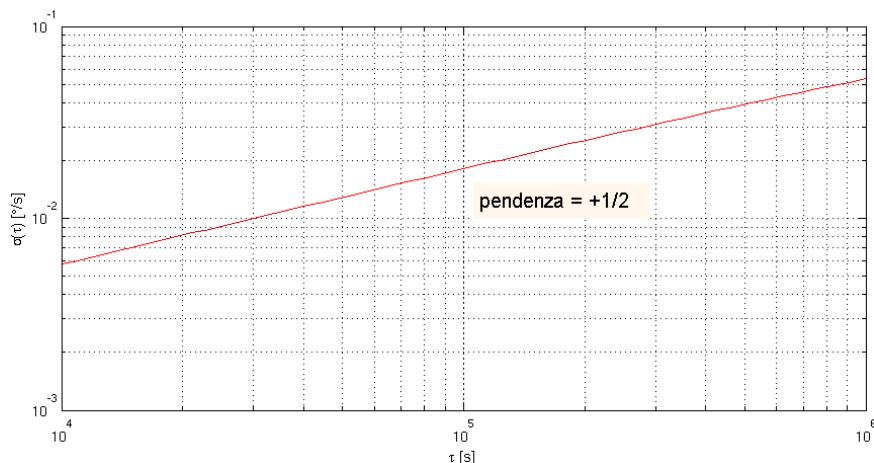


Figura 2.10: Varianza di Allan per un rumore "rate random walk"

2.3.4. Rumore di quantizzazione

È un termine di rumore legato al campionamento digitale del giroscopio, ossia al numero finito di livelli analogici forniti in uscita; nel caso di giroscopio con uscita analogica, questo rumore non compare nello spettro. Se il convertitore ADC ha un numero elevato di bit (> 6 circa), questo rumore può considerarsi bianco e gaussiano e distribuito su tutto lo spettro di uscita, ossia $0 \div f_0$, ovvero fino alla frequenza di campionamento f_0 ; l'errore (rumore) di quantizzazione si distribuisce secondo una gaussiana con varianza:

$$\sigma_q^2 = \frac{LSB^2}{12} \quad (2.29)$$

dove LSB è la risoluzione del giroscopio.

Lo standard IEEE per la caratterizzazione dei giroscopi fa riferimento in particolare a giroscopi ottici IFOG [9]; l'errore di quantizzazione, quindi, si riferisce all'uscita di tali giroscopi, valutata come cambiamento di fase:

$$S_\theta(f) \approx \tau_0 Q^2 \quad f < \frac{1}{2\tau_0} \quad (2.30)$$

dove Q viene definito “*coefficiente del rumore di quantizzazione*” ed è distribuito secondo la 2.29.

La PSD della velocità angolare è quindi la derivata del rumore bianco gaussiano della 2.30:

$$S_\Omega(f) \approx (2\pi f)^2 \tau_0 Q^2 \quad f < \frac{1}{2\tau_0} \quad (2.31)$$

Sostituendo la 2.31 nella 2.19 e dopo integrazione:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} \quad (2.32)$$

Il rumore di quantizzazione è rappresentato, in scala doppio logaritmica, da una curva avente pendenza -1, nel caso di un giroscopio IFOG. Per un giroscopio MEMS invece, poiché l'uscita quantizzata è riferita già a una velocità angolare, il rumore di quantizzazione rimane di tipo bianco gaussiano e si comporta come il termine di rumore “*angle random walk*”.

2.3.5. Rate ramp

È un termine di rumore misurabile nel campo di frequenze molto basse; a causa di tempi di integrazioni troppo lunghi τ (nell'ordine delle settimane), è difficilmente quantificabile.

La densità di potenza spettrale di tale rumore è:

$$S_\Omega(f) = \frac{R^2}{(2\pi f)^3} \quad (2.33)$$

mentre la varianza di Allan si calcola come:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{R^2 \tau^2}{2} \quad (2.34)$$

2.3.6. Rumore sinusoidale

Il rumore in un giroscopio può anche essere caratterizzato da una o più frequenze distinte; una rappresentazione della PSD di un rumore contenente una singola frequenza, ovvero un rumore di tipo sinusoidale, è:

$$S_\Omega(f) = \frac{1}{2} \Omega_0^2 [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] \quad (2.35)$$

dove Ω_0 è l'ampiezza, f_0 è la frequenza di disturbo, mentre $\delta(x)$ è la funzione delta di Dirac.

Sostituendo la 2.35 nella 2.19 e integrando, si trova la varianza di Allan per un rumore sinusoidale:

$$\sigma^2(\tau) = \Omega_0^2 \left(\frac{\sin^2 \pi f_0 \tau}{\pi f_0 \tau} \right)^2 \quad (2.36)$$

La Figura 2.11 mostra l'equazione 2.36 in scala doppio logaritmica. L'identificazione e l'osservazione di questo tipo di rumore richiede l'osservazione di una serie di picchi; il primo picco presenta la massima ampiezza per $\tau = 0.371 \cdot f_0^{-1}$, mentre decade in un antirisonanza per $\tau = f_0^{-1}$. L'ampiezza dei picchi successivi decade rapidamente e quindi

potrebbe essere mascherata da altri tipi di rumore in alta frequenza, rendendo difficoltosa l'osservazione del rumore sinusoidale.

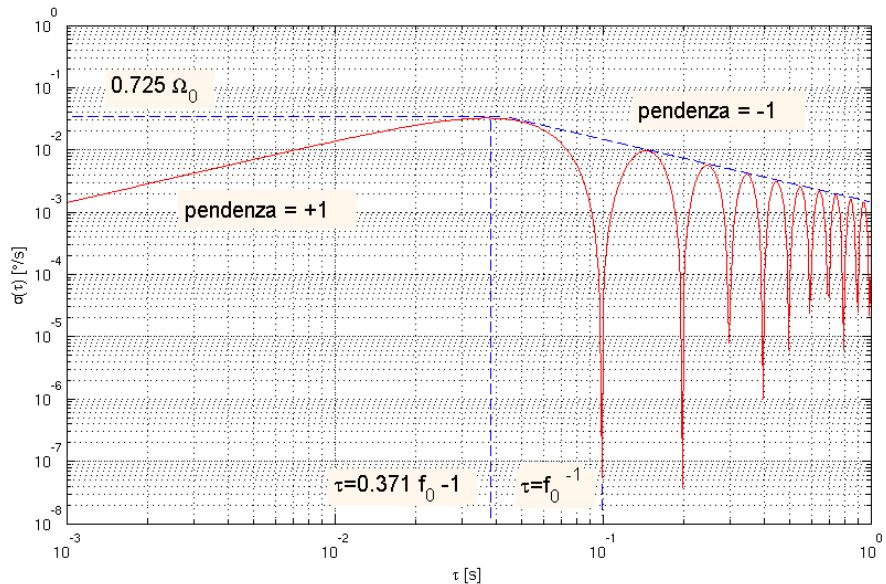


Figura 2.11: Deviazione di Allan per un rumore sinusoidale, avente frequenza $f_0 = 10 \text{ Hz}$

2.3.7. Rumore correlato esponenziale (Markov)

È un tipo di rumore caratterizzato da una funzione esponenziale decrescente con un tempo di correlazione finito. La densità di potenza spettrale per questo processo è:

$$S_\Omega(f) = \frac{(q_c T_c)^2}{1 + (2\pi f T_c)^2} \quad (2.37)$$

dove q_c è l'ampiezza del rumore, mentre T_c è il tempo di correlazione. Sostituendo la 2.37 nella 2.19 e integrando, si trova:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{(q_c T_c)^2}{\tau} \left[1 - \frac{T_c}{2\tau} \left(3 - 4e^{-\frac{\tau}{T_c}} + e^{-\frac{2\tau}{T_c}} \right) \right] \quad (2.38)$$

2.3.8. Effetto combinato di tutti i rumori

Nell'ipotesi di assumere che gli esistenti termini di rumore siano statisticamente indipendenti, la varianza di Allan per un determinato valore di τ è la somma delle varianze di ciascun processo casuale, considerato individualmente per quel valore di τ :

$$\sigma_{tot}^2(\tau) = \sigma_{ARW}^2(\tau) + \sigma_{BiasInst}^2(\tau) + \sigma_{RRW}^2(\tau) + \dots \quad (2.39)$$

L'esperienza mostra che, in molti casi, ogni termine di rumore ha un peso preponderante rispetto agli altri, in una limitata banda di frequenze. La varianza di Allan filtra la potenza del rumore acquisito mediante un filtro passa-banda, associato al tempo di integrazione τ (secondo la 2.18): per questo motivo permette di isolare il contributo del rumore preponderante nella banda di frequenze interessata dalla funzione di trasferimento $H(f)$. Ad esempio, la 2.39, per un determinato tempo di integrazione, può pesare maggiormente il contributo di rumore ARW:

$$\sigma_{tot}^2(\tau=\tau_1) = \sigma_{ARW}^2(\tau_1) + \sigma_{BiasInst}^2(\tau_1) + \sigma_{RRW}^2(\tau_1) + \dots \simeq \sigma_{ARW}^2(\tau_1) \quad (2.40)$$

In conclusione, la varianza di Allan separa i vari contributi di rumore, pesandoli per diversi tempi di integrazione τ ; ciò ne permette una facile identificazione, in quanto ogni tipologia di rumore, come analizzato nei paragrafi precedenti, ha una diversa rappresentazione della varianza, come visibile in Figura 2.12 .

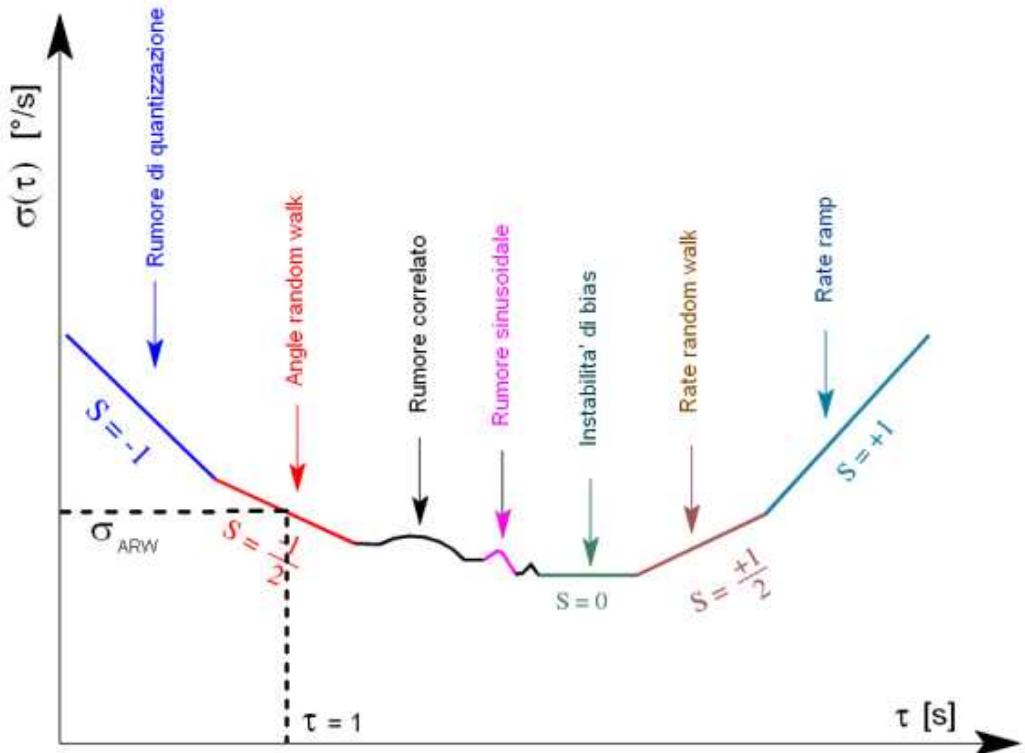


Figura 2.12: Contributo dei diversi tipi di rumore nella deviazione di Allan (scala logaritmica), per un giroscopio ottico IFOG, come descritto in “IEEE Std 952-1999” [9]

Si possono riepilogare i diversi contributi di rumore nella Tabella 2.1; nelle prove sperimentali, illustrate nel capitolo 4, si potrà comunque notare che i termini relativi ai tempi di integrazione più lunghi (rate ramp, rate random walk) sono difficilmente misurabili; si riesce a notare che la curva risale dopo aver raggiunto il minimo della bias instability, mostrando per un breve tratto la zona di rumore rate random walk. Inoltre il rumore di quantizzazione, per un giroscopio MEMS digitale, è di tipo bianco gaussiano, a differenza di quanto descritto nelle specifiche IEEE [9], riferite in particolare a dispositivi IFOG.

Proprietà della deviazione di Allan per i vari tipi di rumore			
Tipo di rumore	$\log(\sigma) - \log(\tau)$	Pendenza della curva	Valore del coefficiente
Rumore di quantizzazione	$\log(\sigma) = -\log(\tau) + \log(\sqrt{3}Q)$	-1	$Q = \sigma(\sqrt{3})$
Angle random walk	$\log(\sigma) = -\frac{1}{2}\log(\tau) + \log(N)$	-1/2	$N = \sigma(1)$
Instabilità di bias	$\log[\sigma(f_0)] \approx \log(0.664B)$	0	$B = \frac{\sigma(f_0)}{0.664}$
Rate random walk	$\log(\sigma) = \frac{1}{2}\log(\tau) + \log\frac{K}{\sqrt{3}}$	1/2	$K = \sigma(3)$
Rate ramp	$\log(\sigma) = \log(\tau) + \log\frac{R}{\sqrt{2}}$	1	$R = \sigma(\sqrt{2})$
Rumore sinusoidale	Vedere Figura 2.11	± 1	Vedere Figura 2.11

Tabella 2.1: Sommario dei principali tipi di rumore per un giroscopio ottico IFOG, come descritto in “IEEE Std 952-1999” [9]

2.4 Esempi e considerazioni sulla varianza di Allan

Alcune considerazioni sulla varianza di Allan possono essere illustrate mediante un esempio applicativo. Si utilizzano i coefficienti di rumore stimati di un generico giroscopio analogico MEMS, avente le caratteristiche in Tabella 2.2; il giroscopio non presenta quindi il rumore di quantizzazione, tipico del campionamento digitale, inoltre, in prima analisi, non si considerano i contributi di rumore sinusoidali.

Angle random walk	N	$0.0129 [\text{ }^\circ/\sqrt{s}]$
Instabilità di bias	B	$0.01027 [\text{ }^\circ/s]$
Rate random walk	K	$2.5741 \cdot 10^{-4} [\text{ }^\circ/s^{3/2}]$
Frequenza di taglio del filtro passa-basso	f_t	120 Hz

Tabella 2.2: Parametri di un generico giroscopio MEMS misurato in laboratorio

La Figura 2.13 mostra la densità di potenza spettrale monolatera del segnale in uscita al giroscopio non filtrato; la varianza di Allan è invece mostrata in Figura 2.14.

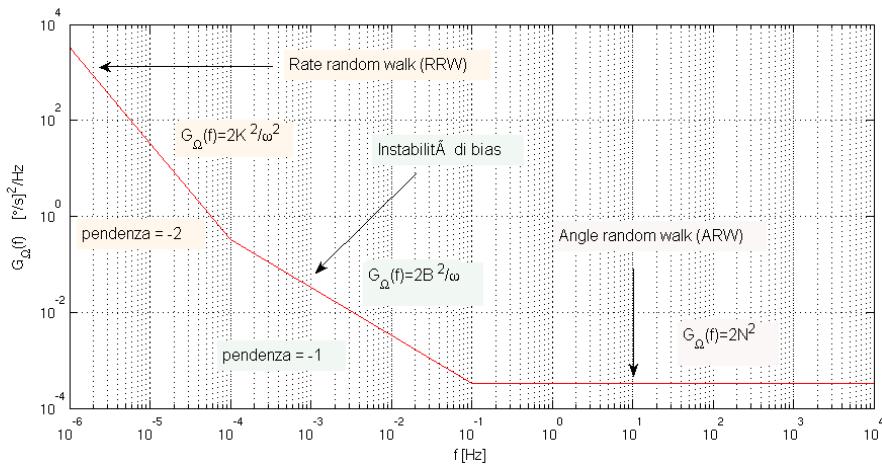


Figura 2.13: Densità di potenza spettrale monolatera di un giroscopio MEMS, senza filtro passa-basso

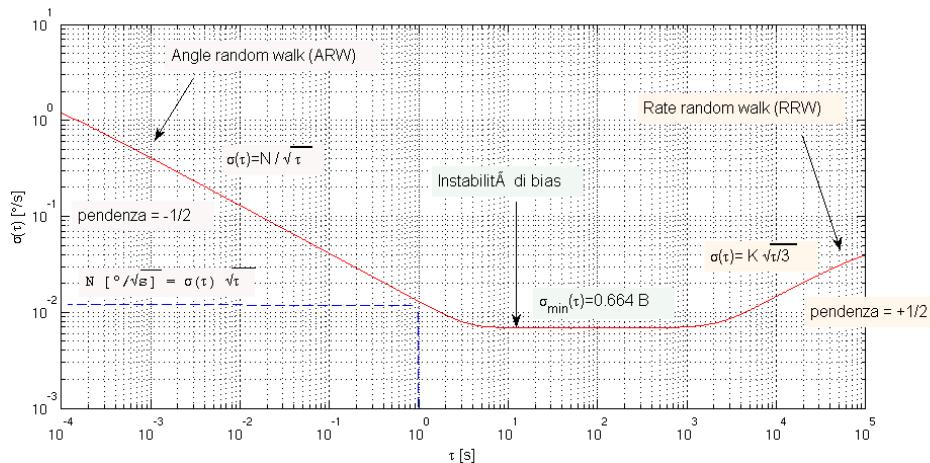


Figura 2.14: Deviazione di Allan di un giroscopio MEMS non filtrato

2.4.1. Effetto del filtro passa-basso interno al giroscopio

Nella realtà, il segnale proveniente dal giroscopio viene filtrato mediante un filtro passa-basso, avente una determinata frequenza di taglio f_t , (Figura 2.15).

Il filtro comporta, per τ inferiori alla frequenza di taglio inversa f_t , una riduzione del valore $\sigma(\tau)$, come mostrato in Figura 2.16.

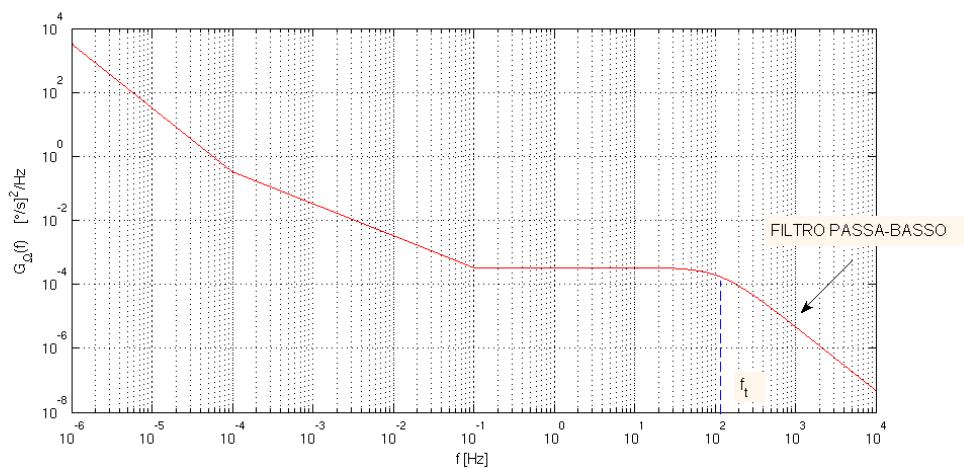


Figura 2.15: Densità di potenza spettrale del giroscopio con filtro passa-basso
 $f_t = 120 \text{ Hz}$

Finché il filtro permette di conservare una parte dello spettro nella zona di angle random walk, è possibile caratterizzare correttamente il giroscopio (Figura 2.17), in caso contrario si perdono le informazioni relative a quella regione dello spettro. I giroscopi in commercio ovviamente filtrano solo frequenze elevate e permettono di ricostruire interamente lo spettro fino a circa 120 Hz.

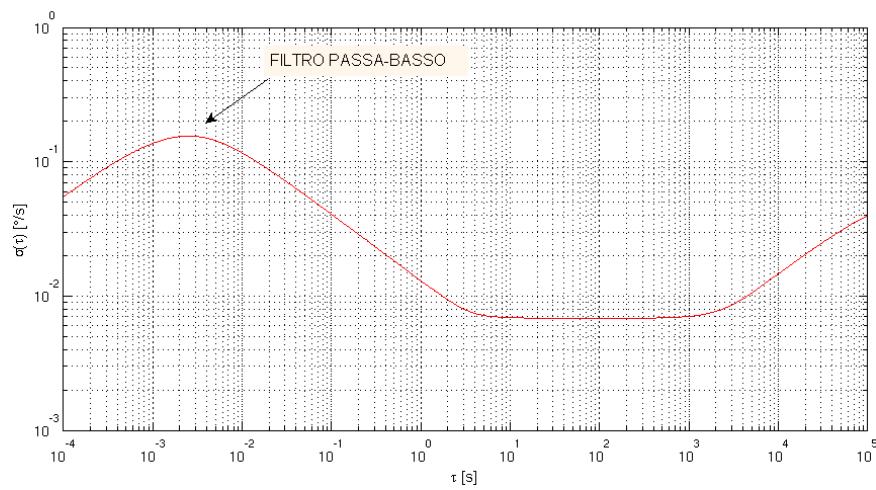


Figura 2.16: Deviazione di Allan del giroscopio con filtro passa-basso $f_t = 120 \text{ Hz}$

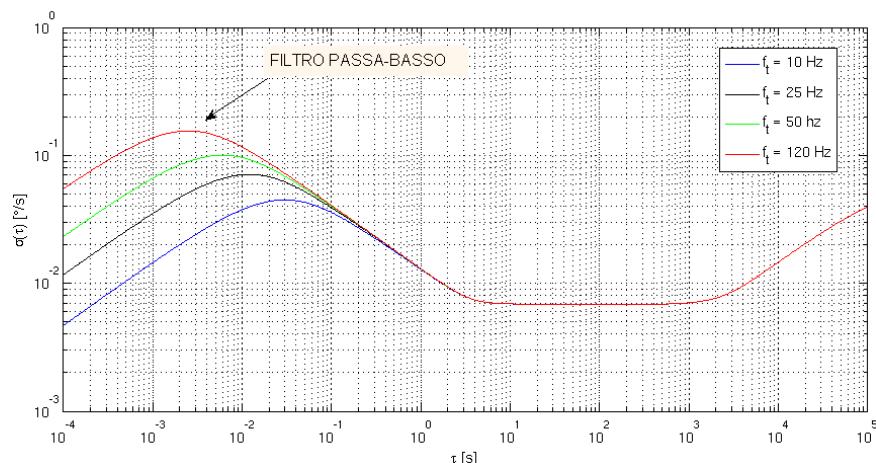


Figura 2.17: Effetto della frequenza di taglio sulla deviazione di Allan

2.4.2. Effetto di un rumore sinusoidale nel segnale

Ipotizzando, per il giroscopio in esame, di applicare un rumore di tipo sinusoidale alla frequenza $f_s = 1 \text{ Hz}$ (Figura 2.18), si possono osservare nella varianza di Allan una serie di picchi decrescenti, tipici di questo disturbo.

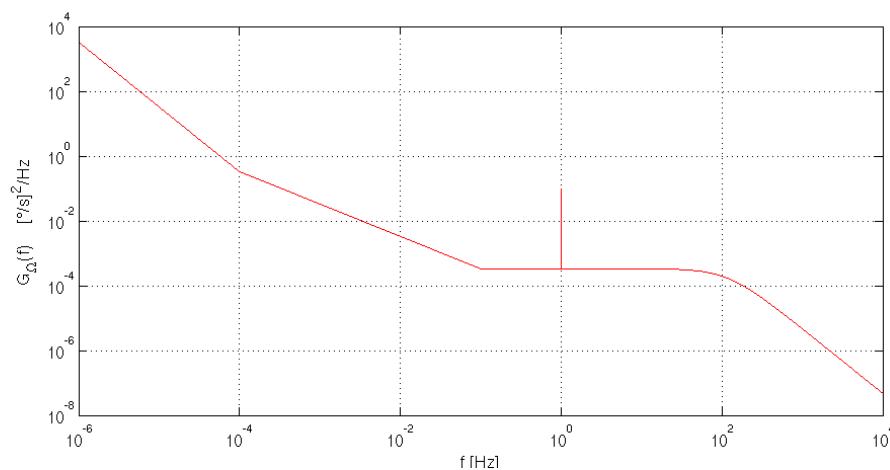


Figura 2.18: Densità di potenza spettrale di un giroscopio, con disturbo sinusoidale

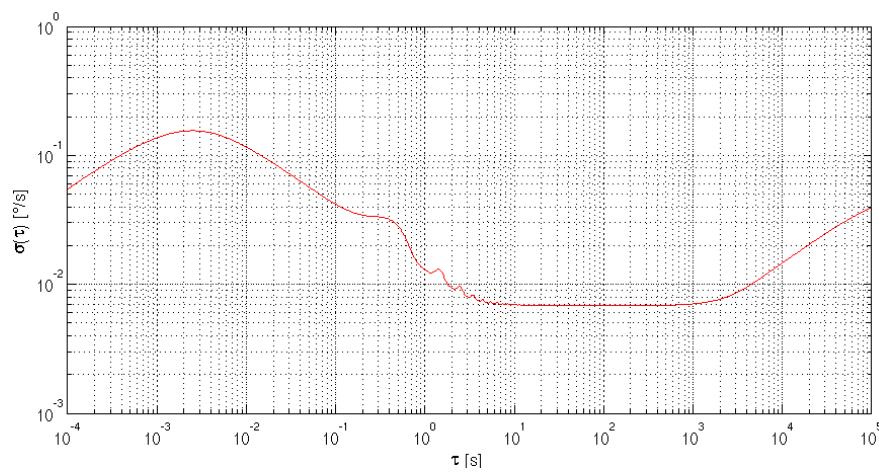


Figura 2.19: Deviazione di Allan di un giroscopio affetto da rumore sinusoidale

2.4.3. Effetto dell'aliasing nel campionamento del segnale

Se si considera un segnale avente uno spettro di rumore bianco $S_\Omega(f)$ limitato superiormente $0 < f < f_{nbw}$, nel caso di campionamento di tale segnale con frequenza di campionamento $f_c \ll f_{nbw}$, il rumore diventa:

$$S_{\Omega, \text{aliasing}}(f) = \frac{f_{nbw}}{f_c} S_\Omega(f) \quad , \text{ per } 0 \leq f \leq \frac{1}{2} f_c \quad (2.41)$$

Ad esempio, se la frequenza di campionamento è metà della banda del segnale, la PSD del segnale campionato con aliasing è doppia, in quanto l'energia propria del segnale rimane la stessa, ma viene compressa in una banda ristretta [13]; la rispettiva varianza di Allan perde di significato nel caso di aliasing, in quanto integra una PSD che è diversa dal segnale originale.

Se ora si osserva la PSD di un giroscopio, come in Figura 2.20, in alta frequenza è presente il contributo di un rumore bianco, limitato superiormente da un filtro passa-basso, mentre in bassa frequenza compare il rumore flicker relativo alla zona di stabilità di bias e ancora più in bassa frequenza il rumore rate random walk, qui non riportato, in quanto non significativo nello studio dell'aliasing essendo maggiore del flicker.

Si può osservare come, per effetto dell'aliasing, il rumore bianco diventi superiore e vada a coprire parzialmente il rumore flicker, mentre per frequenze basse il rumore flicker rimanga invariato; da questa analisi deriva che la varianza di Allan (Figura 2.21), nel caso di aliasing, perde di validità nella caratterizzazione dell'ARW, mentre il coefficiente di stabilità di bias B rimane invariato, seppure compaia per valori di τ superiori.

Per ovviare al problema dell'aliasing è doveroso aggiungere nella catena di misura un filtro antialiasing, oppure campionare a frequenze elevate e sfruttare il filtro interno passa-basso per acquisire l'intero spettro del segnale proveniente dal giroscopio. In questo lavoro si è optato per un campionamento a frequenza elevata, superiore al filtro interno.

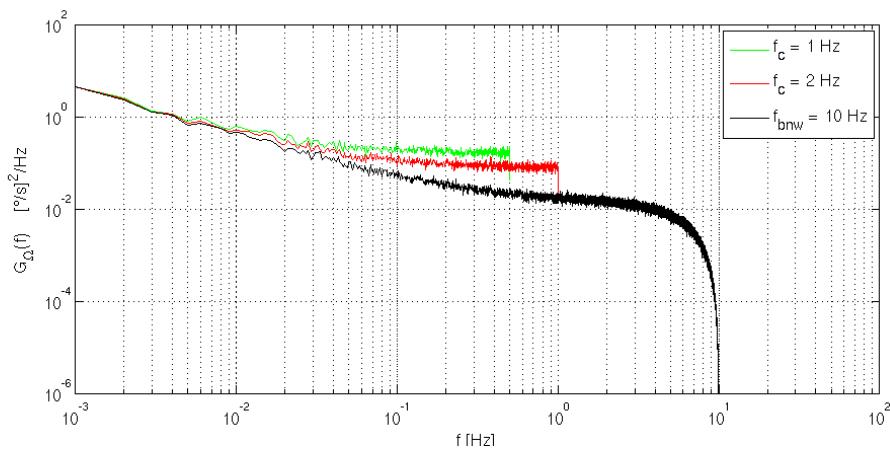


Figura 2.20: Densità di potenza spettrale di un giroscopio; per effetto dell'aliasing, il rumore bianco copre parzialmente il rumore flicker (stabilità di bias)

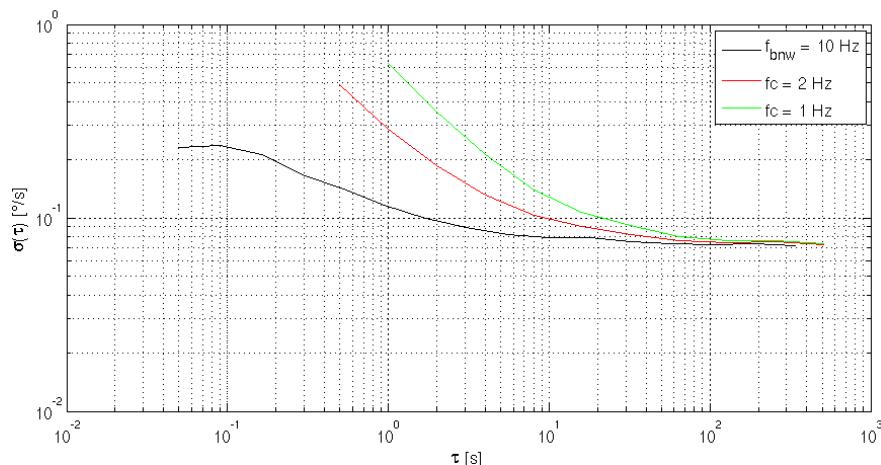


Figura 2.21: Deviazione di Allan; non è possibile ricostruire correttamente il coefficiente ARW, mentre il coefficiente di instabilità di bias rimane invariato

2.5 Errore nell'integrazione della velocità angolare in presenza di rumore sulla misura

Il coefficiente ARW è un valore usato comunemente dai produttori di giroscopi per esprimere il rumore bianco contenuto nella misura di velocità angolare; può essere utilizzato per calcolare il drift del giroscopio, ovvero la deriva della rotazione misurata mediante integrazione della velocità angolare [14].

Se l'integrazione avviene nella regione definita “angle random walk”, è prevalente il contributo del rumore bianco gaussiano.

