



Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Corso di Laurea triennale in Ingegneria Meccatronica

Tesi di Laurea di Primo Livello

STIMA DELLA VELOCITÀ MEDIANTE MISURE DI ACCELERAZIONE

Relatore: Ch.mo Prof. Dario Richiedei

Laureando: Stefano Sartorato

ANNO ACCADEMICO 2012-2013

INDICE

| | |
|--|-----------|
| Introduzione..... | 1 |
| CAPITOLO 1 Sensori | 3 |
| 1.1 Sensori per misure di velocità | 4 |
| 1.1.1 Dinamo tachimetrica | 4 |
| 1.1.2 Sensori laser | 5 |
| 1.1.3 Ruota fonica..... | 6 |
| 1.2 Sensori per misure di posizione | 7 |
| 1.2.1 Resolver..... | 7 |
| 1.2.2 Encoder ottico | 8 |
| 1.3 Sensori per misure di accelerazione: accelerometri | 10 |
| 1.3.1 Modello dell'accelerometro..... | 11 |
| 1.3.2 Classificazione degli accelerometri..... | 13 |
| 1.4 Accelerometri piezoelettrici: approfondimenti | 14 |
| 1.4.1 Materiali piezoelettrici..... | 14 |
| 1.4.2 Accelerometri piezoelettrici | 14 |
| 1.4.3 Varianti costruttive..... | 15 |
| CAPITOLO 2 Stima della velocità attraverso misure di accelerazione..... | 17 |
| 2.1 Stima della velocità a partire da misure di posizione..... | 17 |
| 2.1.1 Metodi fixed-time e fixed-position | 17 |
| 2.2 Stima della velocità a partire da misure di accelerazione | 18 |
| 2.3 Tecniche di integrazione numerica..... | 19 |
| 2.3.1 Formule di Newton-Cotes..... | 19 |
| 2.3.2 Regola trapezoidale | 20 |
| 2.3.3 Regola di Simpson | 21 |
| 2.4 Altri algoritmi per il calcolo integrale | 21 |
| 2.4.1 Metodo di Newmark | 22 |

| | | |
|--|---|-----------|
| 2.4.2 | Regola empirica di Tick | 22 |
| 2.4.3 | Metodo predictor-corrector | 22 |
| 2.5 | Studio in frequenza degli algoritmi..... | 22 |
| 2.5.1 | Funzione accuratezza | 22 |
| 2.5.2 | Amplificazione del rumore | 24 |
| 2.6 | Problematiche nella stima accelerometer-based..... | 24 |
| 2.6 | Considerazioni conclusive | 25 |
| CAPITOLO 3 Metodi di stima della velocità tramite misure di posizione ed accelerazione..... | | 27 |
| 3.1 | Schemi in tempo continuo | 27 |
| 3.1.1 | SCHEMA 1: due canali pesati in frequenza | 27 |
| 3.1.2 | SCHEMA 2: Approccio dell'osservatore | 29 |
| 3.1.3 | Applicazione dei due metodi | 29 |
| 3.2 | Schema in tempo discreto: Filtro di Kalman..... | 30 |
| CAPITOLO 4 Test sperimentali..... | | 33 |
| 4.1 | Strumentazione utilizzata in laboratorio..... | 33 |
| 4.2 | Simulazione con Simulink..... | 34 |
| 4.2.1 | Integrazione numerica del segnale di accelerazione | 36 |
| 4.3 | Prove in laboratorio: (1) Oscillazione smorzata..... | 39 |
| 4.3.1 | Schema a due canali pesati in frequenza | 42 |
| 4.3.2 | Schema oberver-based | 43 |
| 4.3.3 | Filtro di Kalman | 44 |
| 4.3.4 | Confronto dei risultati ottenuti..... | 45 |
| 4.4 | Prove in laboratorio: (2) Legge sinusoidale | 47 |
| CAPITOLO 5 Conclusioni..... | | 51 |
| BIBLIOGRAFIA | | 53 |
| SITOGRAFIA | | 53 |

Introduzione

La misurazione della velocità nei meccanismi risulta, in un ambito industriale che mira sempre di più alla completa automatizzazione dei processi, un'operazione di fondamentale importanza per il controllo dei meccanismi impiegati negli stessi.

I metodi per la determinazione della velocità si possono inizialmente distinguere in metodi di *misurazione diretta*, che prevedono l'impiego di sensori in grado di misurare direttamente la velocità, e di *misurazione indiretta*, chiamata così perché ottenuta attraverso operazioni numeriche di calcolo su misure di grandezze correlate a quest'ultima.

La misurazione diretta della velocità è ormai poco utilizzata a causa dell'elevata rumorosità dei segnali forniti dai sensori di velocità (dinamo tachimetriche, sensori laser, ruote foniche..), dalla difficoltà che spesso si incontra nell'accoppiamento meccanico o al posizionamento nei meccanismi e dai costi aggiuntivi di componentistica e manutenzione che essi comportano.

Negli automatismi è molto frequente infatti la presenza di encoder o accelerometri, sensori di posizione e accelerazione, dai quali è immediato ricavare informazioni sulla velocità del meccanismo attraverso elaborazioni numeriche compiute da microprocessori, ormai diffusissimi nel settore industriale.

Lo scopo di questo elaborato è quello di fornire un'analisi di questi metodi, soffermandosi in particolar modo sui benefici ottenuti dall'impiego di accelerometri ai fini della stima della velocità, cercando di risaltare pregi e difetti degli uni rispetto agli altri.

Gli algoritmi saranno testati tramite delle simulazioni numeriche e dei test sperimentali effettuati con due diversi apparati.

CAPITOLO 1

Sensori

In tutti i sistemi di misurazione, o più generalmente, in qualsiasi sistema di acquisizione dati, elementi fondamentali sono i trasduttori, che possono essere definiti come dispositivi in grado di effettuare conversioni tra due diverse forme di energia.

Di particolare interesse sono una sotto-classe di questi: i sensori, i quali forniscono in uscita un segnale elettrico legato alla grandezza d'ingresso (non necessariamente alla sua energia).

Il legame tra ingresso e uscita è descritto dalla funzione transcaratteristica $f(\cdot)$, che associa ad ogni valore del misurando x nell'intervallo (x_{min}, x_{max}) , un corrispondente valore di y (in tensione) appartenente all'intervallo (y_{min}, y_{max}) . Nella sua forma più ideale la transcaratteristica si presenta come un retta, nella realtà risulta invece affetta da diversi tipi di errore, quali la non linearità, l'offset...

Per poter confrontare al meglio i sensori, si è ritenuto opportuno riportare i principali parametri che li caratterizzano:

- Input Range (IR): campo di valori d'ingresso, (x_{min}, x_{max}) , che il dispositivo è in grado di riconoscere
- Output Range (OR): campo dei possibili valori, (y_{min}, y_{max}) , tra i quali può variare l'uscita
- Accuratezza: parametro strettamente legato alla transcaratteristica. Un sensore può dirsi perfetto sotto il punto di vista dell'accuratezza nel caso in cui $f(\cdot)$ sia perfettamente nota all'interno dell'IR, e il suo andamento non cambi con il passare del tempo.

In tale circostanza, per ogni valore stimato \hat{y} dell'uscita y è sempre possibile risalire alla stima \hat{x} del misurando x , mediante la relazione

$$\hat{x} = f^{-1}(\hat{y}),$$

$f^{-1}(\cdot)$ relazione inversa di $f(\cdot)$.

Nella realtà la transcaratteristica cambia nel tempo, com'è lecito aspettarsi, è possibile risalire alla stima del misurando \hat{x} solamente a meno di un contributo di incertezza U_x .

- Risoluzione (Δ): il più piccolo incremento del misurando rilevabile dal sensore attraverso una variazione apprezzabile del segnale di uscita

- Precisione : indica, a parità di misurando x e di ogni altra condizione di misura, la capacità del sensore di fornire valori di \hat{y} il più possibile vicini tra loro
- Sensibilità (S) : definita come il rapporto tra la variazione del segnale di uscita Δ_y , in corrispondenza di una variazione Δ_x dell'ingresso, ovvero

$$S = \frac{\Delta_y}{\Delta_x},$$

con $\Delta_x = x_{max} - x_{min}$, e $\Delta_y = y_{max} - y_{min}$

- Rumore : segnale indesiderato prodotto internamente dal sensore che si sovrappone al segnale di uscita y

Scopo di questo capitolo sarà quello di fornire una trattazione di massima sui sensori di posizione, velocità ed accelerazione, soffermandosi soprattutto su questi ultimi, parte fondamentale dell'elaborato.

1.1 Sensori per misure di velocità

I sensori di velocità sono trasduttori in grado convertire con qualche tecnica una velocità (rotante piuttosto che lineare) di una sua parte mobile in un segnale elettrico di tensione legato ad essa, possibilmente linearmente.

1.1.1 Dinamo tachimetrica

La dinamo tachimetrica è un dispositivo a basso costo, da accoppiare meccanicamente all'albero motore del quale si vuole misurare la velocità angolare. Esso, basandosi su un principio di funzionamento molto simile a quello del motore in continua, restituisce un valore continuo di tensione proporzionale alla velocità stessa.

Il dispositivo si compone di una parte fissa, statore, in cui sono presenti dei magneti permanenti che generano un campo elettromagnetico (costante) che interagisce con gli avvolgimenti di rotore (parte mobile). Una volta posto in rotazione l'albero, questi ultimi, per la *legge di Faraday* dell'induzione magnetica, saranno sede di una forza elettromotrice indotta. Indicando con Φ_{MP} il flusso di statore generato dai magneti permanenti, Ω la velocità di rotazione, la tensione V ai capi delle spazzole si ricava con la formula:

$$V = K \Phi_{MP} \Omega$$

dove K è una costante che dipende da caratteristiche costruttive del dispositivo. I principali punti di forza della dinamo tachimetrica sono l'alta *linearità* e il *basso momento d'inerzia*, quindi la poca influenza del dispositivo sul carico del motore a cui è accoppiata.

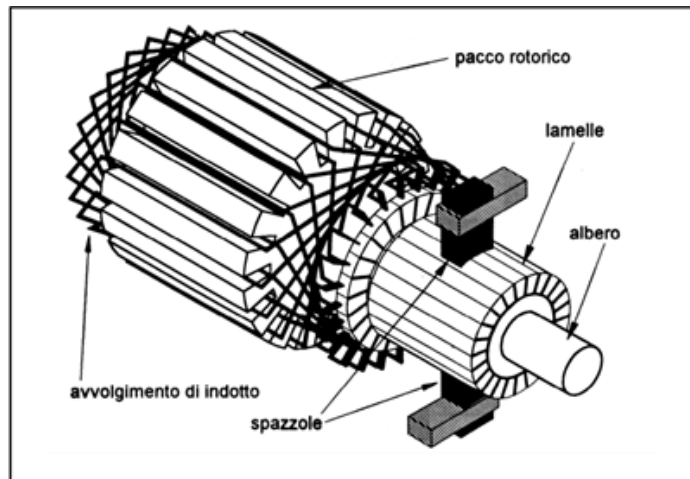


Figura 1. 1 dinamo tachimetrica: struttura rotore

Altro vantaggio che altri sensori non offrono, è la possibilità di distinguere il senso di rotazione osservando la polarità della tensione ai capi delle spazzole. La principale giustificazione all'uso circoscritto di questo trasduttore è rappresentato dal *sistema spazzole-collettore*, organo costituito da contatti striscianti che trasmettono la *f.e.m.* indotta sugli avvolgimenti di rotore, in rotazione appunto, alle spazzole, situate nello statore, fisso. Il sistema spazzole-collettore pregiudica l'affidabilità del dispositivo, essendo molto sensibile a polveri e umidità condensate, ne peggiora l'aspetto economico, per la continua manutenzione necessaria vista l'usura del meccanismo stesso, la risoluzione, soprattutto alle basse velocità, e l'accuratezza, per la presenza di *ripple*, un'ondulazione indesiderata del segnale di uscita, dovuta alla continua commutazione dei contatti. Il ripple potrebbe essere eliminato (o per lo meno ridotto), mediante l'inserimento di filtri LPF (*low-pass-filter*); quest'operazione risulta tuttavia spesso molto complicata e porta a preferire altri sensori alla dinamo. Il legame tra la frequenza di ripple e le frequenze di rotazione dell'albero stesso porta infatti alla necessità di costruire degli LPF in grado di regolare la loro frequenza di taglio a seconda della frequenza del moto rilevato.

1.1.2 Sensori laser

Dispositivi più avanzati della dinamo tachimetrica sono i sensori laser. Il principale vantaggio offerto da questa tipologia di dispositivi consiste nel fatto che questi non necessitano di accoppiamento meccanico con l'organo in movimento, eliminando così i problemi dovuti all'usura e di conseguenza i relativi costi di manutenzione necessari. Questi trasduttori prevedono l'emissione di un raggio laser ad alta frequenza incidente sul corpo di cui si vuole conoscere la velocità, ed una successiva ricezione della componente riflessa del raggio stesso da parte di un ricevitore ottico integrato.

I sensori laser sono diffusi in molti ambiti della meccanica, a seconda della tecnologia utilizzata infatti possono compiere misurazioni molto precise, oppure a considerevoli distanze dal meccanismo oggetto dell'indagine.

Vi sono due differenti modalità di calcolo della velocità:

- Effetto Doppler: la frequenza del raggio laser emessa f_{TX} , nota, risulta distorta a causa della velocità relativa tra emettitore e corpo in movimento dopo che il raggio laser colpisce quest'ultimo.

La frequenza del raggio al ricevitore sarà dunque:

$$f_{RX} = f_{TX} \pm f_D$$

dove f_D è la variazione dovuta all'effetto doppler, definita dall'espressione:

$$f_D = 2v/\lambda$$

con λ lunghezza d'onda del raggio emesso, v velocità del corpo.

- tempo di volo: la misurazione della velocità viene effettuata cronometrando con elevata precisione il tempo che il impiega un impulso luminoso ad arrivare al corpo e tornare al ricevitore, detto appunto il *tempo di volo*.

Il tempo di volo dell'impulso fornisce quindi una stima della distanza tra il diodo laser emettitore e l'oggetto colpito dall'impulso:

$$d = \frac{t \cdot c}{2}$$

t indica il tempo di volo, c la velocità della luce ($c \cong 3 \cdot 10^8 [\frac{m}{s}]$).

Compiendo numerose misurazioni al secondo, il dispositivo è in grado di fornire una precisa stima della velocità del corpo in movimento

1.1.3 Ruota fonica

Dispositivo molto utilizzato per la misurazione della velocità angolare, soprattutto nelle ruote dentate (es: sistemi ABS).

Vi sono diverse varianti costruttive, a seconda del principio su cui si basa il loro funzionamento: ad effetto Hall, capacitivo, ed induttivo, le più usate.

Queste ultime sono composte da una ruota dentata in materiale ferromagnetico e da un sensore di prossimità, detto *pick-up*, costituito da una bobina avvolta attorno ad un magnete permanente collegata al terminale di rilevazione di velocità angolare. Con un moto rotativo della ruota dentata l'alternanza di cave-prominenze provoca una variazione ciclica della riluttanza del circuito magnetico, quindi del flusso negli avvolgimenti.

Per la legge di Faraday questi ultimi saranno quindi sede di *f.e.m.* indotte, anch'esse variabili, con frequenza proporzionale alla velocità di rotazione; forma d'onda e ampiezza di tali segnali non dipendono dalla velocità.

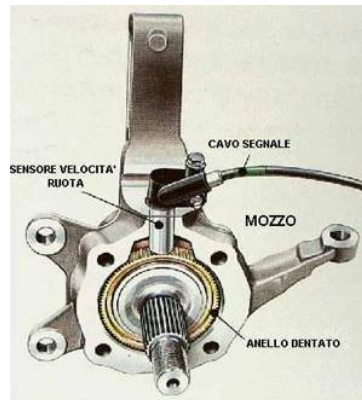


Figura 1. 2 Ruota fonica in un sistema ABS

Risulta quindi relativamente semplice risalire alla velocità di rotazione del meccanismo. La risoluzione del dispositivo migliora con l'aumentare dei denti dell'ingranaggio; quest'ultimo solitamente è però parte integrante e funzionale del meccanismo, e questo rende i parametri dello strumento di misura fortemente dipendenti dalle caratteristiche del meccanismo stesso.

1.2 Sensori per misure di posizione

1.2.1 Resolver

Il primo trasduttore analogico per la misura di spostamenti angolari che sarà trattato è il *resolver*. Questo dispositivo sfrutta il *principio di variazione dell'accoppiamento* (di tipo *trasformatore*) tra due sistemi di avvolgimenti elettrici rotanti l'uno rispetto all'altro. Si consideri un avvolgimento alimentato con una tensione sinusoidale con pulsazione $\omega = 2\pi f$, detto *avvolgimento generatore*.

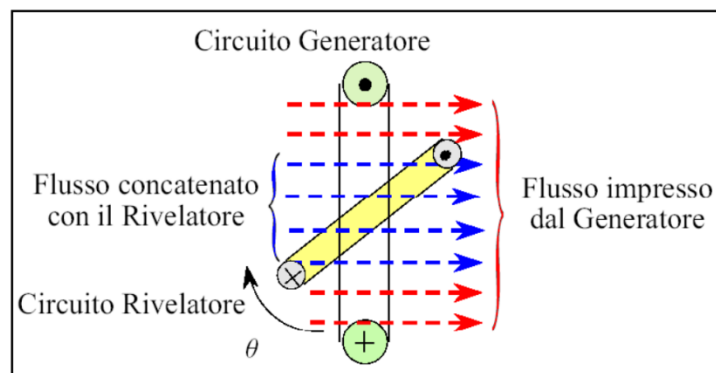


Figura 1. 3 schema del principio di variazione dell'accoppiamento

Il flusso generato da tale avvolgimento, andrà a concatenarsi con l'avvolgimento rivelatore, dando luogo a tensioni indotte dipendenti dal segnale all'avvolgimento generatore e dalla posizione relativa tra i due sistemi θ .

Il resolver è composto di un rotore, sede dell'avvolgimento generatore, e di uno statore, sede di due avvolgimenti rivelatori in quadratura l'uno rispetto all'altro.

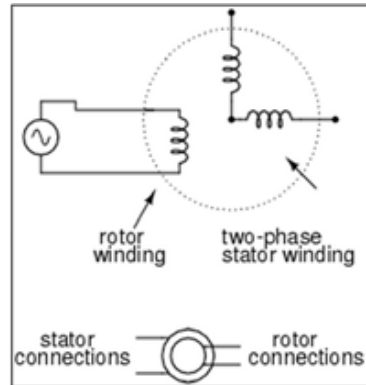


Figura 1. 4: Resolver- schema di principio

Con una tensione impressa all'avvolgimento di rotore V_R , del tipo:

$$v_R = V_M \sin(\omega t)$$

gli avvolgimenti rivelatori statorici saranno quindi sede di due tensioni, rispettivamente:

$$v_{S1} = K v_R \sin \theta = V_M \sin(\omega t) \sin \theta, \text{ e}$$

$$v_{S2} = K v_R \cos \theta = V_M \sin(\omega t) \cos \theta$$

dove θ è l'angolo relativo tra statore e rotore, K una costante dipendente da caratteristiche costruttive.