Per mostrare l'effetto che questo rumore ha nell'integrazione del segnale, si considera una sequenza di campioni proveniente da un segnale $\Omega(t)$ caratterizzato da rumore bianco; il rumore bianco (gaussiano, a valor medio nullo) è un processo stazionario ed ergodico caratterizzato da:

- valor medio nullo $\mu=0$
- varianza σ^2 (corrispondente all'intensità del rumore)
- funzione di autocorrelazione impulsiva (o densità di potenza spettrale costante)

Il segnale $\Omega(t)$ è distribuito secondo:

$$\Omega(t) \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.42)$$

Utilizzando una finestra rettangolare per integrare il rumore bianco $\Omega(t)$ su un tempo $t=n \cdot \delta t$ si ottiene:

$$\int_0^t \Omega(\tau) d\tau = \delta t \sum_{i=1}^n N_i \quad (2.43)$$

dove n è il numero di campioni acquisiti, N_i è la variabile relativa all'i-esimo campione, δt è l'inverso della frequenza di campionamento.
Ne segue che la variabile integrata presenta una distribuzione di tipo gaussiano:

$$E\left(\int_0^t \Omega(\tau) d\tau\right) = \delta t \cdot n \cdot E(N) = \delta t \cdot n \cdot 0 = 0 \quad (2.44)$$

$$Var\left(\int_0^t \Omega(\tau) d\tau\right) = \delta t^2 \cdot n \cdot Var(N) = \delta t \cdot t \cdot \sigma^2 \quad (2.45)$$

Si può osservare che la variabile integrata presenta anch'essa una distribuzione avente media nulla; volendo integrare la velocità angolare in uscita al giroscopio, la deviazione standard dell'angolo dopo un tempo t di integrazione è:

$$\sigma_\theta(t) = \sigma \cdot \sqrt{\delta t \cdot t} \quad (2.46)$$

dove δt è il tempo di campionamento del segnale.

Il coefficiente N (“angle random walk”), calcolabile secondo la 2.23, permette di valutare la 2.46 nel seguente modo:

$$\sigma_\theta(t) = N \cdot \sqrt{t} \quad (2.47)$$

La variabile integrata, si distribuisce quindi nel seguente modo:

$$\theta(t) = \int_0^t \Omega(\tau) d\tau \sim N(0, N^2 \cdot t) \quad (2.48)$$

L'integrazione di un rumore bianco si distribuisce secondo una gaussiana avente valore medio nullo e varianza proporzionale al tempo di integrazione t .

Per meglio comprendere quanto detto, si consideri di acquisire una velocità angolare composta da rumore bianco, con frequenza di campionamento $f_c = 1 \text{ kHz}$ per una durata $T = 1000 \text{ s}$ (Figura 2.22).

Il segnale (rumore bianco) ha distribuzione gaussiana (Figura 2.23), con media nulla e varianza nota (Tabella 2.3); la densità di potenza spettrale è costante (Figura 2.24) e la varianza di Allan ha pendenza $-1/2$ in scala doppio logaritmica (Figura 2.25).

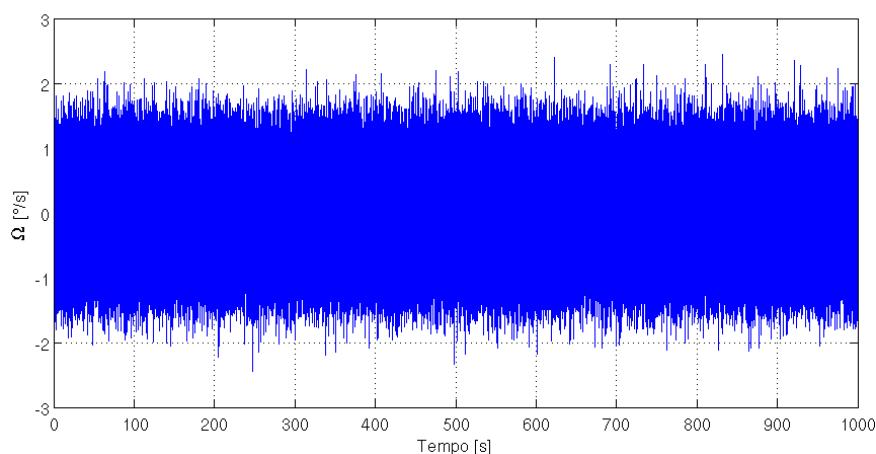


Figura 2.22: Esempio di rumore bianco acquisito da un giroscopio

Media della popolazione	$\mu = -0.0006$
Deviazione standard della popolazione	$\sigma = 0.500$
Varianza della popolazione	$\sigma^2 = 0.250$
Valore minimo della popolazione	$\Omega_{min} = -2.438$
Valore massimo della popolazione	$\Omega_{max} = 2.444$

Tabella 2.3: Valori statistici per il rumore bianco gaussiano

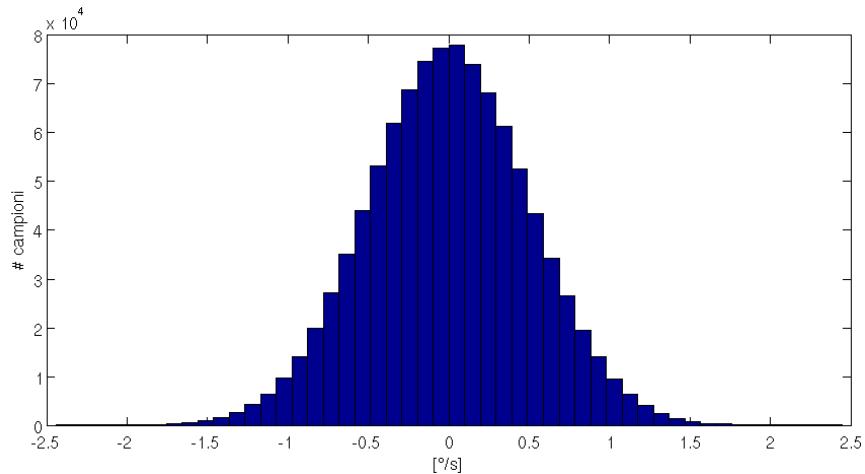


Figura 2.23: Distribuzione del rumore bianco gaussiano

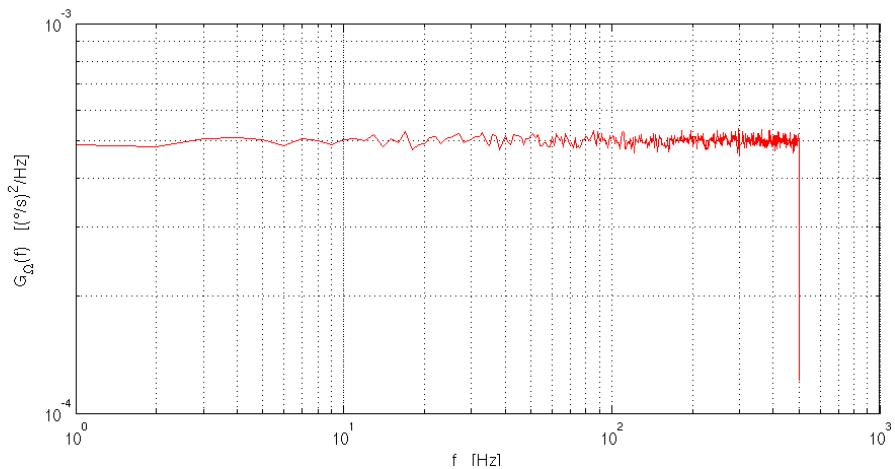


Figura 2.24: Densità di potenza spettrale del rumore bianco gaussiano

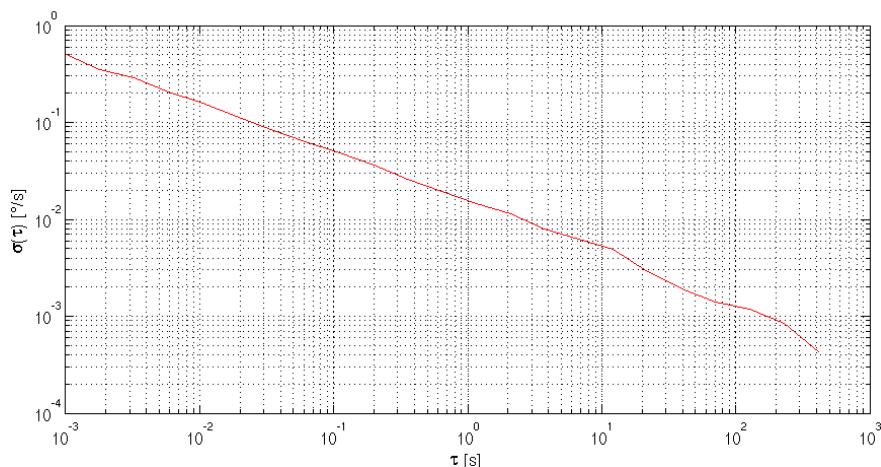


Figura 2.25: Deviazione di Allan per il rumore bianco gaussiano

È possibile stimare il coefficiente “*angle random walk*” mediante il grafico della PSD (secondo la 2.20) oppure mediante il grafico della varianza di Allan (secondo la 2.23); in questo esempio il coefficiente assume valore $N \approx 0.0156 [\text{°}/\sqrt{\text{s}}]$.

Si consideri ora di suddividere l’acquisizione di Figura 2.22 in campioni della durata $t=1\text{s}$, in tale modo si ha disposizione una popolazione statisticamente significativa di 1000 dati; quindi si integri ogni campione per la durata $t=1\text{s}$. La distribuzione della variabile integrata θ è di tipo gaussiano con media $\mu_\theta=0$ e deviazione standard $\sigma_\theta=N\cdot\sqrt{t}$ (Figura 2.26, Figura 2.28), in accordo con l’equazione 2.47. È l’effetto “*angle random walk*”, per cui l’integrazione di una velocità angolare affetta da rumore bianco, determina un cammino angolare casuale, comunemente definito “*passeggiata aleatoria*”.

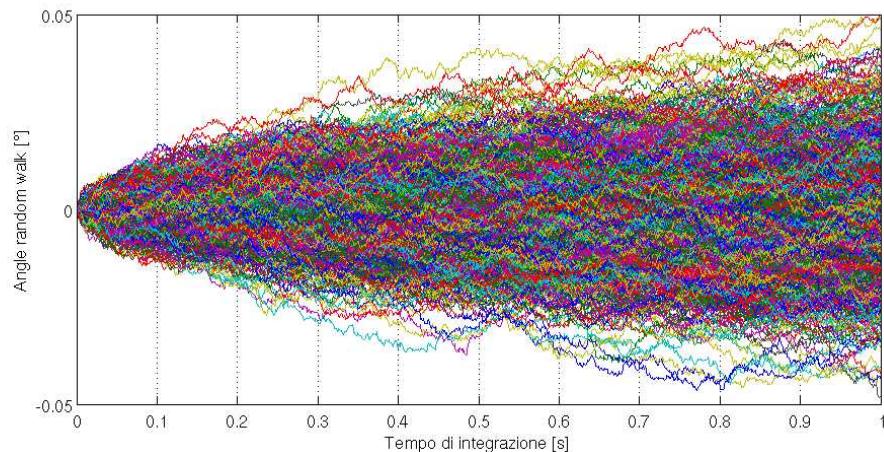


Figura 2.26: Distribuzione di una popolazione di 1000 campioni proveniente da rumore bianco gaussiano: ogni campione è stato integrato per valutare il cammino angolare percorso (angle random walk)

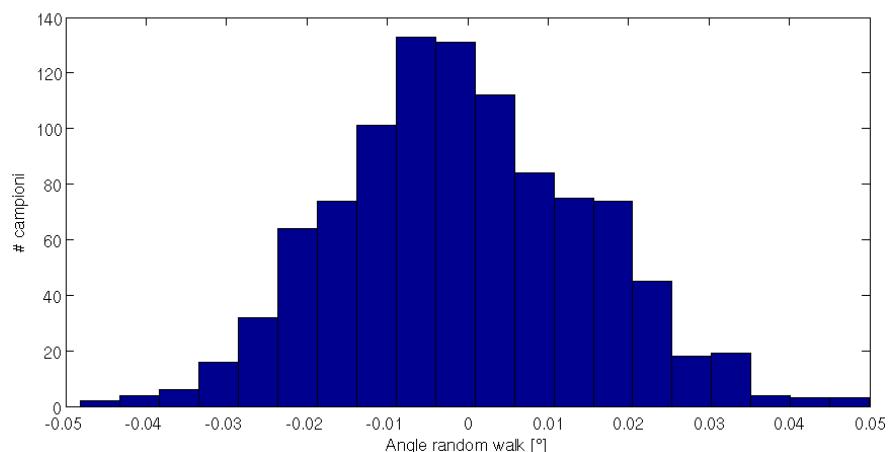


Figura 2.27: Distribuzione della popolazione angle random walk, al termine del tempo di integrazione $t=1s$; è una distribuzione gaussiana descritta nell'equazione 2.48

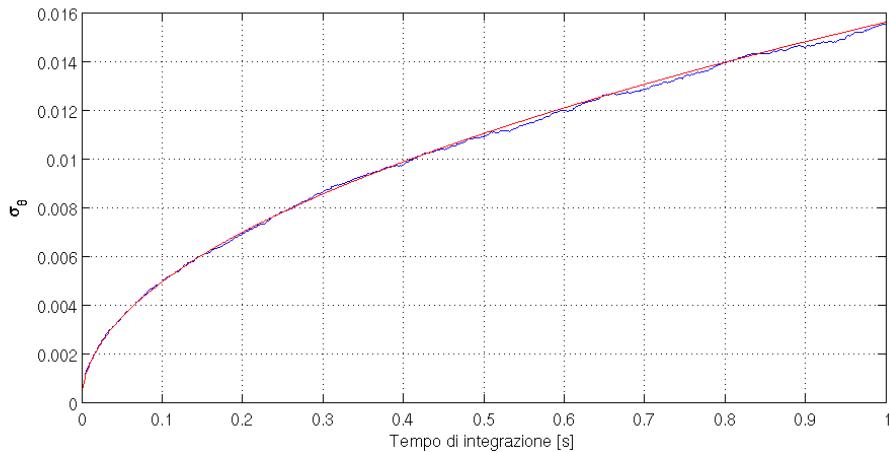


Figura 2.28: La deviazione standard della popolazione (linea blu) segue l'andamento previsto dal modello di equazione 2.47 (linea rossa)

Quanto detto finora, è valido nel caso di calibrazione ideale del giroscopio. L'uscita misurata da un giroscopio è la seguente:

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + \Omega_{zr} - \Omega_{cal} \quad (2.49)$$

dove $\Omega_0(t)$ è un segnale caratterizzato da rumore bianco, mentre Ω_{zr} è un livello di offset, definito “zero rate”, tipico di ogni dispositivo; tale offset viene misurato opportunamente mediante calibrazione ed eliminato dalle misure introducendo un coefficiente Ω_{cal} .

Nel caso di calibrazione ideale, l'uscita misurata è relativa unicamente alla velocità angolare applicata al giroscopio:

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + (\Omega_{zr} - \Omega_{cal}) = \Omega_0 \quad (2.50)$$

Nel caso di calibrazione non corretta, l'uscita misurata conferma anche un errore di calibrazione $\Delta\Omega$:

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + (\Omega_{zr} - \Omega_{cal}) = \Omega_0(t) + \Delta\Omega \quad (2.51)$$

Se la 2.51 viene integrata per un tempo t , scegliendo come coefficiente Ω_{cal} un valore fissato, l'angolo θ si distribuisce come segue:

$$\theta(t) = \int_0^t (\Omega_0(\tau) + \Delta\Omega) d\tau \sim N(0, N^2 t) + \Delta\Omega \cdot t = N(\Delta\Omega \cdot t, N^2 t) \quad (2.52)$$

La variabile $\theta(t)$ presenta quindi due contributi distinti:

- l'integrazione di un rumore bianco gaussiano $\Omega_0(t)$ è una distribuzione gaussiana $N(0, N^2 t)$
- un errore nell'offset $\Delta\Omega$ costante per ogni integrazione, comporta una deriva dei dati secondo $\Delta\Omega \cdot t$ (drift lineare)

In Figura 2.29 si può vedere l'effetto di un errore nell'offset $\Delta\Omega = 0.1 [\text{ }^\circ/\text{s}]$, applicato al rumore bianco gaussiano di Figura 2.22, integrato per un tempo $t=1\text{ s}$; osservando la Figura 2.30, si nota come, in presenza di un errore di offset costante, la distribuzione gaussiana venga traslata di un valore pari a $\mu = \Delta\Omega \cdot t = 0.1 [\text{ }^\circ]$.

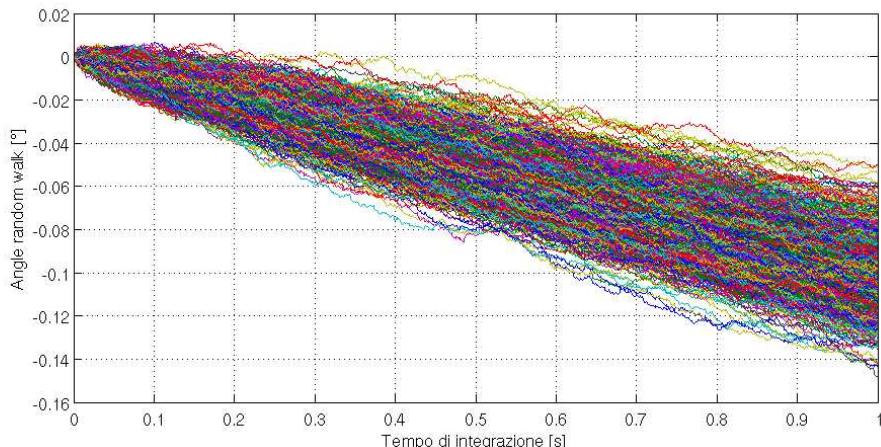


Figura 2.29: Integrazione di un rumore bianco gaussiano con aggiunta di una deriva lineare nel tempo a causa di errata calibrazione $\Delta\Omega$

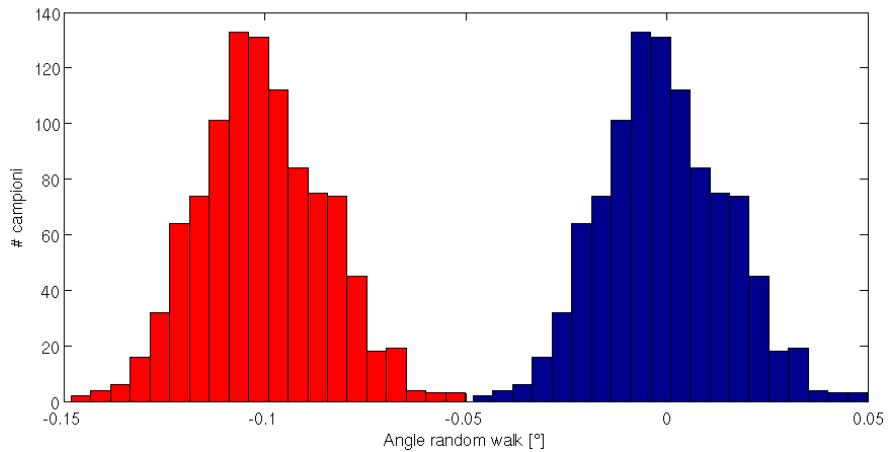


Figura 2.30: Distribuzione di angle random walk nel caso di integrazione di un rumore bianco gaussiano (blu), con l'aggiunta di un errore di offset costante (rosso)

Considerando invece di scegliere il coefficiente di calibrazione nel seguente modo:

$$\Omega_{cal} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} [\Omega_0(\tau) + \Omega_{zr}] d\tau = \Omega_{zr} + \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \Omega_0(\tau) d\tau \quad (2.53)$$

ovvero stimando l'offset come media su un tempo finito inferiore al tempo di integrazione $t_1 < t$; tale stima viene eseguita ogni volta che si effettua l'integrazione del segnale.

Sostituendo la 2.53 nella 2.51:

$$\Omega(t) = \Omega_0(t) + (\Omega_{zr} - \Omega_{cal}) = \Omega_0(t) - \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \Omega_0(\tau) d\tau \quad (2.54)$$

La 2.54 può essere integrata per un tempo t :

$$\theta(t) = \int_0^t \Omega(\tau) d\tau \quad (2.55)$$

La variabile $\theta(t)$ presenta la seguente distribuzione:

$$\theta(t) \sim N\left(0, N^2 t\right) + N\left(0, \frac{\sigma^2}{n}\right) \cdot t = N\left(0, N^2 t + \frac{\sigma^2}{n} \cdot t^2\right) \quad (2.56)$$

Tale distribuzione è la somma di due contributi distinti:

- l'integrazione di un rumore bianco gaussiano $\int_0^t \Omega_0(\tau) d\tau \sim N(0, N^2 t)$
- la variabile $\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \Omega_0(\tau) d\tau$, nel caso di acquisizione discreta dei dati provenienti da rumore bianco, rappresenta la media campionaria $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Omega_0(i) \sim N(0, \sigma^2/n)$; l'integrazione di tale stima origina un termine di drift distribuito secondo la gaussiana $N\left(0, \frac{\sigma^2}{n}\right) \cdot t$

Dalla 2.56 si può trovare la deviazione standard:

$$\sigma_\theta(t) = N\sqrt{t} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot t \quad (2.57)$$

Compare quindi, oltre al termine parabolico (integrazione di un rumore bianco), anche un termine lineare (dovuto alla media campionaria del rumore bianco); la componente parabolica prevale per tempi di integrazione piccoli, mentre la componente lineare per tempi di integrazione più lunghi (Figura 2.31).

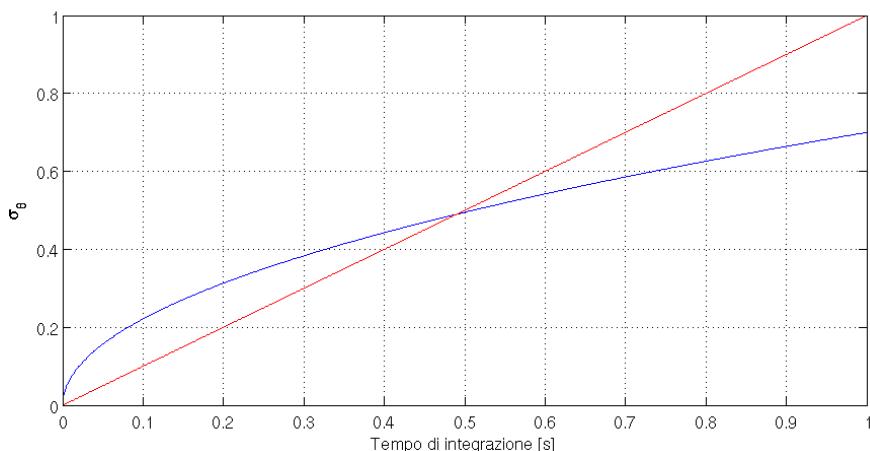


Figura 2.31: Deviazione standard di angle random walk, descritta nell'equazione 2.57; il termine parabolico (linea blu) prevale per tempi di integrazione piccoli, mentre il termine lineare per tempi di integrazione lunghi (linea rossa)

Nel caso in cui si voglia stimare la media campionaria del rumore bianco, considerando solo il primo punto acquisito, ovvero per $n=1$, la 3.57 diventa:

$$\sigma_\theta(t) = N\sqrt{t} + \sigma \cdot t \quad (2.58)$$

Per illustrare quanto detto, si consideri di acquisire il rumore bianco gaussiano di Figura 2.22; si suddivide l'acquisizione in campioni della durata $t=1\text{s}$, a ogni campione viene quindi sottratto il primo valore della serie (media campionaria di un unico dato, come nell'equazione 2.58) e successivamente si procede a integrare per $t=1\text{s}$.

La distribuzione dei dati integrati è una gaussiana, come esplicitato nella 2.56, con deviazione standard secondo la 2.58; poiché $N \approx 0.0156[\text{ }^\circ/\sqrt{\text{s}}]$ mentre $\sigma = 0.5005[\text{ }^\circ/\text{s}]$, prevale l'incremento lineare (Figura 2.32, Figura 2.33) a partire da tempi di integrazione anche piccoli, quindi non è visibile il contributo parabolico nella Figura 2.34.

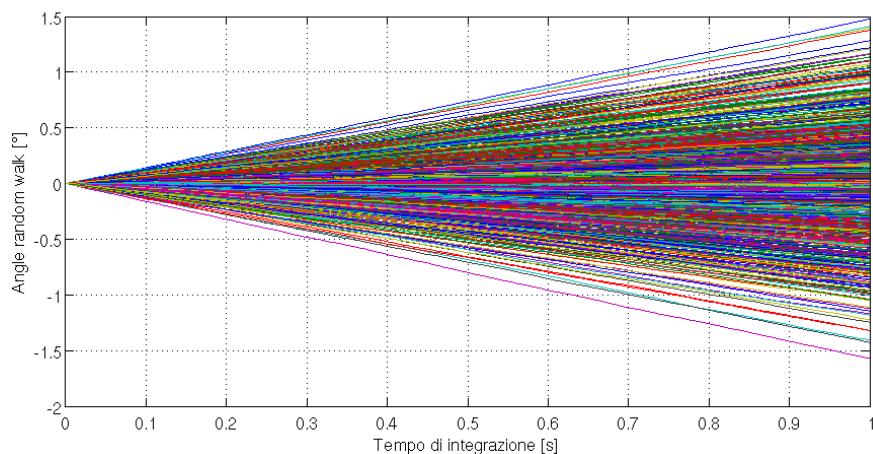


Figura 2.32: Angle random walk per il caso di integrazione di un rumore bianco, normalizzato rispetto al primo dato di ogni serie temporale

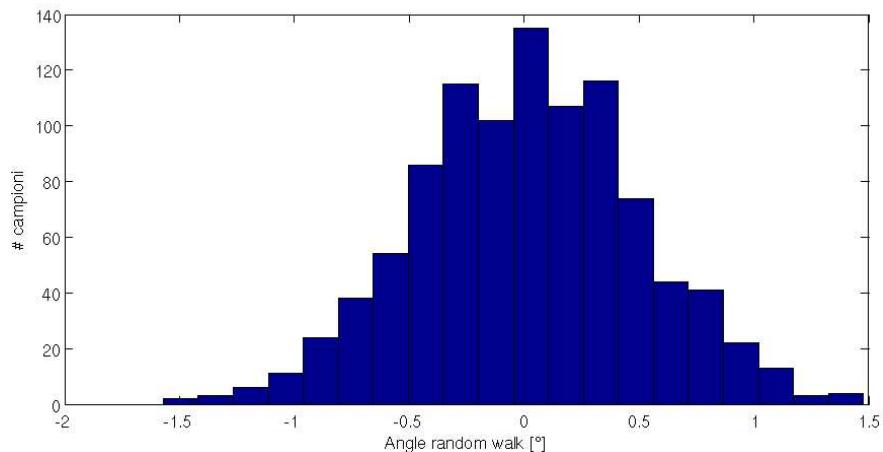


Figura 2.33: Distribuzione gaussiana dell'istante finale di integrazione di angle random walk, secondo l'equazione 2.56

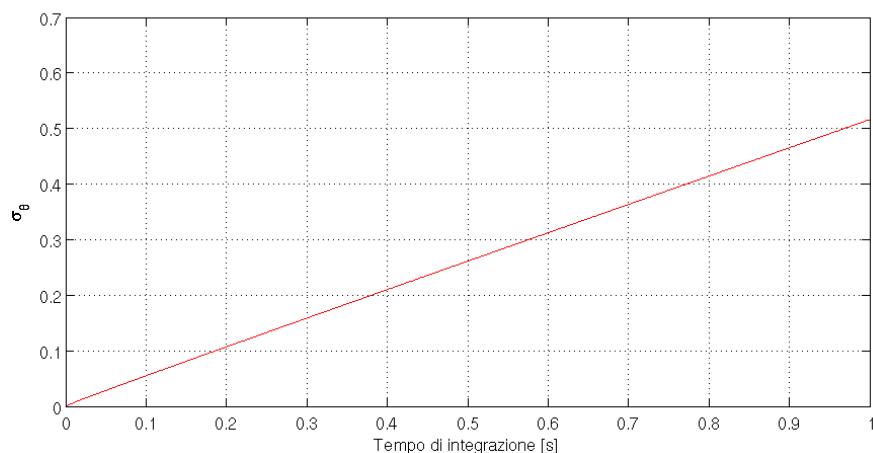


Figura 2.34: Deviazione standard di angle random walk, secondo l'equazione 2.58; nel caso in esame, è prevalente il termine lineare rispetto a quello quadratico

In questo capitolo si è condotta un'analisi approfondita dei termini di rumore presenti nei giroscopi e se ne sono considerati i possibili effetti sulla misura. Il successivo capitolo è dedicato alla descrizione del setup di misura, ponendo l'attenzione sugli accorgimenti utilizzati per condurre le prove sperimentali in maniera ottimale.

Capitolo 3

Caratterizzazione del setup di misura

Nel terzo capitolo, viene descritto il setup di misura, utilizzato nella campagna sperimentale. Si procede a validare la catena di misura, in modo da garantirne la ripetibilità ed eliminare l'influenza di disturbi esterni. Quindi viene eseguita la caratterizzazione della cella di Peltier, utilizzata nel controllo della temperatura. Infine si misura il livello di vibrazioni che la cella di Peltier introduce nel setup.

3.1 Descrizione del setup di misura

Per garantire la ripetibilità delle misure che verranno acquisite nella successiva campagna sperimentale, il setup di misura viene allestito cercando di perseguire la condizione di ottimo, secondo la seguente linea guida:

- ambiente a temperatura controllata; i giroscopi MEMS sono sensibili alle variazioni di temperatura durante la misura, dunque risulta utile ridurre al minimo queste variazioni per isolare la sola componente di rumore intrinseco
- ridotte vibrazioni indotte nel setup, quali forze impulsive, disturbi monofrequenziali, ecc; nonostante la capacità nei giroscopi MEMS di reiettare le componenti di accelerazione, è consigliabile ridurre queste componenti di disturbo esterno
- bassa variabilità delle condizioni di misura durante l'intera giornata; si riporta come esempio l'escurzione di temperatura e la riduzione del rumore ambientale durante la notte rispetto al giorno lavorativo seguente

Le misure di rumore nei giroscopi MEMS possono essere inficate dalla variazione di temperatura; per ridurre tale effetto, i sensori sono posizionati sopra una cella di Peltier, che viene regolata alla temperatura prescelta mediante un controllore PID e un circuito di liquido refrigerante alimentato da una pompa. I giroscopi, posti sopra la cella, vengono inseriti in un cilindro cavo ricoperto di

materiale isolante; quindi il box termoisolante viene posizionato sopra un banco di prova.

I dispositivi MEMS sono collegati ad un alimentatore in corrente continua e le uscite vengono acquisite a computer mediante scheda DAQ, collegata a una morsettiera multicanale.

Il setup è infine completato da un altro sensore utile a monitorare lo stato del sistema durante le acquisizioni, ovvero un sensore di temperatura; il sensore di temperatura misura la durata del transitorio e la variabilità a transitorio terminato e trova collocazione all'interno del box termoisolante.