Negli avvolgimenti di statore risultano quindi due tensioni sinusoidali in quadratura tra loro, di pulsazione pari a quella del segnale di rotore e modulate in ampiezza secondo l'angolo relativo θ , l'estrazione di quest'ultimo dalle due, permette di ricavare la posizione radiale assoluta del rotore all'interno di un giro. Il resolver viene spesso accoppiato a motori brushless, quindi per applicazioni ad elevate velocità di rotazione, che provocano l'insorgere di segnali di errore che si sommano al segnale utile di misura. Entro ampi range di velocità il resolver risulta comunque un trasduttore di posizione assoluta molto affidabile, insensibile a urti, vibrazioni e utilizzo prolungato nel tempo.

1.2.2 Encoder ottico

L'encoder è un trasduttore elettromeccanico che converte la posizione angolare dell'albero rotante a cui è accoppiato in un segnale elettrico digitalizzato. Per far questo, l'angolo giro è quantizzato, ovvero suddiviso in un numero discreto di parti, riconoscibili attraverso un segnale digitale.

Le tecniche di conversione utilizzate possono essere induttiva, capacitiva e fotoelettrica, quest'ultima utilizzata nella quasi totalità degli encoder.

Gli encoder si suddividono in due grandi categorie:

- encoder di tipo incrementale:

costituito da un *disco* in materiale plastico, e almeno una coppia *foto-emettitore foto-ricevitore*.

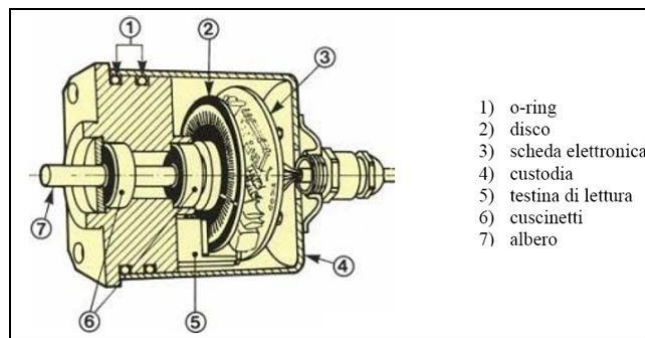


Figura 1. 5: Encoder incrementale- struttura

Come si vede da fig. 2.3, sul disco sono ricavati dei fori o delle zone trasparenti che permettono il passaggio del raggio luminoso generato dal diodo foto-emettitore. Il foto-rilevatore assocerà al passaggio del segnale luminoso un segnale di output di livello logico alto, viceversa di livello logico basso. Una volta posto in rotazione l'asse su cui è calettato il disco, l'alternanza di zone trasparenti e opache produrrà un segnale di tensione di onda quadra; contando i fronti di salita di tale segnale sarà possibile risalire allo spostamento angolare compiuto dall'albero del trasduttore. Per ricavare il senso di rotazione dell'albero oggetto della misura, sul disco viene ricavata una seconda fila di fori, sfasata di mezzo passo rispetto alla precedente. Tramite un secondo foto-rilevatore sarà quindi ottenuto un secondo segnale di output, e confrontando la fase dei due sarà possibile risalire al senso di marcia dell'albero, come riportato in fig. 2.4.

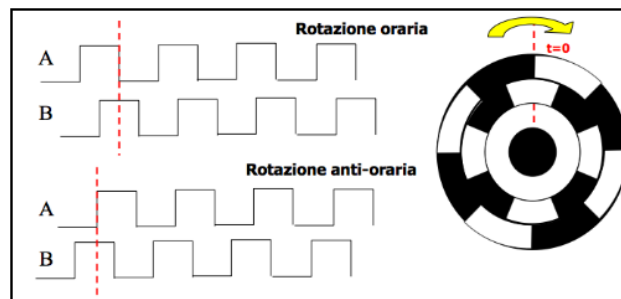


Figura 1. 6: Encoder incrementale: tracce di output

Risulta evidente come questo tipo di encoder sia in grado di fornire informazioni sulla posizione angolare assoluta dell'albero solo a patto che il moto di quest'ultimo inizi da

una posizione di *zero-macchina* nota. Per ovviare a questo problema, nel disco viene incluso un terzo livello, con un unico foro, corrispondente appunto allo zero-macchina. La risoluzione di questi strumenti di misura dipende direttamente dal numero delle N zone trasparenti ricavate, ovvero:

$$\delta = \frac{2\pi}{N}$$

Da segnalare inoltre la possibilità di variare la risoluzione a seconda del metodo di conteggio dei fronti di salita dei segnali di output: contando solo i fronti di salita di uno dei due segnali (*modalità 1x*) si ottiene una discretizzazione in N parti dell'angolo giro, che può essere raddoppiata (*modalità 2x*) contando invece sia i fronti di salita che di discesa dello stesso segnale, e quadruplicata facendo lo stesso utilizzando anche il secondo segnale di output (*modalità 4x*).

Questi dispositivi godono inoltre di un'elevata linearità, in ampi range di valori di velocità, risultano tuttavia molto sensibili ad urti e pressioni per la presenza al loro interno degli elementi ottici.

- Encoder di tipo assoluto:

si differenziano dai primi per la struttura del disco plastico: ad ogni quanto angolare infatti è associato un codice, che può essere *binario* o di tipo *gray*.

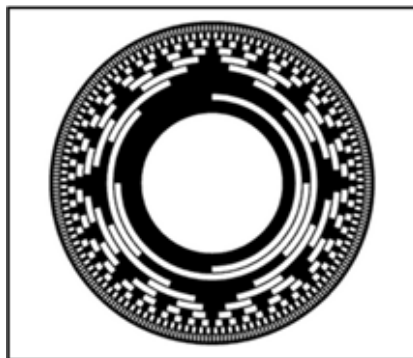


Figura 1. 7 esempio di disco codificato in codice gray a 10 bit

Grazie a questa differenza, come suggerisce anche il nome, l'encoder assoluto è in grado di fornire la posizione assoluta all'interno dell'angolo giro dell'albero a cui è accoppiato. Questo aspetto costituisce tuttavia una limitazione nella risoluzione, a causa delle troppe corone anulari che sarebbero richieste per un elevato numero di bit.

1.3 Sensori di accelerazione: accelerometri

Nella maggior parte dei sensori di accelerazione, gli accelerometri, si sfrutta lo stesso principio fisico per ottenere un segnale di tensione proporzionale all'accelerazione: rilevare lo spostamento di una piccola massa (*proof mass*) tenuta sospesa attraverso

un elemento elastico sotto l'effetto di un'accelerazione. Lo spostamento è successivamente convertito in un segnale elettrico attraverso un trasduttore di posizione; ciò che differenzia gli accelerometri, in genere, è appunto la modalità con cui viene effettuata questa conversione.

1.3.1 Modello dell'accelerometro

Il sistema fisico derivante da quanto descritto prima è un classico della meccanica: il sistema massa-molla-smorzatore (MMS).

Si consideri dunque un sistema MMS, costituito di una massa m , una molla di costante elastica k , uno smorzatore con coefficiente di attrito viscoso b . Alla massa è applicata una forza esterna F_{ext} .

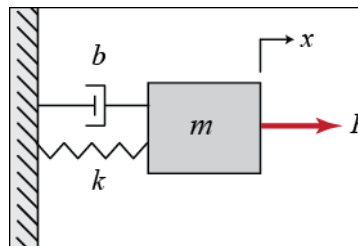


Figura 1. 8 sistema massa-molla-smorzatore

Ne risulta un sistema del secondo ordine, definito da:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + b \frac{\partial x}{\partial t} + kx = F_{ext} = ma$$

dove a definisce l'accelerazione subita dalla massa, x lo spostamento. Dividendo tutto per m si ottiene:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\omega_n}{Q} \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_n^2 x = a$$

in cui sono stati definiti:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} : \text{pulsazione naturale o di risonanza,}$$

$$Q = \frac{\omega_n m}{b} : \text{fattore di qualità.}$$

Passando al dominio delle trasformate di Laplace, definite:

$$A(s) = \mathcal{L}[a(t)](s) \text{ e } X(s) = \mathcal{L}[x(t)](s)$$

rispettivamente le trasformate di accelerazione e posizione, si ottiene la *funzione di trasferimento* del sistema come:

$$\frac{X(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^2}$$

In condizioni statiche, ovvero per $s = 0$, si nota subito:

$$X_{(s=0)} = \frac{1}{\omega_n^2} A_{(s=0)}$$

Ovvero, ricordando la definizione della pulsazione naturale:

$$X_{st} = \frac{m}{k} A_{st} = S A_{st}$$

dove si è definita $S = m/k$ ($= cost$), *sensibilità* del sensore

Per lo studio del comportamento dinamico, si ricordi dalla teoria l'espressione generale di un sistema del secondo ordine:

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

da cui si può definire il *coefficiente di smorzamento*:

$$\xi = \frac{1}{2Q} = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

In figura 1.8 è riportato, a titolo puramente esemplificativo, il comportamento dinamico di un sistema ddi questo tipo per $\omega_n = 10$ e alcuni valori di ξ .

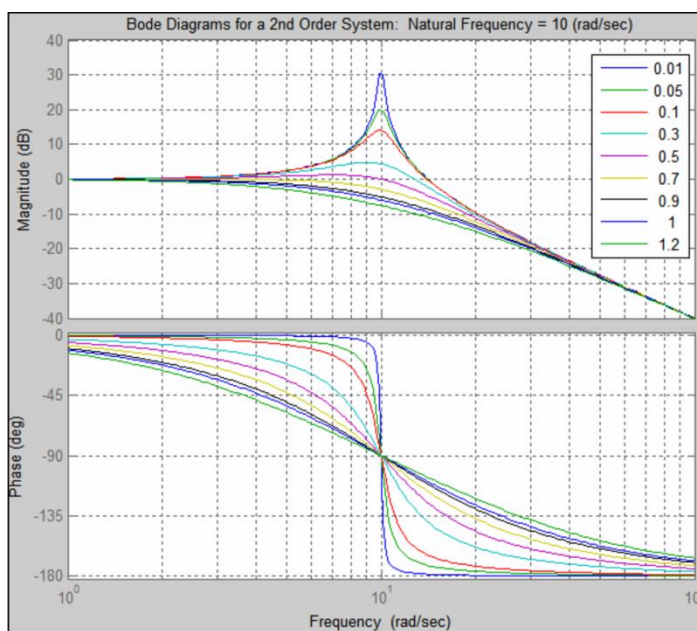


Figura 1.9 : diagramma di bode di un generico sistema del secondo ordine

Dalla teoria si ricordi che per massimizzare la banda passante ed avere la minor distorsione in ampiezza, si richiede un coefficiente di smorzamento prossimo a $1/\sqrt{2}$, ciò implica:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow Q = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow b = \sqrt{2km}$$

Da questo studio emerge che per migliorare la sensibilità dell'accelerometro servirebbe una massa m "grande", tuttavia un suo valore ridotto migliora la banda passante dello strumento e ne agevola la condizione ricercata sopra, compatibilmente con i valori di b .

1.3.2 Classificazione degli accelerometri

Come accennato in testa alla sezione, una possibile classificazione per quanto riguarda gli accelerometri può esser fatta in base al principio fisico che utilizzano per la misurazione dello spostamento della massa. In base a questo criterio si possono individuare, tra i principali:

- Accelerometri estensimetrici: la massa è fisicamente connessa a degli estensimetri, un suo spostamento dalla posizione di equilibrio provoca la deformazione di questi ultimi, quindi una variazione di resistenza. Sono sensori caratterizzati da una bassa sensibilità, scarsa accuratezza e risultano fortemente influenzati dalla temperatura. Questi difetti ne limitano l'utilizzo per misurazioni di accelerazioni statiche.
- Accelerometri piezoelettrici: sfruttano la capacità di cristalli piezoelettrici di generare un segnale elettrico una volta posto in pressione. La massa è tenuta sospesa dal cristallo stesso, che costituisce l'elemento elastico dell'accelerometro. Quando la massa è sottoposta ad un'accelerazione il cristallo ne risulta compresso, generando un segnale proporzionale alla sua compressione. I cristalli piezoelettrici sono sensibili solo a variazioni di pressione, accelerazioni statiche non sono quindi misurabili con questo tipo di sensore. Le costanti elastiche dai cristalli utilizzati (ad es.: quarzo) sono elevate, trasduttori di questo tipo non sono pertanto adatti a misure di piccole accelerazioni. Presentano una sensibilità piuttosto bassa, ma hanno un range di funzionamento molto elevato, svariate centinaia di g , rendendoli utili per misurazioni di grossi shock.
- Accelerometri capacitivi: in questo tipo di sensori, si sfrutta per rilevare lo spostamento della massa, la variazione di capacità di un condensatore a causa della distanza tra le sue armature. La massa stessa, realizzata in materiale conduttivo, costituisce un'armatura del condensatore, l'altra (o le altre due, se in dispositivo è costruito con tecnologia differenziale) è fissa alla struttura. Un elemento elastico tiene sospesa la massa in modo che le armature non si tocchino. Quando quest'ultima è sottoposta ad un'accelerazione, la distanza tra le armature varia la capacità misurata ai suoi capi. Gli accelerometri capacitivi sono adatti alla misura di accelerazioni statiche, non "soffrono" la temperatura, hanno elevata sensibilità, buone prestazioni e costi e consumi molto bassi. La

tecnologia capacitiva tuttavia, li rende suscettibili alle interferenze elettromagnetiche; una possibile soluzione a questo problema è un'adeguata schermatura. Gli accelerometri di tipo capacitivo si prestano inoltre molto bene ad essere integrati, assieme al relativo sistema di trasduzione e condizionamento del segnale, in un unico chip di silicio; si parla in questo caso di tecnologia **MEMS** (*Micro-Electro-Mechanical-System*).

- Accelerometri laser : a differenza dei precedenti non usa il principio del sistema MMS, tramite un interferometro laser viene misurata istante per istante e la distanza dell'oggetto in movimento, una sezione elaborazione dati ne calcola poi la derivata seconda. Sono usati per misurazioni estremamente precise, data l'alta immunità al rumore dei gruppi ottici ed il loro comportamento estremamente lineare.

1.4 Accelerometri piezoelettrici- approfondimenti

Si propone di seguito una trattazione più dettagliata per quanto riguarda gli accelerometri piezoelettrici, per il loro impiego successivo in questo elaborato.

1.4.1 Materiali piezoelettrici

L'effetto piezoelettrico fu scoperto da Jaques e Pierre Curie nel 1880 ed è una caratteristica di certi cristalli naturali (quarzo, tormalina...) o sintetici (solfato di litio, ammonio di-idrogenato fosfato...), di ceramiche ferroelettriche polarizzate (titanato di bario, zirconato titanato di piombo PZT...) e di particolari film di polimeri, che permette loro di sviluppare una carica quando vengono deformati elasticamente.

E' un fenomeno di deformazione reversibile e si verifica su scale dell'ordine dei nanometri.

Si definisce piezoelettricità una polarizzazione elettrica dovuta a sforzi meccanici in alcune classi di cristalli, proporzionale allo sforzo applicato. Questo effetto è definito come effetto piezoelettrico diretto. Questi stessi materiali, sottoposti ad una polarizzazione elettrica esterna, rispondono con uno sforzo, che si manifesta con variazioni dimensionali; tale fenomeno prende il nome di effetto piezoelettrico inverso.

1.4.2 Accelerometri piezoelettrici

L'utilizzo di cristalli naturali per trasduttori di forza, accelerazione e pressione, presenta delle caratteristiche vantaggiose, quali:

- elevata rigidità e resistenza meccanica, che garantiscono piccole deformazioni meccaniche durante l'applicazione del carico;

- buona velocità di risposta (prontezza);
- buona linearità a fronte di un ampio range di carico;
- resistenza a shock termici, con le dovute protezioni;

Queste caratteristiche rendono i trasduttori piezoelettrici particolarmente utili per misurazioni in situazioni critiche come urti, forti vibrazioni... sono però del tutto insensibili a carichi costanti nel tempo (accelerazione di gravità...)

In linea di principio un accelerometro piezoelettrico può essere pensato come una massa che poggia sopra un cristallo piezoelettrico, fissato a sua volta alla struttura esterna (*housing* o *cage*) dell'accelerometro.

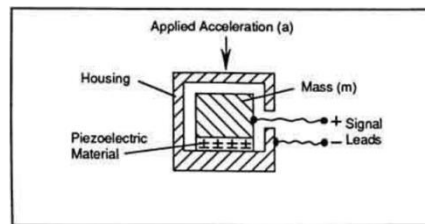


Figura 1.10: Accelerometro- Struttura di principio

Una volta posto l'accelerometro sotto l'effetto di un'accelerazione, la massa si opporrà per inerzia ad essa, e comprimerà il cristallo piezoelettrico, generando carica. Per la legge di Newton questa forza di compressione, e quindi la carica generata, risultano proporzionali all'accelerazione.

1.4.3 Varianti costruttive

Vi sono diverse varianti costruttive per gli accelerometri piezoelettrici, ciò per cui si differenziano è la natura dell'azione esercitata dalla massa sul cristallo piezoelettrico.

Shear type - ad effetto di taglio

In questa prima configurazione il cristallo piezoelettrico è chiuso "a sandwich" dalla massa per mezzo di un anello di precarico. Sotto l'effetto di un'accelerazione la massa sollecita il cristallo per sforzo di taglio. Il loro utilizzo trova spazio in situazioni in cui la base sia soggetta ad importanti deformazioni, ad esempio per effetti termici, e per applicazioni in cui si necessitino dimensioni contenute. Con questa combinazione di caratteristiche ottimale, gli accelerometri a taglio offrono ottime prestazioni.

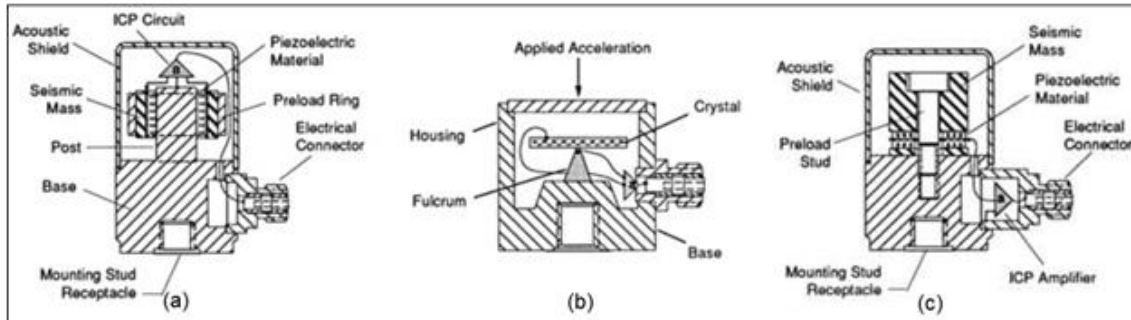
Flexural type - a flessione

La configurazione a flessione prevede l'impiego di un cristallo piezoelettrico sagomato a forma di asticella poggiato su un fulcro, in modo che si deformi una volta sottoposto ad un'accelerazione. Questa variante offre tra i vantaggi un basso profilo, leggerezza del componente, stabilità al variare della temperatura ad un basso prezzo.

Generalmente sono utilizzati per applicazioni a basse frequenze, con accelerazioni di moderata intensità, come ad esempio test strutturali.

Compression type - a compressione

Storicamente i primi disponibili, prevedono l'applicazione della massa direttamente sul cristallo piezoelettrico, a sua volta fissato al corpo dell'accelerometro. Questi strumenti offrono una buona rigidità meccanica ed una struttura molto semplice, che risulta tuttavia molto vulnerabile alla deformazione della base. Ne esistono per questo motivo delle configurazioni dette a *compressione isolata e invertita*.



**Figura 1.11 : Layout costruttivi di un accelerometro
a- shear type, b- flexural type, c- compression type**

Una successiva distinzione può essere poi effettuata in base alla presenza o meno di un condizionamento interno del segnale, vi sono infatti accelerometri con dei componenti elettronici interni atti a questa attività, che necessitano quindi di un'alimentazione esterna.

CAPITOLO 2

Stima della velocità attraverso misure di accelerazione

Nel controllo automatico, la velocità spesso non viene ricavata attraverso una misurazione diretta con sensori di velocità, quali la dinamo o ruote foniche. essenzialmente per questi motivi:

- errori di cui sono afflitti i segnali di output di trasduttori di questo tipo;
- i sensori di velocità possono non risultare sempre adattabili a qualsiasi situazione o tipologia di movimento, lineare o rotativo che sia;
- costi, ingombri, difficoltà di accoppiamento e carichi inerziali aggiuntivi che possono essere evitati più o meno semplicemente ottenendo stime della velocità a partire da misure di posizione e/o accelerazione effettuate da sensori spesso già presenti per altri motivi.

Per questo è di fondamentale importanza nel controllo automatico, essere in possesso di algoritmi alternativi in grado di determinare una stima più attendibile possibile della velocità, a partire da altri parametri o grandezze misurate.

Intuitivamente, la velocità si può ottenere a partire da un'elaborazione numerica di misure di posizione e accelerazione. L'obiettivo di questo capitolo è fornire una visuale abbastanza ampia su quelle che sono le tecniche utilizzate

2.1 Stima della velocità a partire da misure di posizione

Il trasduttore di posizione maggiormente usato per questa applicazione è l'encoder di tipo incrementale che offre sicuramente un'elevata accuratezza e velocità di risposta. Vi sono diversi metodi per il calcolo della velocità a partire dalla posizione, basati su algoritmi di derivazione numerica di diverse complessità; compito del progettista è scegliere il giusto compromesso tra la precisione della stima ottenuta, il tempo di calcolo e il ritardo dovuto ai poli della funzione di trasferimento del metodo di calcolo.

2.1.1 Metodi *fixed-time* e *fixed-position*

Come precedentemente detto, l'encoder fornisce dei segnali di output a forma di onda quadra. Ad ogni fronte di salita di questi corrisponde un incremento della rotazione compiuta dall'albero di un passo di quantizzazione.

Una prima distinzione si può effettuare quindi a seconda di come questo segnale venga "interpretato". La prima soluzione possibile, è quella di contare i fronti di salita che intercorrono in un determinato arco di tempo (fisso); queste tecniche sono dette di

tipo fixed-time. La seconda soluzione è la complementare, ovvero il conteggio degli impulsi di clock intercorsi tra due fronti di salita del segnale ad onda quadra dell'encoder, tecniche fixed-position. Ovviamente non vi è una soluzione migliore per tutti i casi pratici; nelle stime fixed-time, la principale fonte di errore deriva dal troncamento della misura di posizione dovuto alla quantizzazione, questo effetto avrà maggior peso a basse velocità. Il contrario avviene invece per la tecniche di tipo fixed-position, in cui la principale fonte di errore è il troncamento del conteggio di impulsi di clock, che ha maggior peso ad alte velocità.

Vi sono inoltre tecniche, sia fixed-time che fixed-position, di ordine superiore al primo, che restituiscono stime più veritiere del profilo di velocità di un moto, che aggiungono tuttavia complessità al calcolo dello stesso, che può risultare piuttosto scomoda nel controllo *real-time*.

Per approfondimenti si faccia riferimento alla tesi di laurea “*Sensori e metodi per la misura e la stima della velocità in macchine automatiche*” di G. Mioni, Università degli studi di Padova, 2012.

2.2 Stima della velocità a partire da misure di accelerazione

Tipico problema di un sistema di stima della velocità di tipo *encoder-based* è l'amplificazione dei disturbi alle alte frequenze. Quello che succede ad esempio derivando numericamente dei campioni di posizione con un disturbo del tipo:

$$\theta_D = A_D \sin(\omega_D t)$$

con pulsazione ω_D è:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \theta_V}{\partial t} = A_D \omega_D \cos(\omega_D t) = \hat{\theta}$$

In cui si nota come nella velocità stimata, l'ampiezza del disturbo A_D risulti amplificata di un fattore ω_D , pari alla sua pulsazione.

Con l'operazione di integrazione numerica avviene l'opposto:

$$\hat{\theta} = \int \ddot{\theta} dt ; \ddot{\theta} \rightarrow a_M$$

e la componente di disturbo, in questo caso della legge di accelerazione, risulta attenuata di un fattore ω_D :

$$v_D = \int_{t_0}^{t_0+T} a_D dt = \int_{t_0}^{t_0+T} D A_D \sin(\omega_D t) dt = -\frac{A_D}{\omega_D} \cos(\omega_D t)$$

Maggiore sarà la pulsazione ω_D , maggiore sarà l'attenuazione offerta dall'operazione di integrale numerico.

Alternativamente, è possibile pensare all'equivalenza tra integrazione nel tempo e moltiplicazione per il termine $1/s$ nel dominio delle trasformate di Laplace.

$$\int f(x)dx \Leftarrow \mathcal{L}(\cdot) \Rightarrow \frac{1}{s}F(s)$$

Il termine $1/s$ costituisce infatti un filtro passa basso con guadagno in continua infinito.

2.3 Tecniche di integrazione numerica

L' integrale di segnali può essere ricondotto all'integrazione numerica di funzioni algebriche. L'operazione di integrazione di funzioni piuttosto complesse non riconducibili a funzioni "note" è infatti un'operazione piuttosto onerosa. Si ricorre dunque ad *algoritmi numerici* che approssimino in maniera più o meno precisa l'integrale della funzione.

Tali algoritmi cercano di approssimare l'integrale

$$\int_a^b f(x)dx$$

con la sommatoria

$$I = \sum_{i=1}^n A_i f(x_i)$$

dove i nodi assiali x_i e i coefficienti A_i dipendono dalla regola di integrazione che si sta applicando. Gran parte delle regole per l'integrazione prevedono un'interpolazione polinomiale della funzione integranda che la approssimi, a distinguerle, è quindi il metodo utilizzato per farla. Se ne possono distinguere due grandi famiglie:

- formule di Newton-Cotes:

Ciò che le caratterizza è l'equa suddivisione dell'asse delle ascisse, risultano molto adatte nel caso in cui $f(x)$ sia già disponibile in serie di valori distanziati di intervalli regolare, o per cui sia piuttosto semplice farlo (ad es. segnale campionato). A far parte di questa categoria di regola sono le ben conosciute regola trapezoidale e la regola di Simpson per citarne alcune.

- Regole di integrazione Gaussiane

In queste regole, le posizioni dei nodi x_i , sono determinati uno ad uno per avere il massimo livello di precisione, esse risultano molto dispendiose dal punto di vista della complessità di calcolo, e risultano poco adatte a trattare serie di campioni equispaziati nel tempo, non saranno perciò trattate in modo più approfondito.

2.3.1 Formule di Newton-Cotes

Come accennato precedentemente, il procedimento applicato da queste regole numeriche di integrazione, è approssimare la funzione integranda con una funzione polinomiale.

Considerato un generico integrale:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Si divide l'intervallo di integrazione (a, b) in $n - 1$ intervalli di uguale lunghezza

$$h = \frac{b - a}{n - 1}$$

ne risulteranno dei valori nell'asse delle ascisse x_1, x_2, \dots, x_n equi spazati. Si approssimerà infine $f(x)$ con una funzione polinomiale di grado $n - 1$ che intersecherà tutti i nodi, ovvero:

$$P_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) l_i(x_i)$$

con $l_i(x_i)$ funzioni cardinali che saranno definite in seguito.

Un' approssimazione dell'integrale è quindi:

$$I = \int_a^b P_{n-1}(x)dx = \sum_{i=1}^n \left[f(x_i) \int_a^b l_i(x_i)dx \right] = \sum_{i=1}^n A_i f(x_i)$$

Dove si è imposto

$$A_i = \int_a^b l_i(x_i)dx, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Le equazioni riportate sopra costituiscono le *formule di Newton-Cotes*.

Le regole ricavabili da queste ultime differiscono per il grado della funzione polinomiale che approssima la funzione integranda $f(x)$; in sostanza, ciò che cambia, è la costante moltiplicativa A_i che "pesa" ogni $f(x_i)$.

2.3.2 Regola trapezoidale

La regola del primo ordine più conosciuta è la trapezoidale, che approssima la funzione $f(x)$ nell'intervallo (a, b) con la retta passante per i punti $f(a), f(b)$.

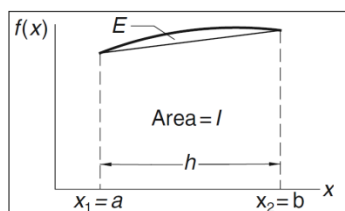


Figura 2.1: Approssimazione trapezoidale

L'area sottesa da tale curva risulta un trapezio, e vale:

$$I = [f(a) + f(b)] \frac{h}{2}$$

- **Regola trapezoidale composta**

Nella pratica, tale regola è applicata ad una regione (a, b) dell'asse delle ascisse suddivisa in $n - 1$ intervalli uguali.

Dalla precedente trattazione si ottiene l'approssimazione dell'area sottesa dalla funzione nel singolo intervallo, ovvero:

$$I_i = [f(x_i) + f(x_{i+1})] \frac{h}{2}$$

L'area totale, approssimazione di $\int_a^b f(x)dx$, si ottiene quindi con:

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} I_i = \left[\frac{1}{2}f(x_0) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \frac{1}{2}f(x_n) \right] h$$

Dove $h = x_i - x_{i+1}$.

In Matlab è disponibile la funzione $z = \text{cumtrapz}(x, f)$, che restituisce appunto in z l'approssimazione effettuata con regola trapezoidale dell'integrale di f rispetto ad x .

2.3.3 Regola di Simpson

Questa regola di integrazione dalle formule di Newton-Cotes per $n = 3$, approssimando la funzione integranda con una parabola.

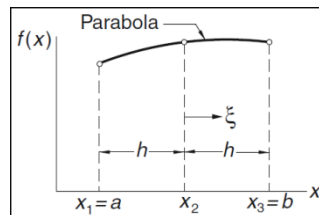


Figura 2.2: Approssimazione di Simpson

Con semplici passaggi, si ottiene:

$$I = \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] \frac{h}{3}$$

Il risultato ottenuto è semplicemente estendibile per il calcolo approssimato dell'integrale di una funzione campionata, con la formula:

$$y[k] = y[k-2] + \frac{h}{3}(f[k-2] + 4f[k-1] + f[k])$$

con la quale è stata implementata la funzione utilizzata in seguito per l'elaborazione dei dati ottenuti.

2.4 Altri algoritmi per calcolo integrale

Vi sono molti altri algoritmi di calcolo dell'integrale numerico, alcuni derivati da regole per l'integrazione di equazioni differenziali ordinarie o da metodi empirici, di seguito ne sono riportati alcuni, che saranno poi implementati per le misurazioni sperimentali.

2.4.1 Metodo di Newmark

Newmark (1959) propose quella che diventò una delle più popolari famiglie di algoritmi per la soluzioni di equazioni differenziali ordinarie in dinamica strutturale. Il suo metodo mette in questo modo in relazione posizione, velocità ed accelerazione dall'istante discreto $k - 1$ al successivo, k :

$$v[k] = v[k - 1] + \Delta t((1 - \gamma)a[k - 1] + \gamma a[k])$$

$$x[k] = x[k - 1] + \Delta t v[k - 1] + \frac{\Delta t^2}{2} ((1 - 2\beta)a[k - 1] + 2\beta a[k])$$

dove γ, β sono i due parametri che definiscono il metodo. Ad esempio, la regola trapezoidale è un caso particolare di questo metodo, si ottiene per $\gamma = 1/2, \beta = 2/4$, ed è conosciuta anche come metodo dell'*accelerazione media*.

2.4.2 Regola empirica di Tick

La regola di Tick è una regola empirica, alla quale sono attribuite buone proprietà spettrali [citaz], e può essere rappresentata con la seguente equazione alle differenze:

$$y[k] = y[k - 2] + h(0.3584f[k] + 1.2832f[k - 1] + 0.3584f[k - 2])$$

2.4.3 Metodi predictor-corrector

L'ultimo algoritmo trattato è estrapolato da uno dei più conosciuti algoritmi predittore-correttore, l'algoritmo Adams-Bashforht-Moulton. L'approssimazione dell'integrale effettuata dal correttore del terzo ordine, implementata in questo elaborato, è la seguente:

$$y[k] = y[k - 1] + \frac{h}{2} (5f(k) + 8f[k - 1] - f[k - 2])$$

2.5 Studio in frequenza

Per comprendere meglio le caratteristiche degli algoritmi di integrazione, risulta interessante uno studio in frequenza della loro funzione di trasferimento.

2.5.1 Funzione accuratezza

Caso studio- Regola trapezoidale

La regola trapezoidale ad esempio, è descritta dalla seguente equazione alle differenze:

$$y[k] = y[k - 1] + \frac{1}{2} (f[k] + f[k + 1])$$

in cui, per semplicità si è assunto un tempo di campionamento $T = 1$, a cui corrisponde una frequenza di Nyquist pari a $\pi \text{ rad}$.

Passando al dominio delle trasformate z , equivale a:

$$Y(z) = z^{-1}Y(z) + \frac{1}{2}(F(z) + z^{-1}F(z))$$

$$\Rightarrow G(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = 0.5 \frac{z+1}{z-1}$$

Per ottenere la risposta in frequenza, sarà sufficiente passare al dominio di Laplace nella variabile $s = \sigma + j\omega$, e utilizzare la proprietà che lega quest'ultima alla trasformata di Fourier. In un unico passaggio:

$$G(f) = G(z)|_{z=e^{j\omega T}} = 0.5 \frac{e^{j2\pi f T} + 1}{e^{j2\pi f T} - 1}$$

e dopo pochi passaggi:

$$G(f) = \frac{1}{2j} \frac{\cos \pi f}{\sin \pi f}$$

Questa funzione descrive il comportamento in frequenza dell'algoritmo trapezoidale, che può essere confrontato con la trasformata dell'integratore esatto, assumendo una funzione sinusoidale (con singola armonica). Si ottiene così una funzione in qualche modo testimone dell'accuratezza dell'algoritmo. Indicando con FT la trasformata di Fourier, si ottiene

$$H_{accuracy}(\omega) = \frac{FT(\text{estimate of integral fnc})}{FT(\text{exact integral fnc})} = \frac{G(f)}{1/j2\pi f}$$

E risulta, per la legge trapezoidale in esame:

$$H_{accuracy}(\omega) = \pi f \frac{\cos \pi f}{\sin \pi f}$$

Un calcolo analogo può essere eseguito per gli altri algoritmi descritti prima, i risultati sono riportati in figura. Dal grafico di figura 2.3 si vede come sia consigliabile scegliere una frequenza di campionamento in modo che le frequenze di interesse per la misura non siano superiori del 15% circa della frequenza di Nyquist [4].

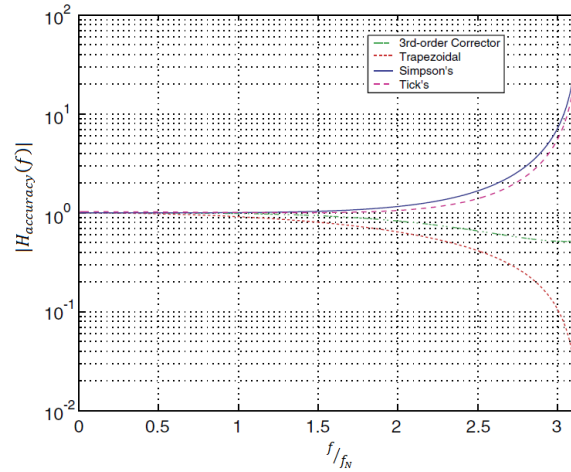


Figura 2.3 : Confronto dei moduli delle funzioni accuratezza

2.5.2 Amplificazione del rumore

Dalla precedente discussione non si riesce a trarre nessuna conclusione riguardo l'effetto del rumore sugli algoritmi di integrazione. Indicando con η_k la componente di rumore che si somma alla funzione integranda f_k , causata ad esempio da errori di discretizzazione o rumore di misura, si ottiene la seguente formulazione del procedimento di integrazione:

$$y_{k_{est}} = G(z)(f_k + \eta_k) = y_k + G(z)\eta_k$$

L'errore si può quindi definire come:

$$\xi_k = y_{k_{est}} - y_k = G(z)\eta_k$$

Analogamente a quanto fatto 2.5.1, passando alle trasformate di Fourier si ottiene:

$$H(\omega) = \frac{FT(output\ noise)}{FT(input\ noise)}$$

che descrive il comportamento rispetto al rumore, per frequenze di campionamento fino alla frequenza di Nyquist.

I risultati illustrati in figura 2.4 portano ad un risultato largamente atteso, ovvero la vulnerabilità degli algoritmi di integrazione al rumore in bassa frequenza.

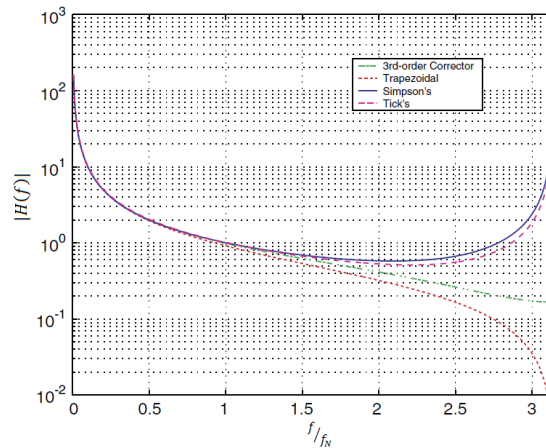


Figura 2.4: Amplificazione del rumore

Ritornando al risultato del paragrafo precedente, si era detto che per una buona accuratezza del risultato degli algoritmi di integrazione, è auspicabile che le frequenze di interesse siano inferiori al 15% circa della frequenza di Nyquist se possibile, frequenze che ora sembrano le più insidiose per l'amplificazione del rumore.

In secondo luogo si osservi come i diversi algoritmi di calcolo siano comparabili e determinino una notevole amplificazione degli errori alle basse frequenze.