Volendo riassumere quanto detto, il setup di misura (Figura 3.1) è composto dalle seguenti parti:

- banco di prova
- cilindro cavo ricoperto di materiale isolante (box termoisolante), posto sopra il banco di prova (Figura 3.4)
- giroscopi MEMS e sensore di temperatura, posti dentro il box termoisolante (Figura 3.2)
- cella di Peltier e circuito di liquido refrigerante alimentato da una pompa
- alimentatore in corrente continua
- morsettiera multicanale
- scheda di acquisizione DAQ
- personal computer per il salvataggio ed elaborazione dei dati acquisiti (Figura 3.3)

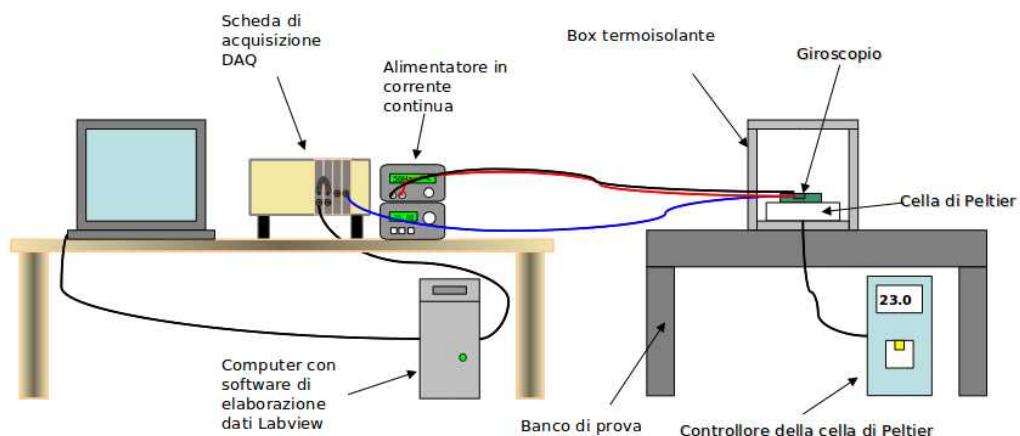


Figura 3.1: Illustrazione del setup di misura utilizzato nel corso delle prove sperimentali

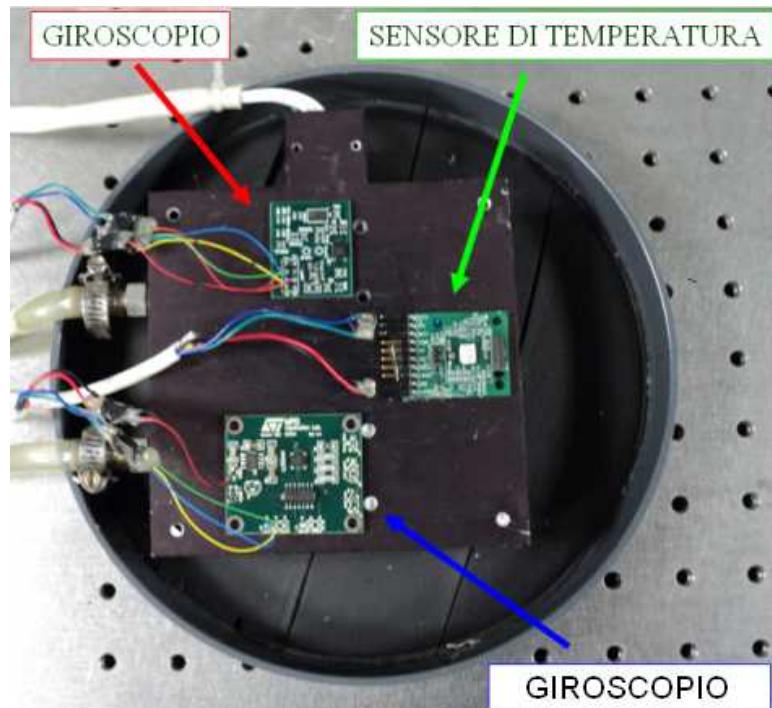


Figura 3.2: I giroscopi MEMS e il sensore di temperatura sono posti sopra la cella di Peltier, dentro il box termoisolante

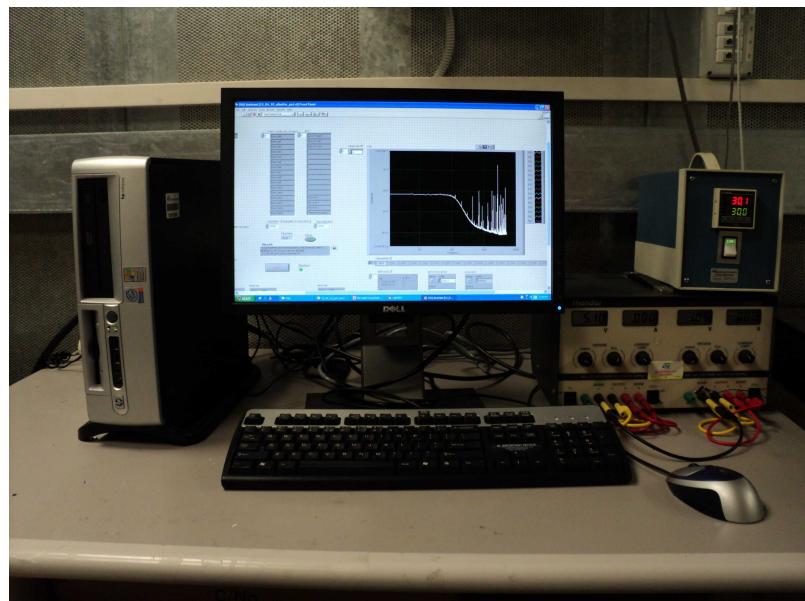


Figura 3.3: Computer per salvataggio ed elaborazione dei dati acquisiti

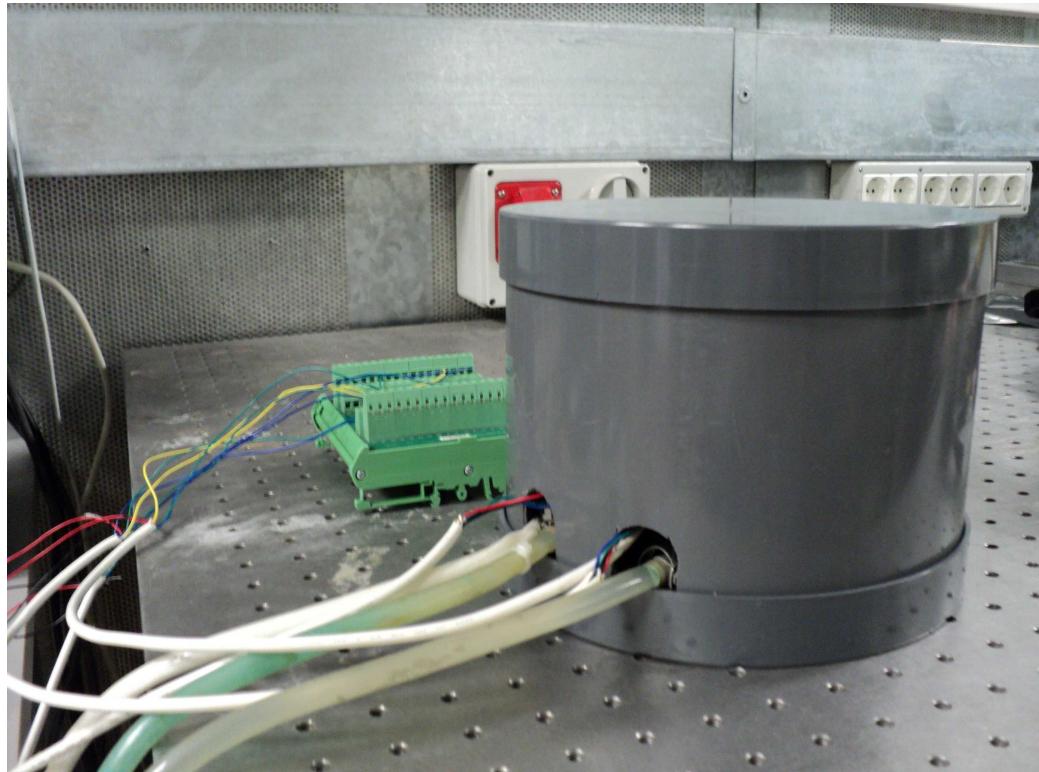


Figura 3.4: Dettaglio del setup di misura; box termoisolante, morsettiera multicanale e tubi per la circolazione del fluido refrigerante

Il sistema di regolazione della temperatura è il modello *Neslab CFT-25* (Tabella 3.4); esso costituito da una cella di Peltier, che permette il riscaldamento, accoppiata ad un sistema di raffreddamento mediante circolazione di liquido refrigerante. Il sistema di raffreddamento si compone di una pompa che provvede ad alimentare il fluido refrigerante, circolante lungo un circuito che scambia calore con la cella di Peltier. La macchina è dotata di un microprocessore basato su un controllore digitale *Athena XT-16*; tale controllore permette di impostare la temperatura con una risoluzione di 1°C e mantiene la stabilità entro un range di $\pm 0.5^\circ\text{C}$.

Intervallo di temperatura	5°C - 50°C
Stabilità della temperatura	± 0.5°C
Risoluzione controllore digitale	1 °C
Fluido refrigerante	R-134a
Capacità di raffreddamento	580 W
Alimentazione	115 V, 60 Hz, 10 Amps

Tabella 3.4: Dati tecnici del sistema di raffreddamento *NESLAB CFT-25*

L'alimentatore utilizzato è il modello *Thandar TS3022S* (Tabella 3.5); si tratta di un alimentatore in corrente continua, progettato per l'uso in modalità a corrente e tensione costante, dotato di indicatore digitale.

Numero di uscite	2
Tensione di ingresso nominale	110, 120, 220, 240 V
Tipo di indicatore	Digitale
Uscita di corrente 1	0–2 A
Uscita di corrente 2	0–2 A
Risoluzione in tensione	10 mV fino a 20 V 100 mV sopra 20 V
Uscita di tensione 1	0-30 V
Uscita di tensione 2	0-30 V
Risoluzione corrente	1mA fino a 2A 10mA sopra 2A

Tabella 3.5: Alimentatore in corrente continua *Thandar TS3022S*

I giroscopi MEMS analogici possiedono un'uscita in tensione acquisita dalla scheda DAQ; la tensione può essere convertita, in fase di elaborazione dei dati, in una misura di velocità angolare, mediante un parametro tipico di ogni dispositivo, denominato “sensitivity”, espresso in $[(mV)/(^\circ/s)]$.

La scheda di acquisizione a disposizione è il modello *PCI-6281* di National Instruments; si tratta di una scheda di acquisizione dati (DAQ) multifunzione a 18 bits (Tabella 3.6).

Numero di canali	16
Risoluzione	18 bits
Frequenza di campionamento	625 kS/s
Massima tensione in ingresso	10 V
Intervallo massimo di tensione	-10 V , 10 V
Fondoscala utilizzato durante le misure	0-3 V

Tabella 3.6: Dati tecnici della scheda di acquisizione dati (DAQ) PCI-6281 di National Instruments

3.2 Analisi del rumore di fondo proprio della scheda di acquisizione DAQ

Per valutare il livello di rumore introdotto dalla scheda di acquisizione nelle misure, si è scelto di riprodurre due possibili condizioni in cui viene allestito il setup di misura:

- cortocircuito di un singolo canale di acquisizione, che simula l'acquisizione di un giroscopio monoassiale (asse di misura *yaw*)
- cortocircuito di tre canali di acquisizione, che rispecchia l'acquisizione di un giroscopio triassiale (assi di misura *pitch, roll, yaw*)

Per ogni acquisizione (Tabella 3.7) si è scelto un diverso valore di frequenza di campionamento, da un valore massimo di 10 kHz a un valore minimo di 100 Hz, in modo tale da considerare interamente lo spettro di un giroscopio MEMS; si consideri che il campo operativo di tali sensori può arrivare a circa 120 Hz, poiché oltre interviene il filtro passa-basso della demodulazione, che riduce il segnale in uscita. Il periodo di acquisizione di un minuto permette di mediare 60 finestre temporali di lunghezza 1 secondo, con risoluzione spettrale 1Hz.

Numero prova	Frequenza di campionamento	Tempo di acquisizione	Canali di acquisizione in cortocircuito
1	10 kHz	1 minuto	1 canale
2	1 kHz	1 minuto	1 canale
3	100 Hz	1 minuto	1 canale
4	10 kHz	1 minuto	3 canali
5	1 kHz	1 minuto	3 canali
6	100 Hz	1 minuto	3 canali

Tabella 3.7: Caratterizzazione del livello di rumore della scheda di acquisizione DAQ

Dall'analisi della densità di potenza spettrale in Figura 3.5, si può osservare come il fondo di rumore proprio della scheda di acquisizione sia piatto nel range delle frequenze misurate; la scelta di cortocircuitare un unico canale o tre canali non comporta variazioni significative nel segnale intrinseco della scheda campionato alla frequenza di 10 kHz. Analoghe considerazioni possono essere estese anche a frequenze di campionamento inferiori (Figura 3.6, Figura 3.7), l'unica differenza è un innalzamento del livello di rumore nello spettro, un effetto causato dall'aliasing.

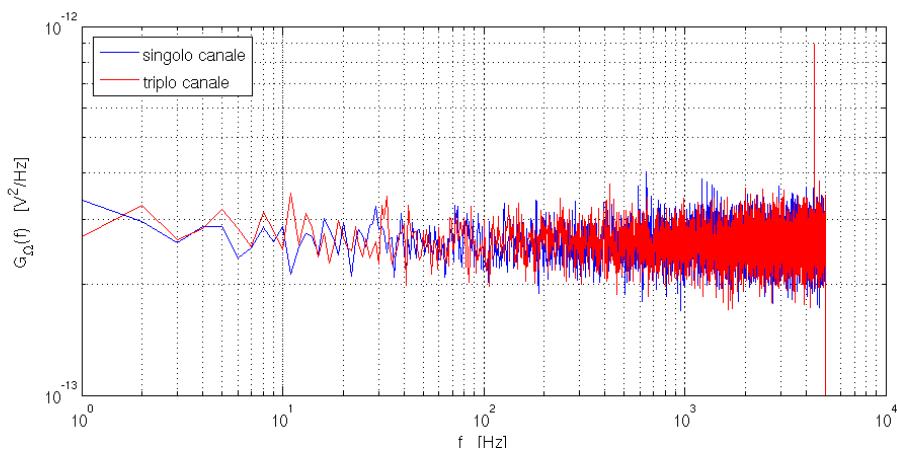


Figura 3.5: Densità di potenza spettrale della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 10kHz, per un diverso numero di canali cortocircuitati

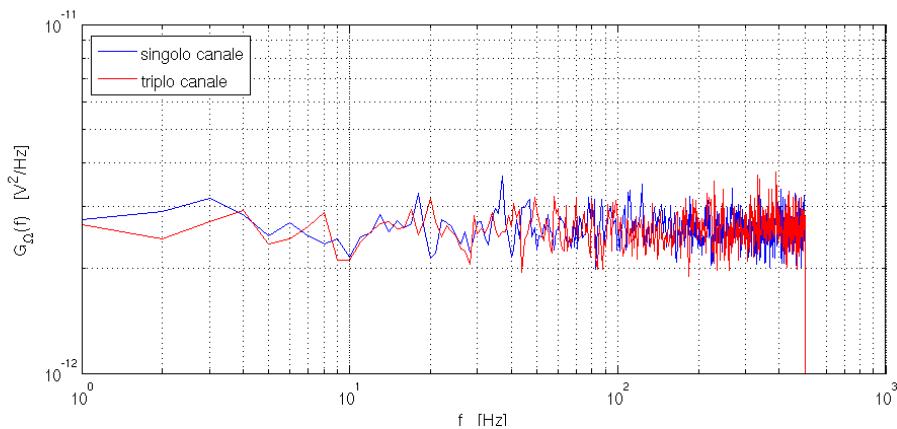


Figura 3.6: Densità di potenza spettrale della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 1kHz, per un diverso numero di canali cortocircuitati

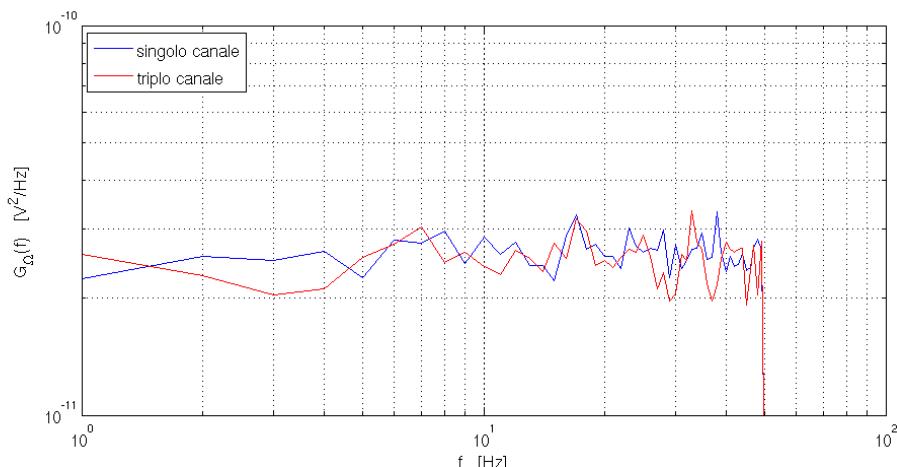


Figura 3.7: Densità di potenza spettrale della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 100Hz, per un diverso numero di canali cortocircuitati

In conclusione, è possibile affermare che il fondo di rumore della scheda di acquisizione non dipende dal numero di canali che vengono acquisiti; ciò garantisce, in una successiva campagna di misure, di poter considerare ininfluente il numero di giroscopi acquisiti. La frequenza di campionamento è significativa nel momento in cui, per valori bassi, si accompagna al fenomeno dell'aliasing, a causa del quale si ha un innalzamento del livello di rumore nella scheda (Tabella 3.8).

Frequenza di campionamento	Canali di acquisizione in cortocircuito	Densità di potenza spettrale del rumore (valore medio) [V² / Hz]
10 kHz	1	$2.603 \cdot 10^{-13}$
10 kHz	3	$2.598 \cdot 10^{-13}$
1 kHz	1	$2.609 \cdot 10^{-12}$
1 kHz	3	$2.596 \cdot 10^{-12}$
100 Hz	1	$2.546 \cdot 10^{-11}$
100 Hz	3	$2.439 \cdot 10^{-11}$

Tabella 3.8: Livello del rumore di fondo proprio della scheda di acquisizione al variare della frequenza di campionamento e del numero di canali utilizzati

3.3 Analisi del rumore introdotto da un giroscopio MEMS

Per analizzare il rumore di un giroscopio MEMS, si è utilizzato un giroscopio monoassiale yaw, con banda in frequenza fino a 140 Hz. Per procedere alla caratterizzazione del rumore introdotto dal giroscopio, bisogna considerare la densità di potenza spettrale nella banda di utilizzo del giroscopio 1-140 Hz. In analogia a quanto fatto per l'analisi del rumore di fondo della scheda di acquisizione DAQ, si opera in questo caso secondo la modalità illustrata in Tabella 3.9: il segnale viene acquisito mediante la scheda DAQ, successivamente alla catena di misura viene aggiunto un filtro esterno per ridurre gli effetti del rumore in alta frequenza.

Numero prova	Frequenza di campionamento	Tempo di acquisizione	Catena di misura
1	10 kHz	1 minuto	scheda DAQ
2	1 kHz	1 minuto	scheda DAQ
3	100 Hz	1 minuto	scheda DAQ
4	10 kHz	1 minuto	scheda DAQ e filtro passa-basso esterno
5	1 kHz	1 minuto	scheda DAQ e filtro passa-basso esterno
6	100 Hz	1 minuto	scheda DAQ e filtro passa-basso esterno

Tabella 3.9: Prova di caratterizzazione del livello di rumore del giroscopio

Il periodo di acquisizione di un minuto permette di mediare 60 finestre temporali di lunghezza 1 secondo, con risoluzione spettrale 1Hz. Si osservi lo spettro del giroscopio per $f_c=10\text{kHz}$ (Figura 3.8). Il rumore bianco viene filtrato in alta frequenza, inoltre si può notare l'effetto del filtro passa-basso esterno aggiuntivo; le componenti di disturbo sinusoidali alle frequenze 50-150-250 Hz sono da imputare alla tensione di alimentazione.

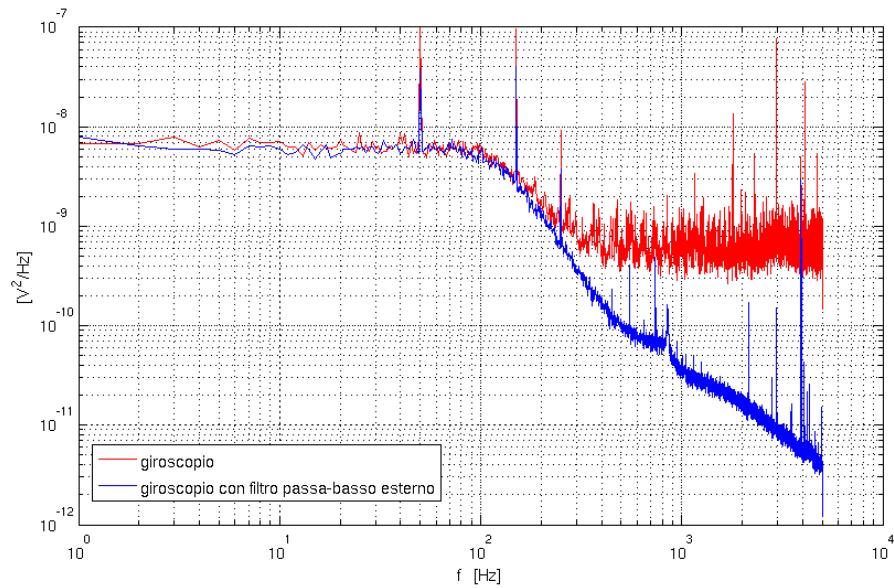


Figura 3.8: Densità di potenza spettrale del giroscopio, con frequenza di campionamento 10 kHz

Per frequenze di campionamento inferiori, il rumore bianco aumenta a causa dell'effetto di aliasing; inoltre si può notare come l'introduzione di un ulteriore filtro passa-basso riduca tale problema (Figura 3.9, Figura 3.10).

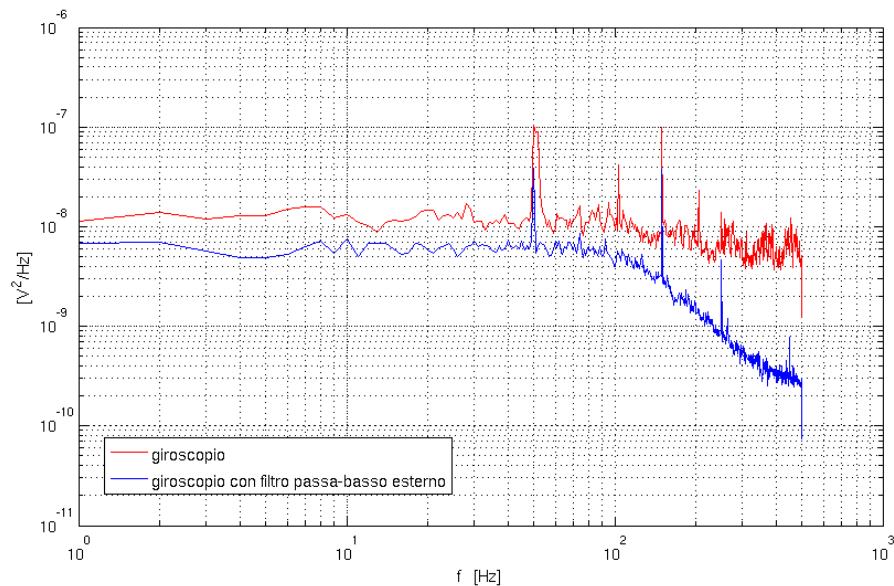


Figura 3.9: Densità di potenza spettrale del giroscopio, con frequenza di campionamento 1 kHz

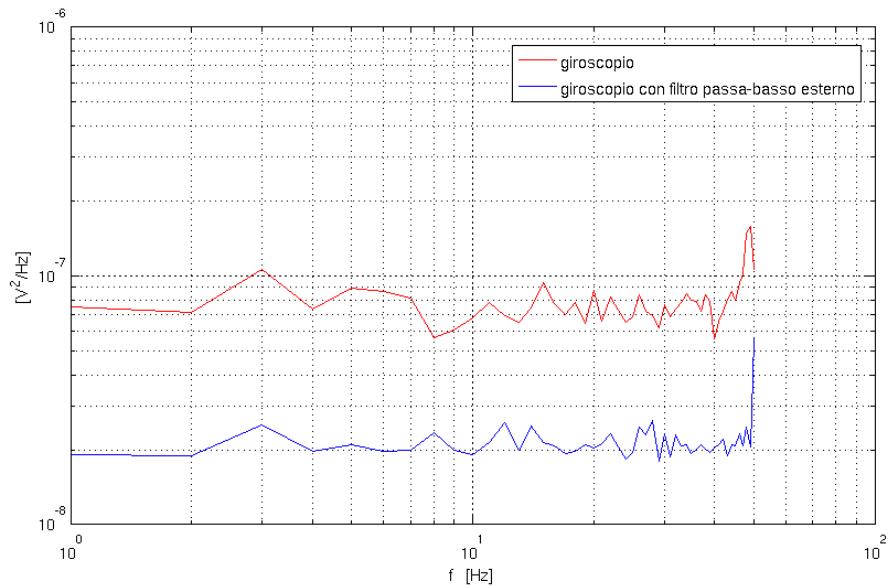


Figura 3.10: Densità di potenza spettrale del giroscopio, con frequenza di campionamento 100 Hz

In conclusione, le due modalità di acquisizione sono comparabili e danno gli stessi risultati nel range di frequenze d'interesse 1-140 Hz, nel caso di campionamento $f_c = 10\text{kHz}$; per frequenze di campionamento inferiori risulta evidente il vantaggio di introdurre un filtro esterno (Tabella 3.10).

Frequenza di campionamento	Catena di misura	Densità di potenza spettrale del rumore (valore medio misurato nella zona di rumore bianco 0-140 Hz) [V^2 / Hz]
10 kHz	Scheda DAQ + giroscopio	$6.378 \cdot 10^{-9}$
10 kHz	Scheda DAQ + giroscopio con filtro passa-basso esterno	$5.575 \cdot 10^{-9}$
1 kHz	Scheda DAQ + giroscopio	$1.328 \cdot 10^{-8}$
1 kHz	Scheda DAQ + giroscopio con filtro passa-basso esterno	$5.730 \cdot 10^{-9}$
100 Hz	Scheda DAQ + giroscopio	$7.861 \cdot 10^{-8}$
100 Hz	Scheda DAQ + giroscopio con filtro passa-basso esterno	$2.151 \cdot 10^{-8}$

Tabella 3.10: Caratterizzazione del livello di rumore del giroscopio al variare della frequenza di campionamento

3.4 Comparazione del rumore tra giroscopio e scheda DAQ

Il rumore di fondo del giroscopio, nelle frequenze di interesse 1-140 Hz, non viene coperto dal rumore proprio della scheda di acquisizione DAQ (Tabella 3.8, Tabella 3.10). La scheda di acquisizione ha un livello di rumore inferiore al giroscopio, tale da non influire nelle misure sul sensore, sia nell'acquisizione in alta frequenza, sia nell'acquisizione in bassa frequenza (Figura 3.11, Figura 3.12, Figura 3.13).

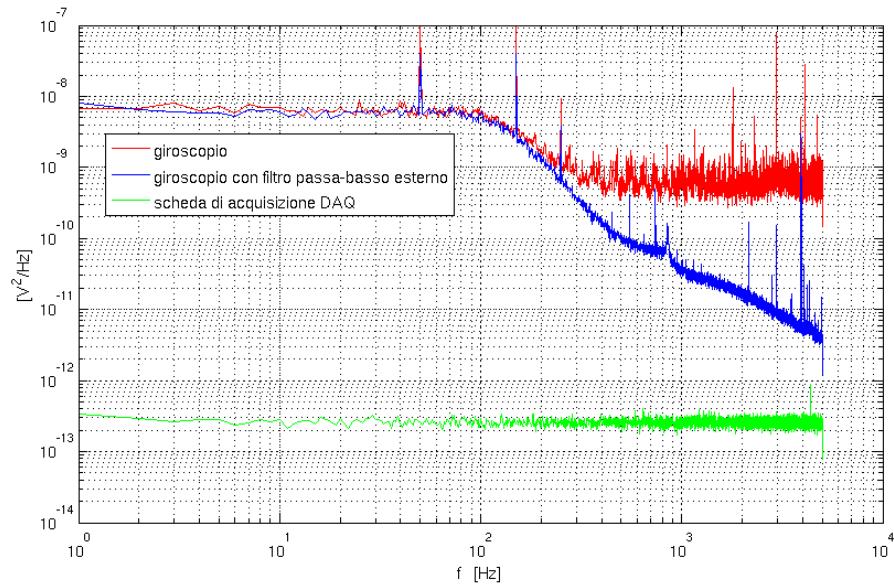


Figura 3.11: PSD del giroscopio e della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 10 kHz

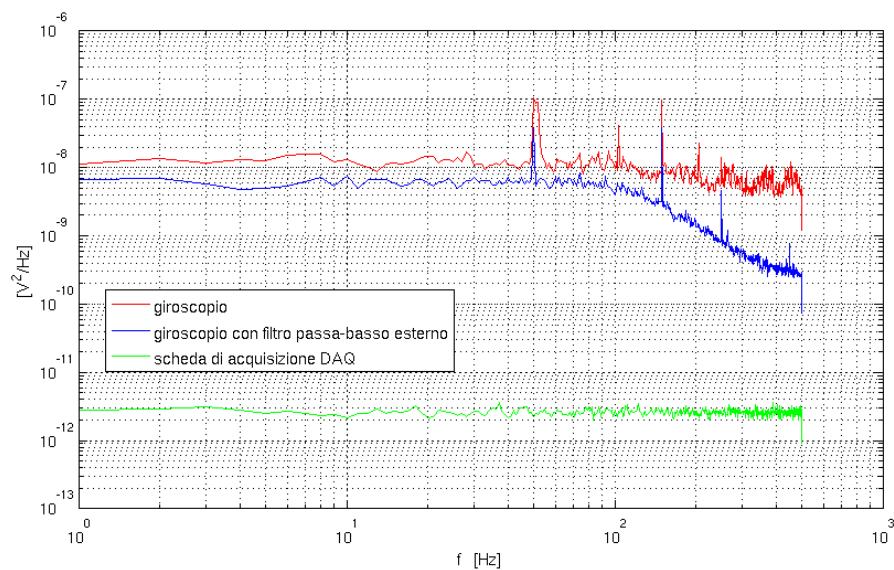


Figura 3.12: PSD del giroscopio e della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 1 kHz

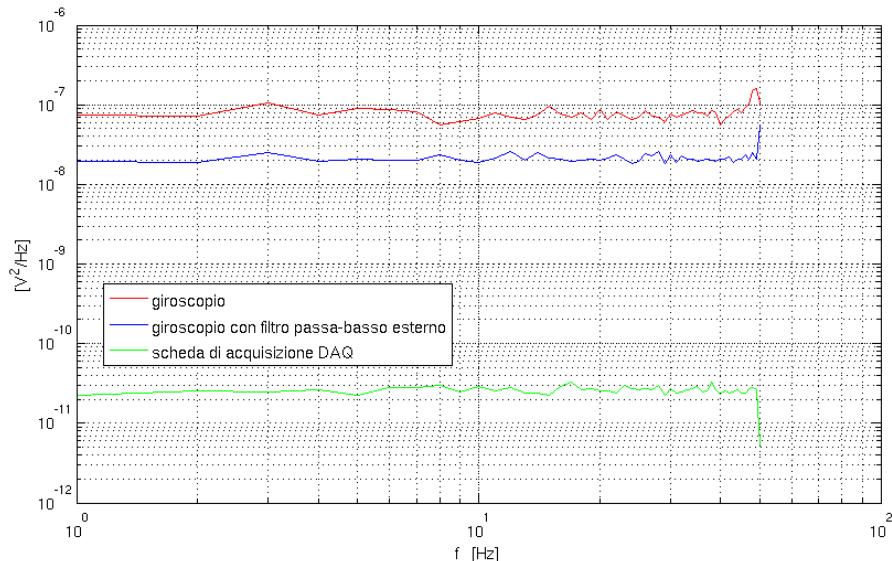


Figura 3.13: PSD del giroscopio e della scheda di acquisizione, con frequenza di campionamento 100 Hz

Poiché il rumore intrinseco della scheda di acquisizione DAQ è inferiore al rumore di fondo misurato nei giroscopi, è possibile validare la catena di misura per la successiva campagna di misure sperimentali.