2.6 Problematiche nella stima accelerometer-based

Come già espresso in precedenza, il vantaggio nell'utilizzo degli accelerometri per la stima della velocità risiede nella naturale attitudine dell'operazione di integrazione a tagliare i disturbi alle alte frequenze. Al contrario, a piccole distorsioni alle basse frequenze dell'accelerazione (funzione integranda), corrispondono grandi errori nella velocità (funzione integrale). Il risultato ottenuto da integrazione numerica necessita quasi sempre di un'operazione di filtraggio di tipo passa alto per ridurre questo inconveniente, operazione non applicabile nel caso in cui la velocità dell'oggetto della misura comprenda delle componenti spettrali alle basse frequenze.

Altra problematica relativa all'impiego degli accelerometri per la misura indiretta della velocità è l'errore di orientamento degli stessi. Nella tabella di figura 2.5, ottenuta dal documento [1], sono riportati gli errori nella stima della velocità dovuti ad una correzione della componente continua dell'accelerazione per accelerometri *MEMS* dovuto ad un orientamento non esatto.

| Angle Error (degrees) | Acceleration Error (m/s/s) | Velocity Error (m/s) @ 10 seconds | Position Error (m) @ 10 seconds | Position Error (m) @ 1 minute | Position Error (m) @ 10 minutes | Position Error (m) @ 1 hour |
|--------------------------|-------------------------------|---|------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| 0.1 | 1.71 | 0.2 | 1.7 | 62 | 6157 | 221.6 E 3 |
| 0.5 | 8.55 | 0.9 | 8.6 | 308 | 30.8 E 3 | 1.1 E 6 |
| 1.0 | 17.11 | 1.7 | 17.1 | 615 | 61.6 E 3 | 2.2 E 6 |
| 1.5 | 25.66 | 2.6 | 25.6 | 924 | 92.4 E 3 | 3.3 E 6 |
| 2.0 | 34.22 | 3.4 | 34.2 | 1232 | 123.2 E 3 | 4.4 E 6 |

Figura 2.5: errore di orientamento nella stima della velocità

Si può vedere ad esempio come un errore di orientamento di un solo grado porti in dieci secondi ad un considerevole errore della stima.

2.7 Considerazioni conclusive

In sintesi, dopo aver illustrato le problematiche relative al caso, si può affermare che è possibile ottenere una stima della velocità basata sull'integrazione numerica di una misura di accelerazione, tuttavia, il risultato di quest'ultima spesso risulta inaffidabile e poco utile per le strategie di controllo. Quello che solitamente si fa in ambito industriale per questi fini è cercare algoritmi che combinino la misura dell'accelerazione ad altri parametri noti del sistema e/o a misure di altre grandezze correlate alla velocità (posizione).

CAPITOLO 3

Metodi di stima della velocità tramite misure di posizione ed accelerazione

Come accennato in precedenza la sola misura dell'accelerazione ai fini di stimare la velocità è una strada raramente percorsa. Un buon metodo per ottenere delle stime affidabili e precise per un ampio range di frequenze è quello di utilizzare, assieme alle misure di accelerazione, delle misure di posizione ottenute nella maggior parte dei casi da un encoder.

Di seguito saranno discussi due metodi analogici ed uno digitale che impiegano questa strategia, valutando caratteristiche, pregi e difetti di ognuno.

3.1 Schemi in tempo continuo

Tra gli approcci possibili, si discutono i due in tempo continuo suggeriti da W.H.Zhu e T. Lamarche in [3], che consistono nell'utilizzare simultaneamente le misure di encoder ed accelerometro. Per la trattazione, si assumono rispettivamente per le uscite di accelerometro ed encoder:

$$a_m(t) = k_a a(t) + c, \quad x_m(t) = x(t) + \delta(x)$$

Con $a(t) \stackrel{\text{def}}{=} \ddot{x}(t)$, k_a guadagno dell'accelerometro, c errore di offset e $\delta(x)$ errore di discretizzazione dell'encoder.

3.1.1 SCHEMA 1: Due canali pesati in frequenza

Il primo schema suggerisce di ottenere il contributo di velocità dal segnale dell'accelerometro come:

$$V_1^*(s) = \frac{1}{k_2 k_a} HPF(s) LPF(s) A_m(s) = \frac{s}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1 k_2} s^2 X(s)$$

dove

$$HPF(s) = \frac{s}{s + k_1}$$

è un filtro passa alto, k_1 numero piccolo positivo, con lo scopo di limitare l'offset in continua e le componenti spettrali in bassa frequenza di $a_m(t)$, e

$$LPF(s) = \frac{k_2}{s + k_2}$$

è un filtro passa basso, che svolge l'operazione di integrazione per pulsazioni $\geq k_2$.

Si noti che per $k_1, k_2 \rightarrow 0$, $V_1^*(s) = sX(s)$, ovvero nel dominio del tempo $v_1^*(t) = \frac{dx(t)}{dt}$, come ci si attendeva.

Il canale dell'encoder sarà invece elaborato dalla seguente *f. d. t.*:

$$V_2^*(s) = F(s)X_m(s)$$

dove $X_m(s) = \mathcal{L}[x_m(t)](s)$.

Per il calcolo di $F(s)$, si calcola $V_2^*(s)$ come il risultato della differenza tra $V_2^*(s)$ e il vero valore della velocità, ovvero $V(s) \stackrel{\text{def}}{=} sX(s)$:

$$sX(s) \left(\frac{s^2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} - 1 \right) = sX(s) \left(\frac{(k_2 + k_2)s + k_1k_2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} \right)$$

$$\Rightarrow F(s) = s \frac{(k_2 + k_2)s + k_1k_2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2}$$

Il valore della stima della velocità vale pertanto

$$V^*(s) = V_1^*(s) + V_2^*(s).$$

Osservando le funzioni di trasferimento dei due canali, si nota come giochino un ruolo fondamentale i parametri k_1 e k_2 . Il punto di forza di questo schema è quello di utilizzare l'encoder per ricostruire la dinamica in bassa frequenza, l'accelerometro quella in alta; in particolare, agendo sul parametro k_2 si sceglie una pulsazione “di frontiera”: prima di quest'ultima il maggior contributo sarà dato dall'encoder, dopo dall'accelerometro, come si nota dal diagramma di Bode delle 2 funzioni di pesatura:

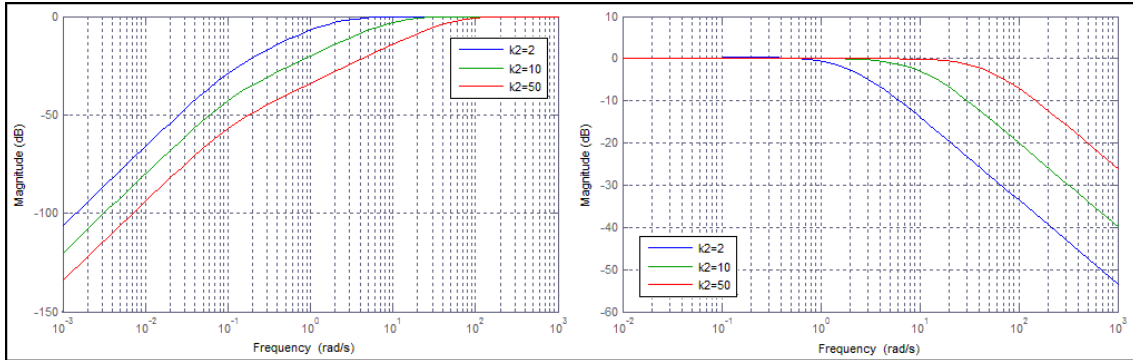


Figura 3.1: Approccio a 2 misure: diagramma di bode (moduli) delle funzioni pesatrici

Per verificare la bontà della strategia, si supponga di poter disporre di un encoder “perfetto”, ovvero caratterizzato da errore di discretizzazione $\delta(x) = 0$, risulta:

$$V_2^*(s) = \frac{(k_2 + k_2)s + k_1k_2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} sX_m(s) = \frac{(k_2 + k_2)s + k_1k_2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} sX(s)$$

Quindi:

$$V^*(s) = V_1^*(s) + V_2^*(s) =$$

$$\left(\frac{s^2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} + \frac{(k_2 + k_2)s + k_1k_2}{s^2 + (k_2 + k_2)s + k_1k_2} \right) sX(s) = sX(s) \stackrel{\text{def}}{=} V(s)$$

Nell'articolo in esame si fa notare infine come mentre nella realtà sia semplice reperire un encoder con errore di discretizzazione noto e costante (per costruzione dello

stesso), non si riesca invece a trovare un accelerometro con guadagno noto in frequenza. In questo elaborato sarà omesso il meccanismo adattivo di stima del guadagno dell'accelerometro presentato in [3]. Nelle prove sperimentali eseguite successivamente infatti, questo procedimento risulta superfluo, dato l' utilizzo del sensore in condizioni in cui k_a possa essere considerato costante senza commettere notevoli errori (frequenze, temperatura di lavoro sempre simili).

3.1.2 SCHEMA 2: Approccio dell'osservatore di velocità

Il secondo schema in tempo continuo proposto, anch'esso a due canali distinti, è stato ottenuto pensando ad un osservatore di velocità che abbia la misura dell'accelerometro come input, la posizione ottenuta dall'encoder come feedback.

Rispetto alla trattazione proposta in [3], sarà omessa la stima della componente continua del segnale di output dell'accelerometro. Per la realizzazione sperimentale che segue si utilizzerà infatti un accelerometro di tipo piezoelettrico, che non conserva la componente a frequenza nulla, permettendo questa facilitazione senza portare a grandi errori di misurazione.

Il progetto di tale osservatore si ottiene dalla seguente rappresentazione di stato:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}^*(t) \\ \dot{v}^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^*(t) \\ v^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{k_a} a_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \\ k_v \end{bmatrix} (x_m(t) - x^*(t))$$

Dove $x^*(t)$ e $v^*(t)$ indicano rispettivamente la stima della posizione e della velocità, $a_m(t)$, $x_m(t)$ gli output di accelerometro ed encoder.

Dalla precedente rappresentazione si scrivono immediatamente le equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= v^*(t) + k_x(x_m(t) - x^*(t)) \\ \dot{v}^*(t) &= \frac{1}{k_a} a_m(t) + k_v(x_m(t) - x^*(t)) = a(t) + k_v(x_m(t) - x^*(t)) \end{aligned}$$

Passando al dominio delle trasformate di Laplace, con alcuni semplici passaggi si giunge all'espressione di stima della velocità:

$$\hat{V}(s) = \frac{s^2 + k_x s}{s^2 + k_x s + k_v} \frac{1}{s} \frac{1}{k_a} [A_m(s)] + \frac{k_v}{s^2 + k_x s + k_v} s [X_m(s)]$$

in cui si sono messe in evidenza le due funzioni di pesatura in frequenza per l'accelerometro e l'encoder. Agendo questa volta sui parametri k_x e k_v si deciderà come ripartire l'azione di encoder ed accelerometro.

3.1.3 Applicazione dei due metodi

Nell'articolo preso in esame [3], i due approcci sono utilizzati per la stima della velocità in un impatto, ottenendo un profilo di velocità con componenti in un ampio range di frequenze. Il profilo teorico della velocità è riportato in figura 3.2.

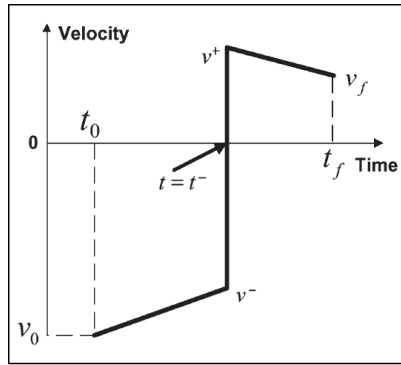


Figura 3.2 : Velocità in un impatto, profilo teorico

Le stime ottenute con i due metodi, dopo uno studio della risposta al variare dei parametri delle funzioni “pesatrici” sono riportati in figura 3.3, dove si è messa in evidenza la superiorità delle prestazioni di questi metodi rispetto ad una stima di tipo encoder-based.

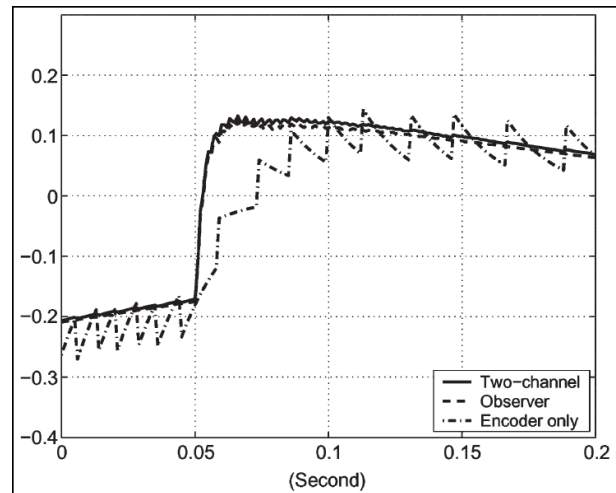


Figura 3.3: Metodi a tempo continuo: confronto con la stima ottenuta con un encoder

3.2 Schema in tempo discreto: filtro di Kalman

L'idea proposta in 3.1.2 basata sull'uso di stimatori dello stato può essere realizzata traducendo il problema in termini di stima ottima secondo la logica di Kalman. Si noti come in 3.1.2 non si faccia riferimento al tipo di rumore per la sintesi di k_x, k_v , quanto piuttosto alla ripartizione in frequenza tra i segnali di encoder ed accelerometro, similmente a 3.1.1. Il filtro di Kalman, generalizzazione del filtro di Wiener, consiste in un set di equazioni che forniscono un efficiente metodo computazionale ricorsivo per la stima dello stato di un processo, eliminando, o comunque riducendo notevolmente il rumore contenuto nelle misure. Il filtro di Kalman non ha le caratteristiche classiche che contraddistinguono i filtri, essendo appunto un algoritmo ricorsivo, viene così tuttavia

chiamato per la capacità di attenuare il rumore introdotto dagli strumenti di misura, come l'errore di discretizzazione dell'encoder.

Un'implementazione a tempo discreto del filtro di Kalman, [4], con misure di posizione ed accelerazione disponibili, si ottiene con le seguenti equazioni:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_a$$

$$z = x_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \eta_d$$

dove, di nuovo, a_m e x_m sono le misure rispettivamente di accelerazione e posizione, η_a e η_d disturbi delle misurazioni, assunti per semplicità come rumore bianco Gaussiano di covarianze q ed r .

Introducendo le variabili di stato:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

le equazioni prima riportate possono essere così riscritte:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{w}$$

$$z = \mathbf{H}\mathbf{x} + v$$

in cui $\mathbf{w} \sim (0, \mathbf{Q})$, $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}$, $v \sim (0, \mathbf{R})$, $\mathbf{R} = r$, \mathbf{A} matrice di transizione di stato, \mathbf{B} matrice di input, \mathbf{H} matrice di misura.

Tradotto in tempo discreto, con T_s tempo di campionamento del sistema, all'istante di tempo k risulta:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d u(k) + \mathbf{w}(k)$$

$$z(k) = \mathbf{H} \mathbf{x}(k) + v(k)$$

Con $\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} T_s^2/2 \\ T_s \end{bmatrix}$

Le matrici di covarianza risultano:

$$\mathbf{Q}_d = \begin{bmatrix} qT_s^3/3 & qT_s^2/2 \\ qT_s^2/2 & qT_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_d = \frac{\mathbf{R}}{T_s}$$

L'algoritmo di può sintetizzare come segue:

Time update:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}(k|k) + \mathbf{B}_d u(k)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{A}_d \mathbf{P}(k|k) \mathbf{A}_d^T + \mathbf{Q}_d$$

Measurement update:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1|k)[z(k+1) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)]$$

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}]\mathbf{P}(k+1|k)$$

con guadagno di Kalman $\mathbf{K}(k+1)$ ricavato da:

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_d]$$

Questo approccio risulta nella pratica di particolare interesse per diversi motivi, tra i quali la capacità di stimare stati passati, presenti e futuri di un processo pur non conoscendo precisamente i suoi parametri di stato.

CAPITOLO 4

Test sperimentali

4.1 Strumentazione utilizzata in laboratorio

La prima prova effettuata in laboratorio è la stima della velocità per una legge di oscillazione smorzata ottenuta con un'asta di alluminio libera di ruotare attorno all'albero dell'encoder, in presenza di due molle di ritorno a telaio. Due diversi accelerometri per effettuare le misure di accelerazione sono fissati all'estremità dell'asta, come in figura 4.1:



Figura 4.1 : Sistema utilizzato per la prova

L'encoder utilizzato è il modello I41 della Lika, con risoluzione di 500 passi/giro; per le misure di accelerazione invece sono stati utilizzati due accelerometri piezoelettrici il primo *Endevco*, modello 27AM1-100, con sensibilità $10,44 \text{ mV/m/s}^2$, il secondo *Brüel&Kjær* con sensibilità pari a 0.998 mV/m/s^2 . il segnale di uscita di questi ultimi, prima di finire alla scheda di interfaccia per Simulink *Sensoray Model 626*, è stato opportunamente amplificato dall'amplificatore per condizionamento di segnale *Nexus 2690* della *Brüel&Kjær*.

Per considerazioni fatte successivamente, si riportano i grafici del comportamento in frequenza della sensibilità dei due accelerometri.

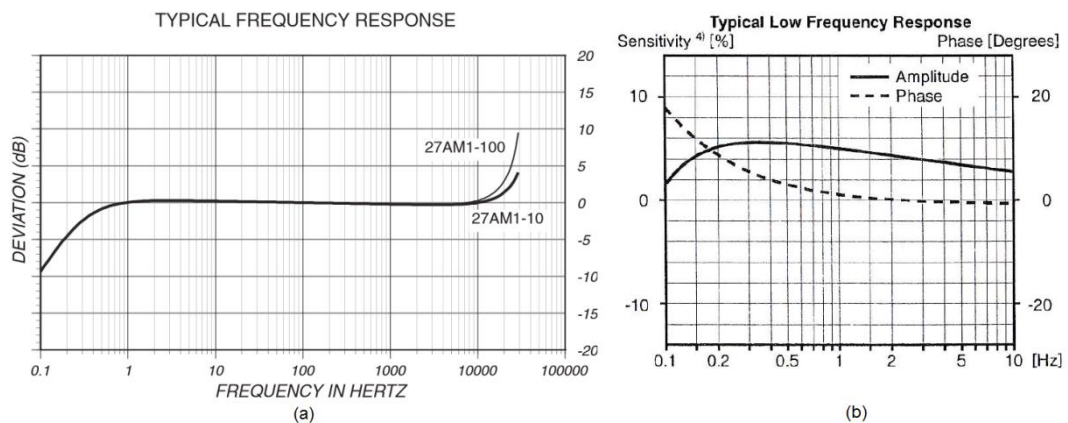


Figura 4.2: Comportamento in frequenza della sensibilità, a- *Endevco*, b- *Brüel&Kjær*

Per la seconda parte della prova sperimentale è stato utilizzato un motore in continua con encoder modello *MB057DG218* della *Exmek* (180 W di potenza, 600rpm, encoder 500 passi/giro), con una barra di alluminio fissata all'albero, come in figura 4.3:

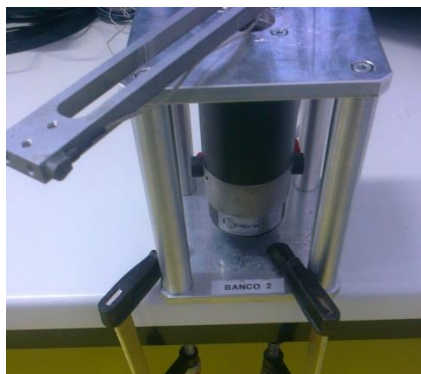


Figura 3.3: motore DC per la seconda prova sperimentale

Per ottenere un moto di posizione sinusoidale, è stato implementato un semplice controllo di posizione proporzionale derivativo in ambiente Simulink, comandando poi il motore nuovamente attraverso la scheda *Sensoray Model 626*. Si riporta per completezza lo schema di controllo utilizzato in figura 4.4.