3.5 Caratterizzazione della temperatura del setup di misura

Nell'ottica di effettuare misure di lungo periodo, è importante osservare la variazione di temperatura all'interno del setup nel corso della prova. La cella di Peltier permette di stabilizzare la temperatura ad un valore impostato, dopo essere arrivata a regime, ma, piccole oscillazioni di tale variabile sono possibili a causa di diversi fattori concorrenti, tra i quali è possibile citare la variazione di temperatura all'interno del laboratorio e la non perfetta coibentazione della scatola isolante. Per la misura di temperatura viene utilizzato un sensore di temperatura on chip.

3.5.1. Taratura del sensore di temperatura

Utilizzando un modello di regressione lineare per interpretare l'uscita in tensione del sensore di temperatura, si trova $T = 274.44 \cdot V - 320.1$. La bontà di adattamento del modello ai dati viene garantita dal coefficiente di determinazione $R^2 = 0.9999$, ovvero la variabilità residua è nulla e quindi la retta passa lungo tutto i punti acquisiti (Figura 3.14). Il sensore quindi possiede

un'uscita in tensione correlata linearmente alla temperatura, inoltre permette misure nel range di temperature 4-40 C°, ovvero il campo di utilizzo del setup di misura; misure inferiori ai 4 C° non sono ottenibili a causa di limiti tecnici della cella di Peltier, mentre il limite superiore di 40 C° non deve essere superato per evitare lo scollamento degli adesivi utilizzati per fissare le board alla cella stessa.

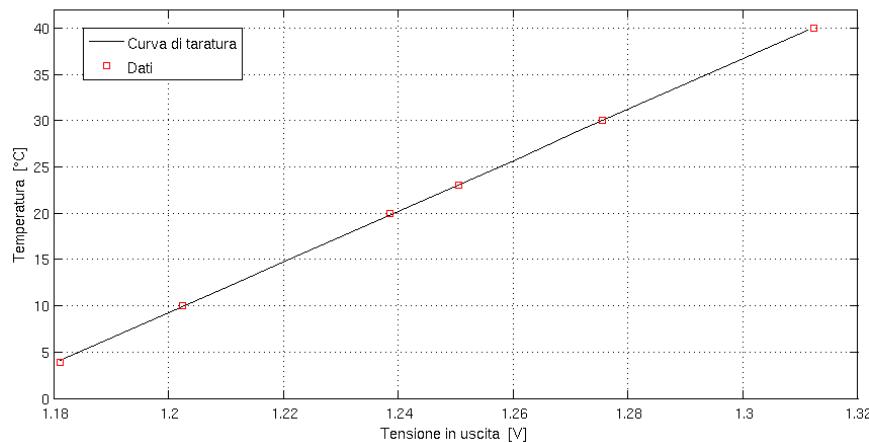


Figura 3.14: La curva di taratura del sensore di temperatura segue un modello di regressione lineare

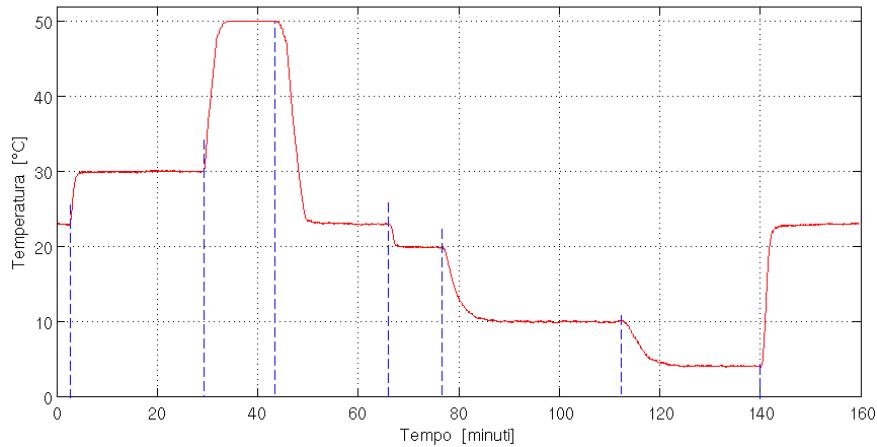
3.5.2. Caratterizzazione del transitorio di temperatura

Dall'accensione della cella di Peltier alla stabilizzazione della temperatura del setup di misura, trascorre un periodo di transitorio che può influenzare le misure di rumore nei giroscopi. Per questo motivo è utile conoscere la durata del transitorio, in modo tale da avviare le misure terminato quest'ultimo. Viene quindi approntato un setup di misura, inizialmente posto alla temperatura ambiente del laboratorio, circa 23 C°; la cella di Peltier viene avviata e impostata alla temperatura richiesta, nel contempo i dati di temperatura vengono acquisiti fino alla stabilizzazione della temperatura all'interno del setup di misura. Il ciclo di prove comprende un range di temperatura 4-50°C (Tabella 3.11).

	Temperatura impostata
T0 Temperatura ambiente del laboratorio	23 °C
T1	30 °C
T2	50 °C
T3	23 °C
T4	20 °C
T5	10 °C
T6	4 °C
T7	23 °C

Tabella 3.11: Ciclo di caratterizzazione del transitorio di temperatura

Mediante un grafico della temperatura in funzione del tempo, si valuta la durata del transitorio (Figura 3.15). Si nota come il raffreddamento della cella di Peltier presenti un transitorio più lento rispetto al riscaldamento, che rimane comunque contenuto entro i 20 minuti; infatti, mentre nella fase di riscaldamento la cella impiega pochi minuti per portarsi a temperatura, nella fase di raffreddamento ha maggiore rilevanza lo scambio di calore con il fluido del circuito refrigerante, che ha una dinamica più lenta. Nelle successive prove sperimentali, quindi si terrà conto di acquisire il segnale del giroscopio dopo avere atteso un tempo di circa 20 minuti, a partire dall'accensione della cella di Peltier.

**Figura 3.15: Ciclo di caratterizzazione del transitorio di temperatura**

3.5.3. Variabilità della temperatura a regime

Terminato il transitorio, la cella di Peltier si stabilizza sulla temperatura impostata; la temperatura risulta comunque variabile intorno ad un valore medio, tra i motivi è possibile citare:

- la coibentazione non ideale della camera termoisolante comporta uno scambio di calore con l'ambiente esterno, avente una diversa temperatura
- la cella di Peltier regola la temperatura mediante un controllore PID, quindi possono comparire minime fluttuazioni della temperatura, dipendenti dall'inerzia della cella e del circuito refrigerante nel riportare lo stato alle condizioni imposte, nel caso di una perturbazione causata dall'ambiente esterno

Per valutare la stabilità della temperatura a regime, si fanno alcune prove a diverse temperature di esercizio, da temperature basse a temperature elevate, in modo da saggiare diverse possibilità di utilizzo della cella di Peltier (Tabella 3.12).

Temperatura a regime	Frequenza di campionamento	Tempo di campionamento
10 °C	1 Hz	Circa 65 ore
20°C	1 Hz	Circa 65 ore
23°C	1 Hz	Circa 65 ore
30°C	1 Hz	Circa 65 ore
50°C	1 Hz	Circa 65 ore

Tabella 3.12: Prove effettuate per misurare la variabilità della temperatura a regime

Viene valutata le densità di potenza spettrale mediata sui dati suddivisi in finestre di $10^4 s$, con parziale sovrapposizione delle stesse (overlap 0.6). La densità di potenza spettrale (Figura 3.16) differisce se la temperatura a regime è inferiore o superiore alla temperatura ambiente, che nel laboratorio è pari a 23°C. Infatti, per le temperature di 10°C e 20°C, compare un picco in bassa frequenza, che invece non si vede per le temperature di 30°C e 50°C. Il caso di temperatura 23°C (temperatura ambiente) rappresenta l'anello di congiunzione tra gli altri due. Infatti al di sotto di tale temperatura la cella di Peltier, per raffreddarsi, scambia calore con il circuito di liquido refrigerante, dotato di una dinamica lenta che influisce nel controllo PID della temperatura; al di sopra della temperatura ambiente, invece, la dinamica del fluido refrigerante è trascurabile e non incide pesantemente nel controllo di temperatura. Questo effetto è evidente anche nella varianza di Allan della temperatura in Figura 3.17,

dove si può osservare la presenza di un rumore sinusoidale (si veda 2.3.6) per le temperature di 10°C e 20°C.

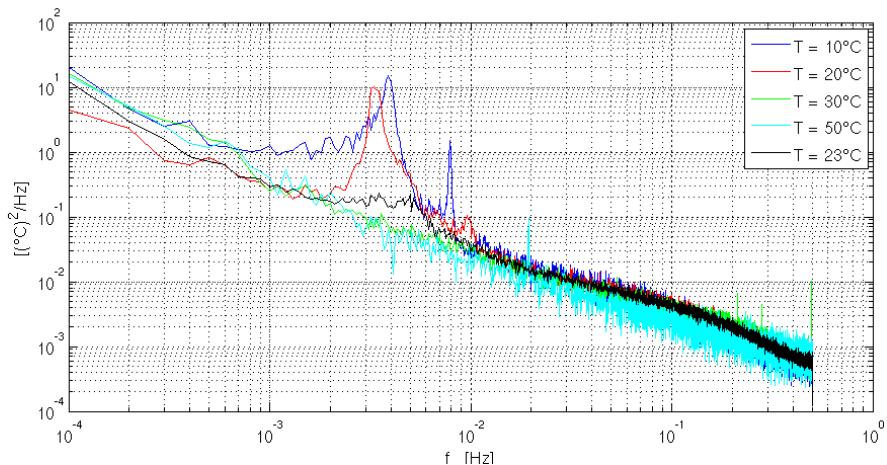


Figura 3.16: Densità di potenza spettrale della temperatura a regime

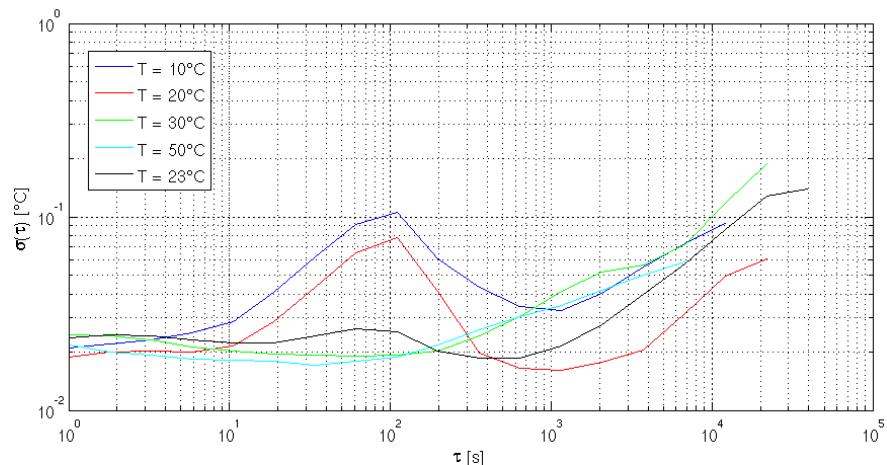


Figura 3.17: Deviazione di Allan della temperatura a regime

Quanto detto si può illustrare in dettaglio, ad esempio, nel caso della prova di lunga durata alla temperatura di regime 20°C (Figura 3.18). In questa prova i valori di temperatura si distribuiscono intorno ad un valore medio prossimo a quello imposto di 20°C, secondo una distribuzione gaussiana (Figura 3.19). La densità di potenza spettrale in Figura 3.20 decresce con andamento lineare in scala logaritmica, salvo presentare una risonanza marcata alla frequenza $f_0 = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$. Questo rumore sinusoidale, come spiegato, è attribuibile all'effetto del controllo PID della cella di Peltier; infatti, il dettaglio in Figura

3.21 mostra come il controllo in temperatura comporti un'oscillazione evidente della durata di circa 5 minuti, corrispondente alla sinusoide visibile nello spettro in frequenza. Anche la varianza di Allan (Figura 3.22), per tempi di integrazione lunghi, mostra il contributo di questo rumore sinusoidale dovuto al controllo PID.

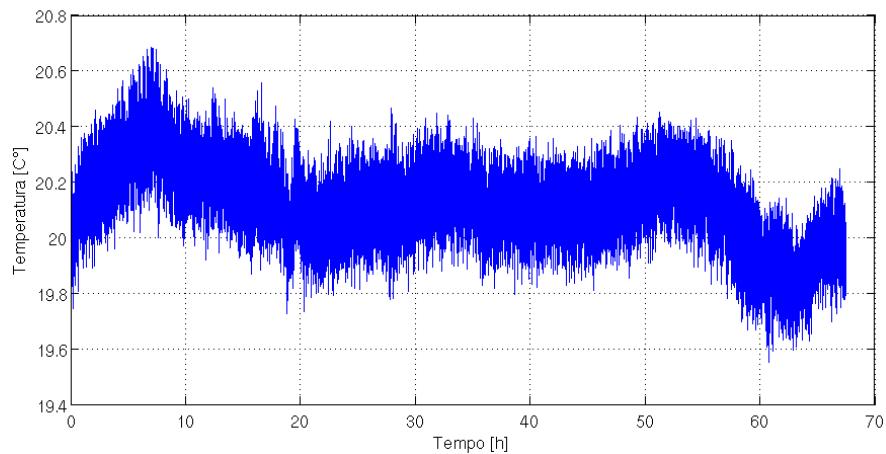


Figura 3.18: Variabilità nel tempo della temperatura stabilizzata a 20°C

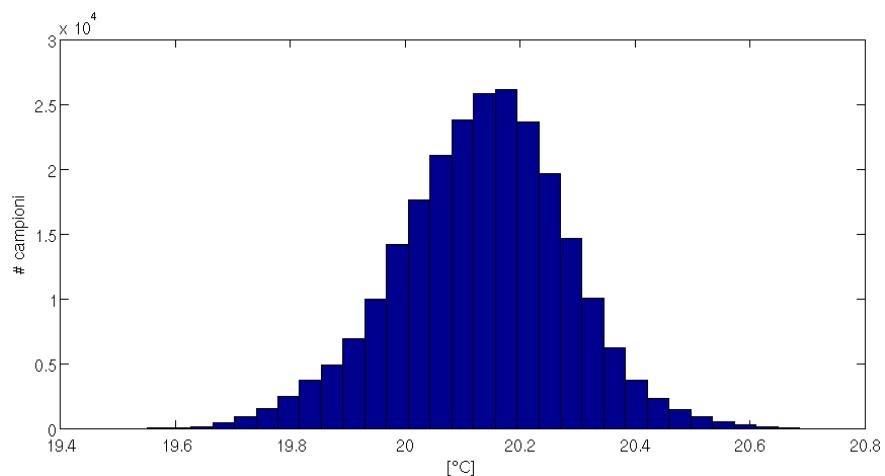


Figura 3.19: Distribuzione dei valori di temperatura stabilizzata a 20°C

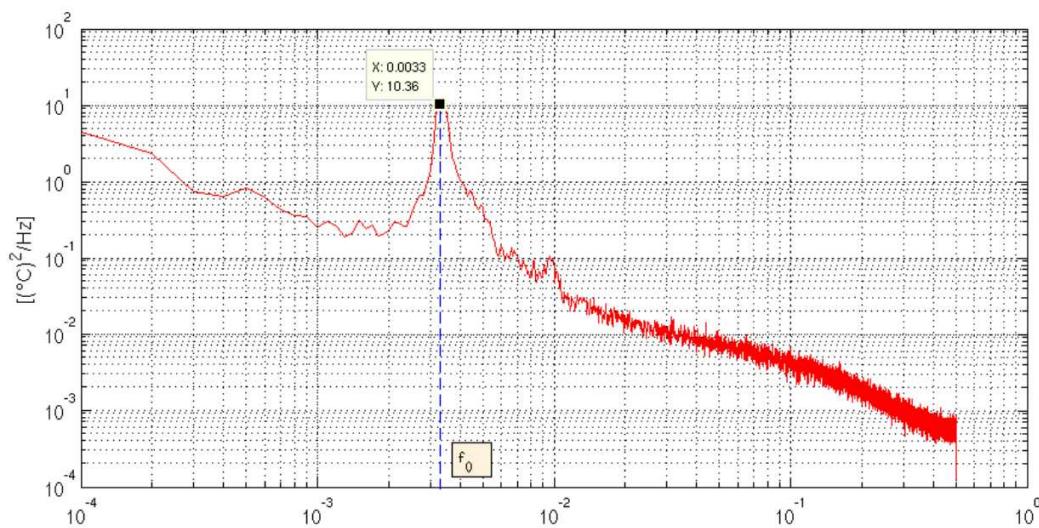


Figura 3.20: Densità di potenza spettrale della temperatura stabilizzata a 20°C ; si nota l'effetto del controllo PID della cella di Peltier

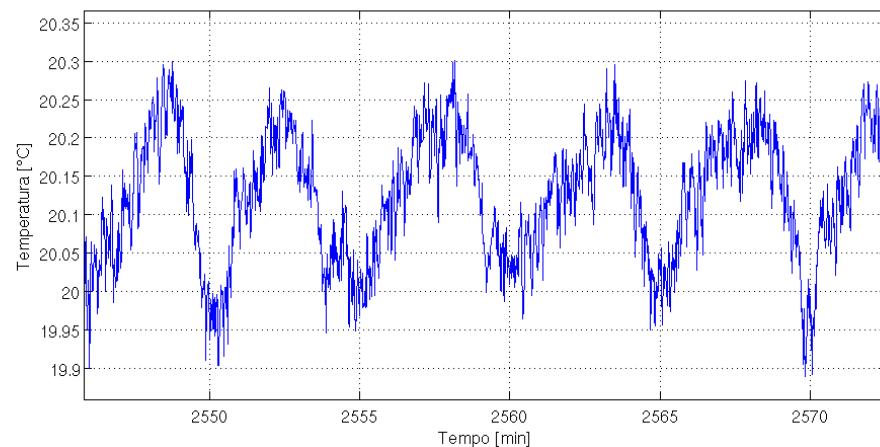


Figura 3.21: Variabilità della temperatura stabilizzata a 20°C ; dettaglio dell'effetto di controllo del PID della cella di Peltier

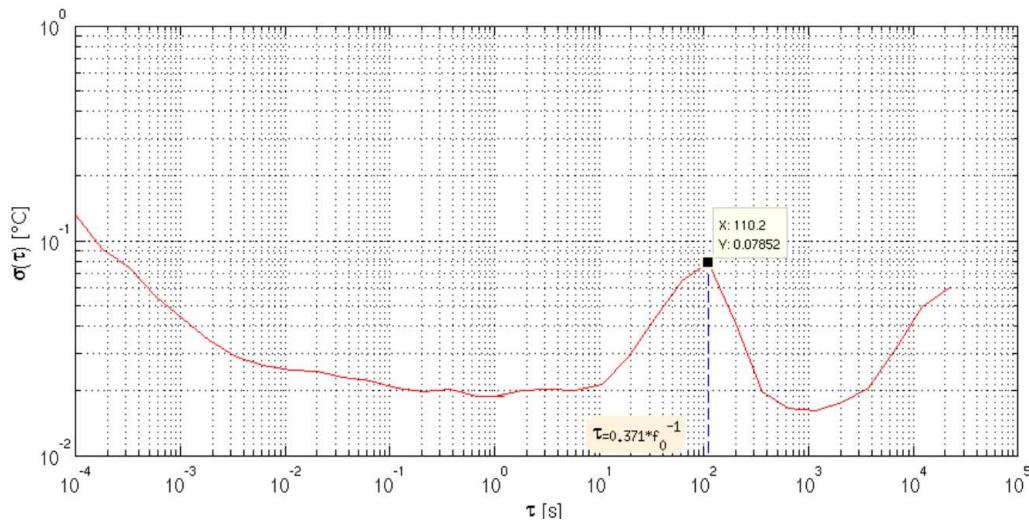


Figura 3.22: Deviazione di Allan della temperatura; si nota l'effetto del controllo PID di temperatura, che genera un rumore sinusoidale

In conclusione, è possibile affermare che la variabilità della temperatura a regime non comporta differenze nelle prove di breve durata: i risultati, in termini di PSD sono simili al variare della temperatura di regime. Per quanto riguarda le prove di lunga durata, si deve tenere conto che il controllo PID della cella di Peltier comporta un'oscillazione sistematica della durata di 5 minuti, ben visibile nello spettro, nel caso in cui la temperatura impostata sia inferiore alla temperatura ambiente; la causa di tale comportamento è da trovare nel raffreddamento della cella mediante un circuito di fluido refrigerante, che comporta una dinamica più lenta nel controllo della temperatura.

Nel successivo capitolo, il confronto tra le prestazioni dei giroscopi MEMS verrà fatto mediante delle prove a temperatura ambiente di 23°C, usualmente la tipica temperatura di utilizzo. Terminata questa prova comparativa si valuterà anche l'influenza della temperatura nel comportamento dei giroscopi MEMS.

3.6 Vibrazioni indotte sul setup di misura

Sebbene le vibrazioni vengano reiettate dai giroscopi, si vuole valutare il contributo di energia introdotto dalla cella di Peltier quando viene accesa, in modo tale da valutare l'effettiva capacità dei sensori di essere insensibili a tali vibrazioni nel successivo capitolo.

Si effettuano quindi due prove sperimentali per misurare il livello di vibrazioni con cella di Peltier spenta e in seguito accesa, mediante un accelerometro di riferimento posizionato sopra il banco di prova. Il modello di accelerometro utilizzato è *PCB PIEZOTRONICS PCB393B12*, avente le caratteristiche in Tabella 3.13.

Sensitivity	10 mV/g
Banda di misura	0.15-1000 Hz
Noise density	$3.1 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$

Tabella 3.13: Dati tecnici dell'accelerometro di riferimento PCB PIEZOTRONICS PCB393B12

Come si può osservare in Figura 3.23 e in Tabella 3.14, la cella di Peltier introduce energia sul banco di prova in alta frequenza e in bassa frequenza, ovvero sopra i 100 Hz e sotto i 10 Hz; nella regione 10-100 Hz non compare un significativo incremento di energia rispetto al caso di cella spenta. Il rumore introdotto in alta frequenza viene escluso in massima parte dal campo di applicazione dei giroscopi MEMS, in quanto il loro utilizzo è valido entro una banda di 140 Hz, a causa del filtro passa-basso interno. Il rumore in bassa frequenza invece si trova nella banda di utilizzo dei giroscopi e, per questo motivo, nel successivo capitolo si valuterà la capacità dei dispositivi di reiettare questo rumore (i giroscopi costruttivamente dovrebbero reiettare le accelerazioni).

Banda di misura	Alimentazione della cella di Peltier	$\text{noise} = \int_{f_1}^{f_2} PSD_{acc} [m/s^2]^2 df$	Rapporto tra il rumore misurato in condizioni Peltier accesa-spenta
1-10 Hz	Peltier accesa	$3.437 \cdot 10^{-8}$	3.203
	Peltier spenta	$1.073 \cdot 10^{-8}$	
10-140 Hz	Peltier accesa	$7.582 \cdot 10^{-6}$	1.355
	Peltier spenta	$5.596 \cdot 10^{-6}$	
140-1000 Hz	Peltier accesa	$3.265 \cdot 10^{-7}$	22.424
	Peltier spenta	$1.456 \cdot 10^{-8}$	

Tabella 3.14: Rumore acquisito dall'accelerometro di riferimento, valutato per bande di frequenze, nel caso di cella di Peltier accesa e spenta

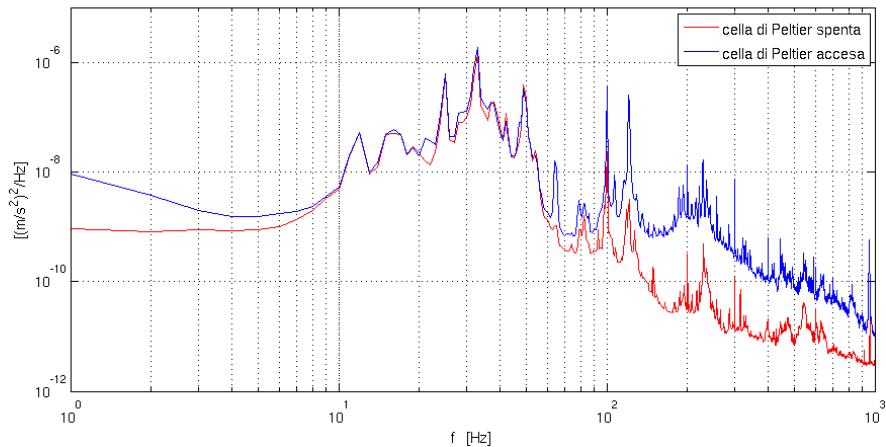


Figura 3.23: Densità di potenza spettrale di un accelerometro posto sopra il banco di prova, con cella di Peltier spenta-accesa

Dopo avere descritto in dettaglio il setup di misura, nel prossimo capitolo si descriverà la campagna di misure sperimentali condotta su diversi tipi di giroscopi MEMS. Si condurrà un confronto tra le prestazioni dei sensori in prova e se ne valuteranno alcune caratteristiche, come l'influenza della temperatura e delle vibrazioni sulle misure. Si mostreranno gli effetti dell'integrazione del rumore in alcuni giroscopi. Infine si modificherà l'ampiezza di oscillazione del drive del giroscopio, al fine di ridurre il fondo di rumore acquisito, in accordo con il modello elettro-meccanico descritto nel capitolo 1.

Capitolo 4

Campagna di misure: comparazione del rumore tra i giroscopi

Nel quarto capitolo si conduce la campagna sperimentale sui giroscopi MEMS disponibili in laboratorio. Si confrontano le prestazioni dei diversi sensori in termini di rumore, mediante la varianza di Allan e la densità di potenza spettrale. Si valuta l'influenza della temperatura e delle vibrazioni nelle misure di rumore. Si misura e si compara l'errore di integrazione del segnale di due giroscopi. Infine si riduce il livello di rumore di un giroscopio, mediante la modifica dell'ampiezza di oscillazione della massa di drive.

4.1 Analisi delle tecnologie costruttive impiegate nei giroscopi misurati

La campagna di misure viene condotta avendo a disposizione una serie di giroscopi da caratterizzare. I giroscopi sono costruiti con tecnologia MEMS (*Micro Electro-Mechanical Systems*) e presentano una o più uscite analogiche in tensione (amplificate e non amplificate); queste uscite possono misurare un unico asse di rotazione, per cui si parlerà di giroscopio monoassiale (*yaw gyro*), oppure due assi di rotazione, definiti giroscopi biassiali (*pitch-roll gyro*). In uscita al dispositivo è possibile aggiungere eventuali filtri optionali, ad esempio un filtro passa-basso.

I sensori utilizzati sono prodotti da tre costruttori di sistemi micro elettromeccanici:

- STMicroelectronics
- InvenSense
- Epson Toyocom

Ogni costruttore realizza i propri giroscopi MEMS secondo specifiche e tecniche progettuali diverse; si provvederà quindi ad illustrare le principali

caratteristiche di ogni dispositivo utilizzato, facendo riferimento ai datasheet disponibili per libera consultazione.

Il sensore *LY530ALH (STMicroelectronics)* è un giroscopio MEMS monoassiale, dotato di fondoscala $\pm 300^\circ/\text{s}$ e con larghezza di banda -3dB fino a una frequenza di 140Hz. Il dispositivo misura una velocità angolare e la trasduce in un'uscita in tensione (Tabella 4.1).

Nome commerciale	LY530ALH
Produttore	STMicroelectronics
Interfaccia	Analogica
Assi	Giroscopio monoassiale yaw
Output	Velocità angolare assoluta dell'asse di rotazione [V]
Zero-rate level (offset)	1.23 [V]
Full scale	Uscita non amplificata = $\pm 300^\circ/\text{s}$
Sensitivity	Uscita non amplificata = $0.83 [\text{mV}/^\circ/\text{s}]$
Larghezza di banda -3 dB	140 Hz
Tensione di alimentazione	3 V
Corrente di alimentazione	5 mA
Rate noise density	$0.035 [^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}]$

Tabella 4.1: Principali proprietà meccaniche ed elettriche del giroscopio LY530ALH

Il modello *LPR430AL* (*STMicroelectronics*) è un giroscopio MEMS biassiale, dotato di fondoscala $\pm 300^\circ/\text{s}$, con larghezza di banda -3dB fino a una frequenza di 140Hz. La misura di velocità angolare viene convertita in un'uscita in tensione (Tabella 4.2).

Nome commerciale	LPR430AL
Produttore	STMicroelectronics
Interfaccia	Analogica
Assi	Giroscopio biassiale pitch and roll
Output	Velocità angolare assoluta dell'asse di rotazione [V]
Zero-rate level (offset)	1.5 [V]
Full scale	Uscita non amplificata = $\pm 300^\circ/\text{s}$
Sensitivity	Uscita non amplificata = $0.83 \text{ [mV/}^\circ\text{s]}$
Larghezza di banda -3 dB	140 Hz
Tensione di alimentazione	3 V
Corrente di alimentazione	6.8 mA
Rate noise density	$0.018 [\text{ }^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}]$

Tabella 4.2: Principali proprietà meccaniche ed elettriche del giroscopio LPR430AL

Il sensore **IDG-1215 (Invensense)** è un giroscopio biassiale con fondoscala $\pm 67 \text{ }^{\circ}/\text{s}$ ed uscita analogica in tensione (Tabella 4.3).

Nome commerciale	IDG-1215
Produttore	Invensense
Interfaccia	Analogica
Assi	Giroscopio monoassiale pitch and roll
Output	Velocità angolare assoluta dell'asse di rotazione [V]
Zero-rate level (offset)	1.35 [V]
Full scale	Uscita non amplificata = $\pm 67 \text{ }^{\circ}/\text{s}$
Sensitivity	Uscita non amplificata = $15 \text{ [mV/ }^{\circ}/\text{s]}$
Larghezza di banda -3 dB	140 Hz
Tensione di alimentazione	3 V
Corrente di alimentazione	5 mA
Rate noise density	$0.0063 \text{ [}^{\circ}/\text{s} / \sqrt{\text{Hz}} \text{]}$

Tabella 4.3: Principali proprietà meccaniche ed elettriche del giroscopio IDG-1215

Il sensore **XV-8100CB (Epson Toyocom)** è un giroscopio MEMS monoassiale, con fondoscala $\pm 100 \text{ }^{\circ}/\text{s}$ ed uscita analogica in tensione (Tabella 4.4).

Interfaccia	Analogica
Assi	Giroscopio monoassiale yaw
Output	Velocità angolare assoluta dell'asse di rotazione [V]
Zero-rate level (offset)	1.350 [V]
Full scale	$\pm 100 \text{ }^{\circ}/\text{s}$
Sensitivity	$2.5 \text{ [mV/ }^{\circ}/\text{s}]$
Larghezza di banda -3 dB	140 Hz
Tensione di alimentazione	3V
Corrente di alimentazione	1.7 mA
Rate noise density	$0.004 \text{ [}^{\circ}/\text{s} / \sqrt{\text{Hz}} \text{]}$

Tabella 4.4: Principali proprietà meccaniche ed elettriche del giroscopio XV-8100CB

Prima di procedere ad un'analisi comparativa tra il rumore dei sensori illustrati, si vuole convalidare il modello elettro-meccanico di un giroscopio MEMS a masse traslanti, illustrato nel paragrafo 1.4.3.