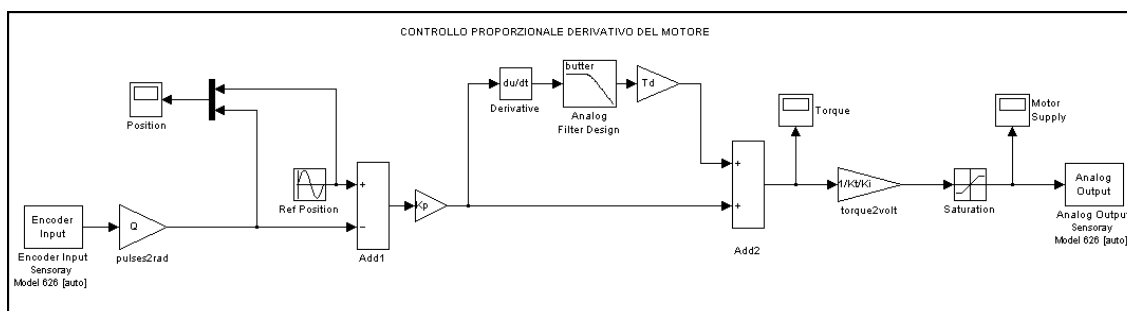


Figura 4.4: controllo di posizione proporzionale-derivativo

4.2 Simulazione con Simulink

Prima della prova sperimentale vera e propria, sono state effettuate delle simulazioni degli algoritmi integrativi descritti nel capitolo 2.

La legge di moto simulata è la tipica oscillazione smorzata che caratterizza le vibrazioni meccaniche. Sono state calcolate analiticamente posizione, velocità ed accelerazione:

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \cos(\sqrt{(1-\xi^2)}\omega_n t)$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \left[\xi \cos(\sqrt{(1-\xi^2)}\omega_n t) + \sqrt{(1-\xi^2)} \sin(\sqrt{(1-\xi^2)}\omega_n t) \right]$$

$$\ddot{x}(t) = A\omega_n^2 e^{-\xi\omega_n t} \left[(2\xi^2 - 1) \cos(\sqrt{(1-\xi^2)}\omega_n t) + 2\xi \sqrt{(1-\xi^2)} \sin(\sqrt{(1-\xi^2)}\omega_n t) \right]$$

I valori assegnati alle variabili per la simulazione sono :

$A = 0.1[m]$, $\xi = 0.025$, $\omega_n = 2\pi f$, con $f = 3.5 [rad/s]$, molto simili a quelli del modello reale.

Il sistema sopra descritto è stato simulato con Simulink, in cui sono stati utilizzati tre blocchi contenenti le espressioni analitiche rispettivamente delle leggi di posizione, velocità ed accelerazione. In particolare, il segnale di accelerazione è stato campionato con uno zero-holder ed un quantizzatore, in modo da simulare le caratteristiche dei canali di input analogico della scheda *Sensoray model 626 – PIC multifunton*, che hanno una risoluzione di 16 bit. Lo schema realizzato e i grafici delle leggi sopra citate sono riportati nelle figure 4.5 e 4.6.

I dati di accelerazione sono stati acquisiti per diverse *sampling-rate*, con lo scopo di osservare il comportamento degli algoritmi di stima della velocità al calare della frequenza dell'acquisizione. Il valore del quanto è stato invece scelto visualizzando il l'ampiezza massima dell'accelerazione, dividendola poi per 2^B (B sono i bit della scheda di acquisizione) con l'ipotesi semplificativa di adattare perfettamente l'ampiezza del dato di uscita dell'accelerometro all'*input range* della scheda.

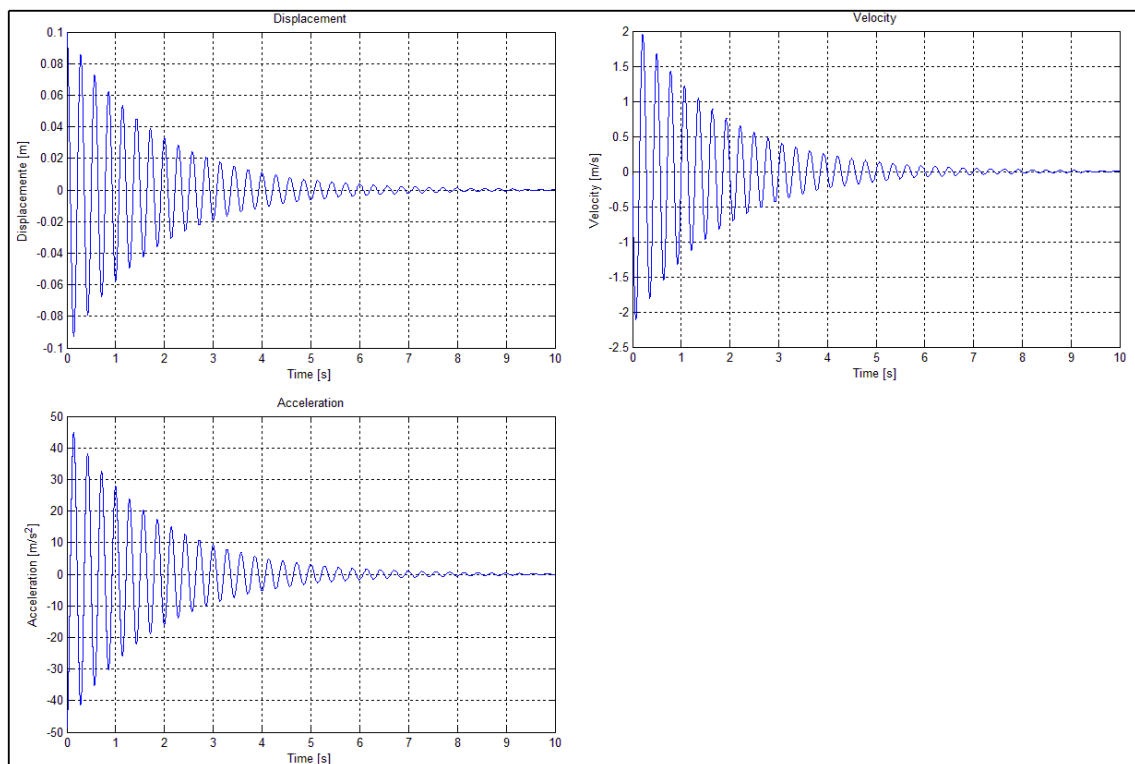


Figura 4.5 : moto oscillatorio smorzato: leggi analitiche di posizione, velocità ed accelerazione

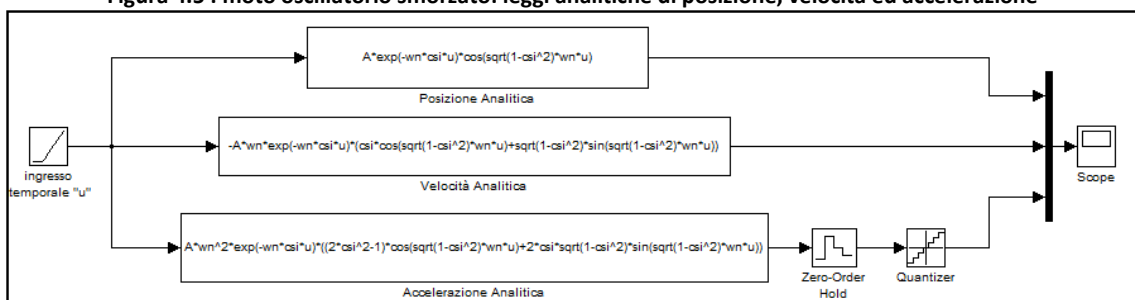


Figura 4.6: Modello Simulink per la simulazione dell'oscillazione smorzata

4.2.1 Integrazione numerica del segnale di accelerazione

Sono stati implementati in Matlab per questa simulazione diversi algoritmi di integrazione numerica: approssimazione trapezoidale, regola di Simpson, di Tick e il correttore Adams-Moulton del terzo ordine. In condizioni “ideali”, ovvero senza nessun tipo di errore in bassa o in alta frequenza fatta eccezione per il rumore provocato dalla discretizzazione, i risultati sono buoni, e si fatica a distinguere nel grafico riportato sotto la legge di velocità analitica dai risultati restituiti dagli algoritmi citati sopra, per varie frequenze di campionamento.

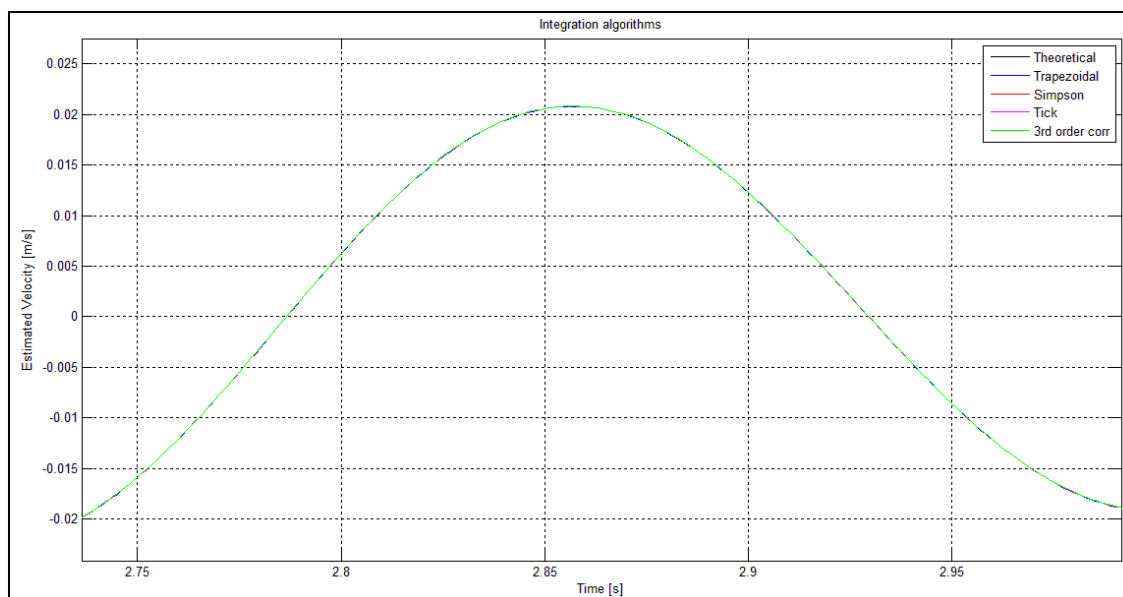


Figura 4.7: integrazione numerica, sampling rate 1000 [HZ]

Come ci si attendeva, l'operazione di integrazione limita molto gli effetti del rumore in alta frequenza, restituendo comunque un segnale sempre “pulito”. La simulazione del disturbo in alta frequenza è stata effettuata sommando ai campioni del dato di accelerazione dei numeri random a media nulla (rumore bianco). In figura 4.8 è riportato un grafico di campioni di accelerazione notevolmente affetti da disturbo in alta frequenza, filtrato molto bene dall'operazione di integrazione, errori piuttosto evidenti sono commessi solo per piccole ampiezze del segnale di accelerazione.

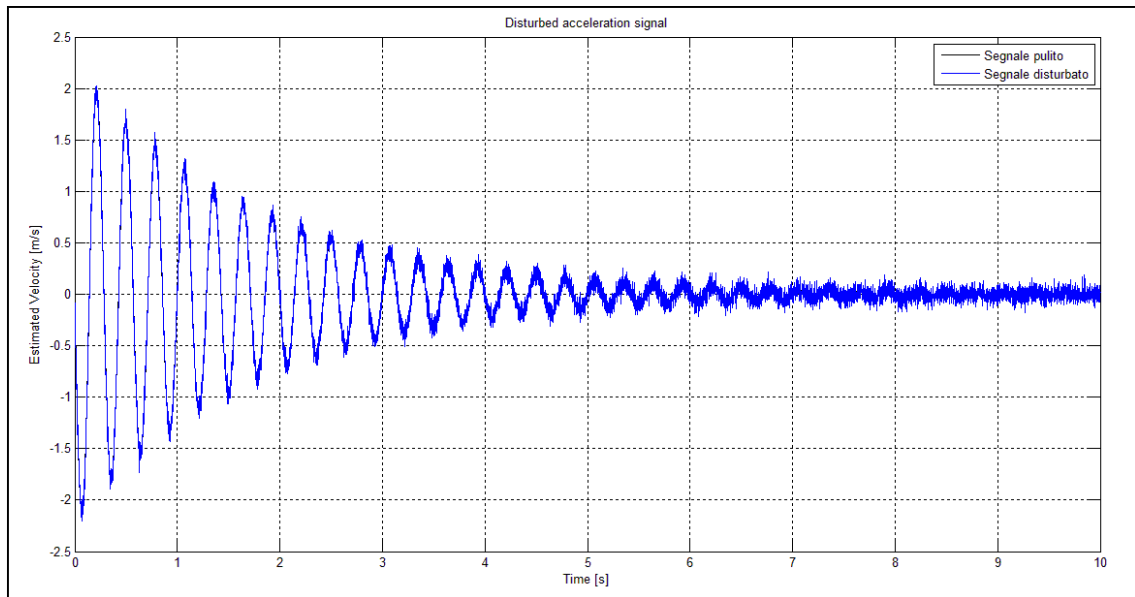


Figura 4.8: accelerazione affetta da disturbo in alta frequenza

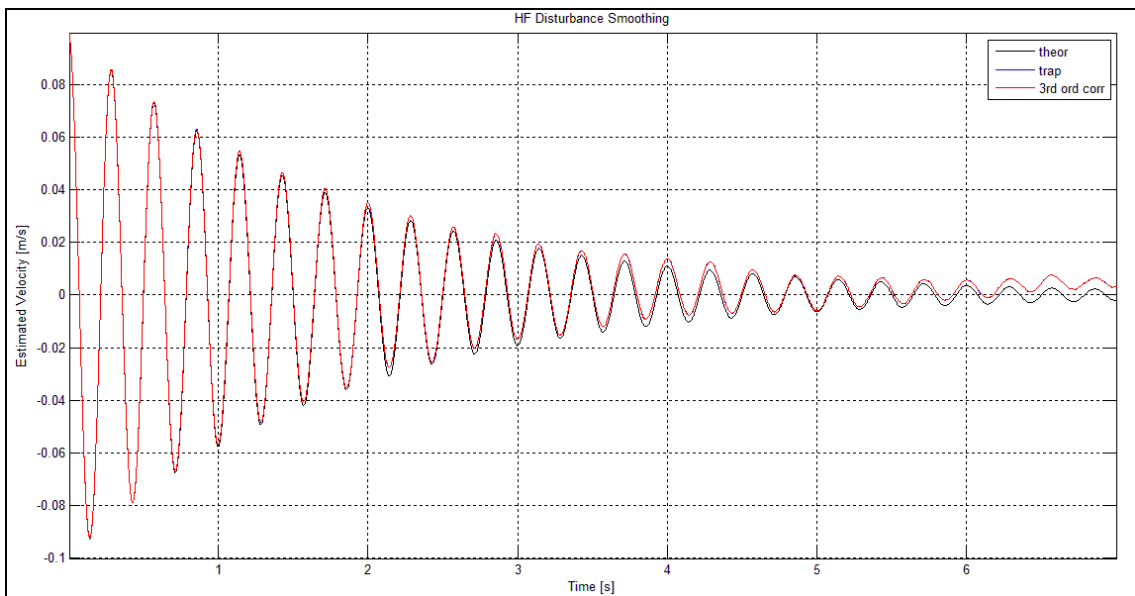


Figura 4.9: Velocità ottenuta da campioni con disturbo in alta frequenza

Lo stesso non si può dire per la bassa frequenza, in cui quasi impercettibili irregolarità del vettore di accelerazione portano velocemente alla deriva del risultato. Come prova di quanto detto si riporta il risultato dell'operazione di integrazione di un vettore di campioni di accelerazione ai quali è stato aggiunto un piccolo disturbo in continua (circa 0.05% rispetto all'ampiezza massima). Dopo pochi secondi si può notare come il segnale di velocità sia del tutto inaffidabile, con entrambi gli algoritmi numerici testati in questa simulazione (trapezoidale e correttore del terzo ordine).