4.2 Validazione del modello elettro-meccanico di un giroscopio MEMS a masse traslanti

Si vuole validare il modello elettro-meccanico di un giroscopio MEMS a masse traslanti, illustrato in dettaglio nel paragrafo 1.4.3; si consideri ad esempio di caratterizzare il giroscopio monoassiale *LY530ALH* (Tabella 4.1), avente la stessa tecnologia di funzionamento del modello analitico studiato. Viene acquisito il segnale di rumore proveniente dal sensore ad una frequenza di campionamento elevata, pari a 600 kHz, in modo tale da caratterizzare il contenuto spettrale in alta frequenza del sensore.

La frequenza di risonanza di drive propria del sensore è pari a $f_{dr} \simeq 4000 \text{ Hz}$, mentre quella di sense è $f_{dr} \simeq 4800 \text{ Hz}$. La Figura 4.1 mostra il contenuto spettrale del segnale del giroscopio su una banda molto larga di frequenze, denotando la presenza del filtro passa-basso a 140 Hz. Sebbene il segnale venga efficacemente filtrato oltre tale valore, si possono osservare alcune componenti spettrali in alta frequenza, che il filtro interno al giroscopio non riesce ad eliminare totalmente. Le componenti di risonanza visibili in Figura 4.1 sono riconducibili ai seguenti casi:

- La demodulazione della frequenza di sense, la cui massa viene eccitata in risonanza dal fondo di rumore bianco del giroscopio, genera due componenti di rumore sinusoidali. Il primo termine $(f_s - f_{dr}) \simeq 800 \text{ Hz}$ è visibile nello spettro del segnale, seppure di livello contenuto, mentre il secondo $(f_s + f_{dr}) \simeq 8800 \text{ Hz}$ è in alta frequenza e viene tagliato dal filtro passa-basso (come nel modello di Figura 1.35)
- Una risonanza alla frequenza di drive $f_{dr} \simeq 4 \text{ kHz}$, effetto della demodulazione di un valore costante di tensione non correttamente eliminato (come nel modello di Figura 1.37)
- Una risonanza alla frequenza $2 \cdot f_{dr} \simeq 8 \text{ kHz}$, causato dall'errore di quadratura (come nel modello di Figura 1.36)
- Una risonanza $f_{elec} = 40 \cdot f_{drive} \simeq 160 \text{ kHz}$, effetto del campionamento del segnale legato all'elettronica del dispositivo, non riconducibile quindi al modello elettro-meccanico studiato

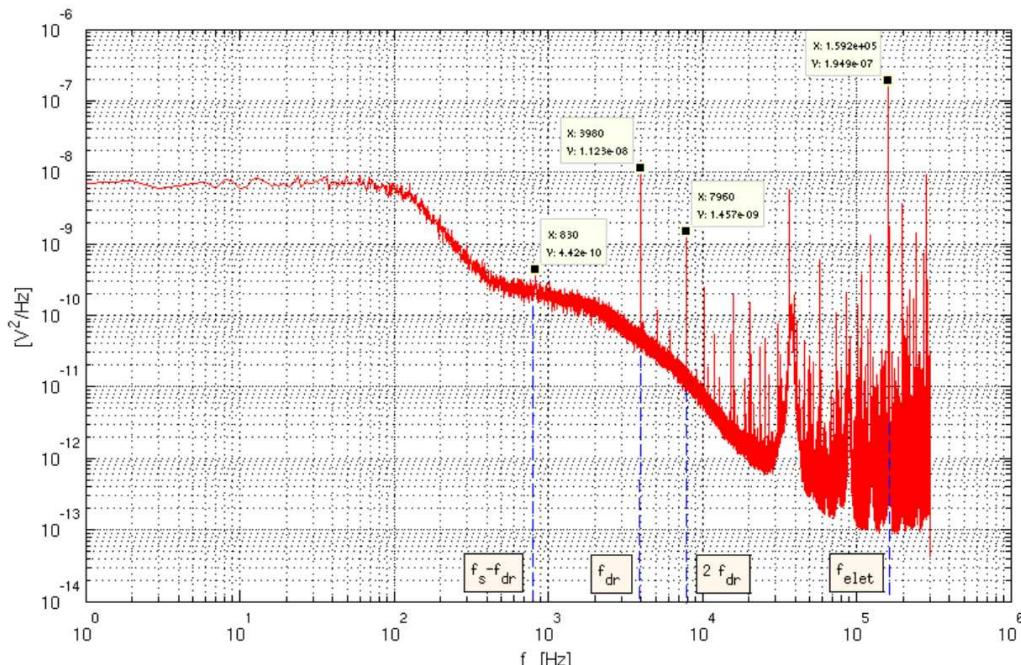


Figura 4.1: Densità di potenza spettrale di un giroscopio in alta frequenza; si notano i contributi di demodulazione della massa di sense a causa di un rumore bianco, il campionamento relativo all'elettronica, gli errori di quadratura e di offset

Lo spettro del gyroscope misurato è in accordo con il modello descritto e permette di giustificare i toni presenti nello spettro in frequenza. Nelle successive prove comparative tra i diversi gyroskop, non saranno visibili questi termini in alta frequenza appena illustrati, ma verrà utilizzata una frequenza di campionamento inferiore, in accordo con l'utilizzo di questi gyroskop nella banda compresa fino alla frequenza di taglio del filtro passa-basso interno.

4.3 Comparazione del rumore tra i gyroskop

Si vuole comparare il rumore di fondo dei gyroskop a disposizione. Poiché il segnale dei gyroskop MEMS è limitato in banda, in quanto filtrato passa-basso ad una frequenza intorno ai 140 Hz (come nell'esempio in Figura 4.1), è possibile evitare i problemi di aliasing del segnale (si veda il paragrafo 2.4.3) campionando opportunamente alla frequenza di 10 kHz, in modo da ricostruirne correttamente lo spettro. Si rende quindi inutile ricorrere a un filtro antialiasing esterno (si veda il paragrafo 3.3), che peraltro comporterebbe maggiore complessità nel setup di misura.

Lo spettro di frequenza che si vuole indagare è compreso in un range di frequenze molto ampio, in quanto si estende da una frequenza minima

dell'ordine 10^{-4} Hz , ad una massima pari alla frequenza di taglio del filtro, circa 140 Hz .

L'acquisizione del segnale viene completata mediante due prove, una di breve durata e una di lunga durata:

- per osservare il contenuto spettrale in alta frequenza, viene condotta un'acquisizione di breve durata, limitata ad alcuni minuti
- il contenuto spettrale in bassa frequenza è valutabile invece mediante un'acquisizione di lunga durata, da un minimo di qualche giorno fino ad arrivare alla settimana di prova

Poiché la frequenza di campionamento deve rimanere identica in entrambe le prove ($f_c = 10 \text{ kHz}$), si pone il problema di contenere la dimensione dei dati acquisiti durante le prove di lunga durata. Per ovviare a tale problema, i dati, prima di essere salvati, vengono mediati per un tempo di 1s.

La temperatura alla quale vengono effettuate le misure, mantenuta mediante utilizzo della cella di Peltier, è pari a quella del laboratorio, ovvero 23°C .

In Tabella 4.5 vengono riassunte le modalità secondo le quali verranno effettuate le prove sperimentali.

Acquisizione rumore di fondo del giroscopio	Modalità di campionamento	Durata acquisizione
Prova di breve durata alla temperatura controllata di 23°C	Dati acquisiti alla frequenza di campionamento 10 kHz	1 minuto
Prova di lunga durata alla temperatura controllata di 23°C	Dati acquisiti alla frequenza di campionamento 10 kHz e mediati su un tempo di 1s	Circa 1 settimana

Tabella 4.5: Modalità delle prove sperimentali per la misura del rumore di fondo dei giroscopi

Nelle prove di breve durata, lo spettro viene costruito mediando su finestre di durata 2s , quindi con risoluzione in frequenza 0.5 Hz ; lo spettro viene rappresentato nella banda $0.5 \text{ Hz} - 10^3 \text{ Hz}$, in quanto è possibile osservare il contributo del filtro passa-basso a 140Hz e una parte della regione filtrata in alta frequenza. La varianza di Allan viene rappresentata per tempi di media τ compresi entro $10^{-3}\text{s} - 10^0\text{s}$, avendo scelto come limite superiore un valore di 1s , tale per cui l'intervallo di confidenza della varianza non sia troppo grande. Nelle prove di lunga durata, lo spettro viene costruito mediando su finestre della durata di 10^4s , quindi con risoluzione in frequenza 10^{-4} Hz ; lo spettro viene rappresentato nella banda $10^{-4} \text{ Hz} - 0.5 \text{ Hz}$. La varianza di Allan viene rappresentata per tempi di media τ compresi entro $10^0\text{s} - 10^4\text{s}$, avendo scelto

come limite superiore un valore tale per cui l'intervallo di confidenza non sia troppo grande.

I risultati delle due prove possono essere in seguito assemblati per ogni giroscopio, in modo da ricostruire uno spettro ampio, comprensivo delle basse frequenze e delle alte frequenze, e la varianza di Allan per tempi di media brevi e tempi di media lunghi.

I vari termini di rumore possono essere osservati sia nel dominio delle frequenze, mediante la densità di potenza spettrale (PSD), sia nel dominio del tempo, mediante la varianza di Allan.

L'acquisizione di breve durata permette di osservare il contributo del filtro passa-basso (si veda 2.4.1) e il rumore *angle random walk* (si veda 2.3.1). L'acquisizione di lunga durata invece permette di osservare i contributi di rumore derivanti dal termine di rumore bianco *angle random walk*, la zona di *instabilità di bias* (si veda 2.3.2), e, per alcuni giroscopi, la zona di rumore *rate random walk* (si veda 2.3.3), valutabile su lunghi periodi di media nella varianza di Allan o per frequenze molto basse nello spettro.

Lo spettro del segnale e la varianza di Allan vengono usualmente rappresentati in scala doppio logaritmica, in modo permettere di riconoscere i diversi termini di rumore mediante valutazione della pendenza delle curve calcolate con i due metodi (si veda 2.3.8).

Ogni giroscopio viene in seguito caratterizzato mediante due parametri, che permettono di ricostruire la curva della varianza di Allan.

Il coefficiente N (*ARW, angle random walk*) viene valutato come $N = \sigma(\tau) \cdot \sqrt{\tau}$ [$^{\circ}/\sqrt{s}$], nella regione di rumore bianco, caratterizzata da una curva a pendenza -1/2 nella varianza di Allan; è possibile valutare il coefficiente N dal valore della varianza di Allan per tempi di integrazione di 1s.

Il coefficiente B (*instabilità di bias*) permette di ricavare il valore minimo $\sigma_{min}(\tau) = 0.664 B$ nella zona a pendenza nulla. Mediante l'intersezione di queste due curve si ottiene un grafico di varianza di Allan, approssimazione di quello reale; a causa di errori numerici, il valore di minimo della varianza di Allan può essere trovato per tempi di integrazione compresi nell'intero plateau (regione con curva a pendenza nulla). In alcuni casi, la varianza di Allan prosegue per tempi di integrazione lunghi come una curva a pendenza +1/2, tipica del rumore *rate random walk*.

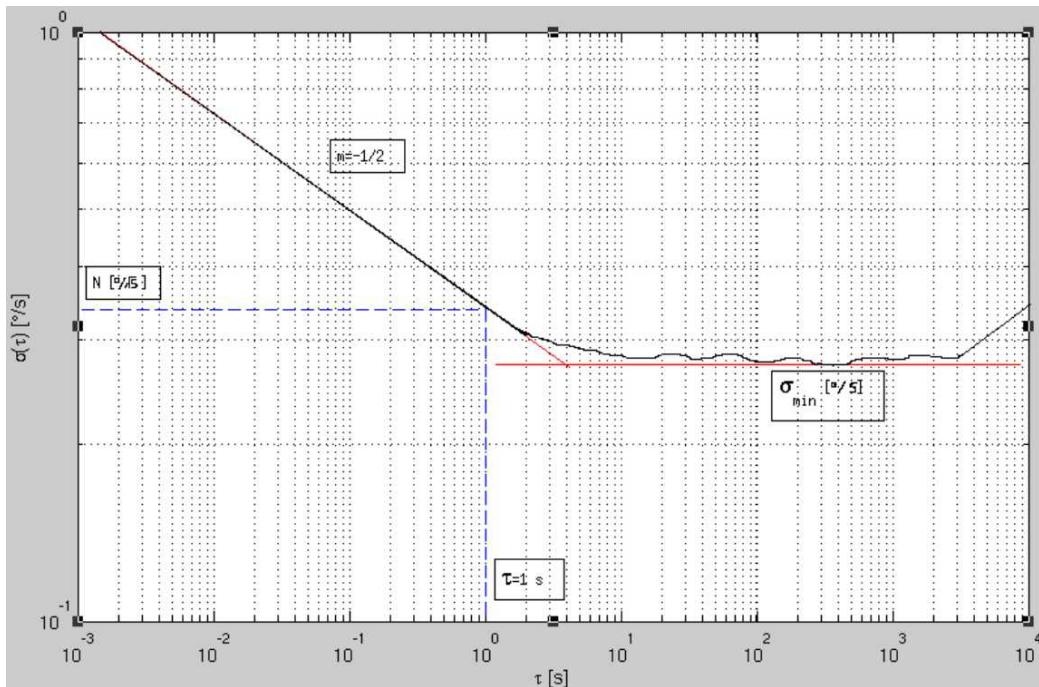


Figura 4.2: Esempio di varianza di Allan di un giroscopio (linea nera); è possibile ricostruire, in prima approssimazione, il grafico (linea rossa) mediante il coefficiente N (angle random walk) e il coefficiente B (instabilità di bias)

4.3.1. Ripetibilità dei giroscopi STMicroelectronics

All'inizio della campagna sperimentale, si devono scegliere i giroscopi da utilizzare come riferimento rispetto agli altri che si vuole testare; tali giroscopi di riferimento vengono sottoposti a una prova preliminare, mediante la quale si vuole verificare la ripetibilità delle misure effettuate con questi sensori. Potendo disporre di due categorie di giroscopi (giroscopi monoassiali Yaw, giroscopi biassiali Pitch and Roll), si sceglie come giroscopi di riferimento i seguenti sensori:

- 4 giroscopi monoassiali, modello *LY530ALH* (contrassegnati con i numeri 1, 2, 3, 4)
- 4 giroscopi biassiali, modello *LPR430AL* (contrassegnati con i numeri 5, 6, 7, 8)

Si procede innanzitutto alla comparazione dei giroscopi monoassiali modello *LY530ALH*.

Il contenuto spettrale in alta frequenza è paragonabile nei quattro giroscopi (Figura 4.3); si osserva un contributo di rumore bianco filtrato a circa 140Hz dal

filtro passa-basso interno. Le uniche differenze riscontrabili sono riconducibili al giroscopio 3, che presenta una risonanza a circa 22Hz. Tale risonanza non è spiegabile da eventuali disturbi nell'alimentazione di rete, in quanto non è presente negli altri dispositivi. Per fugare ogni dubbio, si osservi la Figura 4.4, che riguarda l'acquisizione dello stesso sensore, alimentato mediante batteria; la risonanza compare nuovamente, si può affermare quindi che venga generata dal sensore stesso. Poichè si tratta di un disturbo sinusoidale di ampiezza elevata, questo rumore compare anche nella varianza di Allan (Figura 4.6), visibile come una serie di lobi, compresi nell'intervallo di tempi $10^{-2} - 10^{-1}$ secondi. Anche il giroscopio 1 presenta una risonanza caratteristica, ma poiché essa si trova nell'intorno del frequenza di taglio (circa di 130Hz), può essere considerata trascurabile; infatti questo disturbo sinusoidale non è rilevante nella varianza di Allan, ma è comunque osservabile in prossimità del tempo di integrazione $10^{-3}s$: l'effetto del filtro, nel giroscopio 1 risulta attenuato rispetto agli altri dispositivi.

L'analisi della PSD in bassa frequenza conferma quanto detto finora, ovvero che i quattro giroscopi sono equiparabili; lo spettro di rumore bianco (zona di angle random walk) viene coperto in bassa frequenza dal termine di rumore di instabilità di bias (Figura 4.5), visibile nella varianza di Allan come zona piatta di minimo valore.

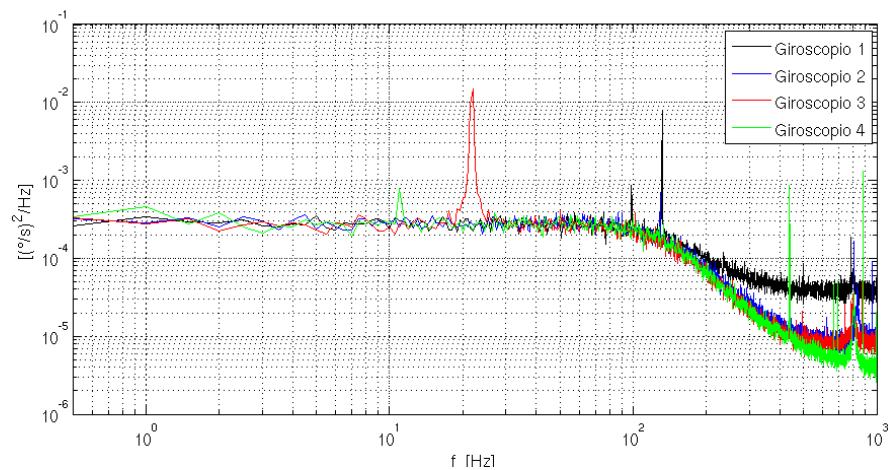


Figura 4.3: Densità di potenza spettrale dei giroscopi LY530ALH (contenuto in alta frequenza)

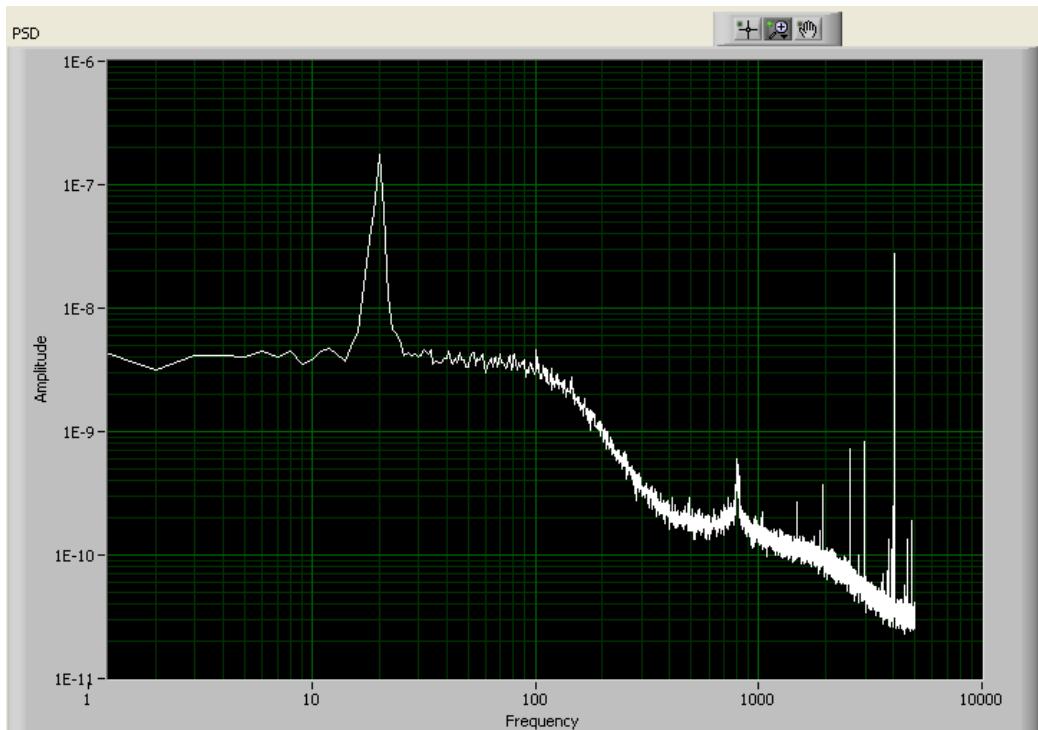


Figura 4.4: Densità di potenza spettrale del giroscopio LY530ALH numero 3, alimentato con batteria. L'asse delle ordinate è stato rappresentato in tensione [V^2/Hz]

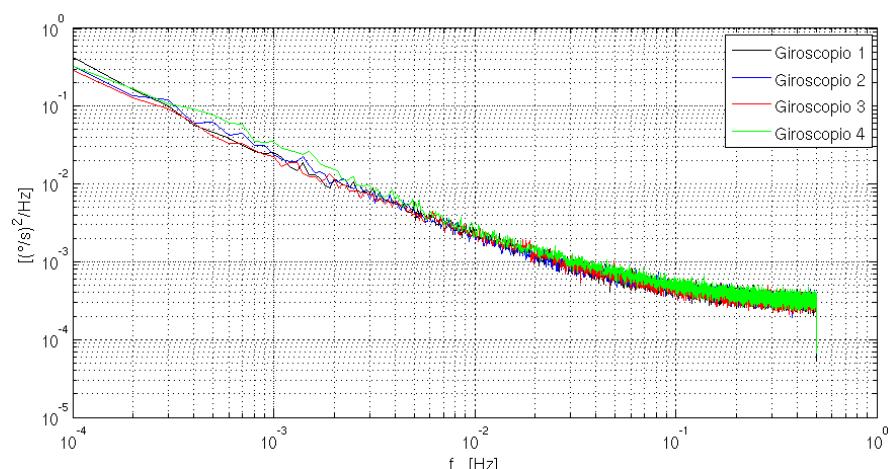


Figura 4.5: Densità di potenza spettrale dei giroscopi LY530ALH (contenuto in bassa frequenza)

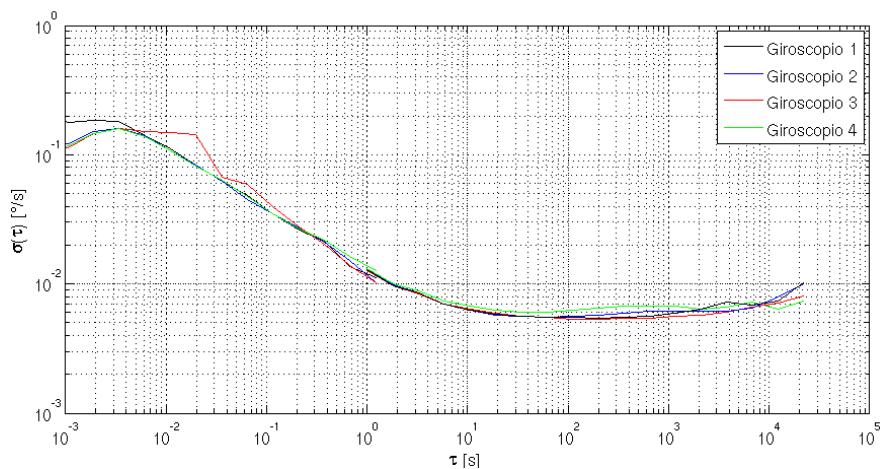


Figura 4.6: Deviazione di Allan dei giroscopi LY530 ALH

È possibile riassumere le caratteristiche principali dei giroscopi monoassiali modello *LY530ALH* analizzati, mediante la Tabella 4.6, dalla quale si deduce che i quattro sensori hanno le stesse caratteristiche; si conclude che è possibile utilizzare uno dei giroscopi modello *LY530ALH* come riferimento nelle successive prove di comparazione, in quanto viene garantita la ripetibilità delle misure.

Il valore di angle random walk, misurato nella regione di rumore bianco, è prossimo al valore di densità di rumore $0.0350 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$, riportato dal costruttore nel datasheet.

Giroscopio modello <i>LY530ALH</i>	Angle random walk	Instabilità di bias $B = 0.664 \cdot \sigma_{min}(\tau)$
	$N \text{ } [\text{ } ^\circ/\sqrt{\text{s}}]$	$\sigma_{min}(\tau) \text{ } [\text{ } ^\circ/\text{s}]$
Giroscopio 1	0.0128	0.0053
Giroscopio 2	0.0129	0.0055
Giroscopio 3	0.0126	0.0053
Giroscopio 4	0.0131	0.0060

Tabella 4.6: Parametri caratteristici della varianza di Allan per i giroscopi modello *LY530ALH*

Si procede ora a comparare le prestazioni dei giroscopi biassiali *LPR430AL*. I dispositivi in esame, permettono di misurare i due assi di rotazione pitch and roll. Per quanto concerne l'asse di rotazione pitch, la densità di potenza spettrale in alta frequenza (Figura 4.7) è simile nei quattro sensori, fatta eccezione per il rumore sinusoidale del giroscopio 5, alla frequenza di 32Hz, visibile anche mediante la varianza di Allan (Figura 4.10); tale rumore è intrinseco del giroscopio, in quanto compare anche quando viene alimentato mediante batteria (Figura 4.8). Il rumore in bassa frequenza (Figura 4.9) è comparabile per i quattro dispositivi, si può comunque notare un livello di rumore più elevato nel giroscopio 6, come visibile anche nella varianza di Allan, nella zona di instabilità di bias $10^1 - 10^3 s$.

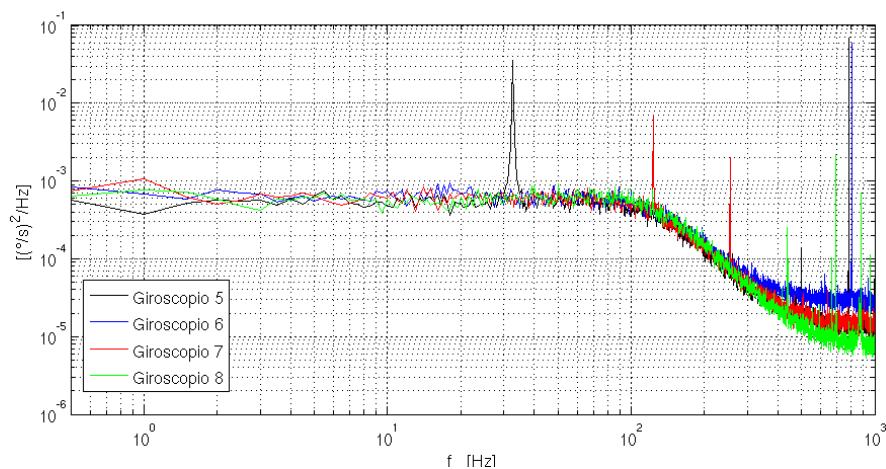


Figura 4.7: Densità di potenza spettrale in alta frequenza dei giroscopi LPR430AL (asse pitch)

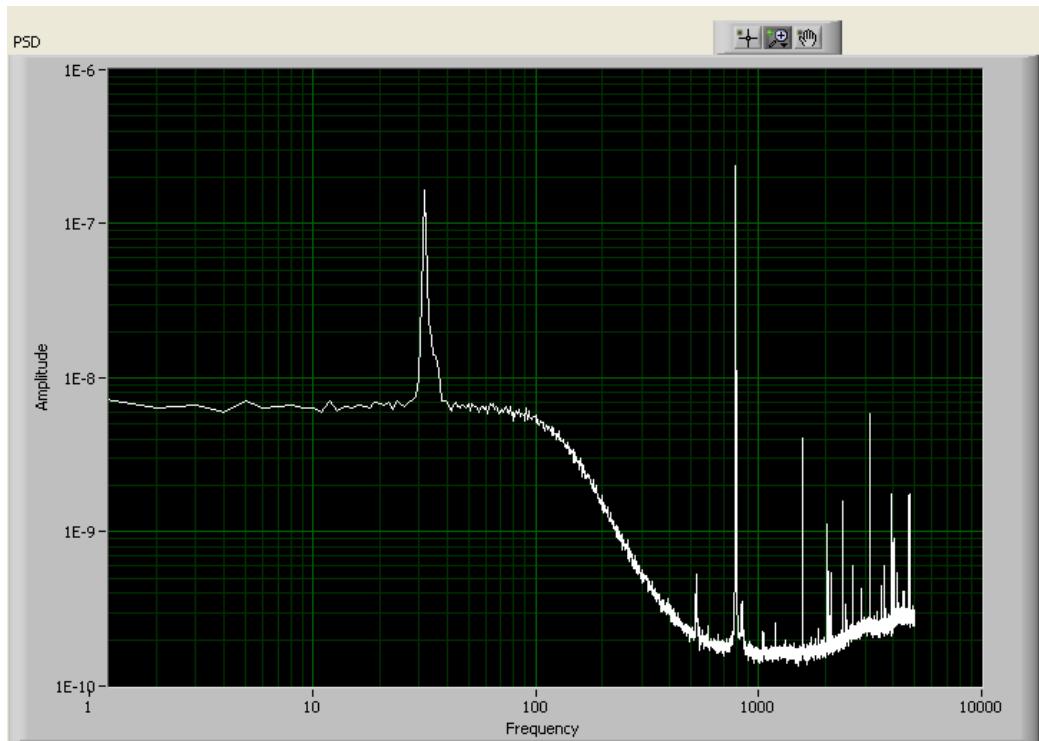


Figura 4.8: Densità di potenza spettrale del giroscopio LPR430AL numero 5, alimentato con batteria. L'asse delle ordinate è stato rappresentato in tensione [V^2/Hz]

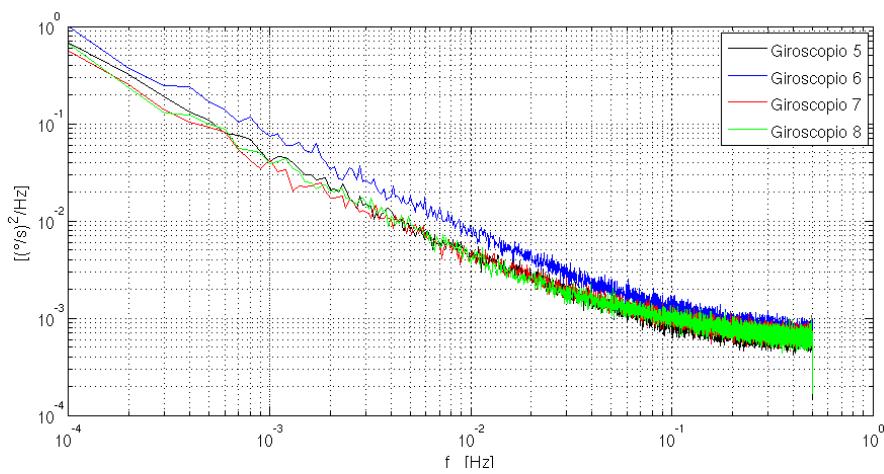


Figura 4.9: Densità di potenza spettrale dei giroscopi LPR430AL (asse pitch, contenuto in bassa frequenza)

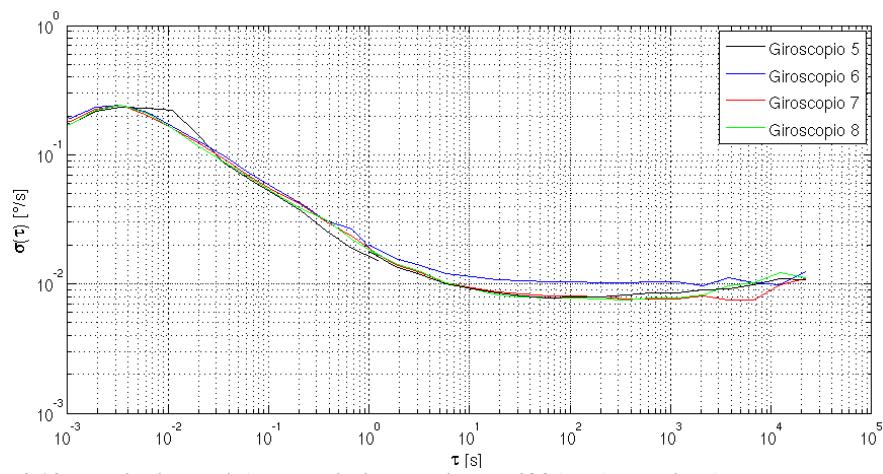


Figura 4.10: Deviazione di Allan dei giroscopi LPR430AL (asse pitch)

Similmente a quanto osservato per l'asse di rotazione pitch, si può dire parimenti per l'asse di rotazione roll (Figura 4.11, Figura 4.12, Figura 4.13).