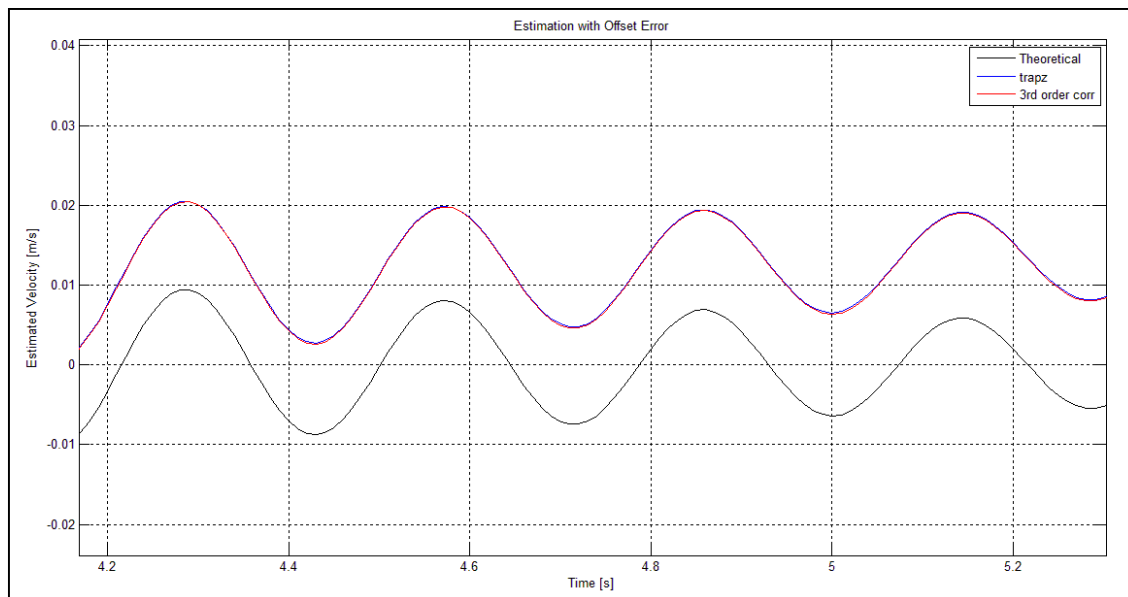


Figura 4.10: Errore nella stima dovuto ad un offset nell'accelerazione

La velocità ottenuta necessita quindi di essere filtrata, a questo scopo è stato implementato un filtro numerico di Butterworth passa alto in ambiente Matlab, il cui risultato è riportato in figura 4.11

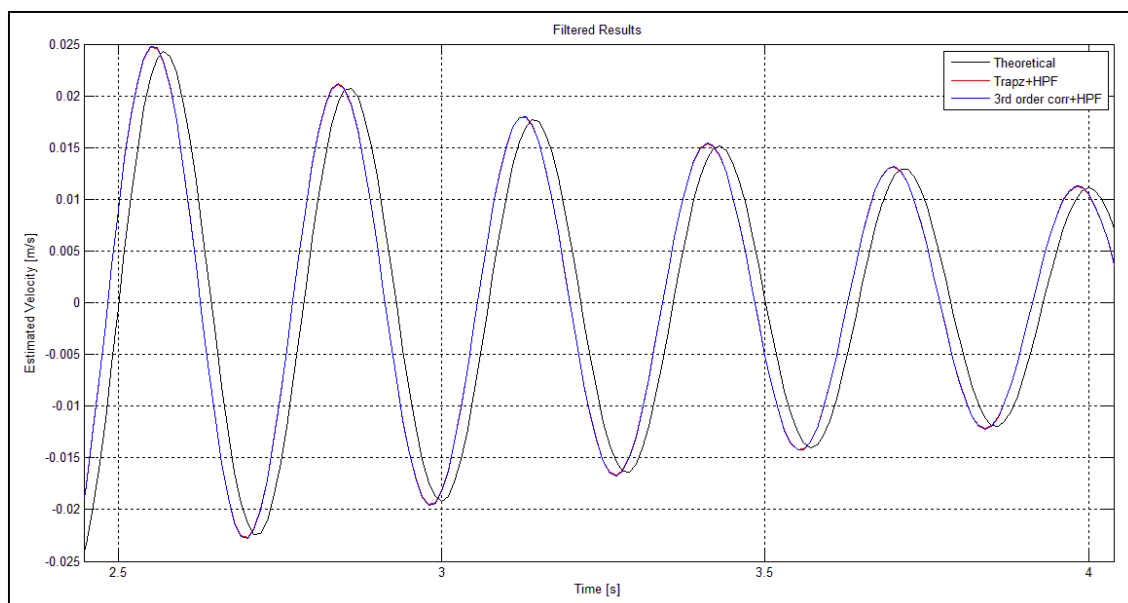


Figura 4.11: segnale filtrato

La stima della velocità così ottenuta ha perso l'errore in continua originario, e presenta un anticipo di fase, che era tuttavia lecito attendersi come effetto del filtro HPF.

4.3 Prove in laboratorio: 1- Oscillazione smorzata

Il modello Simulink utilizzato per l'acquisizione dai dai campionati è riportato in figura 4.12.

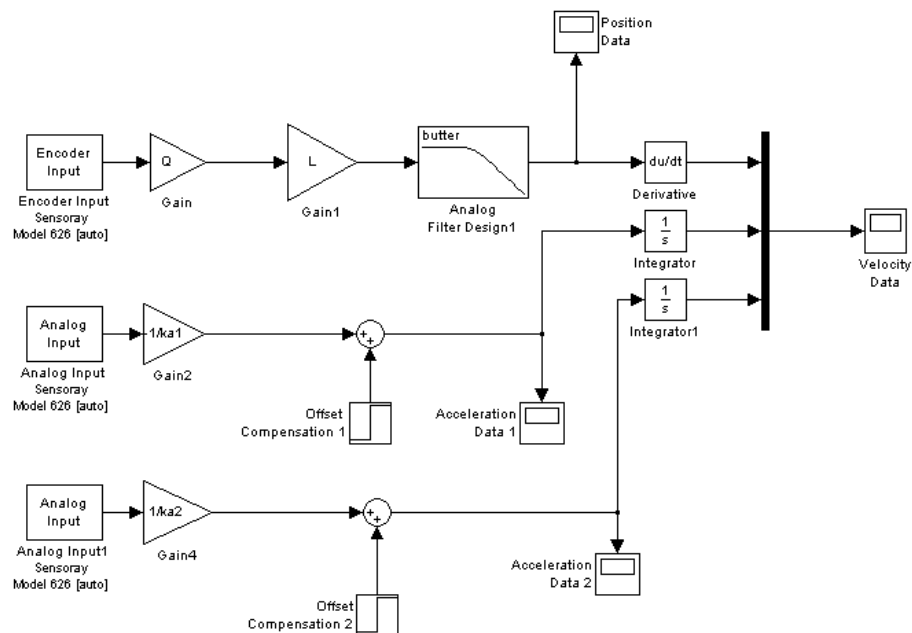


Figura 4.12: modello simulink per l'acquisizione dati

La prima operazione effettuata in laboratorio sono state la stima e la compensazione dell'offset introdotto dalla scheda di acquisizione *Sensoray*, con un notevole miglioramento della stima della velocità. Da notare tuttavia che a causa del differente comportamento in frequenza dei due accelerometri, la compensazione dell'offset ha portato risultati migliori per il modello della *Endevco*. In figura 4.13 è riportato il confronto tra le stime effettuate prima e dopo la compensazione con quest'ultimo, in figura 4.14 infine un confronto tra le stime ottenute dai due differenti accelerometri, con algoritmo trapezoidale. La differenza tra le prestazioni è da attribuire principalmente al diverso comportamento dei due accelerometri alle basse frequenze: il modello *Endevco* offre infatti un'attenuazione maggiore, come si vede dalla figura 4.2.

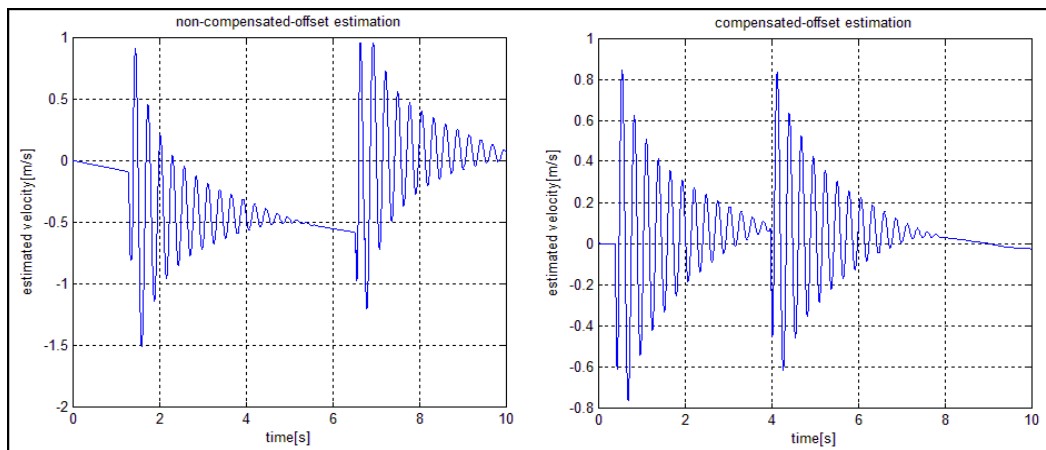


Figura 4.13 : effetti della compensazione dell'offset

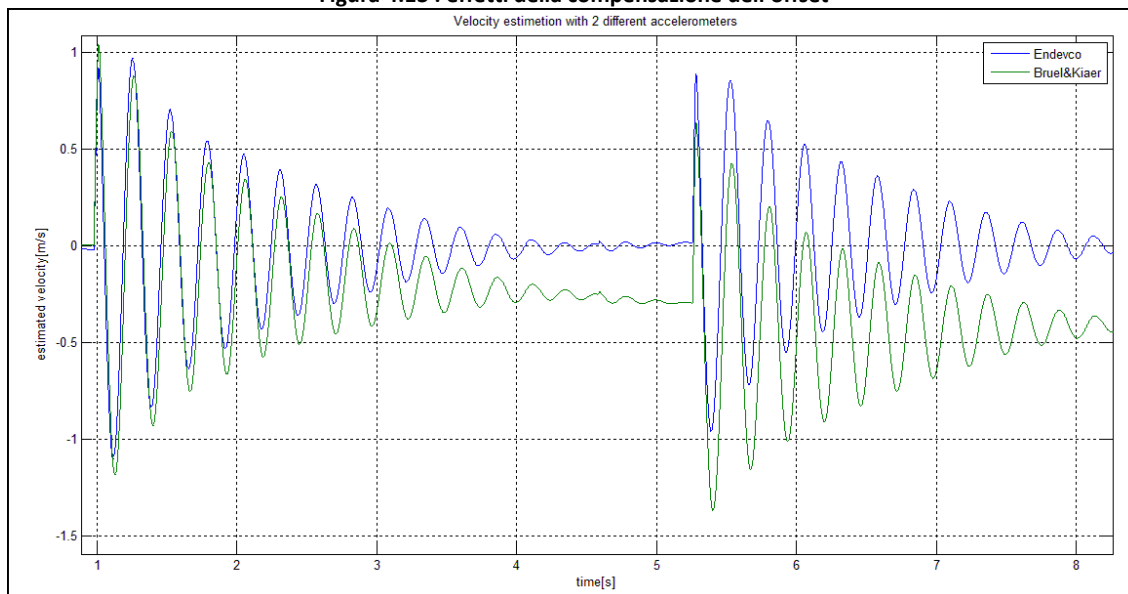


Figura 4.14: confronto differenti accelerometri

Nei test successivi, campioni di accelerazione ottenuti sono stati in primo luogo integrati direttamente per poter confrontare gli algoritmi implementati a diverse frequenze di campionamento. A conferma di quanto detto sul comportamento in frequenza degli algoritmi di integrazione si propone il risultato sperimentale ottenuto per la regola trapezoidale (caso studio del cap. 2). Partendo da un vettore di dati campionati a 1000Hz , si sono simulate frequenze di campionamento inferiori (decimando i campioni di partenza).

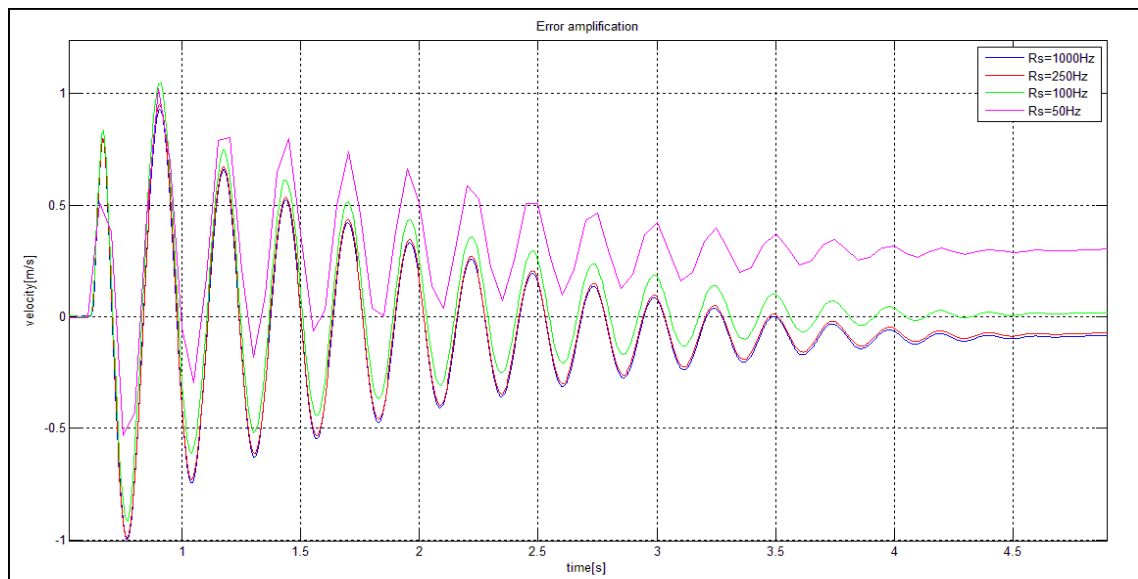


Figura 4.15: amplificazione dell'errore per l'algoritmo trapezoidale al variare della freq. di campionamento (R_s)

Da figura 4.15 si nota come alzando la frequenza di campionamento cresce l'errore di offset, dall'altro lato, sceglierne una troppo bassa porta ad evidenti errori di accuratezza; da questi risultati, frequenze di campionamento comprese nell'intervallo $[100,1000]Hz$, sembrano un buon compromesso tra l'accuratezza dell'approssimazione ed amplificazione dell'errore contenuta.

Il materiale didattico a disposizione per l'applicazione in esame non ha tuttavia permesso misurazioni con *sampling rate* più elevate dell'ordine dei kHz .

Volendo effettuare un confronto tra i risultati ottenuti dagli algoritmi di integrazione, e il metodo di stima encoder-based con una frequenza di campionamento piuttosto contenuta, $100 Hz$, ciò che emerge è che da un lato, l'encoder risulta più affidabile per la dinamica in bassa frequenza, ma in ritardo e molto rumoroso a causa dell'operazione di derivazione di un segnale discretizzato, dall'altro il segnale ottenuto con gli algoritmi di integrazione risulta affetto da errore di off-set e impreciso nella dinamica in bassa frequenza, ma quasi totalmente immune ai disturbi alle alte frequenze. Per correggere l'imprecisione in continua e l'amplificazione indesiderata delle componenti in bassa frequenza, le stime effettuate sono state filtrate.

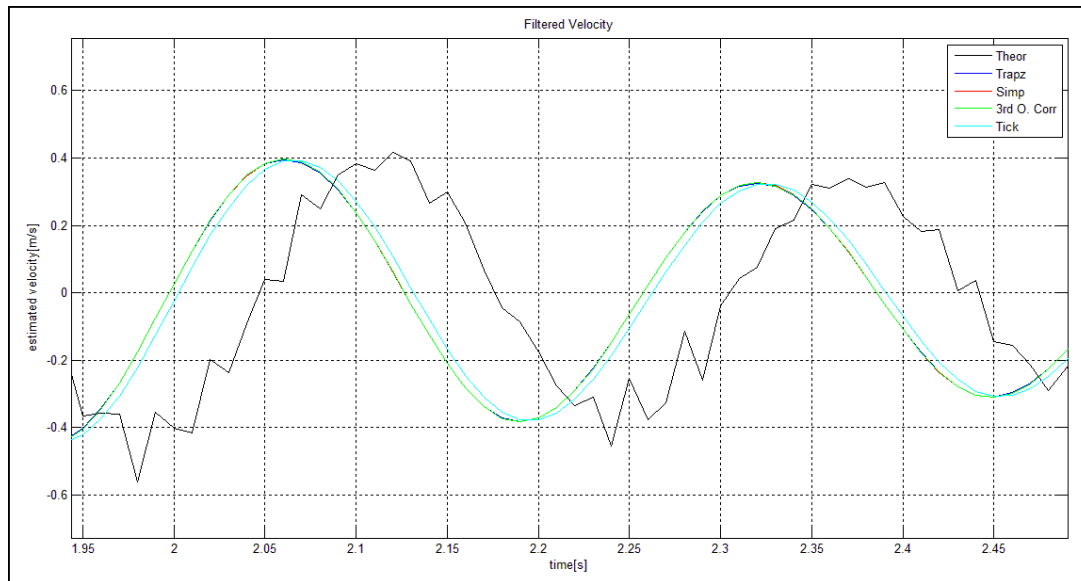


Figura 4.16: stima della velocità, risultati filtrati

L'alta vulnerabilità dell'operazione di integrazione ha condotto tuttavia a testare tecniche più avanzate come quelle descritte nel capitolo 3, che prevedessero l'utilizzo di entrambi i componenti, in modo da ottenere risultati più affidabili nella dinamica in bassa frequenza e meno rumorosi delle stime ottenute con l'encoder.

4.3.1 Schema a due canali pesati in frequenza

Buoni risultati si sono ottenuti con i due metodi in tempo continuo descritti in precedenza, che sono stati testati variando i parametri che definiscono la risposta dei due canali. Si ripropone lo schema Simulink del primo schema a canali pesati in frequenza in figura 4.17.

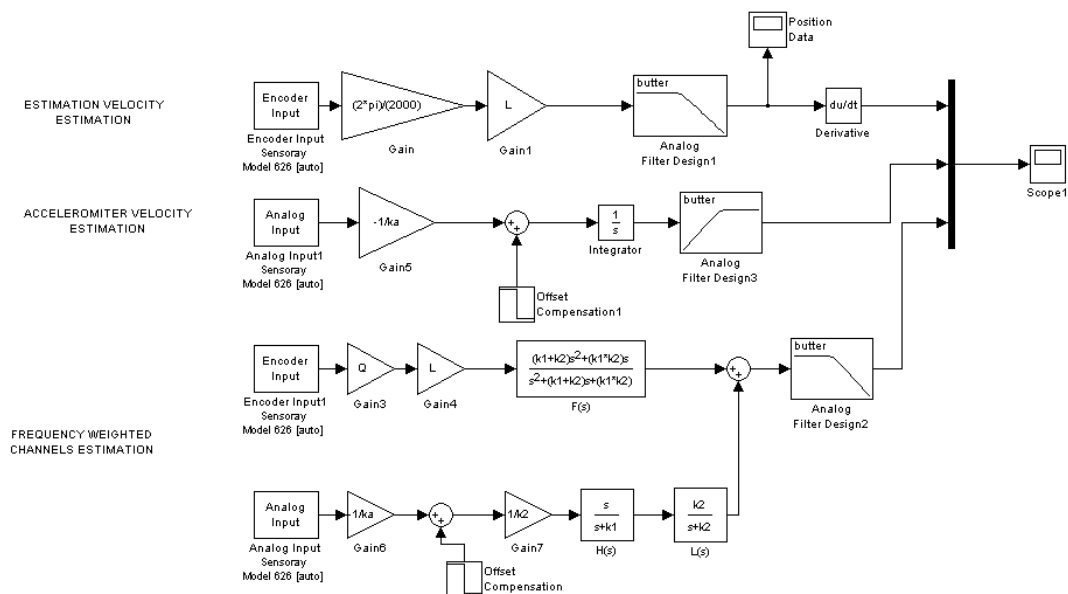


Figura 4.17 : Schema Simulink: due canali pesati in frequenza

Ricordando la descrizione di tale schema nel capitolo 3, il parametro k_1 definisce la frequenza di *bypass* del filtro passa alto, k_2 definisce invece la frequenza d'intervento dell'accelerometro. Sono stati eseguiti dei test per i seguenti valori di k_2 : 2,10,50, si riportano i risultati ottenuti in fig.4.18. In accordo con i risultati ottenuti in [3] i valori di k_2 che forniscono la miglior stima sono compresi nell'intervallo [2,10], per valori superiori, si vede come ritardando l'intervento dell'accelerometro, pesi l'errore di discretizzazione dell'encoder. Per valori compresi nell'intervallo appena riportato, si ottiene un errore di offset praticamente impercettibile ed un'ottima attenuazione del rumore in alta frequenza.