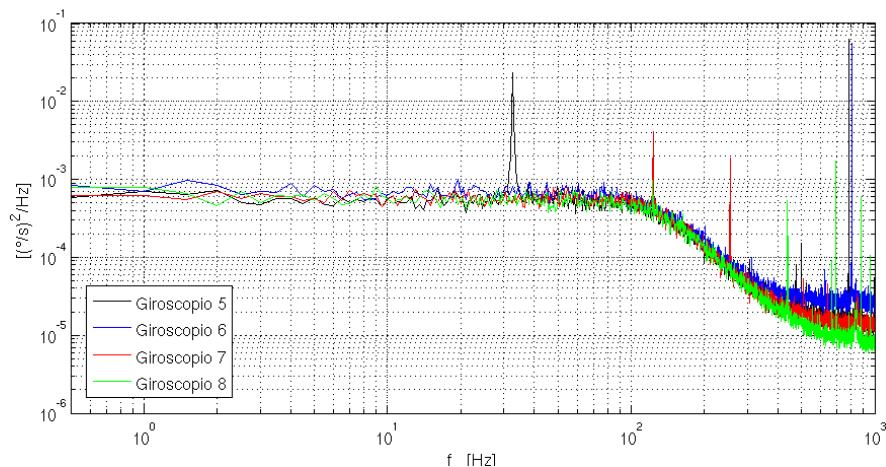


Figura 4.11: Densità di potenza spettrale dei giroscopi LPR430AL (asse roll, contenuto in alta frequenza)

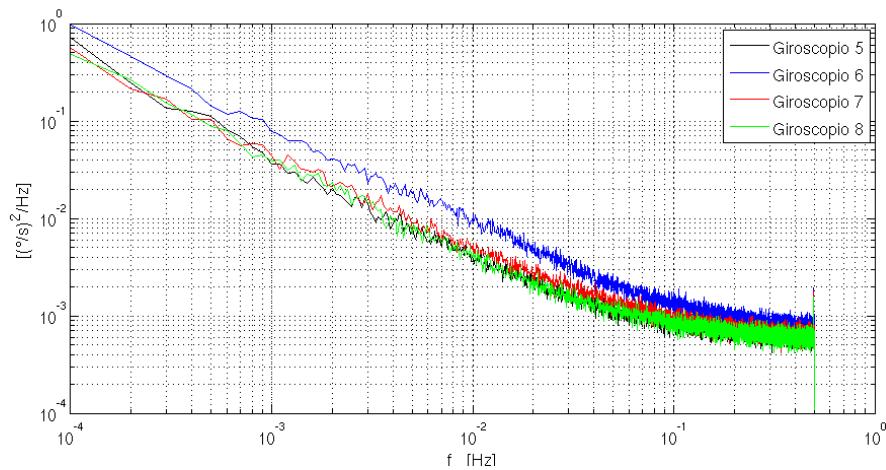


Figura 4.12: Densità di potenza spettrale dei giroscopi LPR430AL (asse roll, contenuto in bassa frequenza)

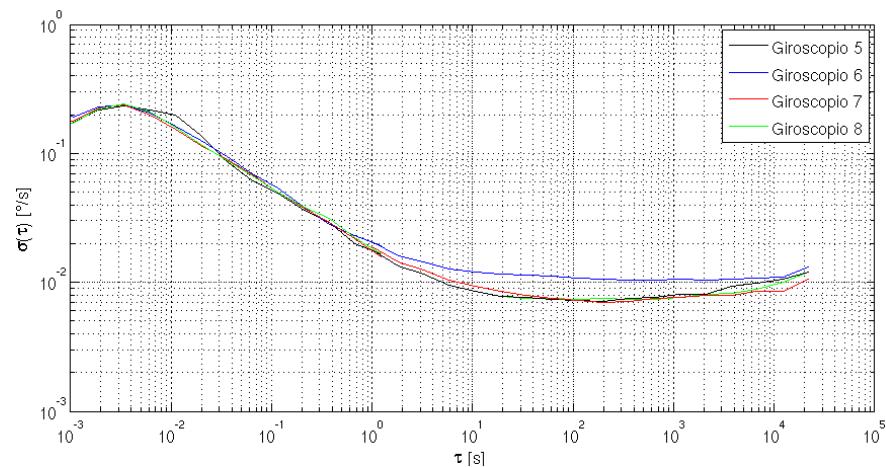


Figura 4.13: Deviazione di Allan dei giroscopi LPR430AL (asse roll)

In Tabella 4.7 vengono riassunte le principali caratteristiche dei giroscopi biassiali modello *LPR430AL*. Si può affermare che gli assi di rotazione di un giroscopio *LPR430AL* possiedono lo stesso livello di rumore; inoltre i quattro giroscopi provati garantiscono le medesime prestazioni, con un'ottima ripetibilità dei risultati, fatta eccezione per il giroscopio 6, più rumoroso nella zona di instabilità di bias. Il valore di angle random walk, misurato nella regione di rumore bianco, è identico al valore di densità di rumore $0.0180 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$, riportato dal costruttore.

Giroscopio modello LPR430AL	Angle random walk		Instabilità di bias $B=0.664 \cdot \sigma_{min}(\tau)$	
	N [°/√s]	$\sigma_{min}(\tau)$ [°/s]	Asse pitch	Asse roll
Giroscopio 5	0.0178	0.0180	0.0078	0.0071
Giroscopio 6	0.0200	0.0206	0.0010	0.0103
Giroscopio 7	0.0189	0.0189	0.0076	0.0073
Giroscopio 8	0.0185	0.0178	0.0075	0.0073

Tabella 4.7: Parametri caratteristici della varianza di Allan per i giroscopi LPR430AL (assi pitch and roll)

A conclusione delle prove effettuate sui diversi giroscopi, si mostra il profilo di temperatura misurato nel corso della prova di lunga durata (Figura 4.14); la temperatura si mantiene entro 22.5-24°C per una durata di circa 160 ore, questo dimostra la stabilità della cella di Peltier, impostata alla temperatura di 23°C.

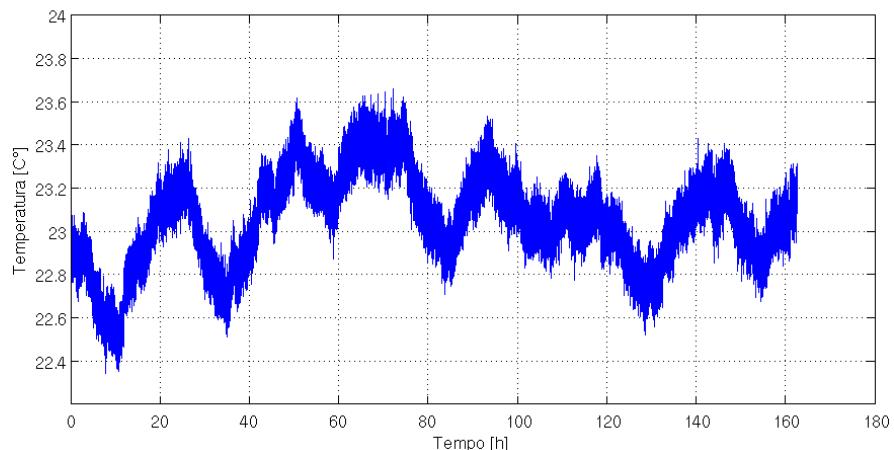


Figura 4.14: Variazione della temperatura durante la prova di lunga durata

In conclusione, si può affermare che i quattro giroscopi monoassiali *LY530ALH* hanno le stesse prestazioni in termini di rumore, quindi garantiscono la ripetibilità delle misure; anche i quattro giroscopi biassiali *LPR430AL* garantiscono la ripetibilità delle misure effettuate.

Nelle successive prove, i giroscopi monoassiali verranno misurati utilizzando come riferimento il giroscopio numero 1 (modello *LY530ALH*), mentre i giroscopi biassiali avranno come riferimento il giroscopio numero 8 (modello *LPR430AL*); i giroscopi 1 e 8 sono saldati sulla stessa board.

4.3.2. Confronto tra i giroscopi monoassiali (yaw axis)

Si vuole confrontare le prestazioni, in termini di rumore, tra il giroscopio monoassiale di riferimento *LY530ALH* e il giroscopio monoassiale *XV8100CB*. La densità di potenza spettrale in alta frequenza (Figura 4.15) mostra che il giroscopio *XV8100CB* ha un livello di rumore inferiore; esso presenta un picco di risonanza intorno ai 5Hz e un altro intorno ai 50Hz, che sono visibili come avvallamenti nella varianza di Allan per frequenze di 0.2s e 0.02s (Figura 4.18). Nello spettro in bassa frequenza si riconoscono le stesse analogie, dalle quali si nota come il rumore del giroscopio *XV8100CB* sia inferiore (Figura 4.16). Se si valuta la densità di potenza spettrale mediando su finestre di tempo 10^5 s, quindi con risoluzione in frequenza 10^{-5} Hz, si nota il contributo del rumore *rate random walk* nel giroscopio *XV8100CB* (Figura 4.17); è possibile osservare, fino alla frequenza $2 \cdot 10^{-4}$ Hz , il contributo del rumore di *instabilità di bias*, mentre per frequenze inferiori è visibile il rumore *rate random walk*, con pendenza -2 nel grafico in scala doppio logaritmica. Nella varianza di Allan si nota tale rumore per tempi di media τ superiori a $5 \cdot 10^3$ s , in quanto la curva assume pendenza +1/2.

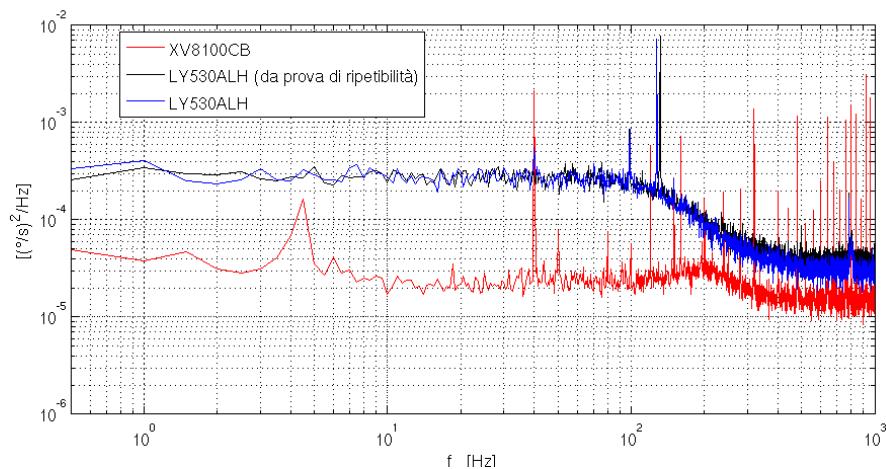


Figura 4.15: Densità di potenza spettrale dei giroscopi monoassiali (contenuto in alta frequenza); il giroscopio LY530ALH presenta lo stesso livello di rumore dell'acquisizione svolta nella prova di ripetibilità

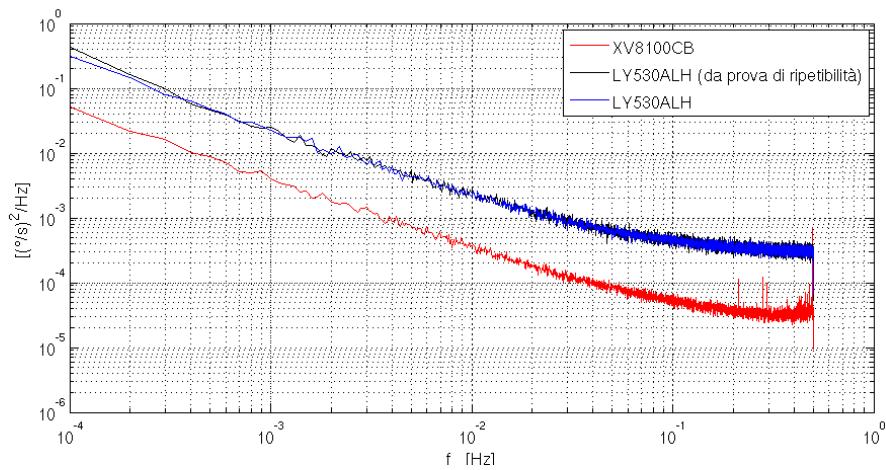


Figura 4.16: Densità di potenza spettrale dei giroscopi monoassiali (contenuto in bassa frequenza); il giroscopio LY530ALH presenta lo stesso livello di rumore dell'acquisizione svolta nella prova di ripetibilità

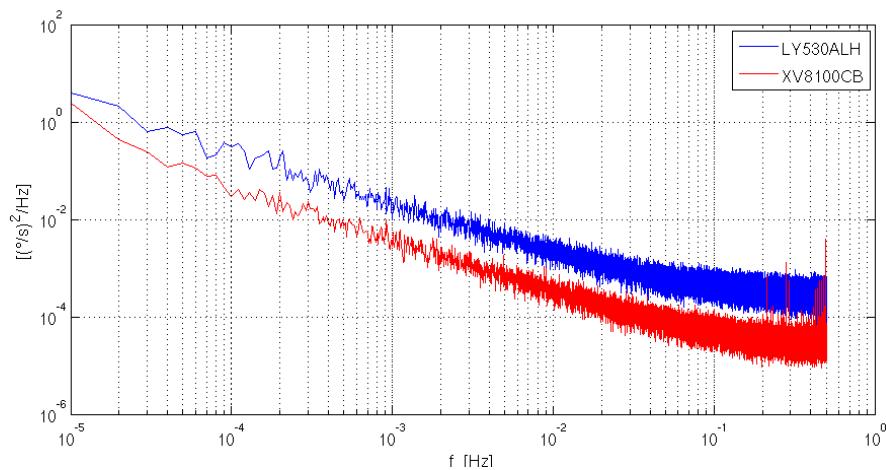


Figura 4.17: PSD dei giroscopi monoassiali (contenuto in bassa frequenza, con risoluzione $df = 10^{-5}\text{Hz}$); si nota il contributo di rumore rate random walk per il giroscopio XV8100CB per frequenze inferiori $2 \times 10^{-4} \text{ Hz}$

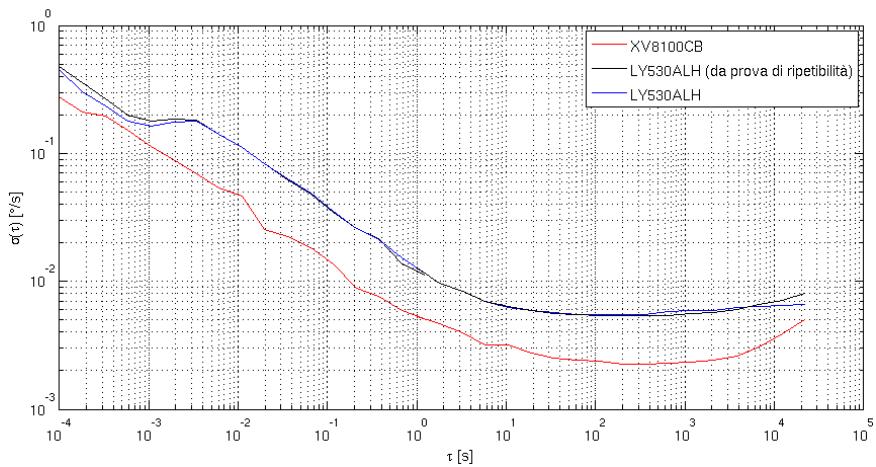


Figura 4.18: Confronto della deviazione di Allan tra i giroscopi monoassiali

Il profilo di temperatura si mantiene entro $23.8^{\circ}\text{C} - 25.8^{\circ}\text{C}$, per una durata di circa 160 ore, questo dimostra la stabilità della cella di Peltier (Figura 4.19).

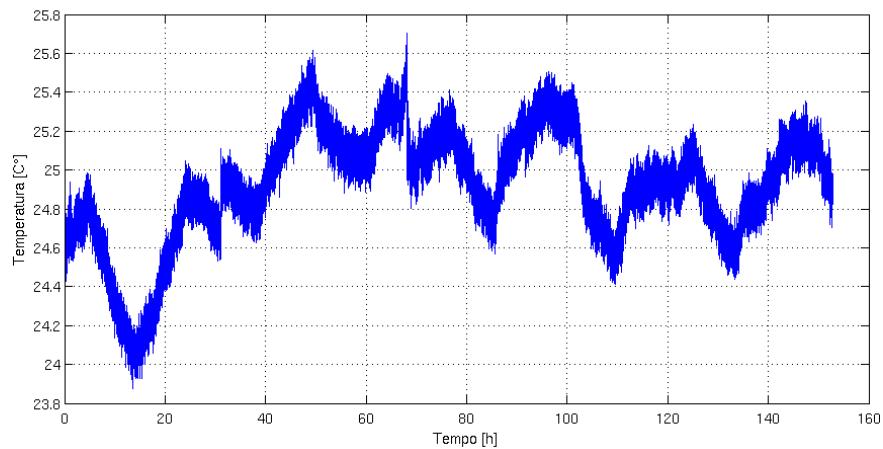


Figura 4.19: Profilo di temperatura durante la prova di lunga durata, per l'acquisizione dei giroscopi Yaw

In conclusione si evince che il giroscopio XV8100CB possiede un livello di rumore inferiore rispetto al giroscopio LY530ALH (Tabella 4.8). Il coefficiente di angle random walk del giroscopio XV8100CB misurato, è raffrontabile al livello di noise dichiarato dal produttore, pari a $0.004^{\circ}/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Modello di giroscopio	Angle random walk	Instabilità di bias $B = 0.664 \cdot \sigma_{min}(\tau)$
	N [$^{\circ}/\sqrt{s}$]	$\sigma_{min}(\tau)$ [$^{\circ}/s$]
LY530ALH	0.0127	0.0054
LY530ALH (da prova di ripetibilità)	0.0128	0.0053
XV8100CB	0.0053	0.0022

Tabella 4.8: Parametri caratteristici dei giroscopi monoassiali

4.3.3. Confronto tra i giroscopi biassiali (pitch and roll axis)

Si vuole confrontare le prestazioni, in termini di rumore, tra il giroscopio biassiale di riferimento *LPR430AL* e il giroscopio biassiale *IDG1215*.

Per quanto riguarda l'asse di pitch, si evince che il giroscopio *IDG1215* è meno rumoroso nella zona di rumore bianco ad alta frequenza, mentre in bassa frequenza il rumore è equiparabile al giroscopio *LPR430AL* (Figura 4.20, Figura 4.21, Figura 4.22). Le stesse considerazioni possono essere fatte anche per l'asse roll (Figura 4.23, Figura 4.24, Figura 4.25).

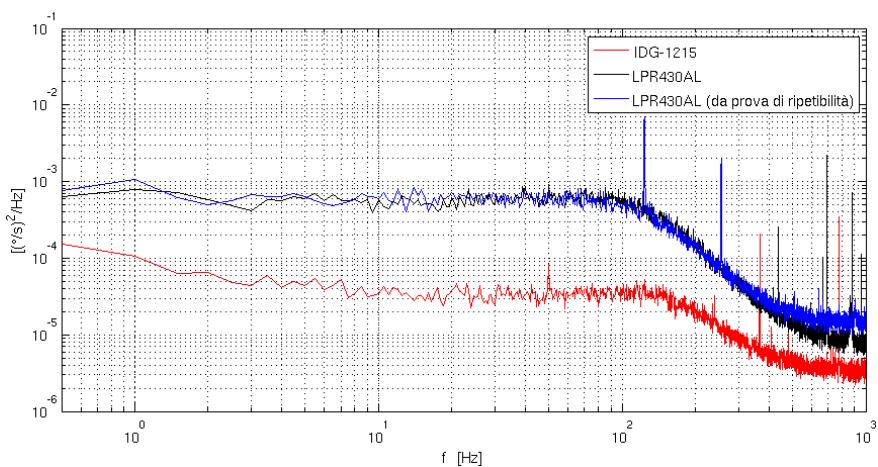


Figura 4.20: Densità di potenza spettrale dei giroscopi biassiali (asse pitch); contenuto in alta frequenza

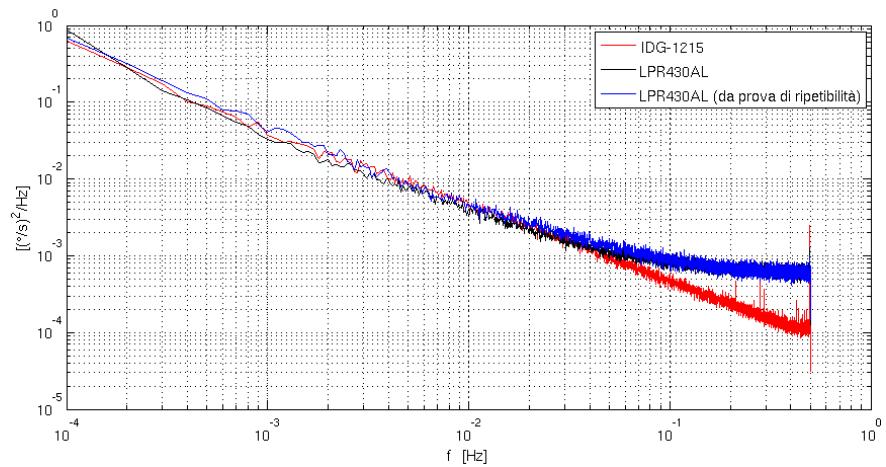


Figura 4.21: Densità di potenza spettrale dei giroscopi biassiali (asse pitch); contenuto in bassa frequenza

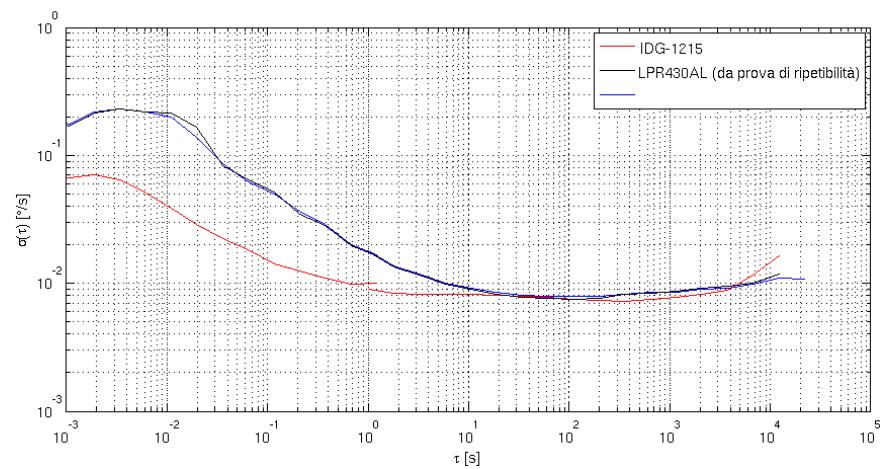


Figura 4.22: Comparazione della deviazione di Allan per i giroscopi biassiali (asse pitch)

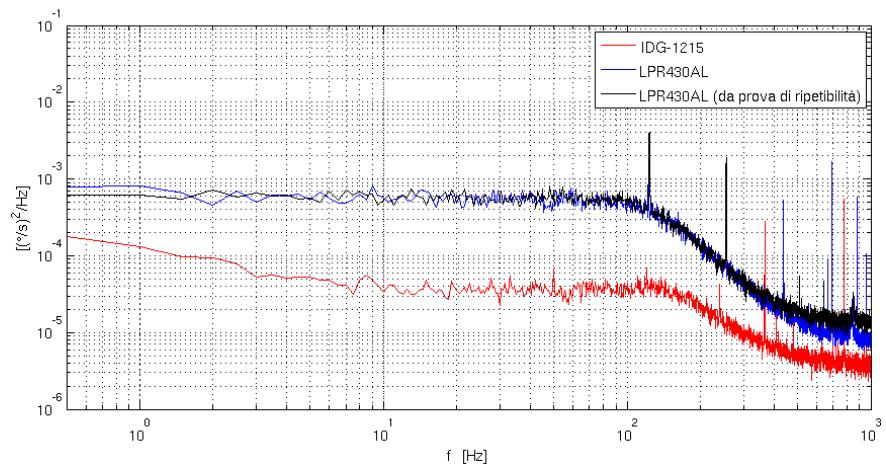


Figura 4.23: Densità di potenza spettrale dei giroscopi biassiali (asse roll); contenuto in alta frequenza

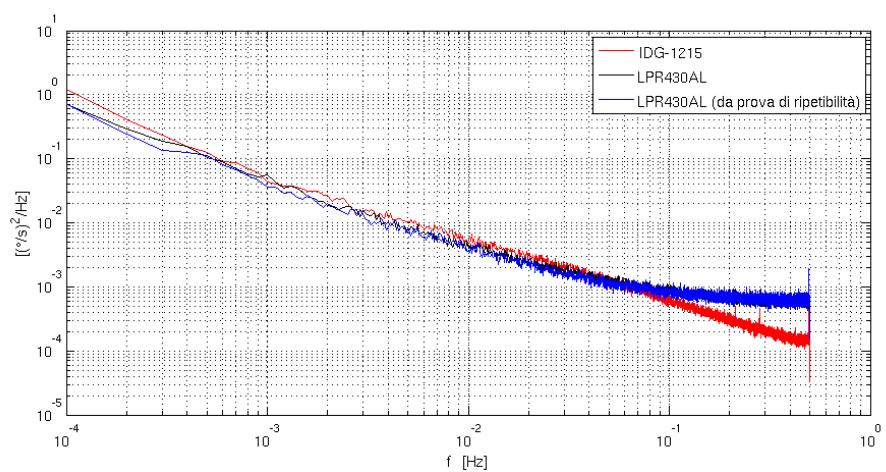


Figura 4.24: Densità di potenza spettrale dei giroscopi biassiali (asse roll); contenuto in bassa frequenza

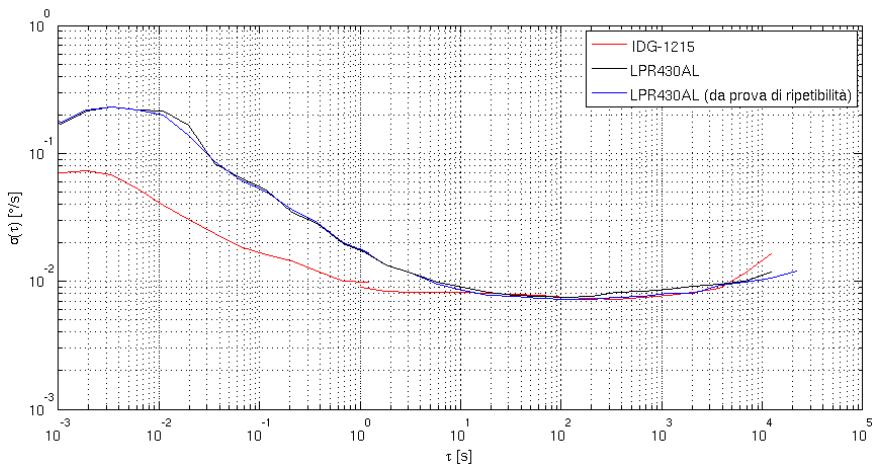


Figura 4.25: Comparazione della deviazione di Allan per i giroscopi biassiali (asse roll)

Modello di giroscopio	Angle random walk		Instabilità di bias $B = 0.664 \cdot \sigma_{min}(\tau)$	
	N [$^{\circ}/\sqrt{s}$]	$\sigma_{min}(\tau)$ [$^{\circ}/s$]	Asse pitch	Asse roll
IDG1215	0.0040	0.0041	0.0076	0.0072
LPR430AL	0.0176	0.0179	0.0075	0.0070
LPR430AL (da prova di ripetibilità)	0.0178	0.0180	0.0078	0.0071

Tabella 4.9: Parametri caratteristici della varianza di Allan per i giroscopi biassiali

In conclusione si verifica che i giroscopi biassiali misurano lo stesso livello di rumore su entrambi gli assi. Il giroscopio biassiale *LPR430AL* presenta un livello di rumore in bassa frequenza comparabile al giroscopio biassiale *IDG1215*; quest'ultimo risulta però meno rumoroso nelle alte frequenze, in accordo a quanto riportato nel datasheet (livello di rumore pari a $0.0063 ^{\circ}/s/\sqrt{Hz}$).

4.4 Correlazione tra la temperatura e la misura dei giroscopi

Nelle acquisizioni di lunga durata, il controllore PID della cella di Peltier assume un ruolo rilevante nell'introduzione di rumore in bassa frequenza nel profilo di temperatura, come descritto nel paragrafo 3.5.3. Si osservi il profilo di temperatura a regime di 20°C in Figura 4.26; esso presenta un termine di oscillazione con periodo pari a circa 5 minuti (Figura 4.27), causato dal controllore stesso. Tale effetto, è visibile nello spettro come risonanza in bassa frequenza (Figura 4.28); esso scompare per temperature superiori a 20°C, quando la cella di Peltier non necessita del circuito di fluido refrigerante per controllare la temperatura.

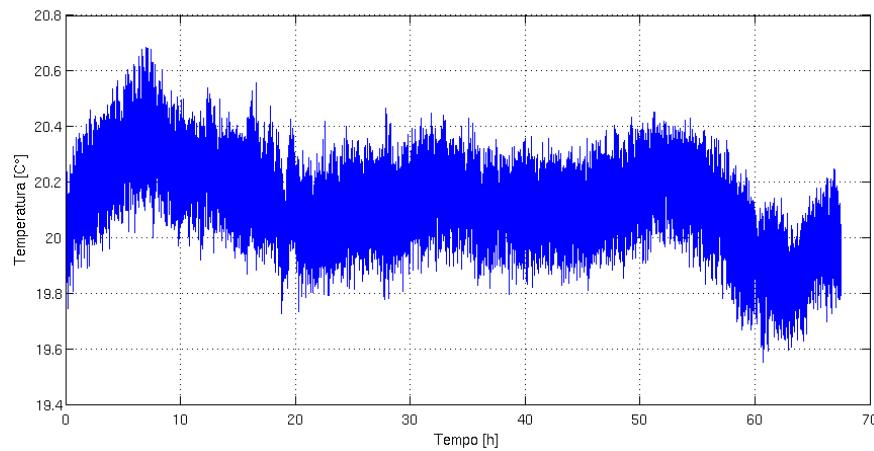


Figura 4.26: Profilo di temperatura, cella di Peltier impostata a 20 °C

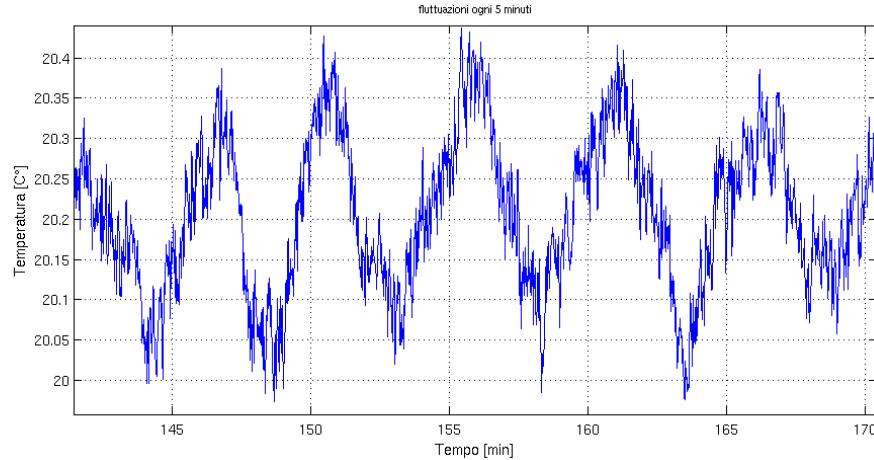


Figura 4.27: Dettaglio del profilo di temperatura, con cella di Peltier imposta a 20°C; si nota l'effetto del controllo PID della cella di Peltier

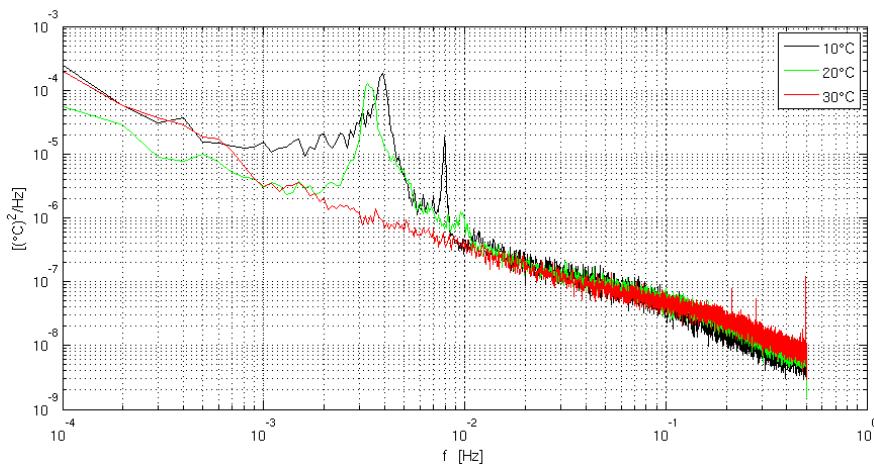


Figura 4.28: Densità di potenza spettrale del profilo di temperatura

L'oscillazione della temperatura, causata dall'interazione tra il controllo PID e la dinamica lenta del fluido refrigerante, introduce un disturbo nella misura dei giroscopi, visibile come risonanza alla stessa frequenza del profilo di temperatura. In alcuni giroscopi questo disturbo è più rilevante (Figura 4.29, Figura 4.30), in altri meno significativo (Figura 4.31), in ogni caso si deve considerare un incremento di rumore in bassa frequenza nelle acquisizioni di lungo periodo, con temperatura inferiore a quella ambiente di 23°C.

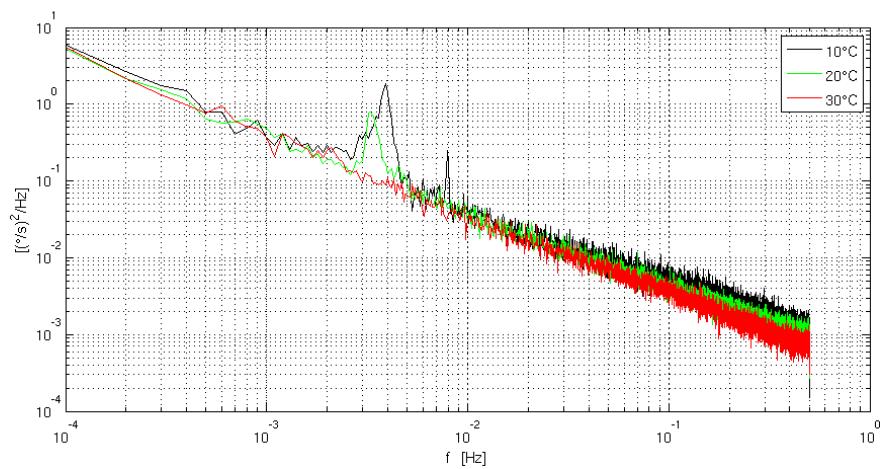


Figura 4.29: Densità di potenza spettrale del giroscopio IDG 650

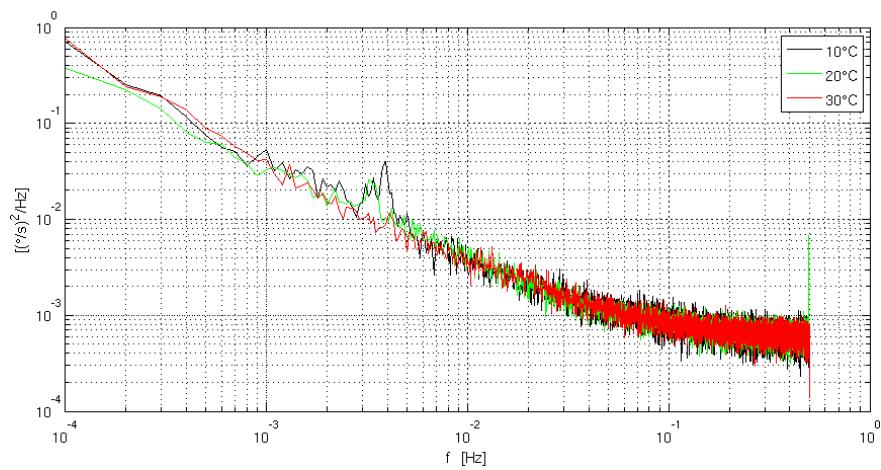


Figura 4.30: Densità di potenza spettrale del giroscopio LPR430AL

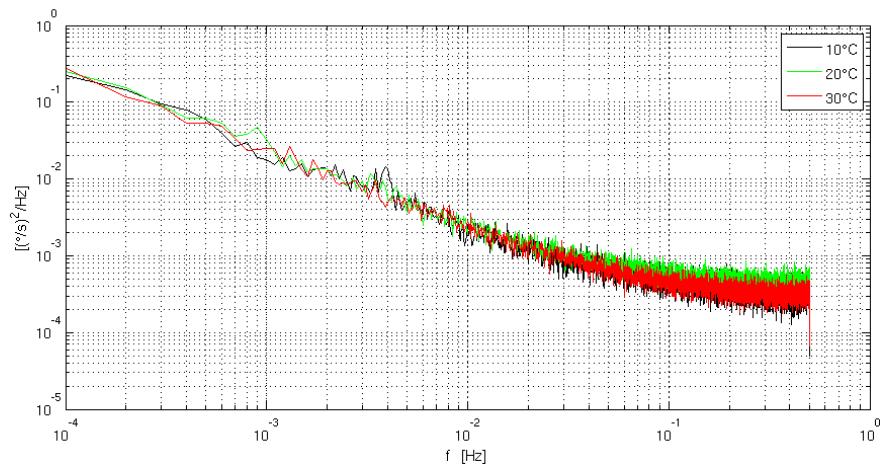


Figura 4.31: Densità di potenza spettrale del giroscopio LY530ALH

In conclusione, è possibile osservare una correlazione tra temperatura e rumore introdotto nella cella di Peltier; variazioni lente nel profilo della temperatura a regime, causate dal controllo PID della cella di Peltier, introducono rumore in bassa frequenza sui giroscopi. Questo effetto è critico per temperature basse, in quanto la cella di Peltier per raffreddarsi interagisce con il fluido refrigerante, avente una dinamica lenta; risulta invece trascurabile per temperature elevate (sopra la temperatura ambiente), poiché non interviene il circuito di raffreddamento. Alcuni giroscopi sono più sensibili a queste variazioni, altri meno.

4.5 Influenza delle vibrazioni nella misura dei giroscopi

Come descritto nel paragrafo 3.6, la cella di Peltier, utilizzata per mantenere la stabilità della temperatura nel tempo, introduce vibrazioni nel setup di misura. La cella di Peltier introduce energia principalmente nella banda di frequenze $10^0 \text{ Hz} - 10^1 \text{ Hz}$ e nella banda $10^2 \text{ Hz} - 10^3 \text{ Hz}$, mentre la regione di frequenze intermedie non viene sostanzialmente eccitata. Si vuole quindi valutare la capacità dei giroscopi di reiettare le vibrazioni, in modo tale da stimarne l'influenza nelle misure; si acquisisce il segnale di quattro giroscopi utilizzati nella precedente prova di ripetibilità, (due sensori monoassiali *LY530ALH* e due biazziali *LPR430AL*), mediante prove di breve durata, nella condizione di cella di Peltier spenta e in seguito accesa (Tabella 4.10).

Modello di giroscopio	Asse di misura	Frequenza di campionamento	Tempo di acquisizione	
LY530ALH	Yaw	10 kHz	1 minuto	Cella di Peltier spenta / accesa
LY530ALH	Yaw	10 kHz	1 minuto	Cella di Peltier spenta / accesa
LPR430AL	Pitch and Roll	10 kHz	1 minuto	Cella di Peltier spenta / accesa
LPR430AL	Pitch and Roll	10 kHz	1 minuto	Cella di Peltier spenta / accesa

Tabella 4.10: Valutazione dell'effetto di vibrazioni sul setup indotte dalla cella di Peltier, mediante comparazione dei risultati di quattro giroscopi

La cella di Peltier non introduce rumore aggiuntivo nella misura dei giroscopi monoassiali *LY530ALH*. I giroscopi *LY530ALH* reiettano le vibrazioni, le minime differenze misurate con cella di Peltier spenta o accesa possono essere ricondotte alla variabilità intrinseca di ogni misura, piuttosto che essere correlate al rumore introdotto dalla cella di Peltier stessa (Figura 4.32, Figura 4.33, Figura 4.34, Figura 4.35).

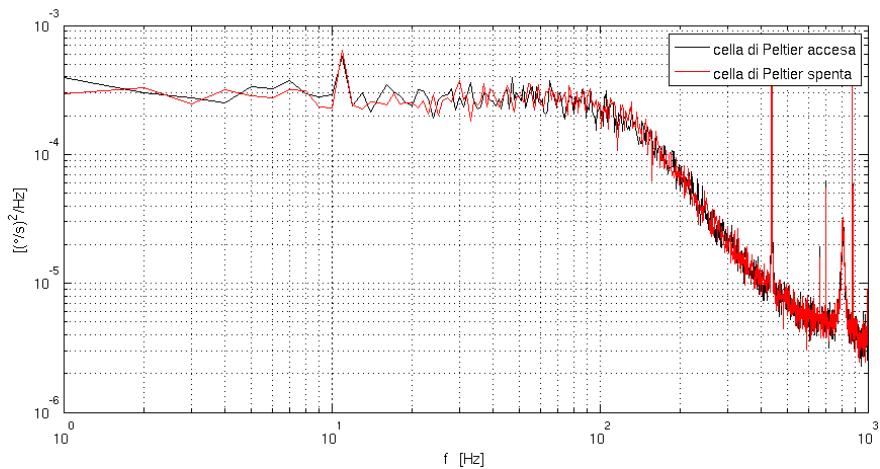


Figura 4.32: Densità di potenza spettrale del giroscopio monoassiale LY530ALH (giroscopio 1) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

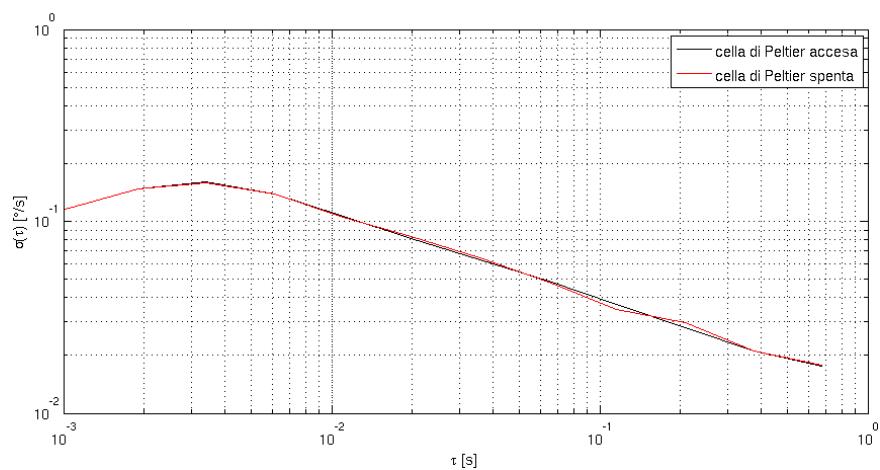


Figura 4.33: Deviazione di Allan del giroscopio monoassiale LY530ALH (giroscopio 1) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

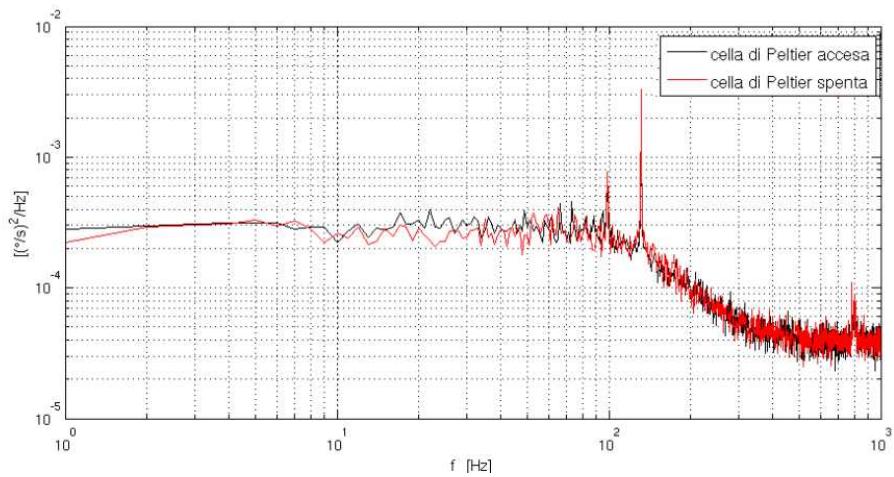


Figura 4.34: Densità di potenza spettrale del giroscopio monoassiale LY530ALH (giroscopio 2) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

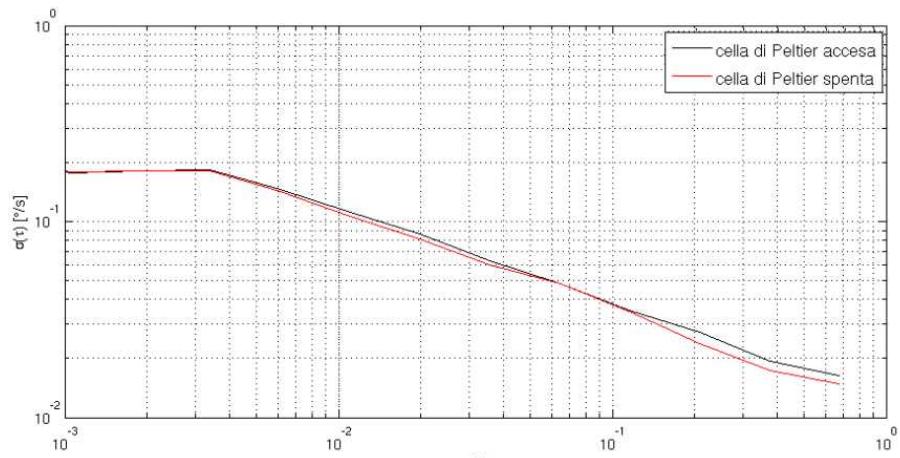


Figura 4.35: Deviazione di Allan del giroscopio monoassiale LY530ALH (giroscopio 2) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

Le considerazioni fatte per i giroscopi monoassiali vengono avvalorate dall'osservazione dei risultati riguardanti i giroscopi biassiali LPR430AL. I giroscopi sono insensibili alle vibrazioni introdotte dalla cella di Peltier e le eventuali differenze sono riconducibili alla minima variabilità che si presenta durante ogni singola acquisizione (Figura 4.36, Figura 4.37, Figura 4.38, Figura 4.39).

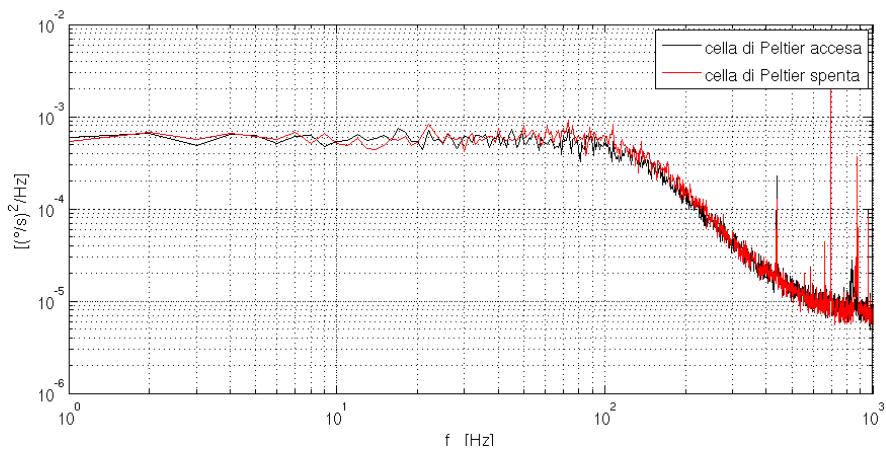


Figura 4.36: Densità di potenza spettrale del giroscopio biassiale LPR430AL (giroscopio 1) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

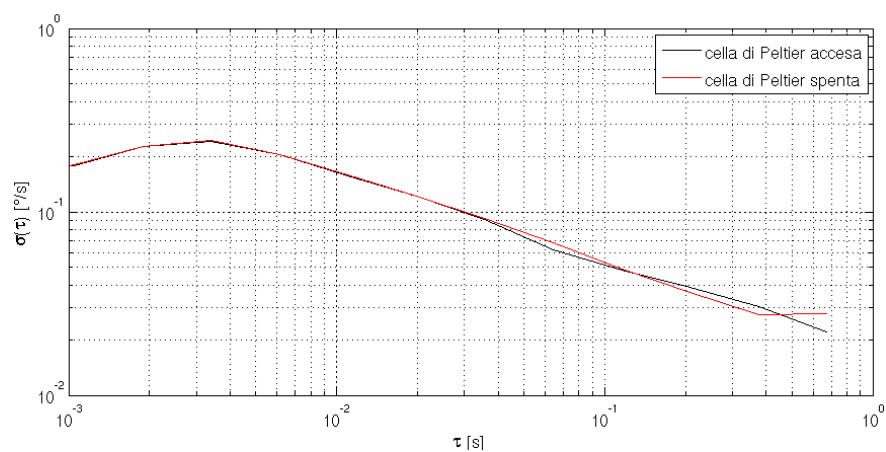


Figura 4.37: Deviazione di Allan del giroscopio biassiale LPR430AL (giroscopio 1) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

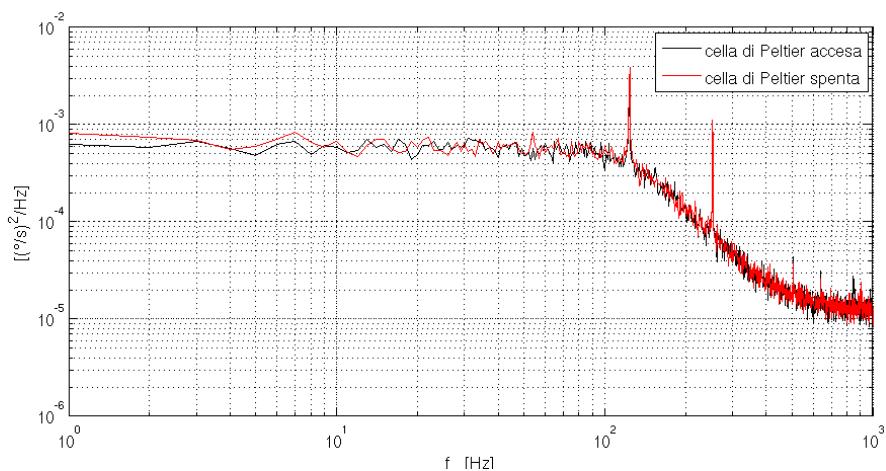


Figura 4.38: Densità di potenza spettrale del giroscopio biassiale LPR430AL (giroscopio 2) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

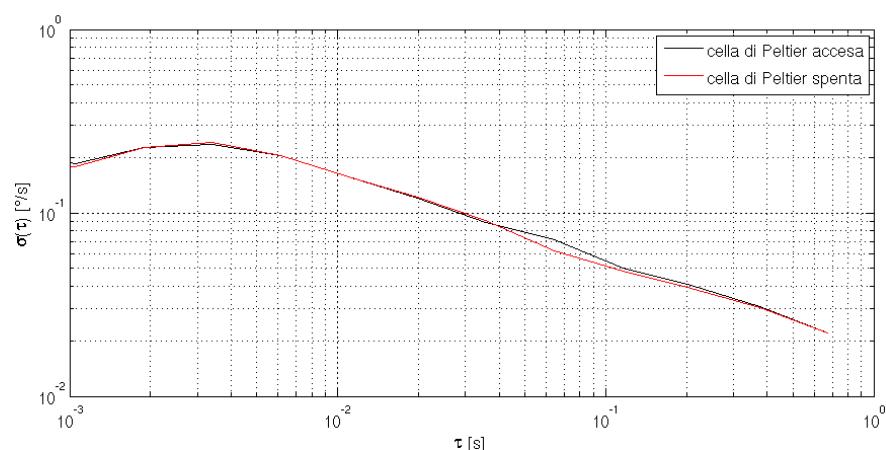


Figura 4.39: Deviazione di Allan del giroscopio biassiale LPR430AL (giroscopio 2) nella condizione di cella di Peltier spenta/accesa

Le prove sperimentali, condotte sui giroscopi monoassiali LY530ALH e sui giroscopi biassiali LPR430AL, dimostrano che la cella di Peltier, utilizzata per stabilizzare la temperatura a regime, non introduce un rumore aggiuntivo al setup di misura, in quanto viene reiettata dai sensori, coerentemente con quanto descritto nel paragrafo 1.4, riguardo i principi di funzionamento dei MEMS.

4.6

Valutazione dell'errore di integrazione nel tempo di un segnale affetto da rumore

La misura di velocità angolare dei giroscopi viene integrata nel tempo per valutare uno spostamento angolare; poiché queste misure sono affette da rumore, si vuole valutare l'effetto dell'errore di integrazione nel tempo. Ci si riferisce a quanto detto nel paragrafo 2.5, ovvero si tratta il caso di giroscopio affetto da rumore bianco sulla misura.

Si consideri la prova di breve durata eseguita sui giroscopi monoassiali LY530AL e XV8100 nel paragrafo 4.3.2. Il segnale viene integrato nella regione in cui è prevalente il contributo di rumore bianco, considerando un tempo di integrazione pari a 0.1s.

Come si osserva in Figura 4.40, l'uscita in tensione presenta un valore costante, definito “*zero rate level*”, che rappresenta il valore di riferimento ideale, nel caso di misura di velocità angolare nulla. Per procedere con l'integrazione del segnale si deve eliminare dalla misura questo termine, il modo più semplice è quello di valutare il valore medio del segnale nell'arco temporale e sottrarlo alla misura; in questo modo si valuta il contributo di rumore bianco del segnale (Figura 4.41, Figura 4.42).

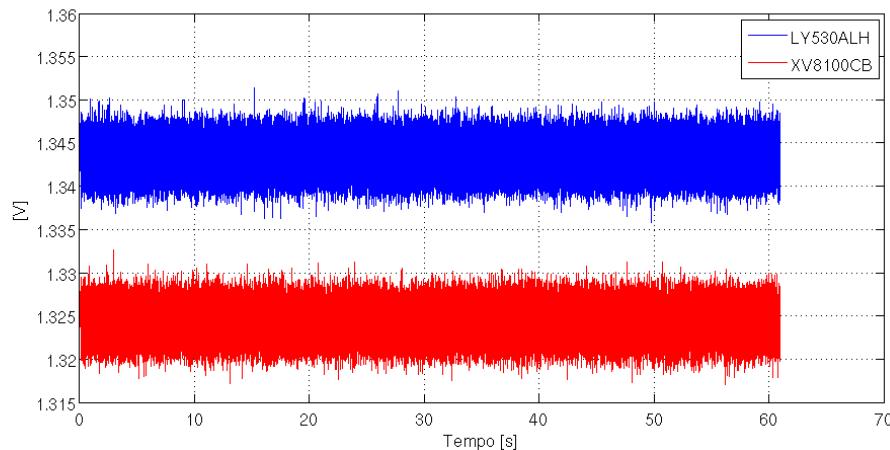


Figura 4.40: Misura del rumore dei giroscopi nella prova di breve durata

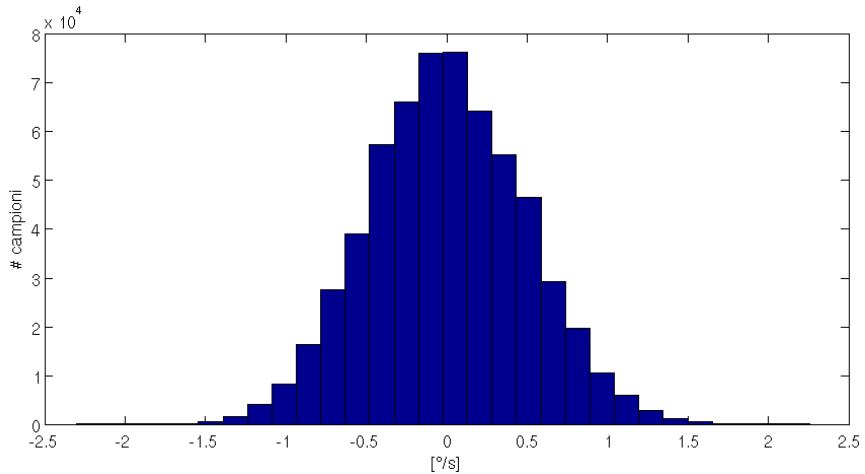


Figura 4.41: Distribuzione gaussiana della misura del giroscopio LY530ALH dopo avere eliminato il termine zero rate level (misura in dps)

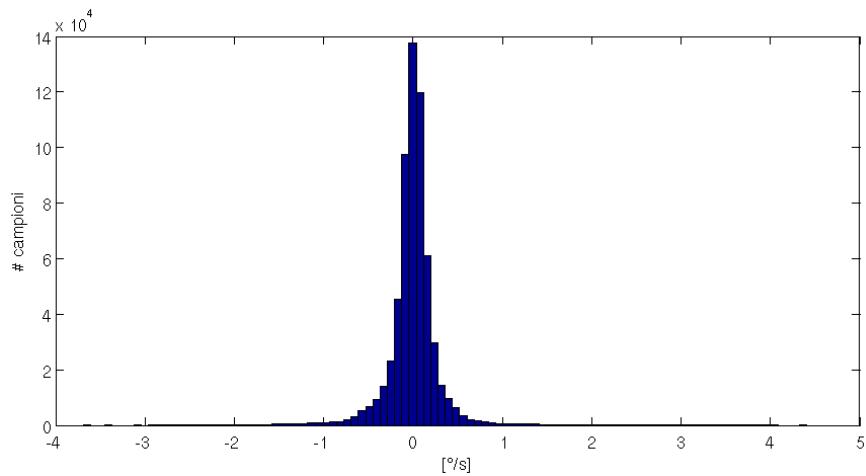


Figura 4.42: Distribuzione gaussiana della misura del giroscopio XV8100 dopo avere eliminato il termine zero rate level (misura in dps)

L'integrazione del rumore bianco definisce la passeggiata aleatoria *random angle walk (ARW)*, ovvero:

$$\theta(t) \sim N(0, N^2 \cdot t) \quad (4.1)$$

L'integrazione del rumore presenta un valore di deviazione standard:

$$\sigma_\theta = N \cdot \sqrt{t} \quad (4.2)$$

Il giroscopio LY530ALH, essendo più rumoroso ($N = 0.0128$), (Figura 4.43, Figura 4.44), presenta un errore di integrazione maggiore rispetto al giroscopio XV8100 ($N = 0.0053$) (Figura 4.45, Figura 4.46), come si evince dal confronto tra le deviazioni standard delle rispettive popolazioni (Figura 4.47).