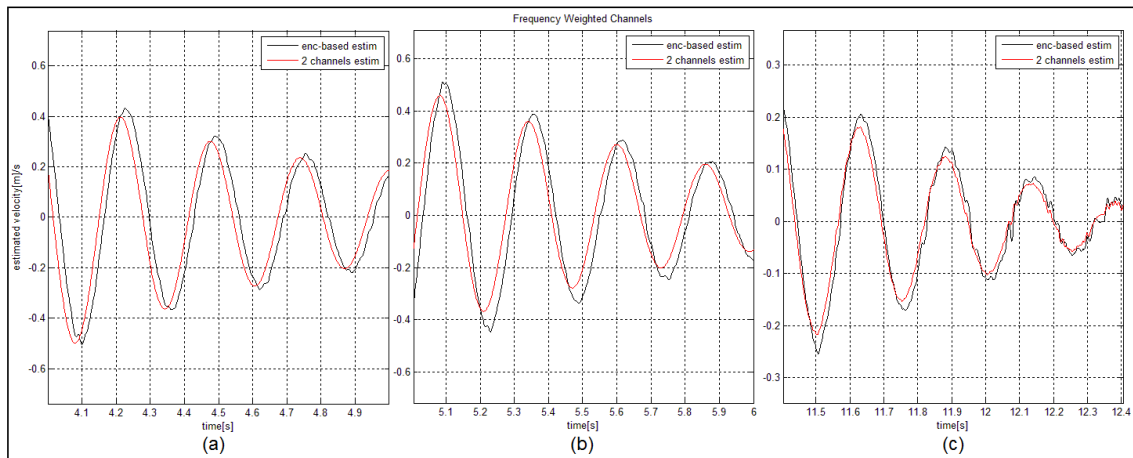


Figura 4.18: Schema a due canali per differenti valori di k_2
a- $k_2=2$, b- $k_2=10$, c- $k_2=50$

4.3.2 Schema observer-based

Operazioni analoghe a quelle per il precedente metodo sono state eseguite per lo schema ottenuto dall'approccio dell'osservatore di velocità, osservando anche in questo caso una fedele stima della velocità, che riproduce fedelmente la dinamica alle alte frequenze, limitando l'errore alle basse. Lo schema Simulink per l'acquisizione è riportato in figura 4.19

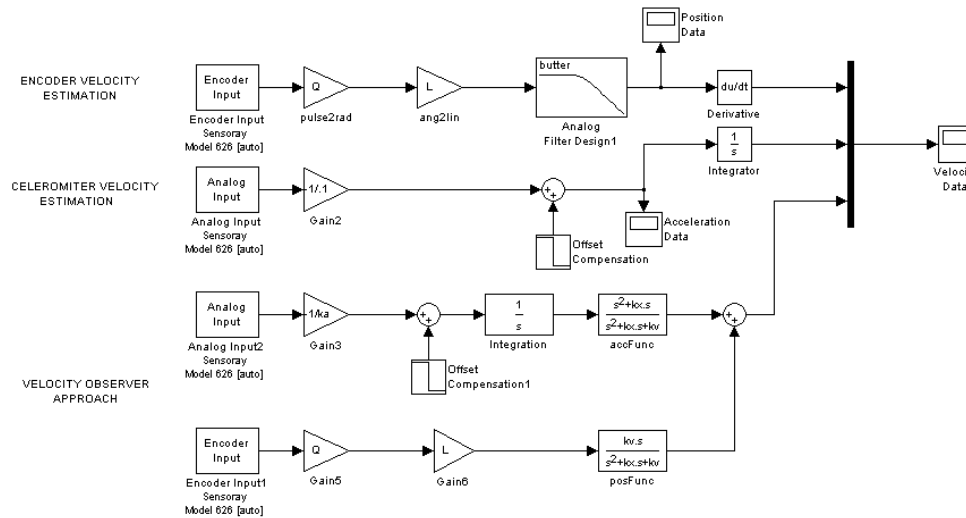


Figura 4.19: Schema observer-based

Si riportano in figura 4.20i risultati ottenuti per diversi valori di k_x, k_v . In questo caso i risultati migliori si sono ottenuti con valori di k_x e k_v rispettivamente compresi negli intervalli: $[2,5]$ e $[4,25]$, per valori maggiori, analogamente allo schema precedente, l'errore di discretizzazione dell'encoder pregiudica la bontà della stima.

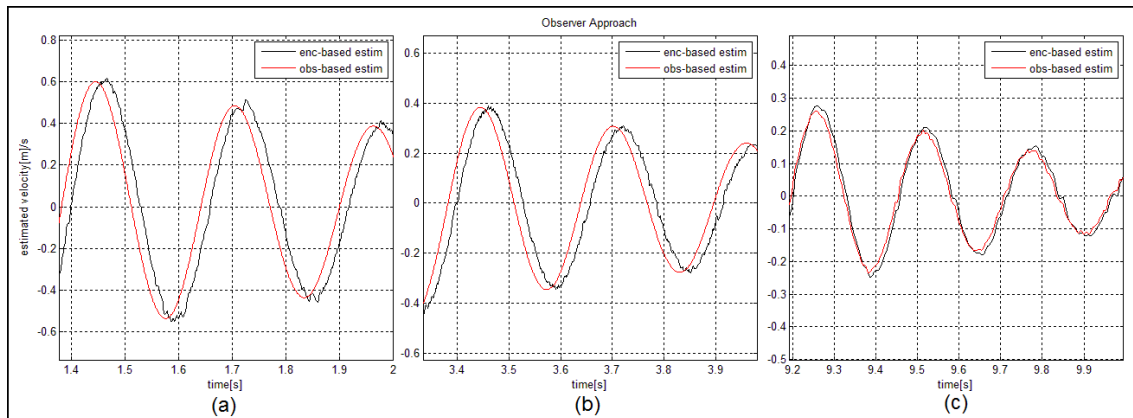


Figura 4.20: Schema observer-based al variare dei parametri k_x, k_v
a- $k_x=2, k_v=4$, b- $k_x=5, k_v=25$, c- $k_x=10, k_v=100$

4.3.3 Filtro di Kalman

L'implementazione del filtro di Kalman ha richiesto come operazione preliminare la stima delle covarianze delle misurazioni di encoder ed accelerometro, ottenute per il primo dall'errore di quantizzazione dell'encoder diviso la risoluzione della scheda ADC

utilizzata, per il secondo utilizzando il comando Matlab $z = cov(y)$, con y vettore di campioni di accelerazione ottenuti a meccanismo fermo.

Con il valore di covarianza effettivamente misurato tuttavia i risultati sperimentali presentano un errore in ampiezza, è stata perciò eseguita un'operazione empirica di *tuning*, che ha portato a sovrastimare la precisione della misura di accelerazione per un miglior risultato in termini di velocità.

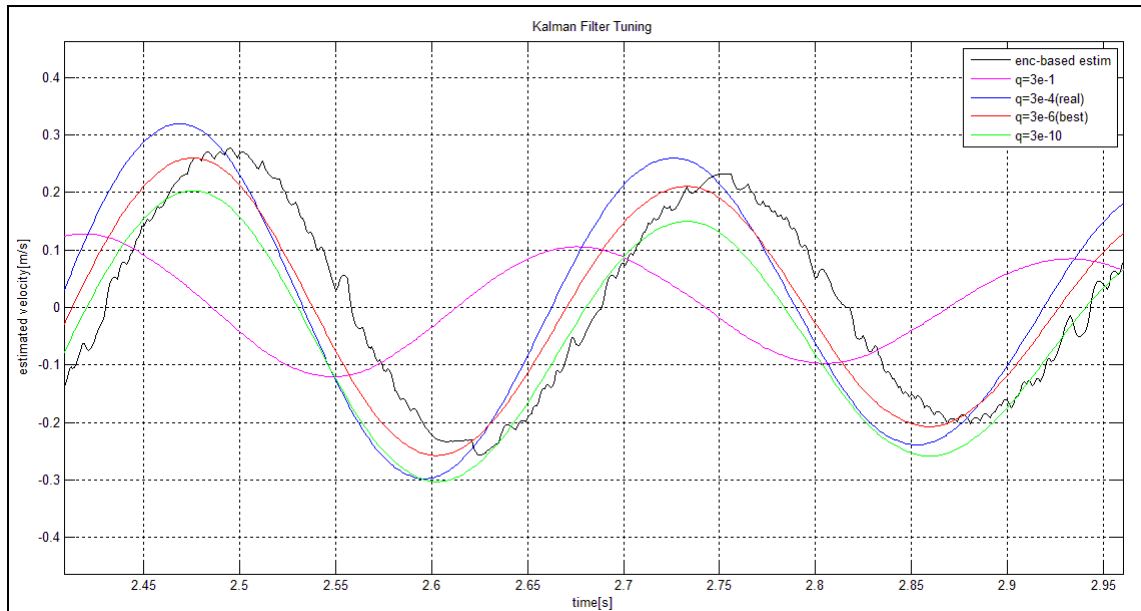


Figura 4.21: Kalman filter tuning

Si nota come, a fronte di un valore derivante da una misura della covarianza del segnale di accelerazione, un valore di due ordini di grandezza inferiore porti a risultati indubbiamente migliori.

4.3.4 Confronto dei risultati ottenuti

Come conclusione dei test effettuati per l'oscillazione smorzata si riportano alcuni grafici che mettano in evidenza le differenti prestazioni dei metodi descritti in questo elaborato.

Ad una frequenza di campionamento di 1000 Hz, fig 4.22, si nota come le prestazioni dei 3 metodi descritti nel capitolo 3 siano nettamente superiori ai due basati o sull'accelerometro o sull'encoder separatamente. I metodi sono stati testati per frequenze di campionamento inferiori, operazione che equivale ad eseguire delle prove per velocità del meccanismo maggiori. Già per una sampling-rate di 100 Hz, la lettura dell'encoder fornisce una stima della velocità gravemente distorta alle alte frequenze, ed è stata quindi omessa dai grafici. Per una frequenza di campionamento di 20 Hz, abbastanza vicina alla frequenza di Nyquist del sistema, vi è un vistoso calo dell'accuratezza dei metodi, ma si può notare come i metodi a due canali ed il filtro di

Kalman mantengono, contrariamente al metodo accelerometer-based, una buona dinamica in bassa frequenza.

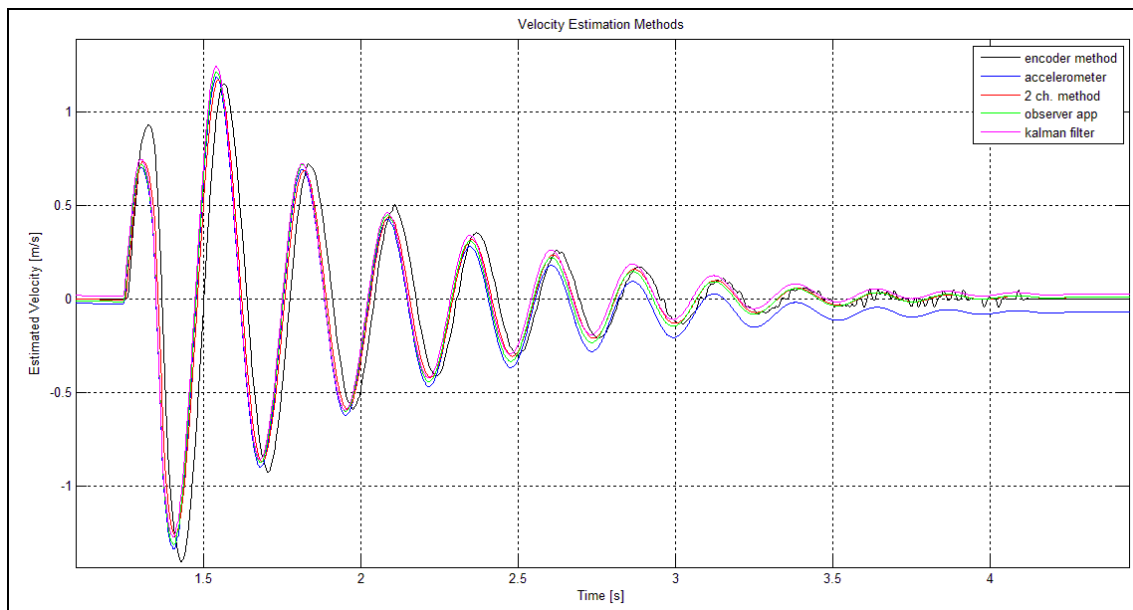


Figura 4.22: Oscillazione smorzata: confronto tra i metodi, $R_s=1000\text{Hz}$

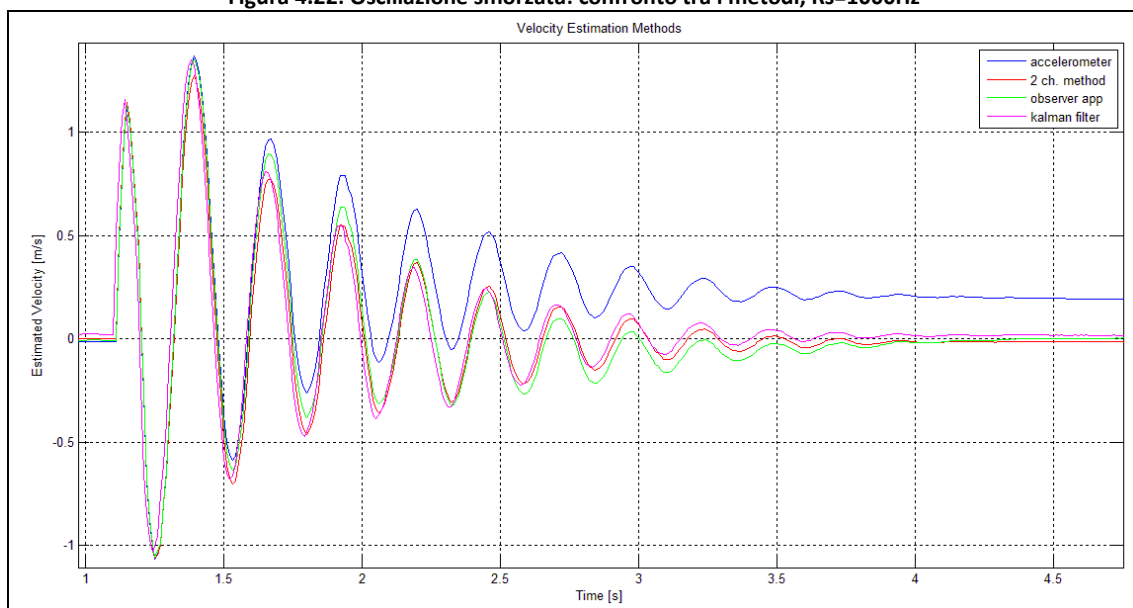


Figura 4.23: Oscillazione smorzata: confronto tra i metodi, $R_s=100\text{Hz}$

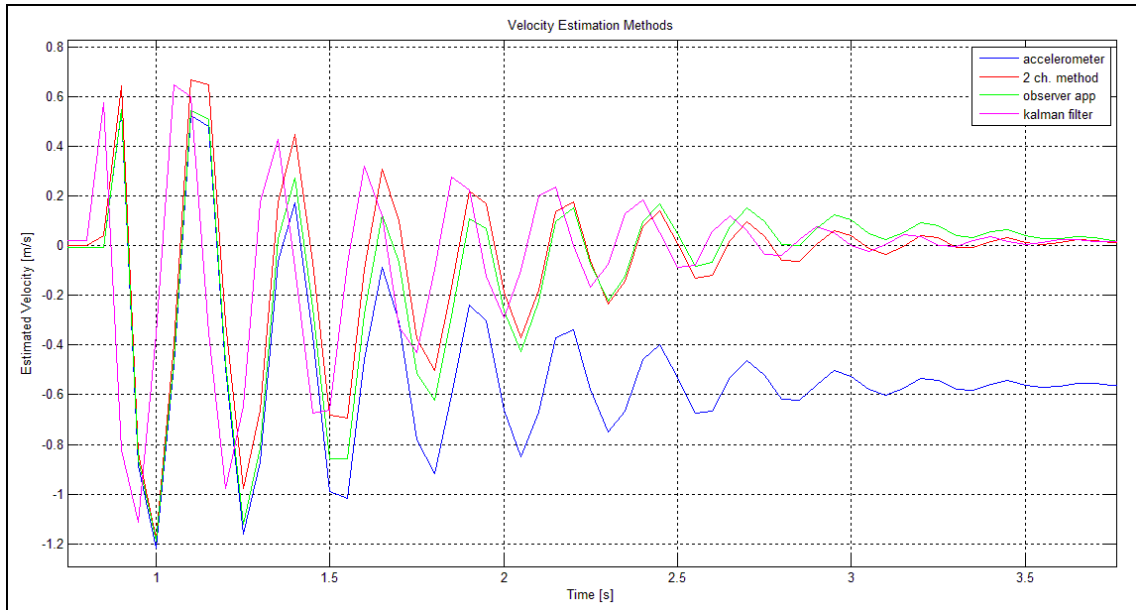


Figura 4.24: Oscillazione smorzata: confronto tra i metodi, $R_s=20\text{Hz}$

4.4 Prove in laboratorio: 2- Legge sinusoidale

La seconda prova effettuata, un moto oscillatorio sinusoidale di posizione generato per mezzo di un motore in continua, ha portato a risultati molto simili alla precedente mettendo di nuovo in evidenza i problemi in bassa frequenza della stima ottenuta con l'accelerometro, e dell'amplificazione dei disturbi in alta frequenza dell'encoder. Migliori stime si ottengono dagli schemi che utilizzano sia l'uno che l'altro componente.

Si riportano sinteticamente in figura 4.25 i dati ottenuti per diverse frequenze del riferimento di posizione sinusoidale per la stima accelerometer-based, con algoritmo trapezoidale, in cui si nota l'errore di offset della stima, pur dopo un'attenuazione delle basse frequenze ottenuto con un filtro passa alto.

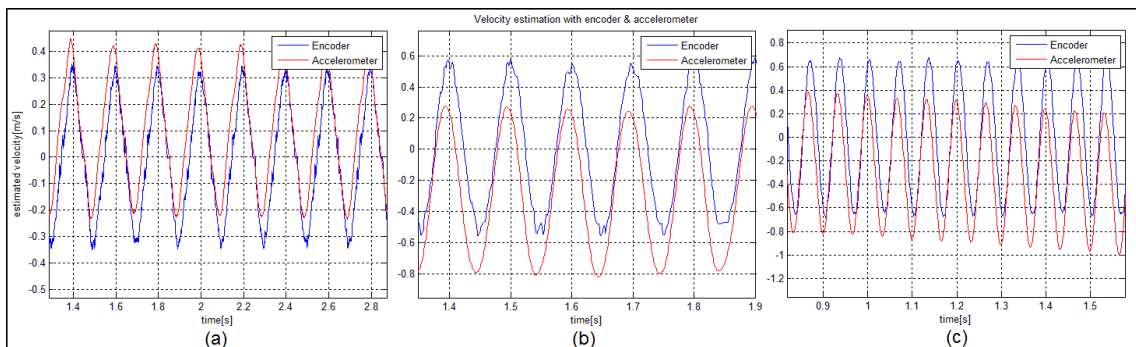


Figura 4.25: Stime accelerometer-based, a- $f_{\text{ref}}=5\text{ Hz}$, b- $f_{\text{ref}}=10\text{ Hz}$, c- $f_{\text{ref}}=15\text{ Hz}$

Per lo schema a due canali in frequenza si ripropone il confronto tra le stime ottenute per diversi valori di k_2 , evidenziando nuovamente come valori compresi nell'intervallo $[2,10]$ siano quelli più appropriati per questo schema.

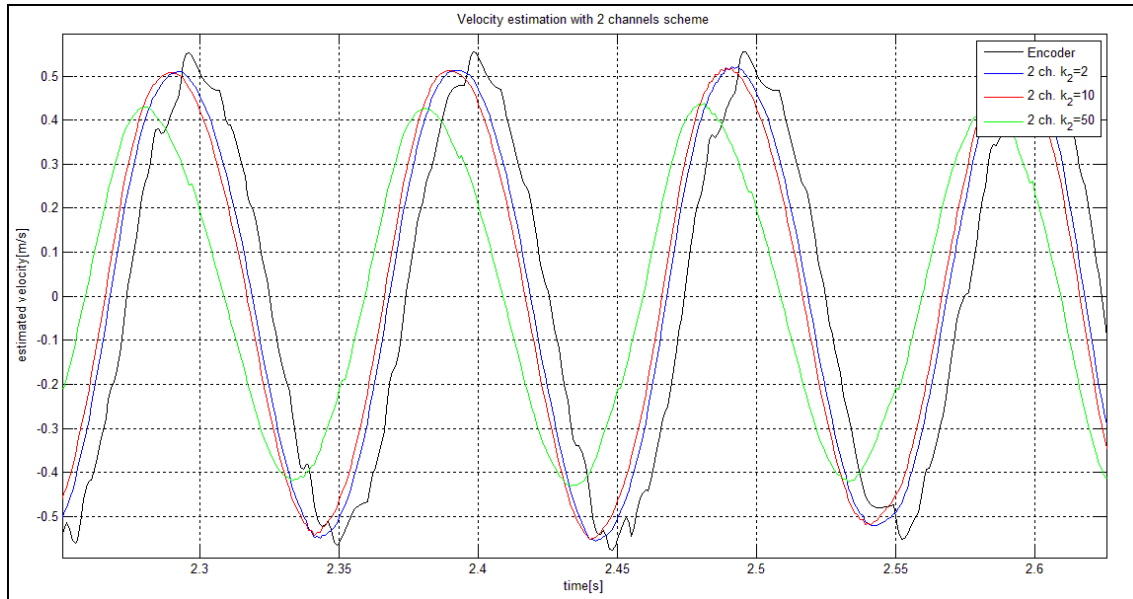


Figura 4.26 Schema a due canali: stime per diversi valori di k_2

Per $k_2 = 2$ in questo caso si ottengono i migliori risultati, riportati al variare della frequenza del riferimento.

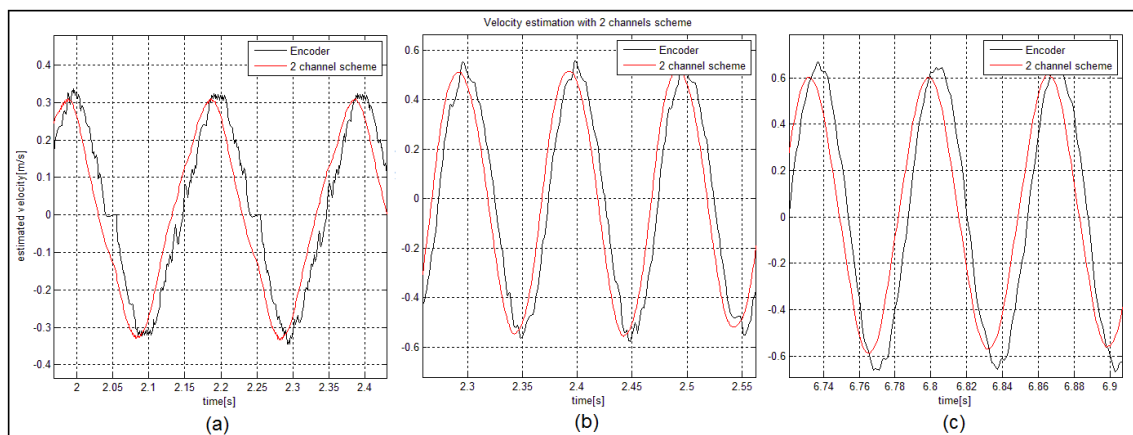


Figura 4.27: Schema a due canali: stime per diverse freq. del riferimento; 5(a), 10(b), 15(c) Hz

Per lo schema ottenuto con l'approccio dell'osservatore di velocità, si sono ottenuti, al variare dei parametri k_x, k_v , per una frequenza del riferimento di 5 [Hz] le stime della velocità riportate in figura 4.26. In questo caso non sono emerse particolari differenze tra le configurazioni provate.

Si notano invece ampiezze evidentemente diverse tra le stime ottenute dal metodo encoder-based e quello observer-based.

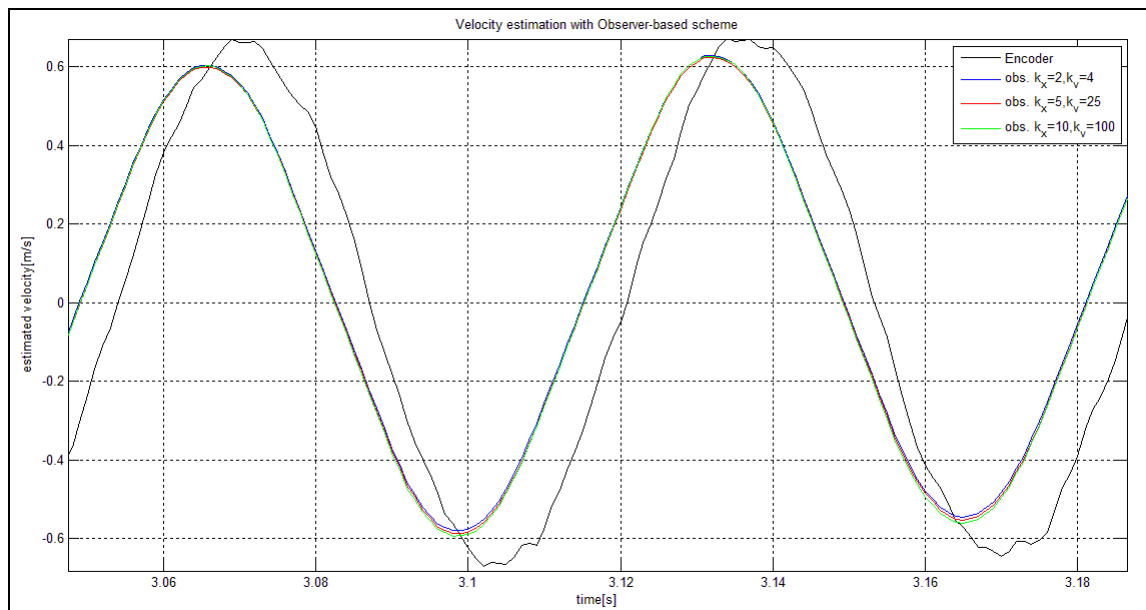


Figura 4.28: Schema observer-based: stime al variare di k_x, k_y

Si ripropone infine l'implementazione del filtro di Kalman ed i suoi risultati per una frequenza del riferimento di 5 Hz.

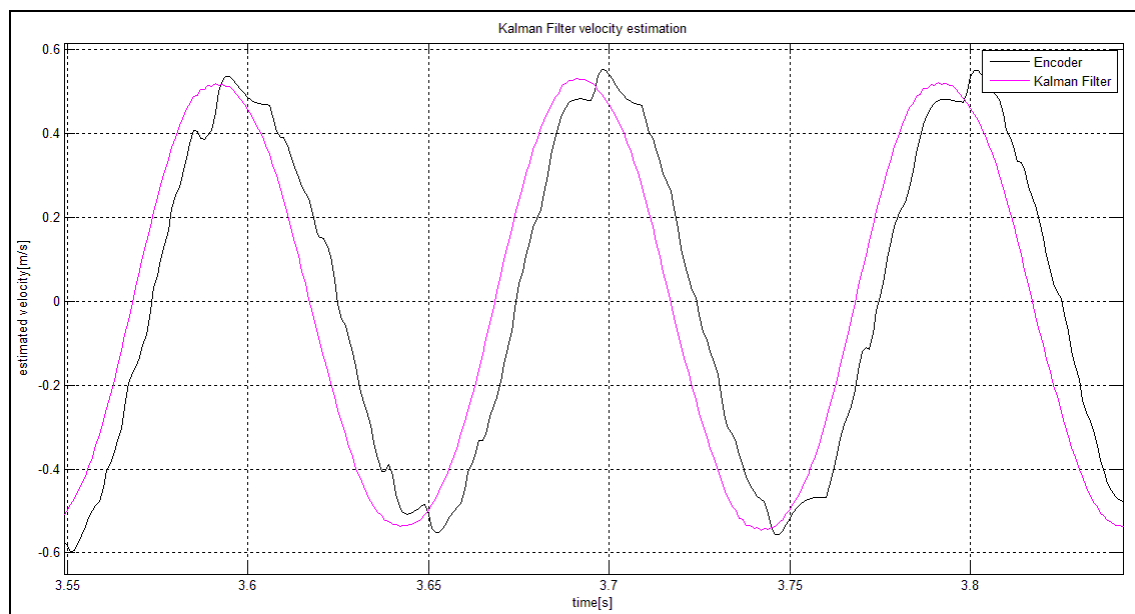


Figura 4.29 Filtro di Kalman: stima della velocità

Le stime in figura sopra sono state ottenute con una frequenza di campionamento di 1 kHz.

Dalla figura 4.27 si vede infine nuovamente come le caratteristiche delle stime ottenute con i metodi proposti nel capitolo 3 siano nettamente migliori rispetto a quelle ottenute con encoder ed accelerometro separatamente.

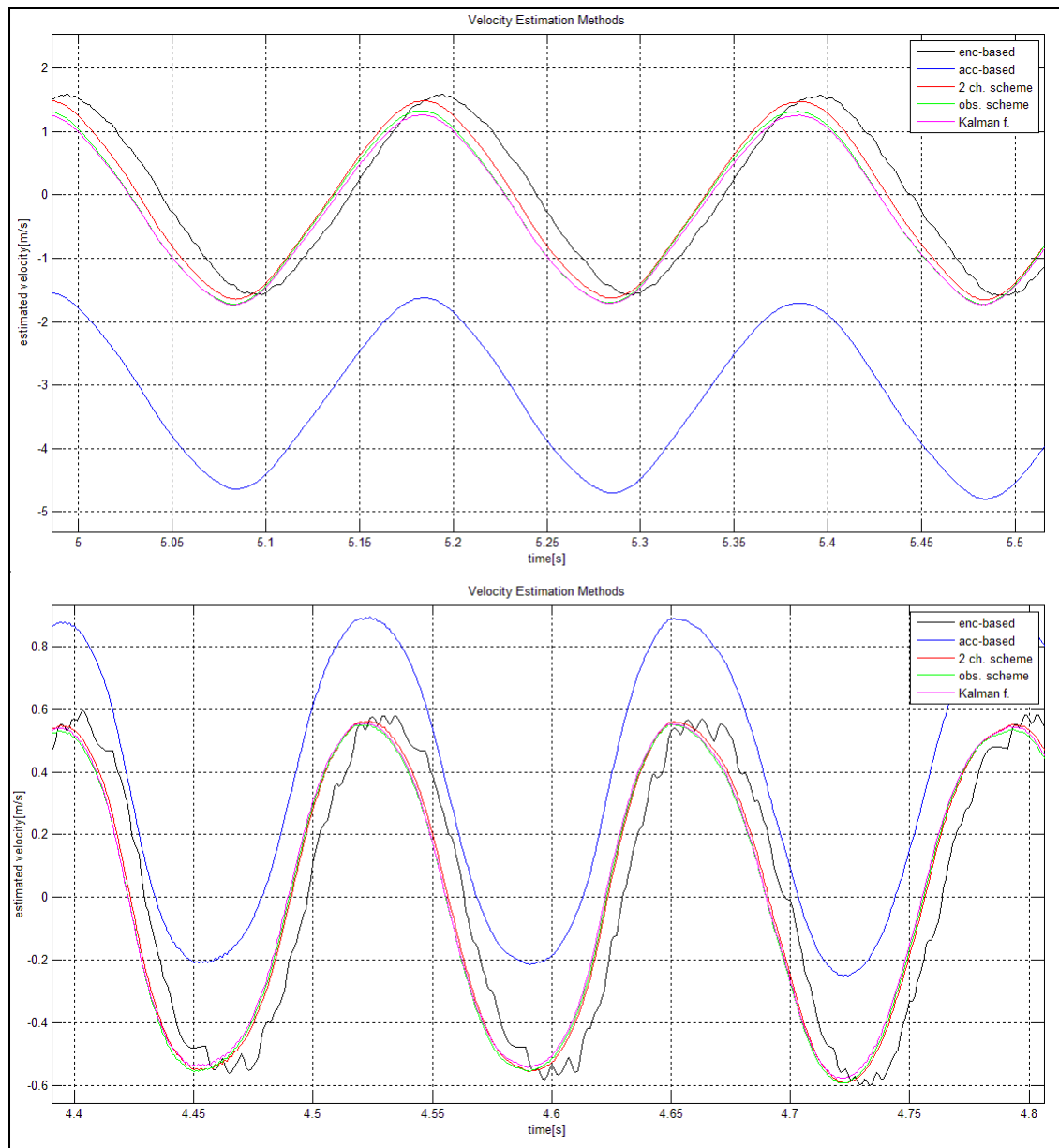


Figura 4.29 Confronto Metodi

CAPITOLO 5

Conclusioni

Con questo elaborato si è voluta offrire una panoramica su quelli che sono i metodi, gli strumenti di misura e di stima della velocità, da implementare per il controllo real-time di macchine automatiche, basati su misure di accelerazione.

Vi sono sul mercato molti sensori per la misura diretta della velocità, il progettista del sistema di controllo deve avere ben chiaro che, percorrendo la via della misura diretta, la bontà della misura effettuata dipenderà solamente dalla qualità e dalle caratteristiche del sensore scelto. Questa scelta non è tuttavia sempre possibile o comunque la più efficace che esista, importante è quindi disporre di algoritmi che portino ad una buona stima della velocità a partire da parametri o misurazioni di altre grandezze ad essa correlate. Utilizzando metodi di misura indiretta, la bontà degli algoritmi di calcolo implementati condizionerà l'affidabilità del metodo stesso, almeno quanto la bontà del sensore. Differenti metodi possono portare a risultati molto diversi a parità di condizioni di funzionamento e di componenti utilizzati. In particolar modo, in questo elaborato, si sono studiate le tecniche basate sull'impiego degli accelerometri ai fini della stima della velocità, evidenziando pregi e difetti di questi ultimi.

In primis, va evidenziata la tendenza della stima della velocità a divergere a causa delle componenti di disturbo in bassa frequenza del segnale fornito dall'accelerometro, amplificati dall'operazione di integrazione. Sono stati investigati ed implementati diversi algoritmi per il calcolo numerico dell'integrale, che hanno portato a risultati simili, evidenziando come più che all'accuratezza dell'algoritmo stesso, convenga prestare attenzione alla frequenza di campionamento con cui si effettuano le misure. Si è dimostrato infatti come ricorrere a campioni troppo vicini nel tempo porti ad amplificare maggiormente gli errori nelle dinamiche in bassa frequenza, dall'altro lato invece, come l'utilizzo di frequenze di campionamento troppo basse pregiudichi la bontà della stima in termini di accuratezza. La stima della velocità ottenuta in questo modo risulta inaffidabile soprattutto per le misurazioni prolungate nel tempo, per le quali la deriva del risultato ottenuto porta ad errori considerevoli.

La stima ottenuta attraverso l'impiego dei soli accelerometri risulta una buona soluzione per una limitata gamma di applicazioni, in cui sia necessario conoscere solo le componenti armoniche in alta frequenza della velocità, e non sia quindi di fondamentale importanza conoscerne il valore esatto. L'operazione di integrazione infatti conserva e riproduce fedelmente le dinamiche in alta frequenza; tuttavia, nel settore dell'automazione queste caratteristiche molto spesso non sono sufficienti.

La stima della velocità per mezzo di misure di accelerazioni non costituisce per questi motivi una valida alternativa alla stima encoder-based, tuttavia esistono dei metodi che affiancano alla misura dell'accelerazione altri parametri o misure di altre grandezze legate alla velocità per la stima di quest'ultima. Sono stati proposti due metodi analogici ed uno digitale che, per questo scopo, utilizzano misure di posizione e di accelerazione, accostando la fedeltà in bassa frequenza della stima ottenuta da un encoder e la precisione nella dinamica in alta frequenza caratteristica dall'accelerometro. I risultati riportati hanno evidenziato come sia possibile con queste tecniche ottenere delle stime nettamente migliori rispetto a quelle ottenute con i due componenti separatamente, senza la necessità di acquistare sensori con risoluzioni maggiori, quindi inevitabilmente più costosi. Si noti infine anche come sia veramente ridotta la complessità computazionale aggiuntiva dei tre metodi proposti rispetto a quella richiesta per l'elaborazione di accelerazione e posizione singolarmente.

BIBLIOGRAFIA

- [1] AN – 1007 Estimating Velocity and Position Using Accelerometers
- [2] S. Jeon and M. Tomizuka, “Benefits of acceleration measurement in velocity estimation and motion control.” *Control Engineering Practice*, vol. 15, pp. 325–332, March 2007.
- [3] W.-H. Zhu and T. Lamarche, “Velocity estimation by using position and acceleration sensors.” *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 54(5):27062715, 2007.
- [4] A. Smyth and M. Wu, “Multi-rate Kalman filtering for the data fusion of displacement and acceleration response measurements in dynamic system monitoring.” *Mechanical Systems and Signal Processing* 21: 706–723, 2007
- [5] L.V.E. Papian and W.E Ball, “The Spectrum of Numerical Integration Methods with Computed Variable Stepsize.” *Journal of mathematical analysis and applications* 31: 259-284, 1970.
- [6] S. A. Dyer and J. S. Dyer, “bythenumbers-Numerical Integration” *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, April 2008.
- [7] [2] K. Worden, “Data processing and experiment design for the restoring force surface method, part I: integration and differentiation of measured time data”, *Mechanical System and Signal Processing* 4 (4) (1990) 295–319.

SITOGRAFIA

- [1] <http://archimedes.ing.unibs.it/dida/LabMisVib2013/lucidi/06trasduttori%20piezo.pdf>
- [2] Azionamenti per Automazione Industriale, Prof. Di Napoli-<http://host.uniroma3.it>
- [3] Sensori - http://ww2.unime.it/ingegneria/new/index_1024j.php