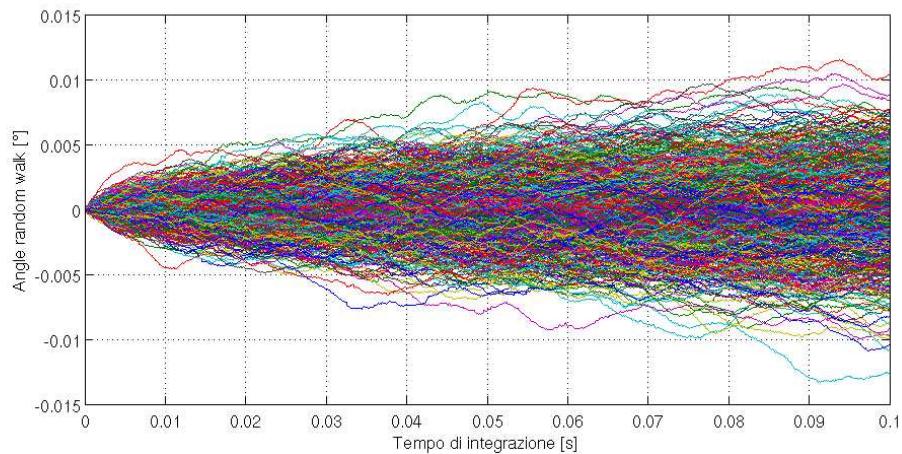


Figura 4.43: Angle random walk del giroscopio LY530ALH, con tempo di integrazione 0.1s

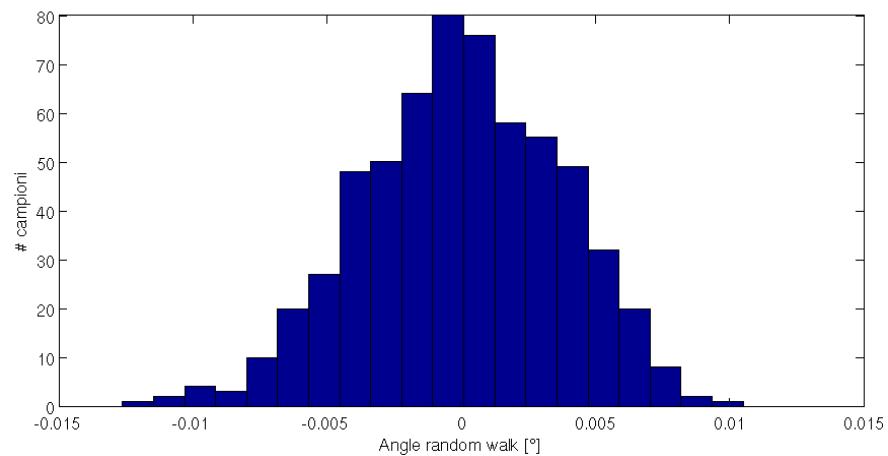


Figura 4.44: Distribuzione gaussiana di ARW per il giroscopio LY530ALH, con tempo di integrazione 0.1s

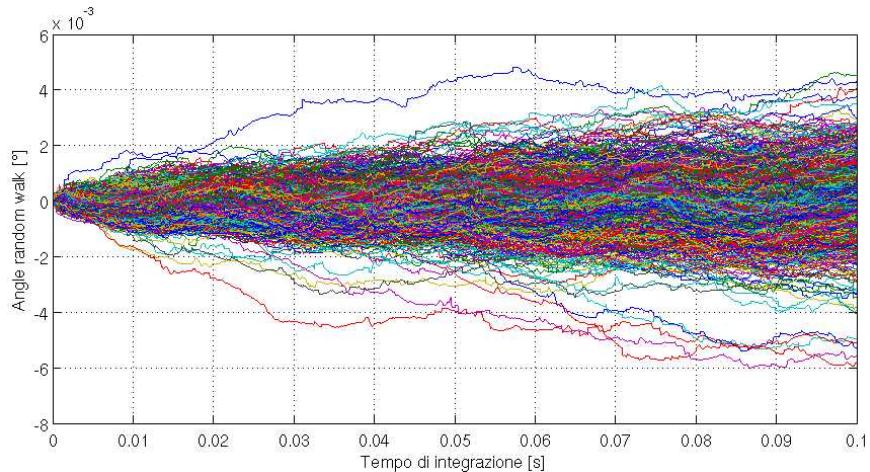


Figura 4.45: Angle random walk del giroscopio XV8100, con tempo di integrazione 0.1s

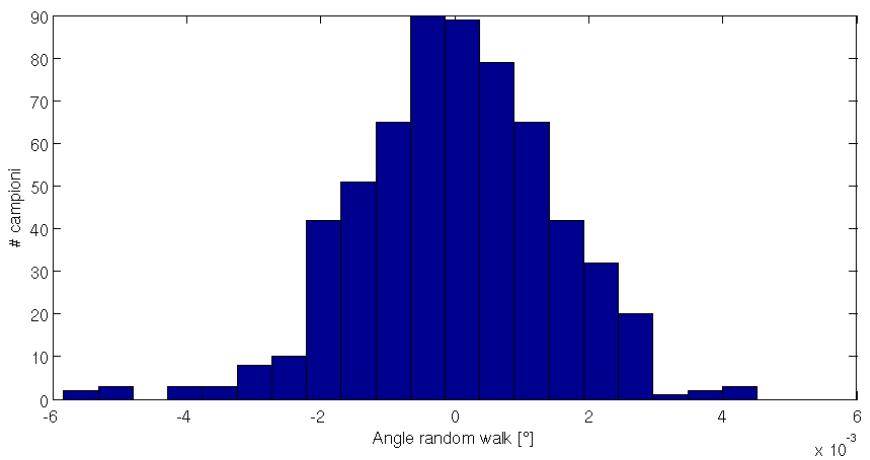


Figura 4.46: Distribuzione gaussiana di ARW per il giroscopio XV8100, con tempo di integrazione 0.1s

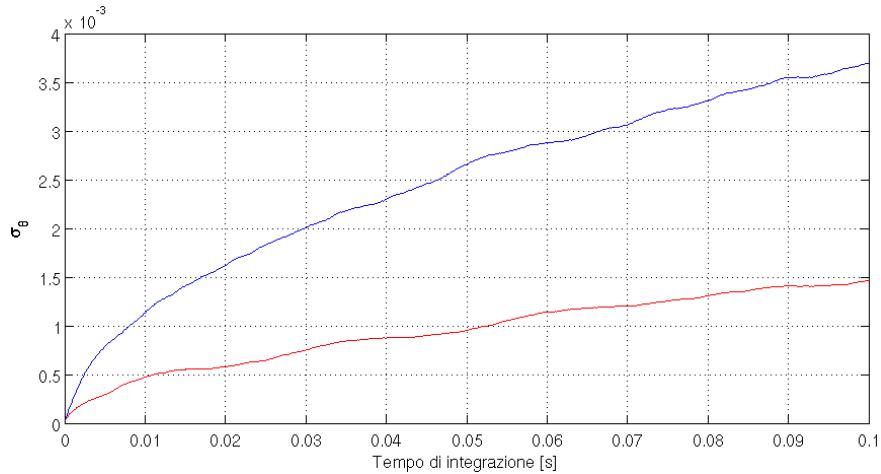


Figura 4.47: Deviazione standard dell'errore di integrazione, in funzione del tempo di integrazione. Giroscopio LY530ALH (linea blu), giroscopio XV8100 (linea rossa)

Nell'ipotesi di voler integrare il rumore del giroscopio in tempo reale, non è possibile valutare la media sull'intero segnale. Si può invece eliminare un valore di riferimento, ottenuto ad esempio da datasheet; in questo caso il segnale integrato si distribuisce come:

$$\theta(t) \sim N(\Delta\Omega \cdot t, N^2 \cdot t) \quad (4.3)$$

dove $\Delta\Omega$ è il valore di deriva lineare, ovvero la differenza tra il valore medio del segnale e il valore di riferimento scelto.

Prendendo il valore *zero rate level* a catalogo, il giroscopio LY530ALH presenta un valore di deriva $\Delta\Omega = 0.7239[\text{ }^\circ/\text{s}]$ (Figura 4.48, Figura 4.49), mentre il giroscopio XV8100 presenta un valore di deriva maggiore $\Delta\Omega = 1.0822[\text{ }^\circ/\text{s}]$ (Figura 4.50, Figura 4.51); la deviazione standard non cambia rispetto al caso precedente.

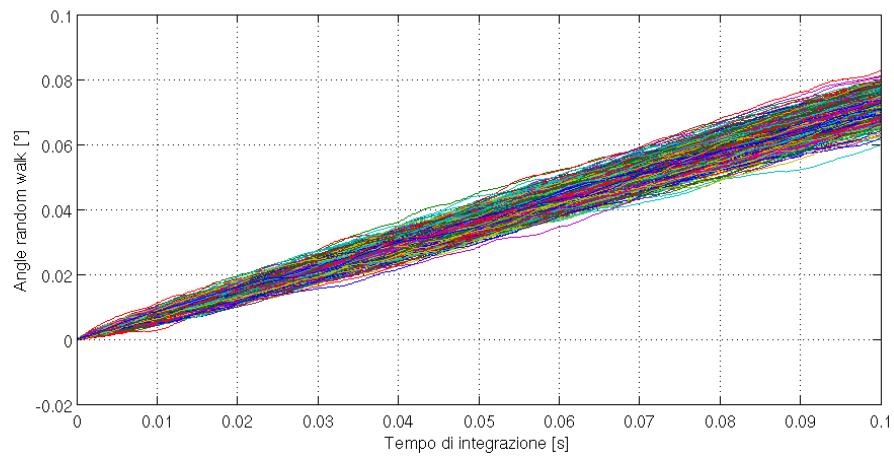


Figura 4.48: ARW con deriva lineare, giroscopio LY530ALH, tempo di integrazione 0.1s

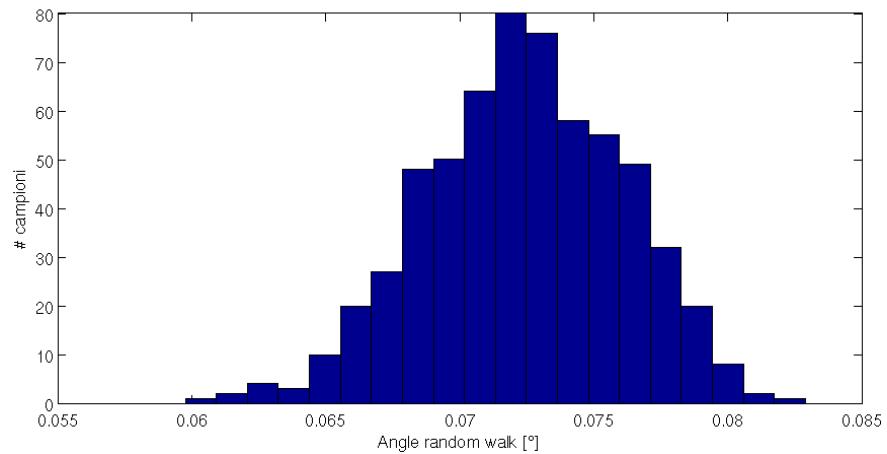


Figura 4.49: Distribuzione gaussiana con media non nulla, caso di deriva lineare, giroscopio LY530ALH, tempo di integrazione 0.1s

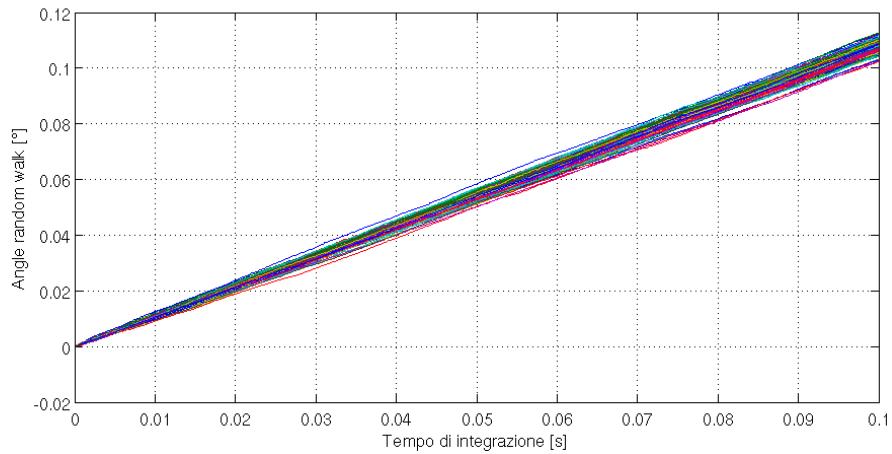


Figura 4.50: ARW con deriva lineare, giroscopio XV8100, tempo di integrazione 0.1s

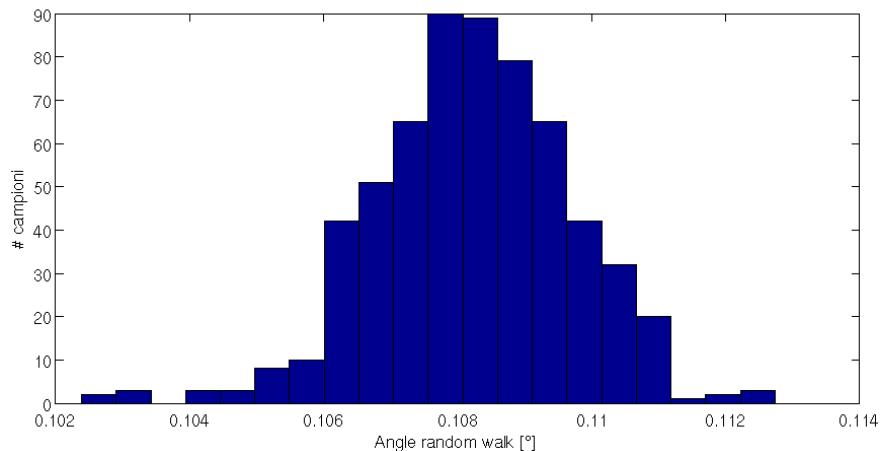


Figura 4.51: Distribuzione gaussiana con media non nulla, caso di deriva lineare, giroscopio XV8100, tempo di integrazione 0.1s

Invece di scegliere il valore da sottrarre al segnale da datasheet, è possibile utilizzare uno stimatore della popolazione del segnale di velocità angolare; in questo caso, viene usato, come stimatore della media del rumore bianco, il primo punto acquisito della serie. Secondo questa tecnica, l'integrazione dell'errore si distribuisce come:

$$\theta(t) \sim N(0, N^2 \cdot t + \sigma^2 \cdot t^2) \quad (4.4)$$

dove σ è la deviazione standard del rumore gaussiano di velocità angolare.
La deviazione standard di ARW è invece:

$$\sigma_{\theta} = N \cdot \sqrt{t} + \sigma \cdot t \quad (4.5)$$

Nel giroscopio LY530ALH prevale il termine lineare nel tempo $\sigma=0.4857[\text{ }^{\circ}/\text{s}]$ rispetto al termine secondo la radice quadrata $N=0.0128$ (Figura 4.52, Figura 4.53).

Anche nel giroscopio XV8100 prevale il termine lineare $\sigma=0.3091[\text{ }^{\circ}/\text{s}]$ rispetto al coefficiente $N=0.0053$ (Figura 4.54, Figura 4.55). Figura 4.56 Dal confronto tra le deviazioni standard emerge che il giroscopio XV8100, essendo il meno rumoroso, ha un errore di integrazione inferiore rispetto al giroscopio LY530ALH, più rumoroso.

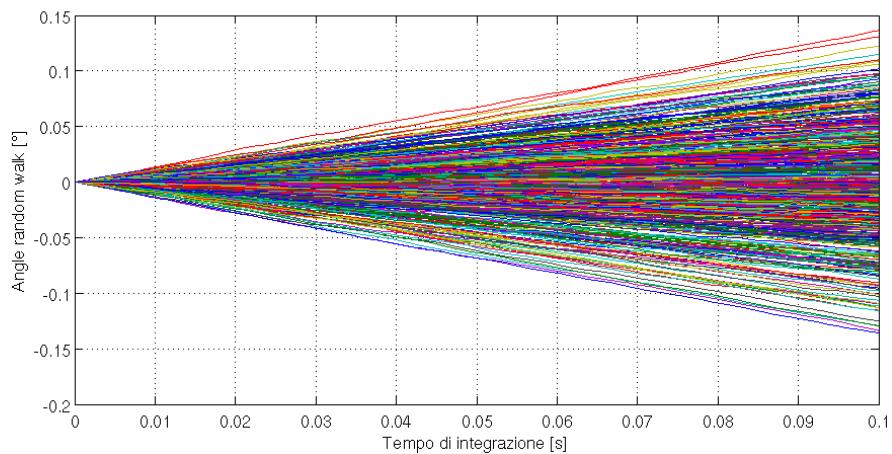


Figura 4.52: ARW, giroscopio LY530ALH, tempo di integrazione 0.1s

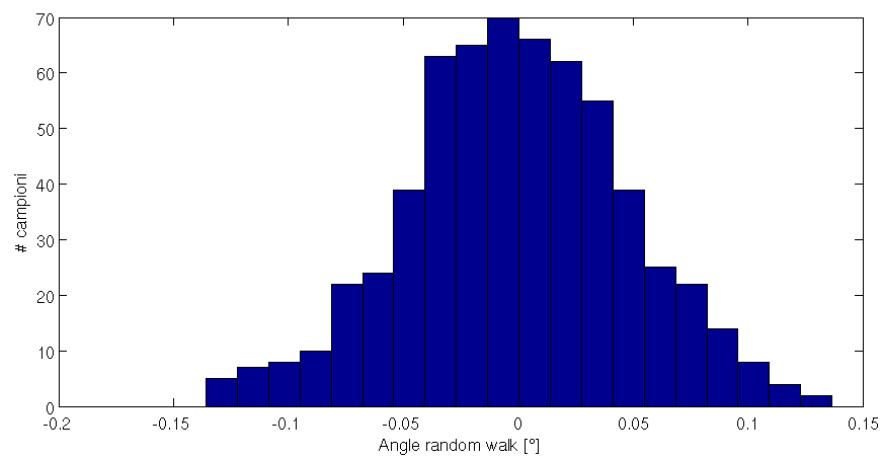


Figura 4.53: Distribuzione gaussiana, giroscopio LY530ALH, tempo di integrazione 0.1s

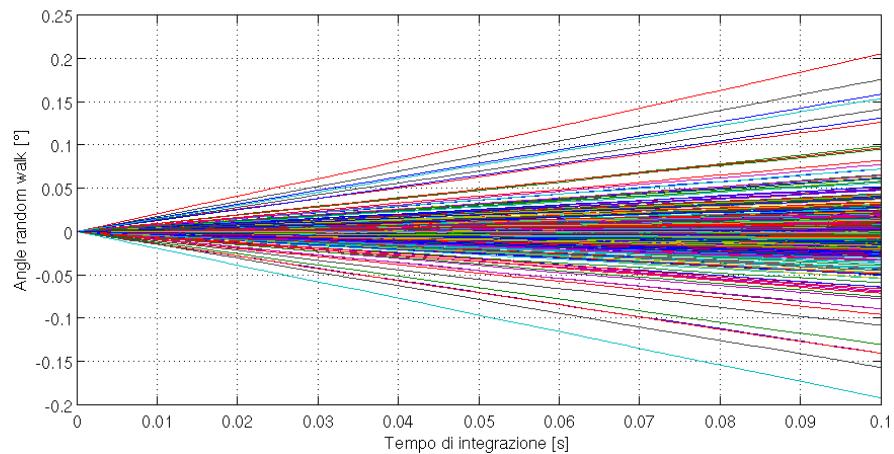


Figura 4.54: ARW, giroscopio XV8100, tempo di integrazione 0.1s

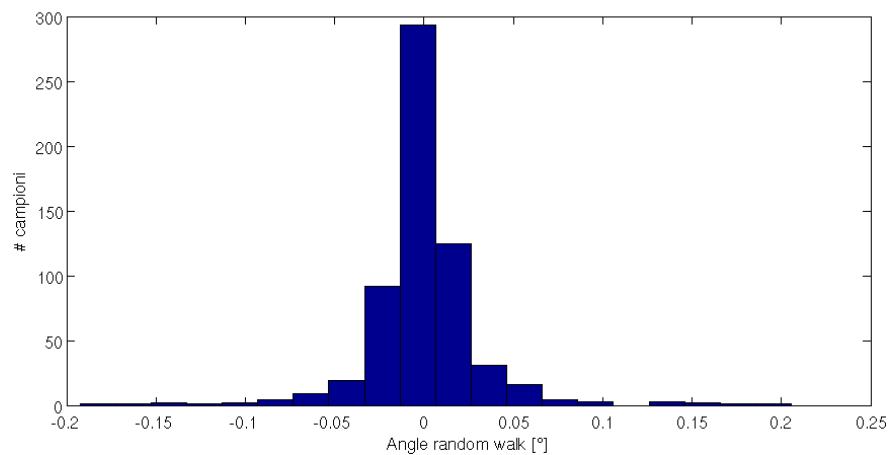


Figura 4.55: Distribuzione gaussiana, giroscopio XV8100, tempo di integrazione 0.1s

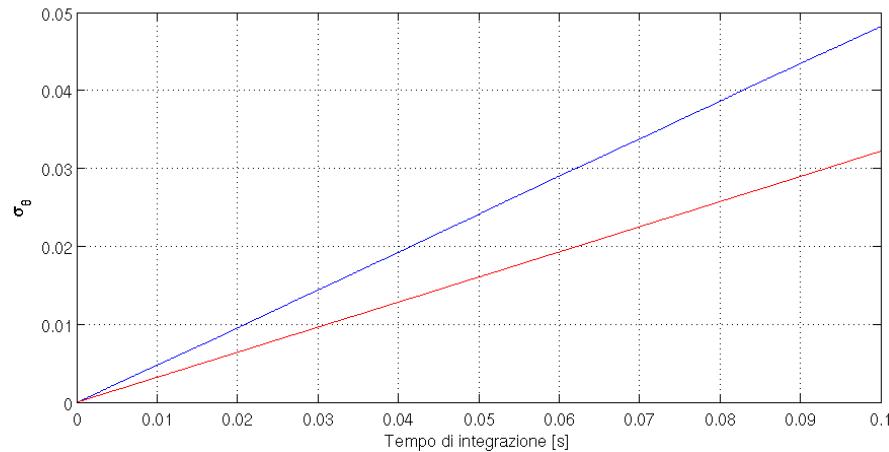


Figura 4.56: Deviazione standard di ARW in funzione del tempo di integrazione.
Giroscopio LY530ALH (linea blu), giroscopio LXV8100 (linea rossa). Per entrambi i giroscopi il contributo lineare è prevalente

In conclusione è possibile affermare che il giroscopio XV8100, essendo meno rumoroso, presenta un errore di integrazione minore rispetto al giroscopio LY530ALH, a parità di condizione di deriva lineare.

4.7 Modifica dell'ampiezza di oscillazione della massa di drive per ridurre il rumore di fondo di un giroscopio MEMS

Nel paragrafo 1.4.3 si è illustrato un modello elettromeccanico di MEMS a masse traslanti; in riferimento a quanto detto in precedenza, è possibile aumentare il segnale in uscita al giroscopio mediante la scelta di una maggiore ampiezza di oscillazione della massa di drive, attuata mediante un controllo in retroazione; ad esempio, la scelta di un valore doppio per l'ampiezza di drive, comporta il raddoppio dell'ampiezza del segnale di sense modulato (Figura 4.57) e un valore quattro volte superiore della densità di potenza spettrale associata.

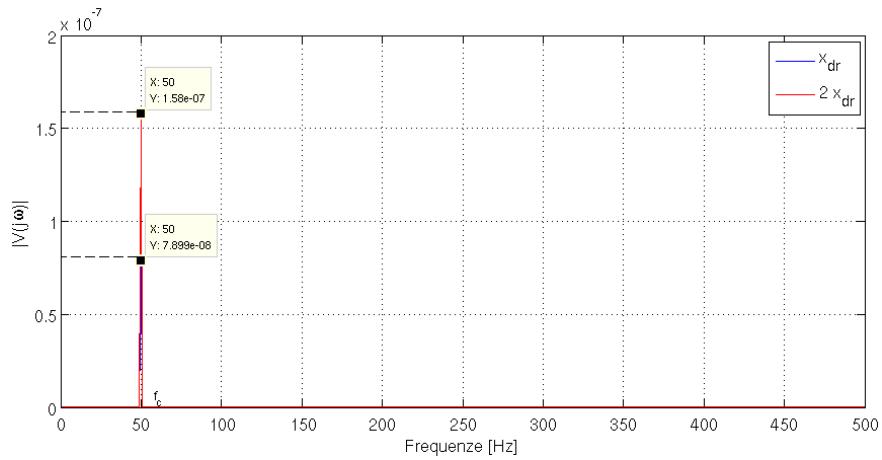


Figura 4.57: Un valore doppio dell'ampiezza di drive comporta un'amplificazione di due volte l'ampiezza del segnale di sense demodulato, secondo il modello elettromeccanico descritto nel paragrafo 1.4.3

Fatta questa debita premessa, è ora possibile valutare sperimentalmente il rapporto segnale-rumore del segnale in uscita al giroscopio. Il rumore di fondo, valutato numericamente mediante l'applicazione di un rumore bianco al sistema, è in parte correlato alla misura e in parte incorrelato alla stessa; si è dimostrato nel capitolo 1 che l'amplificazione del drive determina un incremento proporzionale della misura del sense demodulato, nel caso di assenza di rumore di fondo. Mediante alcune prove sperimentali, è possibile misurare il rapporto segnale-rumore e valutare effettivamente quanto tale amplificazione di drive influisca nel migliorare la misura di velocità angolare nel giroscopio.

Vengono testati due giroscopi tipo LPR430AL, in due configurazioni di drive diverse, aventi ampiezza di oscillazione secondo il rapporto:

$$\frac{drive_A}{drive_B} = 0.7 \quad (4.6)$$

Valutando la densità di potenza spettrale dei giroscopi (Figura 4.58, Figura 4.59), è possibile osservare come un'amplificazione dell'ampiezza di drive comporti una riduzione del livello di rumore di fondo, secondo il seguente rapporto stimato dai grafici:

$$\sqrt{\frac{PSD_B}{PSD_A}} = 0.6461 \quad (4.7)$$

$$\sqrt{\frac{PSD_B}{PSD_A}} = 0.7444 \quad (4.8)$$

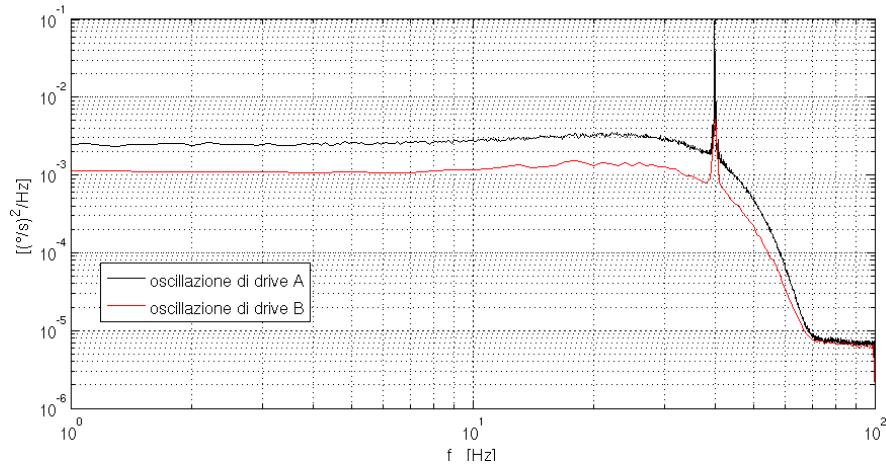


Figura 4.58: Densità di potenza spettrale di un giroscopio LPR430AL, con ampiezza di drive diversa nei due casi

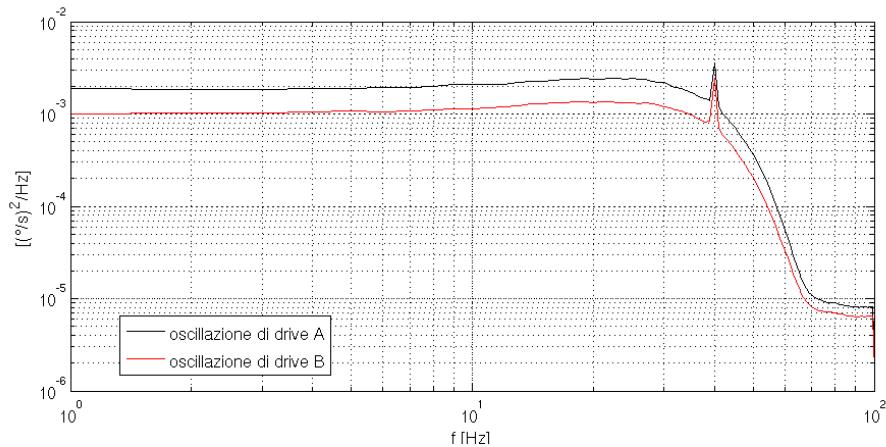


Figura 4.59: Densità di potenza spettrale di un giroscopio LPR430AL, con ampiezza di drive diversa nei due casi

I valori trovati sono prossimi a quelli del modello elettromeccanico analizzato; tale modello può comunque essere oggetto di sviluppi futuri, in quanto uno studio approfondito può garantire una maggiore adesione dei dati sperimentali, tenendo conto di contributi di rumore non considerati attualmente.

Conclusioni

Obiettivo del lavoro di tesi è stato quello di realizzare e caratterizzare un setup di misura per la valutazione del rumore di giroscopi MEMS.

Nel primo capitolo è stata fatta un'introduzione riguardo i giroscopi, illustrando i giroscopi meccanici e quelli ottici, e concentrando in seguito l'attenzione sui giroscopi MEMS. Si è illustrato in dettaglio il funzionamento dei giroscopi MEMS, spiegando come viene misurata la velocità angolare, mediante la rilevazione della forza apparente di Coriolis. Sono state mostrate alcune configurazioni di giroscopi MEMS attualmente disponibili e si è sviluppato un modello elettro-meccanico di giroscopio MEMS a masse traslanti.

Nel secondo capitolo è stata condotta un'analisi riguardo il rumore di fondo dei giroscopi. Sono state utilizzate due tecniche per caratterizzare tale rumore, una delle quali nel dominio delle frequenze, ovvero la densità di potenza spettrale (*PSD*, “*power spectral density*”), mentre l'altra nel dominio del tempo, ovvero la varianza di Allan. Sono stati identificati i principali termini di rumore e il loro contributo nella misura dei giroscopi. Questo studio è stato in seguito trasferito al caso particolare dei giroscopi MEMS, mediante un esempio applicativo. Infine si è studiato l'errore commesso nell'integrazione di un segnale affetto dal rumore sulla misura.

Nel terzo capitolo è stato allestito e caratterizzato il setup di misura; la catena degli strumenti di misura è stata validata osservando che il livello di rumore della scheda di acquisizione fosse inferiore a quello proprio dei giroscopi. Si è quindi proceduto a caratterizzare la temperatura del setup di misura, mediante taratura del sensore di temperatura, caratterizzazione del transitorio di temperatura e misura della sua variabilità a regime. È stato inoltre misurato il livello di vibrazioni indotte sul setup di misura dalla cella di Peltier.

Nel quarto capitolo è stata condotta la campagna di misure sperimentali. Si è osservata l'influenza della variabilità della temperatura nella misura di rumore. Si è osservato che la cella di Peltier, regolata mediante un controllore PID, nel caso di temperatura inferiore a quella ambiente, scambia calore con il fluido refrigerante del circuito di raffreddamento, avendo una dinamica lenta; tale effetto è causa di una lenta variazione nell'intorno della temperatura di regime, che determina un rumore in bassa frequenza nella misura dei giroscopi. Questo rumore scompare se la cella di Peltier viene impostata a una temperatura superiore a quella ambiente, in quanto non interviene lo scambio di calore con il fluido refrigerante. Le vibrazioni indotte dalla cella di Peltier sul setup di misura sono invece state reiettate dai giroscopi, quindi non introducono un rumore aggiuntivo.

I termini di rumore riscontrati nella misura dei giroscopi MEMS sono il contributo di *angle random walk* (rumore bianco presente in alta frequenza e tagliato dal filtro passa-basso del giroscopio) e il contributo di *instabilità di bias*,

visibile per frequenze inferiori nello spettro. Per frequenze molto basse, in alcuni giroscopi è possibile osservare il contributo di *rate random walk*. È stato possibile confrontare le prestazioni dei giroscopi misurati, in termini di rumore di fondo. Si è dimostrato che l'errore di integrazione del rumore è correlato alle prestazioni del giroscopio, ovvero un giroscopio meno rumoroso risulta meno affetto da questo errore.

Il modello elettro-mecccanico di giroscopio MEMS a masse traslanti, illustrato nel primo capitolo, è stato validato mediante una prova sperimentale. Il modello è stato quindi utilizzato per mostrare la proporzionalità tra l'oscillazione della massa di drive e il livello del fondo di rumore: ad un aumento dell'oscillazione di drive, corrisponde una riduzione del rumore di fondo. Poiché il modello utilizzato rimane comunque una semplificazione, esso riesce a interpretare i risultati sperimentali in modo approssimativo, ma qualitativamente corretto. Uno sviluppo futuro del modello, che tenga conto di altri parametri non considerati nell'attuale, porterà sicuramente benefici nella bontà di adattamento dello stesso ai dati.

Bibliografia

- [1] http://solarsystem.nasa.gov/scitech/display.cfm?ST_ID=327
- [2] A. Lawrence, “Modern inertial technology”, Springer, seconda edizione, 1998
- [3] S. Rosati, “Fisica generale”, Casa editrice Ambrosiana, Milano, 2000
- [4] Ernest O. Doeblin, “Strumenti e metodi di misura”, McGraw-Hill, 2004, pp 78 -141, 277-289
- [5] Mohamed Gad-el-Hak, “The MEMS handbook”, CRC Press, 2002
- [6] <http://www.st.com/MEMS>
- [7] G. Diana, F. Cheli, “Dinamica e vibrazione dei sistemi meccanici”, UTET Liberia, 1993
- [8] D. Sachs, S. Nasiri, D. Goeh, “Image Stabilization Technology Overview”, InvenSense, Inc.
- [9] “IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros”, The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) Std 952-1997 (R2008)
- [10] David W. Allan, “Statistics of Atomic Frequency Standards”, proceedings of the IEEE, vol. 54 no. 2, pp. 221-230, Feb. 1966
- [11] “The Science of Timekeeping”, Application Note 1289, Hewlett-Packard Company, 1997
- [12] W.J. Riley, “Handbook of Frequency Stability Analysis” , NIST Special Publication 1065, July 2008
- [13] Hanspeter Schmid, “Offset, flicker noise, and ways to deal with them”, November 6, 2008
- [14] Oliver J. Woodman, “An introduction to inertial navigation”, Technical Report Number 696, University of Cambridge Computer Laboratory, August 2007